



超大质量黑洞附近的双星并合——动力学演化的长期效应

刘彬

浙江大学物理学院天文研究所, 杭州 310058

E-mail: liubin23@zju.edu.cn

2024-06-03收稿, 2024-09-01修回, 2024-09-18接受, 2024-09-19网络版发表

国家自然科学基金海外高层次人才项目资助

摘要 通常情况下, 星系中心包含一个超大质量黑洞与环绕其周围的核星团. 星团内部广泛分布着恒星、致密星, 甚至是双星系统. 在这种环境中, 许多独特的物理过程相互作用, 共同影响双星的演化. 随着由并合双黑洞产生的引力波的发现, 人们开展大量研究工作来理解双致密星的形成与并合. 在此, 我们从理论角度回顾了双星如何在中心超大质量黑洞的长期影响下演化直至发生并合, 总结了由超大质量黑洞诱导产生并合这一渠道的关键结论, 并概述了潜在的可观测特征.

关键词 黑洞, 引力波, N 体问题, 共振

自从首次捕捉到两个并合黑洞发出的引力波信号以来, LIGO-Virgo-KAGRA协作组织(LVK)已开展了3次观测任务, 并编撰了包含近90个引力波源的详尽目录^[1], 其中包括约80起双黑洞并合事件、2起双中子星并合事件以及2起中子星-黑洞并合事件等. 截至目前, 首个并合事件的总质量超过 $100M_{\odot}$, 进入了中等质量黑洞的范畴^[2]. 另一起事件则涉及了质量为 $2.6M_{\odot}$ 的星体, 这是迄今为止在并合双星中检测到的最轻黑洞或最重中子星^[3]. 随着第四次观测运行的开展, LVK将会积累更多的黑洞数据, 从而可以对并合双星中黑洞的总体特性进行有力的约束.

要解释观测到的双黑洞并合事件的特性, 我们必须深入理解单个或两个致密星以及它们的前身星的形成与演化的物理机制, 还需要理解不同形成渠道对它们观测特性的影响. 总的来说, 致密星双星的并合过程源于两大渠道. 首先是孤立双星渠道^[4~13], 这一渠道描述了两颗恒星在孤立的双星系统中诞生并随时间演化, 最终演化为黑洞的过程. 在这一演化过程中, 两星之间的距离可以通过“洛希瓣溢”(稳定的物质转移)或“公

共包层”演化(非稳定的物质转移)而发生显著变化. 若最终形成的双黑洞间距足够小, 它们便有可能在宇宙的年龄内并合, 成为可观测的引力波源. 其次是动力学渠道, 这一渠道通常包含两种相互作用模式. 一是强相互作用, 它涉及双黑洞与另一个单黑洞或双黑洞直接散射^[14~20]. 这种模式通常发生在如球状星团和核星团等恒星密度较高的区域. 二是长期相互作用, 它通过第3个远距离天体与黑洞双星作用, 即所谓的von Zeipel-Lidov-Kozai(ZLK)机制, 在长时间尺度上交换角动量, 最终引导双黑洞并合^[21~31].

大多数星系中心都拥有一个高密度的核星团和一个超大质量黑洞. 核星团的星体密度比典型的球状星团和年轻大质量星团高出数个数量级, 但其质量半径相似, 使其成为宇宙中最密集的多恒星系统之一^[32~34]. 核星团与超大质量黑洞的存在使得星系核心成为研究极端恒星动力学的理想实验室. 在这种极端环境中, 一个特别有趣的方面是恒星级质量的黑洞或中子星如何组成致密星双星以及双星并合的动力学过程.

从理论角度来看, 星系核心中致密星双星的形成

引用格式: 刘彬. 超大质量黑洞附近的双星并合——动力学演化的长期效应. 科学通报, 2025, 70: 373~386
Liu B. Binary mergers near the supermassive black hole—Secular effect in the orbital evolution (in Chinese). Chin Sci Bull, 2025, 70: 373~386, doi: 10.1360/TB-2024-0593

相当不确定,因为它受多重因素影响.这些因素包括核星团的形成机制、超大质量黑洞的影响,还有处在星团活跃期的恒星演化和长期动力学等.星系核心的高密度环境为恒星间的频繁互动提供了舞台,从而有利于致密星双星的形成.然而,中央超大质量黑洞的存在导致核星团中心区域速度弥散极大,这在一定程度上抑制了双星的形成.即便双星在核星团内形成,周围“擦肩而过”的恒星有可能与双星产生进一步的相互作用,这些作用可能改变双星系统的间距,替换双星中的某个成员,甚至导致双星系统的解体^[16,35,36].超大质量黑洞的引力场对致密星双星的演化同样具有显著影响.它可能引发双星轨道偏心率的周期性波动,通过ZLK振荡最终可能促使双星并合^[37,38].在活动星系核中,超大质量黑洞周围的气体吸积盘也会对双星的动力学产生影响.双星与气体盘的相互作用会改变其轨道间距和偏心率,盘内的双星-单星系统之间的散射现象,也促进了双星的并合^[39~46].种种相互作用使得致密星双星的实际形成与并合率难以精确预测.

本文旨在深入探讨超大质量黑洞近邻区域中致密星双星的演化路径及其并合现象.众所周知,若双星系统外围存在一个遥远的第三体伴星,且以倾斜轨道绕双星质心旋转,则该系统有可能经历一种被称为ZLK的长期振荡,这种机制会导致双星轨道的偏心率和轨道面方向发生周期性的显著变化.当双星辐射引力波时,第三体伴星的存在将如同催化剂一般,加速双星轨道的衰减,从而推动它们更快地走向并合.针对ZLK效应引发的双黑洞并合这一渠道,我们详细阐述了该渠道的关键结论.这些发现涵盖了ZLK振荡作用时标、双星偏心率变化的峰值与三体系统几何结构之间的依存关系,以及双星在第三体微扰下的并合时标等核心要素.我们还揭示了该渠道所产生的独特可观测特征,特别是自旋的演化特性,作为区分不同形成渠道的证据.通过这些解析工作,我们能够对“ZLK诱导并合”机制有直观的物理理解.鉴于我们聚焦于超大质量黑洞附近的双星动力学,大质量黑洞本身所带来的相对论效应将会影响周边双星的演化.研究揭示,与传统的ZLK诱导并合模型有所不同,新引入的相对论效应能够显著增强ZLK机制下的双黑洞并合率.如果超大质量黑洞附近的小质量双星处在旋进阶段,通过引力波观察它的动力学行为能够约束超大质量黑洞的自旋,这为探测银河系中心超大质量黑洞的自转提供

了新的可能性.此外,这些由超大质量黑洞产生的相对论效应为三体系统引入了一种全新的动力学共振模式,近星点进动的长期共振,它将对吸积盘上的双星并合提供助力.最后,我们揭示了超大质量黑洞所处的核星团在促进特殊双星并合事件上具有独特的优势.

1 第三体诱导并合渠道

1.1 层级三体系统的动力学

考虑一个具有层级结构的三体系统,它由一个内双星系统和一个外双星系统组成.内双星由质量分别为 m_1 与 m_2 的黑洞组成,它们彼此相互绕转,同时整体又围绕着一个遥远的、质量巨大的黑洞 m_3 进行公转,形成了外双星系统,如图1所示.为了更精确地描述这个系统的动力学特性,引入了约化质量的概念.对于内外双星,其约化质量定义为 $\mu_{\text{in}} \equiv m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$, $\mu_{\text{out}} \equiv [(m_1 + m_2) m_3] / (m_1 + m_2 + m_3)$.同时,还考虑到了两个轨道的关键几何参数:轨道半长轴,分别为 a_{in} 与 a_{out} ;以及轨道偏心率(椭率),分别为 e_{in} 与 e_{out} .基于这些参数,可以进一步表示两个轨道的角动量:

$$\vec{L}_{\text{in}} = L_{\text{in}} \hat{\vec{L}}_{\text{in}} = \mu_{\text{in}} \sqrt{G(m_1 + m_2) a_{\text{in}} (1 - e_{\text{in}}^2)} \hat{\vec{L}}_{\text{in}}, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \vec{L}_{\text{out}} &= L_{\text{out}} \hat{\vec{L}}_{\text{out}} \\ &= \mu_{\text{out}} \sqrt{G(m_1 + m_2 + m_3) a_{\text{out}} (1 - e_{\text{out}}^2)} \hat{\vec{L}}_{\text{out}}. \end{aligned} \quad (2)$$

鉴于我们研究的是层级三体系统,我们特别关注

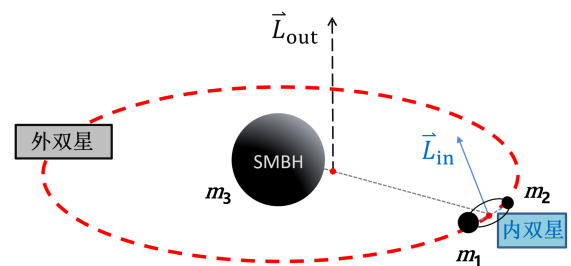


图1 双黑洞绕旋超大质量黑洞组成的三体系统结构简图.恒星级质量黑洞双星(m_1 与 m_2)组成内双星,其绕旋第三体(m_3)构成外双星.内外双星的轨道角动量矢量分别为 $\vec{L}_{\text{in}}$ 与 $\vec{L}_{\text{out}}$

Figure 1 A schematic diagram of the three-body system consisting of a binary black hole orbiting a supermassive black hole. The stellar-mass black hole binary (with masses m_1 and m_2) forms the inner binary, which orbits the third body m_3 , creating the outer binary. The orbital angular momentum vectors of the inner and outer binaries are denoted by $\vec{L}_{\text{in}}$ and $\vec{L}_{\text{out}}$, respectively

这一系统在长时间尺度上的稳定性. 层级结构的三体系统要求确保内双星与外双星在经历长时间的演化后, 仍能维持其原有的层级配置和稳定状态^[47]:

$$\frac{a_{\text{out}}}{a_{\text{in}}} > 2.8 \left(1 + \frac{m_3}{m_{12}}\right)^{2/5} \frac{(1 + e_{\text{out},0})^{2/5}}{(1 - e_{\text{out},0})^{6/5}} \left(1 - \frac{0.3 I_{\text{out}}^0}{180^\circ}\right). \quad (3)$$

这里, $I_{\text{out}}^0 = I_0$ 代表内外轨道面之间的初始夹角, 即内双星轨道角动量单位向量 $\hat{\mathbf{L}}_{\text{in}}$ 与外双星轨道角动量单位向量 $\hat{\mathbf{L}}_{\text{out}}$ 之间的夹角.

