M. S. Klamkin 问题的推广

M. S. Klamkin[1] 证明了欧氏空间 E^n 中的一个非退化单形的外接球半径 R 与内切球半径 r 之间的下列关系：

$$R \geqslant nr. \tag{1}$$

最近，他[2]又指出 (1) 式可以改进为：

$$R^2 \geqslant n^2r^2 + \overline{OI}^2, \tag{2}$$

这里 O 是外接球球心，I 是内切球球心。

我们研究了内外径之间的类似问题，得到下列两个结果：

如果以 V 表示单形的体积，以 V_0 表示与已知单形有相同外接球半径的正则单形的体积，则有

定理 1

$$R \geqslant \left(\frac{V_0}{V}\right)^{\frac{1}{n}} nr, \tag{3}$$

当且仅当单形为正则单形时等号成立.

定理 2

$$R^2 \geqslant \left(\frac{V_0}{V}\right)^{\frac{2}{n(n+1)}} n^2r^2 + \overline{OI}^2, \tag{4}$$

当且仅当单形为正则单形时等号成立.

由于在内接于一已知球的一切单形中，以正则单形的体积为最大，故不等式 (3) 和 (4) 分别改进了不等式 (1) 和 (2) 的结果.

参 考 文 献

[1] Klamkin, M. S., *Math. Magazine*, **52**(1979), 20—22.

[2] ————, *SIAM Rev.*, **27** (1985), 4.

左铨如　毛其吉

(扬州师范学院数学系)

正则二部竞赛图的弧泛回路性质

二部竞赛图 $D = (V, A)$ 即是一个完全二部定向图，称 D 具有弧 k 回路性质，若 D 中的每一条弧均在 k 回路上，这里 k 为偶数，且 $4 \leqslant k \leqslant |V(D)|$，若对所有的偶数 k $4 \leqslant k \leqslant |V(D)|$，$D$ 总是具有弧 k 回路性质，则称 D 具有弧泛回路性质.

令 $\Delta = \max\limits_{u \in V} |d^+(u) - d^-(u)|$；$\delta_i = \min\limits_{u \in V_i} \{d^+(u), d^-(u)\}$，$i = 1, 2$，若 $\Delta = 0$ 且 $\delta_1 = \delta_2$，则称 D 是正则的，若 $\Delta = 1$ 且 $\delta_1 = \delta_2$，则称 D 是几乎正则的. 对整数 $k > 0$，如下两个特殊的二部竞赛图，记为 $D^*(V, A)$ 与 $D^{**}(V, A)$，其中 $V(D^*) = \{u_1, u_2 \cdots u_{4k+2}\}$；$V(D^{**}) = \{u_1, u_2 \cdots u_{4k}\}$. $u_iu_j \in A(D^*)$ 或 $A(D^{**}) \Leftrightarrow j - i \equiv 1 (\mathrm{mod}\, 4)$.

本文证明了下列主要结果.

定理 1　几乎正则二部竞赛图 D 是哈密顿的，当且仅当 D 满足下面的两个条件：

(i) $|V_1| = |V_2|$,

(ii) $D \ncong D^*$.

定理 2　除了 D^{**} 之外，每一个正则二部竞赛图 D 是弧泛回路的.

推论 1　每一个正则二部竞赛图 D 具有弧 $4m$ 回路性质，其中 $1 \leqslant m \leqslant \dfrac{|V(D)|}{4}$.

推论 2　设 $\Phi = \left\{D \mid D \text{ 是由正则二部竞赛图 } D' \text{ 改变其中的一个顶点的 } m \text{ 条出弧(或入弧)的方向所得到的. } 1 \leqslant m < \dfrac{|V(D)|}{4}\right\}$，则 $\forall D \in \Phi$，D 是哈密顿的.

王建中　何曙光

(大同机车厂中学)