由于我们感兴趣的是三体系统的长期演化效应, 特别是在远超内外轨道周期的时标上的动力学行为, 我们采用了轨道平均化近似方法. 具体而言, 通过对内外轨道参量在轨道周期上作平均, 将内外双星的运动简化为环绕其质心的圆环, 不再考虑星体在轨道上的具体位置. 这一简化策略可以推导出内双星在远处第三体微扰下的长期演化方程, 并且使我们能够聚焦于长期动力学的核心特征:

$$\frac{d\mathbf{L}_{\text{in}}}{dt} = \frac{d\mathbf{L}_{\text{in}}}{dt}\bigg|_{\text{ZLK}} + \frac{d\mathbf{L}_{\text{in}}}{dt}\bigg|_{\text{LS}} + \frac{d\mathbf{L}_{\text{in}}}{dt}\bigg|_{\text{GW}}, \quad (4)$$

$$\frac{de_{\text{in}}}{dt} = \frac{de_{\text{in}}}{dt}\bigg|_{\text{ZLK}} + \frac{de_{\text{in}}}{dt}\bigg|_{\text{GR}} + \frac{de_{\text{in}}}{dt}\bigg|_{\text{LS}} + \frac{de_{\text{in}}}{dt}\bigg|_{\text{GW}}. \quad (5)$$

我们综合考虑了三体系统中的多种动力学效应, 包括牛顿力学效应, 特别是第三体对内双星产生的

长周期ZLK振荡, 其以“ZLK”为标记; 由广义相对论引起的一阶后牛顿近似对轨道演化的修正, 这部分以“GR”作为标记; 内双星自旋与轨道间的耦合效应, 这在方程中以“LS”作为标识; 引力波辐射对轨道能量的耗散作用, 这部分效应以“GW”作为标注. 完整的方程表达形式已经在文献^[48]中得到了详细阐述和说明.

以图2(a)为例, 我们展示了在超大质量黑洞附近, 一个黑洞双星系统在不考虑相对论效应下的轨道演化. 观察可知, 轨道偏心率 e_{in} 与轨道面间夹角 I 呈现出周期性的振荡——Kozai振荡. 它的作用时标为

$$T_{\text{ZLK}} = \frac{1}{n_{\text{in}}} \frac{m_1 + m_2}{m_3} \left(\frac{a_{\text{out}} \sqrt{1 - e_{\text{out}}^2}}{a_{\text{in}}} \right)^3. \quad (6)$$

这里, $n = [G(m_1 + m_2)/a_{\text{in}}^3]^{1/2}$ 代表内双星的平均角速度.

Kozai效应的一个显著特征是其对内双星轨道偏心率的激发作用, 将原本近乎圆形的轨道转变为高度椭圆的轨道. 内双星轨道偏心率被激发的最大值 (e_{max}) 与内外轨道面间的夹角 I 密切相关. 一般而言, 内外轨道的倾斜程度越高, 内双星的轨道偏心率越有可能被激发至更大. 为了更深入地理解这一关系, 当仅将内外轨道间的相互作用势能展开至最低阶(即在四极矩近似

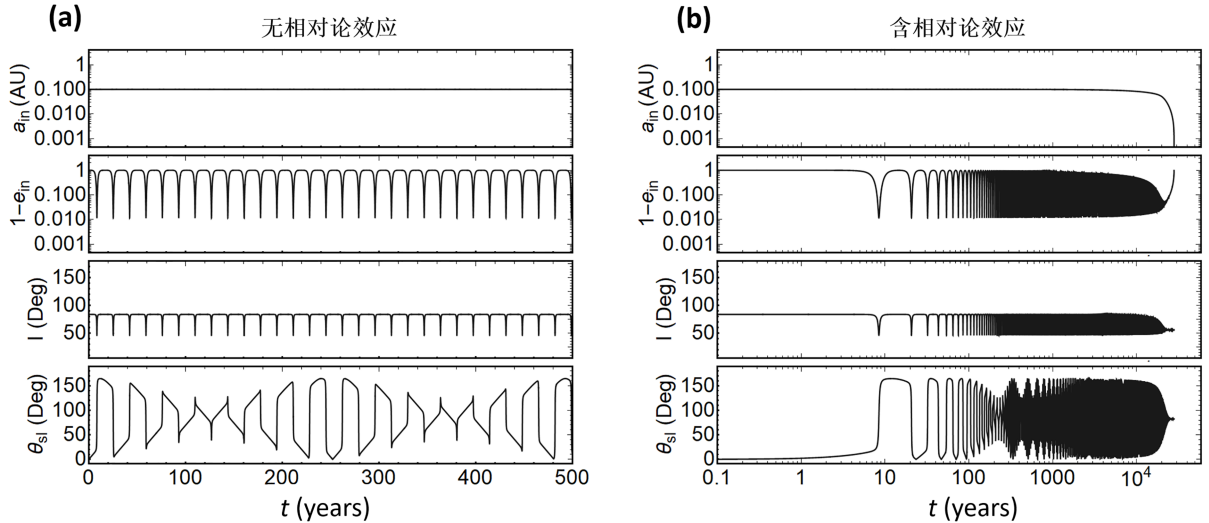


图 2 黑洞双星的轨道与自旋在第三体超大质量黑洞影响下的演化. 在这个例子中, 系统参数为 $m_1 = 30M_\odot$, $m_2 = 20M_\odot$, $m_3 = 2.3 \times 10^9 M_\odot$, $a_{\text{out}} = 500 \text{ AU}$, $e_{\text{out}} = 0$, 初始值为 $a_{\text{in},0} = 0.1 \text{ AU}$, $e_{\text{in},0} = 0.001$, $I_0 = 84^\circ$ 且 $\theta_{\text{sl}}^0 = 0^\circ$. (a) 没有考虑内双星引力辐射下的轨道与自旋演化; (b) 考虑了引力波情况下的结果

Figure 2 The evolution of the orbital and spin dynamics of a binary black hole under the influence of a supermassive black hole as the third body. In this example, the system parameters are $m_1 = 30M_\odot$, $m_2 = 20M_\odot$, $m_3 = 2.3 \times 10^9 M_\odot$, $a_{\text{out}} = 500 \text{ AU}$, $e_{\text{out}} = 0$. The initial values are $a_{\text{in},0} = 0.1 \text{ AU}$, $e_{\text{in},0} = 0.001$, $I_0 = 84^\circ$ and $\theta_{\text{sl}}^0 = 0^\circ$. (a) The orbital and spin evolution without considering the gravitational radiation of the inner binary; (b) includes the effects of gravitational waves

下)时, 内轨道偏心率振荡的最大值与轨道初始夹角之间的关系可以通过解析方法精确计算得出:

$$\frac{3}{8} \frac{j_{\min}^2 - 1}{j_{\min}^2} \left[5 \left(\cos I_0 + \frac{\eta}{2} \right)^2 - \left(3 + 4\eta \cos I_0 + \frac{9}{4} \eta^2 \right) j_{\min}^2 + \eta^2 j_{\min}^4 \right] = 0. \quad (7)$$

其中, $j_{\min} \equiv \sqrt{1 - e_{\max}^2}$, $\eta \equiv (L_{\text{in}}/L_{\text{out}})_{e_{\text{in}}=e_{\text{out}}=0}$ [48].

值得注意的是, 如果三体系统中 $m_1 \neq m_2$, $e_{\text{out}} \neq 0$, 那么

$$\varepsilon_{\text{oct}} \equiv \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \left(\frac{a_{\text{in}}}{a_{\text{out}}} \right) \frac{e_{\text{out}}}{1 - e_{\text{out}}^2} \quad (8)$$

不为零, 高阶效应(特别是八极矩近似)不能被忽略[24, 28]. 对于恒星级质量的三体系统而言, 八极矩效应会显著地促进轨道偏心率的激发, 使得在非极端倾斜的轨道配置下, 内双星轨道偏心率也能被激发至媲美 $I_0 \simeq 90^\circ$ 的极值. 然而, 当我们将目光转向“双黑洞-超大质量黑洞”的三体系统时, 情况则有所不同. 由于轨道稳定性的要求, 外轨道的半长轴 a_{out} 必须远大于内轨道的半长轴 a_{in} , 这一条件导致八极矩效应的参数 ε_{oct} 远小于 1. 因此, 在这种特定的三体系统配置下, 八极矩效应的影响变得微不足道, 可以被忽略.

1.2 内双星中的相对论效应

在典型的第三体诱导产生引力波源模型中, 内双星系统中的相对论效应被广泛探讨. 其中, 尤为引人注目的是引力辐射对轨道间距的衰减作用以及对轨道偏率的圆化效应. 这两项效应在相关方程(4)和(5)中得到了体现, 具体为 $dL_{\text{in}}/dt|_{\text{GW}}$ 与 $de_{\text{in}}/dt|_{\text{GW}}$ 项[26, 29, 30]. 由引力辐射导致的双星并合时标为[49]

$$T_{\text{m}} = \frac{5c^5 a_{\text{in},0}^4}{256G^3(m_1 + m_2)^2 \mu_{\text{in}}} (1 - e_{\text{in}}^2)^{7/2}. \quad (9)$$

其次, 相对论效应还会在系统中引入轨道近星点进动现象, 这一现象可以通过后牛顿近似理论来描述(对应方程(5)中的 $de_{\text{in}}/dt|_{\text{GR}}$ 项[31]). 对于极端椭圆轨道的情况, 进动效应的存在会显著影响轨道偏心率的演化. 由于轨道进动属于短程力效应的一种, 随着双黑洞间距的逐渐减小, 进行时标也会相应缩短. 当进动时标缩短至小于 Kozai 效应的作用时标时, Kozai 效应减弱, 偏心率的激发被抑制. 因此, 在考虑相对论效应时, 需对

之前介绍的解析计算方法进行拓展, 方程(7)可以相应地修改为考虑进动效应下的情况:

$$\frac{3}{8} \frac{j_{\min}^2 - 1}{j_{\min}^2} \left[5 \left(\cos I_0 + \frac{\eta}{2} \right)^2 - \left(3 + 4\eta \cos I_0 + \frac{9}{4} \eta^2 \right) j_{\min}^2 + \eta^2 j_{\min}^4 \right] + \varepsilon_{\text{GR}}(1 - j_{\min}^{-1}) = 0. \quad (10)$$

这里, $\varepsilon_{\text{GR}} \equiv [3G(m_1 + m_2)^2 a_{\text{out}}^3 (1 - e_{\text{out}}^2)^{3/2}] / (c^2 a_{\text{in}}^4 m_3)$.

当黑洞具备自旋 $\mathbf{S}$ 时, 相对论力学将引入自旋-轨道耦合效应: 如果自旋 $\mathbf{S}$ 的方向不平行于轨道角动量 $\mathbf{L}_{\text{in}}$ 的方向, 那么自旋与轨道角动量将各自围绕系统的总角动量 ($\mathbf{J} = \mathbf{L}_{\text{in}} + \mathbf{S}$) 进行进动, 它们的方向便会随时间发生变化. 该效应表现为方程(4)和(5)中的 $dL_{\text{in}}/dt|_{\text{LS}}$ 与 $de_{\text{in}}/dt|_{\text{LS}}$ 项. 当双黑洞系统周围存在第三体时, 内双星的自旋-轨道耦合效应与内外双星的轨道-轨道耦合效应将相互交织, 同时发挥作用, 使得双黑洞自旋的演化变得复杂和难以预测. 在文献[31]中, 我们深入探讨了三体渠道内双黑洞自旋的演化特征, 并给出了双黑洞并合时(即当双黑洞引力波辐射频率进入 LIGO 波段时)的观测印记.

在图2(b), 我们观察到了相对论效应对内双星演化轨迹的显著影响. 对于初始间距较大的内双星系统, 它们首先经历了 Kozai 振荡, 其轨道偏心率被激发至接近 0.99. 这导致近星点距离急剧减小, 在引力辐射效应的加持下, 显著加速了轨道的衰减. 随着轨道半长轴的逐渐衰减, 偏心率的振荡幅度呈现缓慢减小的趋势. 这一过程中, 偏心率的演化从牛顿力学(长程力)主导逐渐过渡到相对论效应(短程力)主导. 最终, 随着轨道的进一步圆化, 偏心率的振荡幅度趋近于零, 标志着轨道的完全圆化. 以图2中所展示的具体案例为例, 内双星系统在远处超大质量黑洞的微扰下, 仅用了约 3×10^4 年的时间便实现了并合. 相比之下, 若不存在第三体, 这一并合过程将需要长达约 10^9 年的时间. 这一鲜明对比展示了第三体扰动在缩短双星并合时标方面的巨大作用. 进一步对数值结果拟合发现, 对于由 Kozai 振荡产生的引力波源, 其并合时标可以近似为[31]

$$T_{\text{m}}^{\text{ZLK}} = T_{\text{m}}(1 - e_{\text{max}}^2)^3. \quad (11)$$

这里, T_{m} 是根据方程(9)计算得出的并合时标, 而 e_{max} 则是由方程(10)给出的最大偏心率.

图2(b)进一步展示了在三体动力学渠道内黑洞自旋的演化过程. 假设黑洞自旋 $\mathbf{S}$ 在初始时刻与轨道角动

量方向 $\mathbf{L}_{\text{in}}$ 保持平行, 即自旋-轨道夹角初始值为 $\theta_{\text{sl}}^0 = 0$. 随着系统进入Kozai振荡阶段, θ_{sl} 也经历了显著的波动和变化. 然而, 当黑洞双星逐渐接近并合时, θ_{sl} 的演化似乎被“冻结”了, 其最终值趋近于 90° . 我们随后考虑了多种不同的初始轨道位型, 通过更大规模的数值模拟, 发现双黑洞并合时伴随的自旋-轨道夹角 $\theta_{\text{sl}} \approx 90^\circ$ 是三体动力学渠道的一个显著观测特征. 通过分析, 我们发现背后的物理归因于演化过程中存在的“绝热不变量”, 它导致:

$$\theta_{\text{s}, \text{L}_{\text{in}}}^{\text{f}} = \theta_{\text{s}, \text{L}_{\text{out}}}^0. \quad (12)$$

换言之, 最终可观测到的自旋-轨道夹角 $\theta_{\text{s}, \text{L}_{\text{in}}}^{\text{f}}$ (等同于 $\theta_{\text{sl}}^{\text{f}}$)实际上取决于初始时刻自旋与外轨道角动量方向的夹角 $\theta_{\text{s}, \text{L}_{\text{out}}}^0$. 在我们探讨的案例中, 初始时黑洞自旋与内双星的轨道角动量方向一致, 由于Kozai振荡通常在 $I_0 \approx 90^\circ$ 的条件下发生, 因此有 $\theta_{\text{s}, \text{L}_{\text{out}}}^0 = I_0 = \theta_{\text{s}, \text{L}_{\text{in}}}^{\text{f}} \approx 90^\circ$. 这一结论颇具启发性. 在当前引力波探测中, 自旋的信息是通过 χ_{eff} 这一参数来测量的:

$$\chi_{\text{eff}} = \frac{m_1 \chi_1 \cos \theta_{\text{s}1}^{\text{f}} + m_2 \chi_2 \cos \theta_{\text{s}2}^{\text{f}}}{m_1 + m_2}, \quad (13)$$

其中, χ_1 与 χ_2 是两个黑洞自旋的大小. 由于 $\theta_{\text{s}, \text{L}_{\text{in}}}^{\text{f}} \approx 90^\circ$, 对于在Kozai效应的作用下产生的引力波源, 它们倾向于表现出 $\chi_{\text{eff}} \approx 0$ 的特征. 颇为有趣的是, 目前观测到的近100起引力波事件中, 大部分双黑洞并合事件同样展现出了 $\chi_{\text{eff}} \approx 0$ 的特性. 这一发现为我们理解双黑洞的并合渠道提供了重要线索.

2 超大质量黑洞附近的黑洞双星动力学

2.1 外双星中的相对论效应

在探究由第三体诱导产生的双黑洞并合机制时, 通常研究主要侧重于内双星上的相对论效应, 而第三体自身的相对论效应往往被忽略. 对于恒星级质量的三体系统而言, 这种简化是合理的. 然而, 当涉及双星-超大质量黑洞这样的特殊三体系统时, 由于第三体的质量远大于双星系统中的任何一颗星体($m_3 \gg m_1, m_2$), 由超大质量第三体引起的相对论效应将会显著影响双黑洞的并合而不能被忽略.

若超大质量黑洞具有自旋 $\mathbf{S}_3$, 在相对论框架下, 内外双星的轨道角动量 $\mathbf{L}_{\text{in}}$ 和 $\mathbf{L}_{\text{out}}$ 、黑洞的自旋 $\mathbf{S}_3$ 以及轨道偏心率矢量 $\mathbf{e}_{\text{in}}$ 和 $\mathbf{e}_{\text{out}}$ 都会产生耦合. 对于稳定的双

星-超大质量黑洞三体系统, 由于外轨道半长轴远大于内轨道半长轴($a_{\text{out}} \gg a_{\text{in}}$), 内双星可以被近似看作一个单体. 在这种情况下, 内双星的轨道角动量 $\mathbf{L}_{\text{in}}$ 的动力学特性与孤立双星中单星的自旋矢量类似. 接下来, 我们将详细讨论三种由超大质量黑洞第三体引起的外双星的相对论效应.

效应I: 由于自旋-轨道耦合作用, 外双星的轨道角动量 $\mathbf{L}_{\text{out}}$ 会围绕超大质量黑洞的自旋 $\mathbf{S}_3$ 进行进动. 外双星的动力学行为可以通过以下方程来描述:

$$\left. \frac{d\mathbf{L}_{\text{out}}}{dt} \right|_{\mathbf{L}_{\text{out}} \mathbf{S}_3} = \Omega_{\text{L}_{\text{out}} \mathbf{S}_3} \hat{\mathbf{S}}_3 \times \mathbf{L}_{\text{out}}, \quad (14)$$

$$\Omega_{\text{L}_{\text{out}} \mathbf{S}_3} = \frac{GS_3[4 + 3(m_1 + m_2)/m_3]}{2c^2 a_{\text{out}}^3 (1 - e_{\text{out}}^2)^{3/2}}. \quad (15)$$

效应II: 由于自旋-轨道耦合的作用, 内双星的轨道角动量 $\mathbf{L}_{\text{in}}$ 会围绕外双星的轨道角动量 $\mathbf{L}_{\text{out}}$ 进行进动. 这种进动效应与牛顿力学框架下由第三体潮汐作用引起的进动是有所区别的, 它是相对论框架下特有的一个现象:

$$\left. \frac{d\mathbf{L}_{\text{in}}}{dt} \right|_{\mathbf{L}_{\text{in}} \mathbf{L}_{\text{out}}} = \Omega_{\text{L}_{\text{in}} \mathbf{L}_{\text{out}}}^{(\text{GR})} \hat{\mathbf{L}}_{\text{out}} \times \mathbf{L}_{\text{in}}, \quad (16)$$

$$\Omega_{\text{L}_{\text{in}} \mathbf{L}_{\text{out}}}^{(\text{GR})} = \frac{3}{2} \frac{G(m_3 + \mu_{\text{out}}/3)n_{\text{out}}}{c^2 a_{\text{out}} (1 - e_{\text{out}}^2)}. \quad (17)$$

这里, $n_{\text{out}} = [G(m_1 + m_2 + m_3)/a_{\text{out}}^3]^{1/2}$ 是外双星的平均角速度.

效应III: 由于自旋-自旋耦合作用, 内双星的轨道角动量 $\mathbf{L}_{\text{in}}$ 会绕着超大质量黑洞的自旋 $\mathbf{S}_3$ 进行进动. 与自旋-轨道耦合相比, 自旋-自旋耦合的效应相对较弱:

$$\left. \frac{d\mathbf{L}_{\text{in}}}{dt} \right|_{\mathbf{L}_{\text{in}} \mathbf{S}_3} = \Omega_{\text{L}_{\text{in}} \mathbf{S}_3} \hat{\mathbf{S}}_3 \times \mathbf{L}_{\text{in}} - 3\Omega_{\text{L}_{\text{in}} \mathbf{S}_3} (\hat{\mathbf{L}}_{\text{out}} \cdot \hat{\mathbf{S}}_3) \hat{\mathbf{L}}_{\text{out}} \times \mathbf{L}_{\text{in}}, \quad (18)$$

$$\Omega_{\text{L}_{\text{in}} \mathbf{S}_3} = \frac{GS_3}{2c^2 a_{\text{out}}^3 (1 - e_{\text{out}}^2)^{3/2}}. \quad (19)$$

当然, 除了上述的进动效应, 内外双星的轨道偏心率 $\mathbf{e}_{\text{in}}$ 和 $\mathbf{e}_{\text{out}}$, 以及超大质量黑洞的自旋矢量 $\mathbf{S}_3$ 都遵循着各自的动力学方程, 这些方程的细节可以在文献[37]中找到. 结合之前提及的方程组(4)和(5), 我们得以全面地描述双星-超大质量黑洞三体系统的动力学行为.

图3详细描绘了内双星轨道偏心率的激发与内外轨道间夹角 I_0 之间的关系. 这里, 我们特别关注那些初始时刻内双星轨道为圆形的三体系统. 在不考虑超大质量第三体(即超大质量黑洞)带来的相对论效应时, 偏心率的激发通常发生在 I_0 的特定范围内(在 $40^\circ \sim 140^\circ$

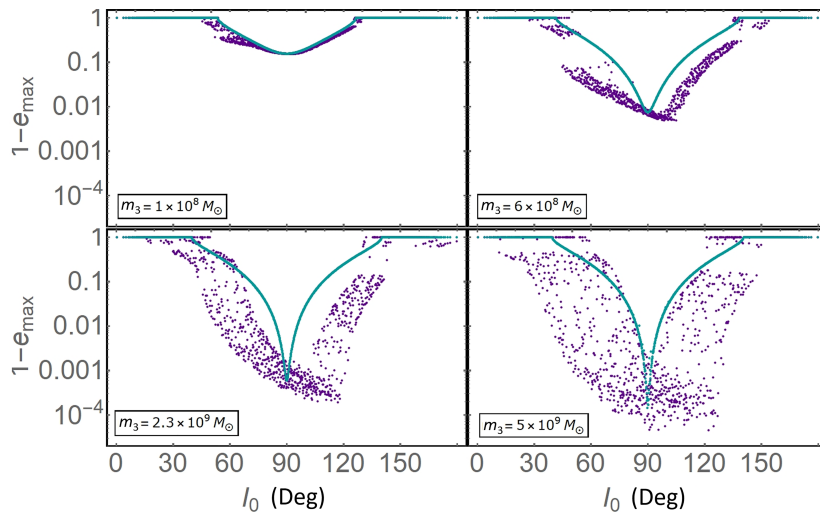


图3 内双星轨道偏心率的激发窗口——内双星偏心率的最大值与初始轨道间夹角的依赖关系。所展示的系统参数为 $m_1 = 30M_\odot$, $m_2 = 20M_\odot$, $a_{\text{in}} = 0.1 \text{ AU}$, $a_{\text{out}} = 500 \text{ AU}$ 。初始时刻内外双星轨道均为圆轨道。所有结果均未考虑内双星的引力波辐射效应, 其中绿色数据点来自标准的Kozai效应(只考虑内双星的相对论效应), 而紫色数据点是考虑了超大质量黑洞带来的作用在外双星上的相对论效应^[37]

Figure 3 The excitation window of the inner binary's orbital eccentricity, i.e., the dependence of the maximum eccentricity of the inner binary on the initial inclination angle between the orbits. The system parameters are $m_1 = 30M_\odot$, $m_2 = 20M_\odot$, $a_{\text{in}} = 0.1 \text{ AU}$, $a_{\text{out}} = 500 \text{ AU}$. Initially, both the inner and outer orbits are circular. All results do not consider the gravitational wave radiation effects of the inner binary. The green data points are from the standard Kozai effect (considering only the relativistic effects of the inner binary), while the purple data points include the relativistic effects on the outer binary induced by the supermassive black hole^[37]

之间), 并在 $I_0 = 90^\circ$ 时, 轨道偏心率达到其最大值(绿色数据点所示)。随着超大质量黑洞质量的增加, 产生的微扰效应也随之增强, 导致偏心率的最大值趋近于1。然而, 当引入外双星(即超大质量黑洞引起)的相对论效应时, 偏心率激发的窗口范围被显著拓宽了(蓝色数据点所示)。即使轨道的倾斜程度并不极端, 比如对于 $I_0 \approx 60^\circ$ 的系统, 偏心率也能接近或达到典型Kozai效应在 $I_0 \approx 90^\circ$ 时产生的最大值 e_{max} 。

上述结果均基于孤立的三体系统模型得出。然而, 在实际天体物理环境中, 星团内部的其他动力学效应同样会对双星的演化产生显著影响。鉴于星团内部的高星体密度, 双星与单星之间可能频繁发生散射事件, 这些散射不仅可能改变双星的倾斜程度和椭率, 甚至有可能导致双星系统的瓦解^[50]。此外, 双星在星团内部还会受到星团自身的潮汐引力势能的作用, 这种作用可能导致类似于Kozai振荡的轨道变化^[51]。图4直观地展示了不同距离超大质量黑洞位置处, 影响黑洞双星演化的不同动力学效应的作用时标。可以看出, 当黑洞双星距离超大质量黑洞较近时, 牛顿力学框架下的Kozai效应与自旋引起的外轨道相对论效应占据主导地位。然而, 随着双黑洞距离的增加, 双星与周围其他星体间的散射作用逐渐增强。当双黑洞距离超大质量

黑洞超过1秒差距时, 星团非球对称的引力势将成为主导双星动力学演化的关键因素。值得注意的是, 这些动力学效应的强度与第三体——超大质量黑洞的质量密切相关。一般而言, 第三体黑洞质量越大, 外轨道相对论效应就越为显著。

2.2 探测超大质量黑洞的自旋

星系中心的超大质量黑洞的自旋状态一直以来都缺乏明确的观测约束, 即便是银河系中心的Sgr A*也不例外^[52-54]。对于拥有吸积盘的超大质量黑洞, 其自旋原则上可以通过对吸积/辐射过程的建模^[55-60]并与观测数据相比较来进行限制, 例如, 利用事件视界望远镜观测得到的Sgr A*和M87^[61-63]的自旋数据。此外, 由于银河系中心环绕着一群年轻的大质量恒星(S-star cluster)^[64-66], 这些恒星轨道的相对论拖曳效应可能为Sgr A*的自旋测量提供新的线索^[67,68]。

鉴于Sgr A*周围的S星团(S-star cluster)的存在, 我们推测在Sgr A*附近可能存在由致密天体组成的双星系统^[69,70]。这些致密双星有可能在低频带(0.001~1 Hz)内辐射引力波, 这些信号有机会被将来的空间引力波探测器捕获^[71-74]。由于引力波波形会因为双星演化发生振幅和相位调制, 我们有机会通过引力波测

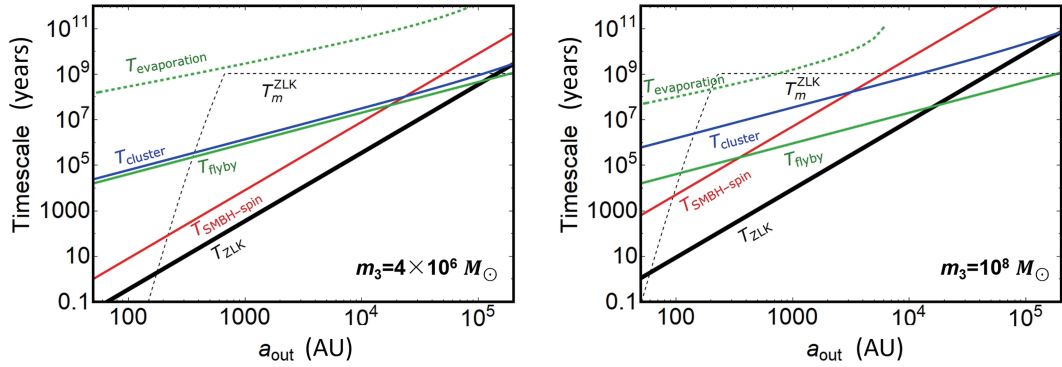


图 4 核星团内多种动力学效应在不同距离尺度上(到超大质量黑洞的距离)的作用时标。我们考虑了一个双星系统 $m_1 = 30M_\odot$, $m_2 = 20M_\odot$, $a_{in} = 0.1$ AU, $e_{in} = 0$, 且外轨道为圆轨道。这里, T_{ZLK} 代表 Kozai 振荡时标(方程(6)), T_m^{ZLK} 表示 Kozai 效应诱导产生引力波源的并合时标(方程(11)), $T_{SMBH-spin}$ 是第三体超大质量黑洞自旋引起的外轨道进动时标 $T_{SMBH-spin} \approx \Omega_{L_{out}S_3}^{-1}$ (方程(15))。此外, T_{flyby} , $T_{evaporation}$ 与 $T_{cluster}$ 分别表示双星与星团内部其他天体散射时标、双星被多次散射导致瓦解的时标, 以及由星团内部非球对称引力势导致的轨道进动时标^[50,51]

Figure 4 Timescales of various dynamical effects in a nuclear star cluster at different distance scales (from the supermassive black hole). We consider a binary system with $m_1 = 30M_\odot$, $m_2 = 20M_\odot$, $a_{in} = 0.1$ AU, $e_{in} = 0$, and a circular outer orbit. Here, T_{ZLK} represents the Kozai oscillation timescale (Equation (6)), T_m^{ZLK} denotes the merger timescale induced by the Kozai effect (Equation (11)), and $T_{SMBH-spin}$ is the precession timescale of the outer orbit due to the spin of the supermassive black hole, $T_{SMBH-spin} \approx \Omega_{L_{out}S_3}^{-1}$ (Equation (15)). Additionally, T_{flyby} , $T_{evaporation}$ and $T_{cluster}$ represent the timescales for binary scattering with other objects in the cluster, binary disruption due to repeated scattering, and orbital precession caused by the non-spherical gravitational potential within the cluster, respectively^[50,51]

量内双星轨道角动量 $\hat{L}_{in}$ 方向的变化^[75]。而 $\hat{L}_{in}$ 的演化与超大质量黑洞的自旋息息相关, 因此, 一旦引力波探测到了这些致密双星角动量方向的改变, 附近超大质量黑洞的自旋便有可能被限制, 包括 Sgr A* 的自旋测量^[76]。

基于对双黑洞-超大质量黑洞系统中相对论效应的分析, 我们发现内双星轨道角动量 L_{in} 的演化对第三体——超大质量黑洞的自旋高度敏感, 而对轨道偏心率 e_{in} 则相对不敏感。这是因为当轨道面间夹角位于 Kozai 作用窗口之外, 或者双星相对超大质量黑洞距离较远时, 偏心率的激发可以被完全抑制。图 5(a) 呈现了 Sgr A* 周围黑洞双星的各种相对论效应的参数空间。为了使轨道在相对较短的时间尺度内 (≤ 10 年) 发生显著变化, 黑洞双星不能距离超大质量黑洞过远 (即 $a_{out} \lesssim 100$ AU)。 (b) 和 (c) 展示了旋转超大质量黑洞引起的相对论效应如何改变黑洞双星内轨道角动量 $\hat{L}_{in}$ 的演化。由于自旋效应, 轨道倾角 I 会发生显著变化, 并且 $\hat{L}_{in}$ 与固定的 x 、 y 、 z 轴之间的夹角 $\theta_{L_{x,y,z}}$ 会展现出剧烈的振荡。

由于 $\theta_{L_{x,y,z}}$ 的变化时标可能超过未来引力波探测器的任务寿命, $\hat{L}_{in}$ 的变化率 (以及 $\theta_{L_{x,y,z}}$) 可成为跟踪黑洞双星演化的关键观测指标。对于典型的黑洞双星 ($m_1 \sim 20M_\odot$ 和 $m_2 \sim 10M_\odot$), 在低频带 ($10^{-3} \sim 10^{-1}$ Hz) 辐射引力波的情况下, $|d\hat{L}_{in}/dt|$ 可能达到每年几十度。相比之下,

如果没有超大质量黑洞的自旋效应, $\hat{L}_{in}$ 的变化率将是一个常数。

为了对超大质量黑洞的自旋提供强有力的约束, 需要通过同时检测多个致密双星系统来破除引力波信号对超大质量黑洞自旋参数的简并性。未来, 关于利用致密双星的低频引力波来测量超大质量黑洞自旋的详细研究将具有极高的科学价值。

2.3 近星点进动共振

在标准的 Kozai 诱导的并合渠道中, 相对论后牛顿效应会显著影响内双星的近星点进动。正如 1.2 节所述, 这种效应倾向于抑制 Kozai 振荡或限制最大偏心率^[48]。然而, 一些基于偏心率演化的三体动力学数值研究也揭示了在内外轨道倾斜程度较小、Kozai 振荡被抑制的情况下, 某些条件仍能引发显著的偏心率增长^[24,77,78]。

考虑一个共面的三体系统, 其中恒星级质量的黑洞双星围绕一个超大质量黑洞旋转, 且内外轨道角动量方向保持平行。这种轨道配置可能源自活动星系核的吸积盘。在此场景下, 2.1 节所描述的外轨道相对论效应主要作用于轨道偏心率上, 即内外轨道的偏心率都会因牛顿力学与相对论力学的综合影响而产生近星点进动:

$$\omega_{in} = \omega_{ZLK,in} + \omega_{GR,in} + \omega_{L_{in}L_{out}}^{(GR)} \mp 2\omega_{L_{in}S_3}, \quad (20)$$

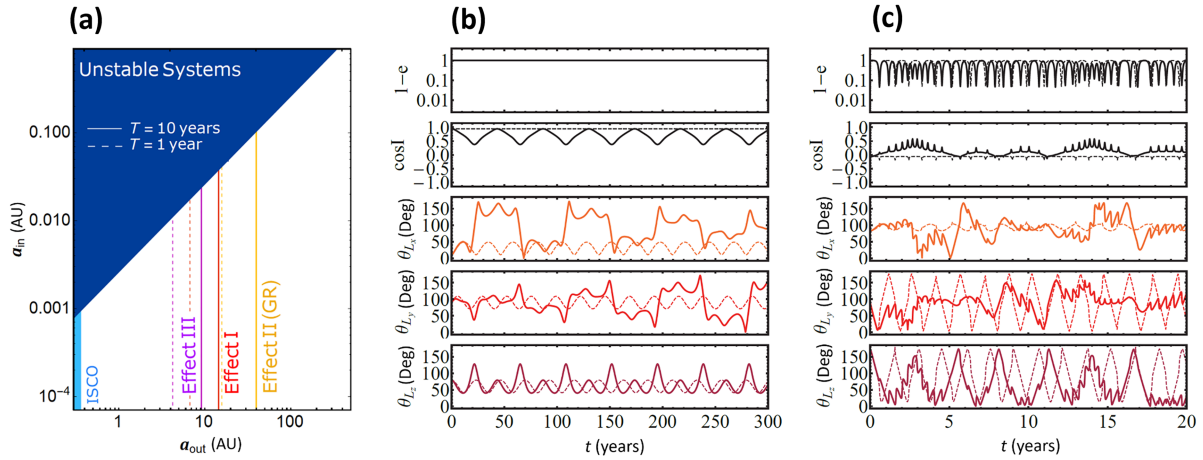


图 5 (a) 由超大质量黑洞引起的相对论效应的参数空间. 我们考虑的系统参数为 $m_1 = 20M_\odot$, $m_2 = 10M_\odot$, $m_3 = 4 \times 10^6 M_\odot$, $e_{in} = 0$ 且 $e_{out} = 0.5$. 深蓝色的区域代表不稳定的三体系统, 浅蓝色的区域表示最内稳定轨道. 不同颜色的实线(虚线)来自使相对论作用时标恰好等于 10 年(1 年). (b), (c) 超大质量黑洞附近的双星演化以及轨道角动量方向随时间的变化(相对于固定坐标系 x 、 y 、 z 的变化, 其中 z 轴沿超大质量黑洞自旋方向). 这里分别选取了 $a_{out} = 15.8$ AU, $I_0 = 19^\circ$ (b) 与 $a_{out} = 10$ AU, $I_0 = 93.3^\circ$ (c)^[76]

Figure 5 (a) The parameter space influenced by the relativistic effects of the supermassive black hole. The system parameters considered are $m_1 = 20M_\odot$, $m_2 = 10M_\odot$, $m_3 = 4 \times 10^6 M_\odot$, $e_{in} = 0$ and $e_{out} = 0.5$. The dark blue region represents unstable triple systems, while the light blue region indicates the innermost stable orbit. The solid (dashed) lines of different colors correspond to the relativistic timescale being exactly 10 years (1 year). (b), (c) The evolution of the binary near the supermassive black hole and the variation of the orbital angular momentum direction over time (relative to the fixed coordinate system x , y , z , with the z -axis along the spin direction of the supermassive black hole). Here, we select $a_{out} = 15.8$ AU, $I_0 = 19^\circ$ (b), and $a_{out} = 10$ AU, $I_0 = 93.3^\circ$ (c)^[76]

$$\omega_{out} = \omega_{GR,out} \mp 2\omega_{L_{out}S_3} - 2\omega_{L_{out}L_{in}}^{(GR)} \pm 6\omega_{S_3L_{in}}. \quad (21)$$

上述公式中不同效应的贡献表达式详见文献[79].

图6(b)清晰地展示了内双星轨道偏心率的生长如何随轨道半长轴的变化而变化. 值得注意的是, 尽管在共面三体系统中不存在Kozai效应, 内双星的偏心率仍能从圆轨道显著增加到椭圆轨道($e_{in} \approx 0.4$). 这是由于内外轨道近星点进动的频率依赖于轨道间距(方程(20)和(21)). 当内双星经历引力波辐射导致的轨道衰减时, 有可能会出现 $\omega_{in} \approx \omega_{out}$ 的情况, 即近星点进动共振, 如图6(a)所示. 在共振发生时, 轨道角动量在两个轨道间高效转移, 从而引发轨道偏心率的显著变化.

若假设内外双星轨道的偏率都很小, ($e_{in}, e_{out} \ll 1$), 则轨道偏心率的演化可以用线性拉普拉斯-拉格朗日方程来描述^[80]. 在此情况下, 内双星偏心率在共振时所能达到的最大值可以解析计算:

$$e_{max} = e_{out,0} \frac{(m_1 + m_2)^{3/4}}{(m_1 + m_2 + m_3)^{1/4}} \frac{m_3^{1/2}}{(m_1 m_2)^{1/2}} \left(\frac{a_{out}}{a_{in}} \right)^{1/4}. \quad (22)$$

由此可见, 只要初始时外轨道具有偏心率, 黑洞双星中的内轨道偏心率就能被显著激发, 且峰值偏心率随外轨道偏率的增加而增加.

值得强调的是, 近星点进动共振导致的偏心率激发主要适用于内外轨道倾角较小的三体系统. 当倾斜程度增大($I_0 \geq 40^\circ$)时, Kozai振荡开始显现, 近星点进动

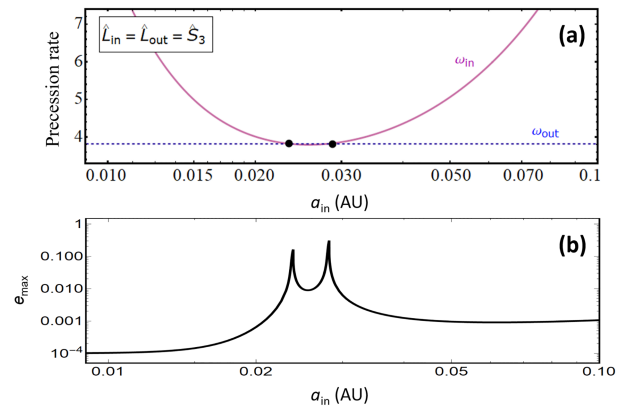


图 6 (a) 内外轨道近星点进动率随内双星轨道间距的变化(方程(20), (21)). (b) 内双星轨道偏心率的峰值在内双星经历引力波辐射带来的轨道衰减过程中的变化. 这里我们考虑的系统是 $m_1 = 30M_\odot$, $m_2 = 20M_\odot$, $m_3 = 10^8 M_\odot$, $a_{out} = 90$ AU, $e_{in} = 0$ 且 $e_{out} = 0.7$

Figure 6 (a) The variation of the apsidal precession rates of the inner and outer orbits with respect to the semi-major axis of the inner binary (Equations (20), (21)). (b) The change in the peak eccentricity of the inner binary's orbit during its orbital decay due to gravitational wave radiation. The system parameters considered here are $m_1 = 30M_\odot$, $m_2 = 20M_\odot$, $m_3 = 10^8 M_\odot$, $a_{out} = 90$ AU, $e_{in} = 0$ and $e_{out} = 0.7$

共振效应减弱,甚至可能失效.

3 处在质量间隙的引力波源的形成

在恒星演化中,有两个与致密星双星的形成和并合特别相关的方面,即所谓的大、小质量间隙.大质量恒星会在其生命周期的晚期迎来超新星爆发的命运.介于 $22M_{\odot} \sim 26M_{\odot}$ 之间的大质量恒星,如果超新星爆炸发生在极短的时间内(约百毫秒尺度上),其残留物的质量将落在 $2M_{\odot} \sim 5M_{\odot}$ 之间.然而,当爆炸过程持续数秒时,恒星则会经历失败的超新星爆发,直接坍缩成一个质量超过这一范围的黑洞,从而在致密天体质量谱中留下所谓的“小质量间隙”^[81].另一方面,质量介于 $64M_{\odot} \sim 135M_{\odot}$ 氦核的恒星,在其晚期则可能经历一种极端现象——“对不稳定性”的超新星爆发(pair instability supernova),这一过程将彻底撕裂恒星,不留任何残骸.而对于氦核质量在 $32M_{\odot} \sim 64M_{\odot}$ 之间的恒星,它们在超新星爆发之前会经历高速律动,导致剧烈的质量损失,这被称为“脉动对不稳定性”(pulsational pair instability).这两种现象使得黑洞在40~150个太阳质量范围缺失,形成了所谓的“大质量间隙”^[82].

在LIGO/VIRGO的第三次观测运行(O3a)中,我们见证了几起“意外”的双黑洞并合事件.其中, GW190814^[3]事件涉及一个质量为 $23.2^{+1.1}_{-1.0}M_{\odot}$ 的黑洞与一个处于小质量间隙中、质量仅为 $2.6^{+0.08}_{-0.09}M_{\odot}$ 的致密天体,后者可能是重中子星或轻黑洞.而在 GW190521^[2]事件中,两个黑洞的质量分别为 $85^{+21}_{-14}M_{\odot}$ 和 $66^{+17}_{-18}M_{\odot}$,均位于大质量间隙之内.数据分析显示对于引力波源GW190521,并合前两个黑洞具有较高的自转,其自转克尔因子分别为 $\chi_1 = 0.69^{+0.27}_{-0.62}$ 与 $\chi_2 = 0.73^{+0.24}_{-0.64}$.随着研究的深入,这些奇异特质开始被统一地解释:即这些双黑洞中的一个或两个,很可能是先前黑洞并合的产物.这是因为第二代(“2g”)黑洞天然具有更大的质量和更快的自转速度.黑洞并合时,仅带走接近5%的质量(能量),因此2g黑洞将继承约95%的双星质量.当两个无自旋且质量相等的黑洞并合时,2g黑洞的自旋将自然接近0.7.因此, GW190814可能源于“2g+1g”双黑洞的并合,而GW190521则可能来自“2g+2g”双黑洞的并合,如图7所示.

我们深入探讨了多星系统中发生多次并合事件的可能性^[38].我们考虑了超新星爆发对星体产生的动

量反冲(natal kick)和质量损失的影响.当两个黑洞并合后,特别是在质量不等的情况下,2g黑洞会在非均匀辐射的引力波作用下获得一个反冲力(merger kick, 亦或 recoil kick),其速度可能高达 ~ 5000 km/s.如果“意外”引力波事件中的黑洞双星确实来自二代黑洞,那么它们所处的环境必须具备极高的逃逸速度.目前观测到的球状星团,其典型逃逸速度为 $10 \sim 100$ km/s;而银河系中心的核星团逃逸速度约为 600 km/s;椭圆星系内则可能达到 ~ 2000 km/s.此外,经历了超新星爆发和并合幸存下来的双星系统,其轨道间距往往过大,以至于仅凭引力辐射难以在宇宙年龄内实现并合.然而,如果存在外部伴星通过Kozai效应再次诱导其并合,情况则有所不同.综合以上因素,对于GW190814和GW190521这样的引力波事件,只有假设它们发生在星系核的环境下,才能同时满足高逃逸速度与“永久第三体伴星”存在的条件.通过一系列解析与数值模拟,我们证实了类似GW190814和GW190521的事件确实可能在拥有超大质量黑洞的核星团内产生.

4 总结

在本文中,我们深入探讨了双黑洞在受远处第三体——超大质量黑洞影响下的演化.通过引力摄动,特别是Kozai机制,当三体系统具有足够的倾斜度时,黑洞双星的轨道偏心率得以显著激发.进一步考虑引力波辐射的效应,我们观察到第三体的长期扰动极大地缩短了双黑洞的并合时标,促使那些原本在宇宙年龄内无法并合的双星系统最终实现了并合.这一研究充分表明,三体的动力学渠道是产生并合双黑洞类型引力波源的重要路径.

针对Kozai效应在双黑洞并合中的作用,我们开展了以下研究:首先,通过解析计算,确定了三体系统中Kozai效应引发的内双星轨道偏心率可能达到的最大值;其次,基于大量数值模拟结果的拟合,得出了该渠道并合时标的解析表达式;最后,预测了该渠道下黑洞自旋的可观测特征,揭示了在双黑洞并合时,自旋倾向于与轨道面平行.这一物理现象可通过动力学过程中的绝热不变量来解释.

在探讨黑洞双星-超大质量黑洞这一特殊三体系统时,我们关注了之前研究中被忽视的几种外双星上的相对论效应.这些效应不仅能在非极端倾斜的外轨道

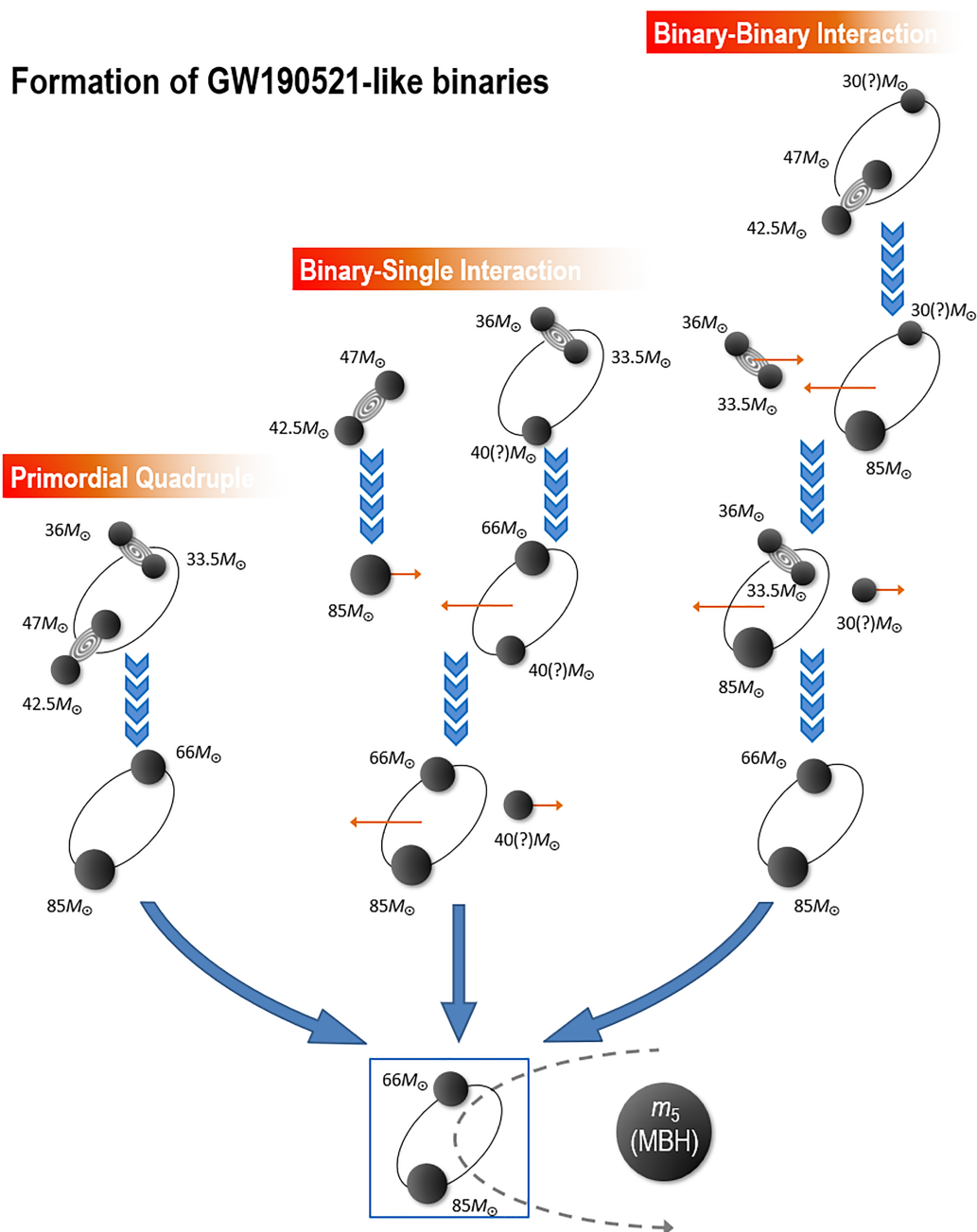


图 7 对于类GW190521引力波事件的不同形成渠道示意图. 最终合并的双星可能来自本地直接产生, 或者星团内部双星-单星相互作用, 亦或者双星-双星相互作用. 最终产生的黑洞双星通常无法在宇宙年龄内靠自身辐射引力波发生合并, 但是可以通过外围的“第四体”诱发Kozai效应最终使其快速合并^[38]

Figure 7 A schematic diagram illustrating different formation channels for GW190521-like gravitational wave events. The final merging binary may originate locally, through binary-single interactions within star clusters, or via binary-binary interactions. Typically, the resulting black hole binaries cannot merge within the age of the universe solely through gravitational wave radiation. However, the presence of an external “fourth body” can induce the Kozai effect, leading to a rapid merger^[38]

下将黑洞双星的偏心率激发至极高值, 还能通过相互作用影响双黑洞轨道角动量方向的演化. 此外, 这些相

对论效应还显著扩大了Kozai效应的作用窗口, 提高了双黑洞的并合率.

外双星的相对论效应为我们提供了间接探测超大质量黑洞自旋的新途径. 以银河系中心超大质量黑洞Sgr A*为例, 我们研究了其自旋对周围致密双星轨道角动量方向演化的影响, 预测了距离Sgr A* 100 AU之内的致密双星轨道角动量方向在10年内能够发生剧烈变化. 未来, 通过引力波探测器测量这些变化率, 有望对Sgr A*的自旋给出限制. 此外, 外轨道的相对论效应还能触发一种新型的长期共振——近星点共振, 该共振在共面三体系统中即使不发生Kozai效应也能有效激发内双星的轨道偏心率, 进一步促使其并合.

理论研究指出, 核星团中心超大质量黑洞附近的

双黑洞并合率相当可观, 这些区域被认为是制造引力波源的“工厂”. 然而, 受限于当前引力波探测器的定位精度, 我们无法精确确定并合事件的位置. 因此, 对于不同形成渠道对整体并合群体的影响, 通常基于统计基础进行评估. 为了更准确地揭示双黑洞并合的形成机制, 需要依靠未来高频引力波探测器的定位能力提升, 以及空间低频引力波探测项目对绕旋阶段双星系统的观测. 比如中国的天琴与太极计划, 通过精确测量轨道参数, 我们能够描绘轨道的演化乃至质心速度, 从而揭示周围环境的信息, 为理解引力波源的形成机制提供关键线索.

参考文献

- Abbott R, Abbott T D, Acernese F, et al. GWTC-2.1: Deep extended catalog of compact binary coalescences observed by LIGO and Virgo during the first half of the third observing run. *Phys Rev D*, 2024, 109: 022001
- Abbott R, Abbott T D, Abraham S, et al. GW190521: A binary black hole merger with a total mass of $150M_{\odot}$. *Phys Rev Lett*, 2020, 125: 101102
- Abbott R, Abbott T D, Abraham S, et al. GW190814: Gravitational waves from the coalescence of a 23 solar mass black hole with a 2.6 solar mass compact object. *Astrophys J Lett*, 2020, 896: L44
- Lipunov V M, Postnov K, Prokhorov M. Black holes and gravitational waves: Possibilities for simultaneous detection using first-generation laser interferometers. *Astron J Lett*, 1997, 23: 492
- Lipunov V M, Kornilov V, Gorbvskoy E, et al. First gravitational-wave burst gw150914: MASTER optical follow-up observations. *Mon Not Roy Astron Soc*, 2017, 465: 3656-3667
- Belczynski K, Dominik M, Bulik T, et al. The effect of metallicity on the detection prospects for gravitational waves. *Astrophys J Lett*, 2010, 715: L138
- Belczynski K, Holz D E, Bulik T, et al. The first gravitational-wave source from the isolated evolution of two 40–100 solar mass range. *Nature*, 2016, 534: 512–515
- Dominik M, Belczynski K, Fryer C, et al. Double compact objects. I. The significance of the common envelope on merger rates. *Astrophys J*, 2012, 759: 52
- Dominik M, Belczynski K, Fryer C, et al. Double compact objects. II. Cosmological merger rates. *Astrophys J*, 2012, 779: 72
- Dominik M, Berti E, O'Shaughnessy R, et al. Double compact objects III: Gravitational-wave detection rates. *Astrophys J*, 2015, 806: 263
- Mapelli M. Formation channels of single and binary stellar-mass black holes. 2021, arXiv: 2106.00699
- Mandel I, Farmer A. Merging stellar-mass binary black holes. *Phys Rept*, 2022, 955: 1
- Mandel I, Broekgaarden F S. Rates of compact object coalescences. *Living Rev Rel*, 2022, 25: 1
- Portegies Zwart S F, McMillan S L W. Black hole mergers in the universe. *Astrophys J Lett*, 2000, 528: L17
- O'leary R M, Rasio F A, Fregeau J M, et al. Binary mergers and growth of black holes in dense star clusters. *Astrophys J*, 2006, 637: 937
- Miller M C, Lauburg V M. Mergers of stellar-mass black holes in nuclear star clusters. *Astrophys J*, 2009, 692: 917
- Banerjee S, Baumgardt H, Kroupa P. Stellar-mass black holes in star clusters: Implications for gravitational wave radiation. *Mon Not Roy Astron Soc*, 2010, 402: 371–380
- Downing J, Benacquista M, Giersz M, et al. Compact binaries in star clusters - I. Black hole binaries inside globular clusters. *Mon Not Roy Astron Soc*, 2010, 407: 1946–1962
- Rodríguez C L, Morscher M, Pattabiraman B, et al. Binary black hole mergers from globular clusters: Implications for advanced LIGO. *Phys Rev Lett*, 2015, 115: 051101
- Samsing J, Ramirez-Ruiz E. On the assembly rate of highly eccentric binary black hole mergers. *Astrophys J Lett*, 2017, 840: L14
- von Zeipel H. Sur l'application des séries de M. Lindstedt à l'étude du mouvement des comètes périodiques. *Astron Nachr*, 1910, 183: 345
- Lidov M L. The evolution of orbits of artificial satellites of planets under the action of gravitational perturbations of external bodies. *Planet Space Sci*, 1962, 9: 719
- Kozai Y. Secular perturbations of asteroids with high inclination and eccentricity. *Astron J*, 1962, 67: 591

- 24 Ford E B, Kozinsky B, Rasio F A. Secular evolution of hierarchical triple star systems. *Astrophys J*, 2000, 535: 385
- 25 Miller M C, Hamilton D P. Four-body effects in globular cluster black hole coalescence. *Astrophys J*, 2002, 576: 894
- 26 Blaes O, Lee M H, Socrates A. The Kozai mechanism and the evolution of binary supermassive black holes. *Astrophys J*, 2002, 578: 775
- 27 Wen L. On the eccentricity distribution of coalescing black hole binaries driven by the Kozai mechanism in globular clusters. *Astrophys J*, 2003, 598: 419
- 28 Naoz S. The eccentric Kozai-Lidov effect and its applications. *Annu Rev Astron Astrophys*, 2016, 54: 441
- 29 Silsbee K, Tremaine S. Lidov-Kozai cycles with gravitational radiation: Merging black holes in isolated triple systems. *Astrophys J*, 2017, 836: 39
- 30 Antonini F, Toonen S, Hamers A S. Binary black hole mergers from field triples: Properties, rates, and the impact of stellar evolution. *Astrophys J*, 2017, 841: 77
- 31 Liu B, Lai D. Black hole and neutron star binary mergers in triple systems: Merger fraction and spin-orbit misalignment. *Astrophys J*, 2018, 863: 68
- 32 Georgiev I Y, Böker T, Leigh N, et al. Masses and scaling relations for nuclear star clusters, and their co-existence with central black holes. *Mon Not Roy Astron Soc*, 2016, 457: 2122–2138
- 33 Neumayer N, Seth A, Böker T. Nuclear star clusters. *Astron Astrophys Rev*, 2020, 28: 4
- 34 Walcher C J, van der Marel R P, McLaughlin D, et al. Masses of star clusters in the nuclei of bulgeless spiral galaxies. *Astrophys J*, 2005, 618: 237
- 35 Goodman J, Hut P. Binary–Single-Star scattering. V. Steady state binary distribution in a homogeneous static background of single stars. *Astrophys J*, 1993, 403: 271
- 36 Krabbe A, Genzel R, Eckart A, et al. The nuclear cluster of the milky way: Star formation and velocity dispersion in the Central 0.5 Parsec. *Astrophys J Lett*, 1995, 447: L95
- 37 Liu B, Lai D, Wang Y H. Binary mergers near a supermassive black hole: Relativistic effects in triples. *Astrophys J Lett*, 2019, 883: L7
- 38 Liu B, Lai D. Hierarchical black hole mergers in multiple systems: Constrain the formation of GW190412-, GW190814-, and GW190521-like events. *Mon Not Roy Astron Soc*, 2021, 502: 2049–2064
- 39 Cheng K S, Wang J M. The formation and merger of compact objects in the central engine of active galactic nuclei and quasars: Gamma-ray burst and gravitational radiation. *Astrophys J*, 1999, 521: 502
- 40 Baruteau C, Cuadra J, Lin D N C. Binaries migrating in a gaseous disk: Where are the galactic center binaries? *Astrophys J*, 2011, 726: 28
- 41 Stone N C, Metzger B D, Haiman Z. Assisted inspirals of stellar mass black holes embedded in AGN discs: Solving the ‘final au problem’. *Mon Not Roy Astron Soc*, 2017, 464: 946–954
- 42 Tagawa H, Haiman Z, Kocsis B. Formation and evolution of compact-object binaries in AGN disks. *Astrophys J*, 2020, 898: 25
- 43 Li Y P, Dempsey A M, Li S, et al. Orbital evolution of binary black holes in active galactic nucleus disks: A disk channel for binary black hole mergers? *Astrophys J*, 2021, 911: 124
- 44 Li J R, Lai D, Rodet L. Long-term evolution of tightly packed stellar black holes in AGN disks: Formation of merging black hole binaries via close encounters. *Astrophys J*, 2022, 934: 154
- 45 Li R X, Lai D. Hydrodynamical evolution of black-hole binaries embedded in AGN discs. *Mon Not Roy Astron Soc*, 2022, 517: 1602–1624
- 46 Samsing J, Bartos I, D’Orazio D J, et al. AGN as potential factories for eccentric black hole mergers. *Nature*, 2022, 603: 237
- 47 Mardling R A, Aarseth S J. Tidal interactions in star cluster simulations. *Mon Not Roy Astron Soc*, 2001, 321: 398–420
- 48 Liu B, Muñoz D J, Lai D. Suppression of extreme orbital evolution in triple systems with short-range forces. *Mon Not Roy Astron Soc*, 2015, 447: 747–764
- 49 Peters P C. Gravitational radiation and the motion of two point masses. *Phys Rev*, 1964, 136: 1224–1232
- 50 Kocsis B, Tremaine S. Resonant relaxation and the warp of the stellar disc in the galactic centre. *Mon Not Roy Astron Soc*, 2011, 412: 187–207
- 51 Hamilton C, Rafikov R R. Secular dynamics of binaries in stellar clusters - I. General formulation and dependence on cluster potential. *Mon Not Roy Astron Soc*, 2019, 488: 5489–5511
- 52 Ghez A M, Klein B L, Morris M, et al. High proper-motion stars in the vicinity of Sagittarius A*: Evidence for a supermassive black hole at the center of our galaxy. *Astrophys J*, 1998, 509: 678
- 53 Ghez A M, Salim S, Weinberg N N, et al. Measuring distance and properties of the Milky Way’s central supermassive black hole with stellar orbits. *Astrophys J*, 2008, 689: 1044
- 54 Genzel R, Eisenhauer F, Gillessen S. The galactic center massive black hole and nuclear star cluster. *Rev Mod Phys*, 2010, 82: 3121
- 55 Mościbrodzka M, Gammie C F, Dolence J C, et al. Radiative models of SGR A* from GRMHD simulations. *Astrophys J*, 2009, 706: 497
- 56 Broderick A E, Fish V L, Doeleman S S, et al. Evidence for low black hole spin and physically motivated accretion models from millimeter-VLBI observations of Sagittarius A*. *Astrophys J*, 2011, 735: 110
- 57 Shcherbakov R V, Penna R F, McKinney J C. Sagittarius A* accretion flow and black hole parameters from general relativistic dynamical and polarized radiative modeling. *Astrophys J*, 2012, 755: 133
- 58 Sun M Y, Zhou S Y. Resolving the structure of supermassive black hole accretion disks (in Chinese). *Chin Sci Bull*, 2024, 69: 1686–1697 [孙谋远,

- 周淑英. 分辨超大质量黑洞吸积盘的结构. 科学通报, 2024, 69: 1686–1697]
- 59 Chen X, Mou G B, Cheng Z Q, et al. Physical and radiation properties of compact objects (in Chinese). *Chin Sci Bull*, 2023, 68: 4170–4182 [陈骁, 牟国斌, 成忠群, 等. 致密天体辐射特征与物理性质. 科学通报, 2023, 68: 4170–4182]
 - 60 You B, Xu S E, Long Y. Black hole accretion in the outburst of X-ray binaries (in Chinese). *Chin Sci Bull*, 2024, 69: 4230–4244 [游贝, 徐赛恩, 龙毅. X射线双星爆发中的黑洞吸积. 科学通报, 2024, 69: 4230–4244]
 - 61 Dexter J, Agol E, Fragile P C, et al. The submillimeter bump in Sgr A* from relativistic MHD simulations. *Astrophys J*, 2010, 717: 1092
 - 62 Broderick A E, Fish V L, Johnson M D, et al. Modeling seven years of event horizon telescope observations with radiatively inefficient accretion flow models. *Astrophys J*, 2016, 820: 137
 - 63 Event Horizon Telescope Collaboration, Akiyama K, Alberdi A, et al. First M87 event horizon telescope results. I. The shadow of the supermassive black hole. *Astrophys J Lett*, 2019, 875: L1
 - 64 Genzel R, Pichon C, Eckart A, et al. Stellar dynamics in the Galactic Centre: Proper motions and anisotropy. *Mon Not Roy Astron Soc*, 2000, 317: 348–374
 - 65 Merritt D. Dynamics and Evolution of Galactic Nuclei. Princeton: Princeton University Press, 2013
 - 66 Alexander T. Stellar dynamics and stellar phenomena near a massive black hole. *Annu Rev Astron Astrophys*, 2017, 55: 17
 - 67 Levin Y, Beloborodov A M. Stellar disk in the Galactic Center: A remnant of a dense accretion disk? *Astrophys J Lett*, 2003, 590: L33
 - 68 Fragione G, Loeb A. An upper limit on the spin of Sgr A* based on stellar orbits in its vicinity. *Astrophys J*, 2020, 901: L32
 - 69 Antonini F, Perets H B. Secular evolution of compact binaries near massive black holes: Gravitational wave sources and other exotica. *Astrophys J*, 2012, 757: 27
 - 70 Stephan A P, Naoz S, Ghez A M, et al. The fate of binaries in the Galactic Center: The mundane and the exotic. *Astrophys J*, 2019, 878: 58
 - 71 Amaro-Seoane P, Audley H, Babak S, et al. Laser interferometer space antenna. 2017, arXiv: 1702.00786
 - 72 Luo J, Chen L S, Duan H Z, et al. TianQin: A space-borne gravitational wave detector. *Class Quant Grav*, 2016, 33: 035010
 - 73 Hu W R, Wu Y L. The Taiji Program in Space for gravitational wave physics and the nature of gravity. *Natl Sci Rev*, 2017, 4: 685
 - 74 Arca Sedda M, Berry C P L, Jani K, et al. The missing link in gravitational-wave astronomy: Discoveries waiting in the decihertz range. *Class Quant Grav*, 2020, 37: 215011
 - 75 Yu H, Chen Y. Direct determination of supermassive black hole properties with gravitational-wave radiation from surrounding stellar-mass black hole binaries. *Phys Rev Lett*, 2021, 126: 021101
 - 76 Liu B, Lai D. Probing the spins of supermassive black holes with gravitational waves from surrounding compact binaries. *Astrophys J*, 2022, 924: 127
 - 77 Mardling R A. Long-term tidal evolution of short-period planets with companions. *Mon Not Roy Astron Soc*, 2007, 382: 1768–1790
 - 78 Naoz S, Kocsis B, Loeb A, et al. Resonant post-newtonian eccentricity excitation in hierarchical three-body systems. *Astrophys J*, 2013, 773: 187
 - 79 Liu B, Lai D. Merging compact binaries near a rotating supermassive black hole: Eccentricity excitation due to apsidal precession resonance. *Phys Rev D*, 2020, 102: 023020
 - 80 Murray C D, Dermott S F. Solar System Dynamics. Cambridge: Cambridge University Press, 1999
 - 81 Fryer C L, Belczynski K, Wiktorowicz G, et al. Compact remnant mass function: Dependence on the explosion mechanism and metallicity. *Astrophys J*, 2012, 749: 91
 - 82 Woosley S E, Blinnikov S, Heger A. Pulsational pair instability as an explanation for the most luminous supernovae. *Nature*, 2007, 450: 390

Summary for “超大质量黑洞附近的双星并合——动力学演化的长期效应”

Binary mergers near the supermassive black hole—Secular effect in the orbital evolution

Bin Liu

Institute of Astronomy, School of Physics, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China
E-mail: liubin23@zju.edu.cn

The center of a galaxy is expected to contain a supermassive black hole (SMBH) surrounded by a nuclear star cluster. Inside the cluster, there is a broad distribution of stars, compact objects, and even binary systems. In such an environment, the evolution of binaries can be affected by a variety of physical processes. With the discovery of gravitational waves (GWs) from merging black hole binaries (BHBs), extensive research has been conducted to understand the formation and merger of compact binaries. Here, we theoretically review how binaries evolve and eventually merge under the long-term influence of a central SMBH. We summarize the key conclusions of this dynamical channel of mergers, including: (1) Gravitational perturbation from the SMBH induces von Zeipel-Lidov-Kozai (ZLK) eccentricity oscillations of the BHB, which leads to enhanced gravitational radiation and merger of the BHB. The maximum eccentricity of the BHB due to ZLK effect can be derived analytically and the modified merger time of the BHB is presented. In this tertiary induced channel, we find that the spins of black holes (BHs) preferentially lie in the orbital plane when the BHB enters the LIGO band. (2) Because the tertiary (SMBH) mass is much larger than the masses of the inner BHB, several general relativity (GR) effects involving the SMBH can generate extra precessions on the binary orbits and qualitatively change the dynamics, significantly increasing the inclination window for mergers and producing a wide range of spin orientations when the BHB enters LIGO band. For the BHBs that emit GWs in the low-frequency band (0.001–1 Hz), we show that the rate of change of the angular momentum vector of the BHB encodes the information on the spin of the SMBH due to the GR effects. Detecting GWs from compact binaries around SMBHs can provide a new probe of the spins of SMBHs. When the BHB moves around the SMBH in a less inclined orbit, we show that the inner binary can encounter an “apsidal precession resonance” and experience eccentricity excitation during the orbital decay due to gravitational radiation. This resonance occurs when the apsidal precession rate of the inner binary matches that of the outer binary, with the precessions driven by both Newtonian interactions and various post-Newtonian effects. The resonance and the associated eccentricity growth may occur while the binary emits gravitational waves in the low-frequency band, and may be detectable by future space-based gravitational wave detectors. The hierarchical mergers in multiple stellar systems can occur. We show that the binaries that have survived the SNe and kicks generally have too wide orbital separations to merge by themselves, but can merge with the aid of an external companion that gives rise to ZLK oscillations. The merging BHBs GW190412, GW190814, and GW190521 from the third LIGO/VIRGO observing run exhibit some extraordinary properties. We suggest that GW190412, GW190814, and GW190521 could all be produced via hierarchical mergers in multiples, likely in a nuclear star cluster, with the final merger induced by a massive BH.

black hole, gravitational wave, N -body problem, resonance

doi: [10.1360/TB-2024-0593](https://doi.org/10.1360/TB-2024-0593)