科学通报 2020 年 第 65 卷 第 6 期: 483 ~ 495
评 述
《中国科学》杂志社
SCIENCE CHINA PRESS

涡面场理论与应用

杨越[1,2,3]

1. 北京大学工学院, 湍流与复杂系统国家重点实验室, 北京 100871;
2. 北京大学工学院应用物理与技术研究中心, 北京 100871;
3. 北京大学工程科学与新兴技术高精尖创新中心, 北京 100871
E-mail: yyg@pku.edu.cn

2019-10-07 收稿, 2019-11-15 修回, 2019-11-18 接受, 2020-01-02 网络版发表
国家自然科学基金(91952108, 91841302, 11522215)资助

摘要 综述了涡面场理论与应用研究的主要进展. 基于拉格朗日观点, 涡面场提供了涡状流动结构识别、定量表征及建模的系统研究框架. 在理论方面, 涡面场将涡量矢量场简化表示为标量场, 其等值面为由涡线组成的涡面. 通过引入虚拟环量保持速度, 亥姆霍兹涡量定理与Ertel定理在一定条件下可推广于一般流动. 这保障了固定阈值涡面场等值面在不同时刻间的强相干性, 使涡面场可用于流动结构追踪. 作为普适的流动诊断工具, 在任意给定流场中, 可求解涡量驱动的伪时间演化方程构造涡面场数值解. 进一步通过局部优化和边界约束算法可提高涡面场数值解的光滑性和收敛效率. 然后利用双时间算法可计算涡面场的时间演化过程. 结合大规模数值模拟数据, 涡面场方法适用于分析含重要涡动力学过程的湍流与转捩等复杂流动机理. 如涡面场揭示了各向同性湍流中交织为复杂网络的纠缠涡管结构, 阐明了传统涡识别方法因无法展示完整涡管, 故呈现出视觉上的破碎结构; 涡面场演化统一框架揭示了不同类型壁流动转捩中普适且有序的流动结构以及相应动力学演化过程, 无需在转捩的不同阶段人为切换结构识别方法并调整等值面阈值; 基于涡面场的定量化研究, 阐释了多物理耦合流动中涡面与激波、火焰或电磁场之间的相互作用机理. 在涡面场定量刻画流动机理后, 可进一步建模标量统计特征与工程应用中关键物理量之间的统计关联. 例如, 基于实验二维平面标量图像中的小尺度结构壁面倾角信息, 可构造转捩摩擦阻力系数模型. 此外, 本文展望了涡面场未来研究方向与亟待解决的问题.

关键词 湍流, 转捩, 涡动力学, 拟序结构

涡面场研究面向流体湍流与转捩中的关键涡动力学问题. 流体宏观运动Navier-Stokes(NS)方程中高度的非线性使得湍流运动既表现为一定的确定性, 如剪切湍流中存在大尺度的拟序结构, 也表现为一定的随机性, 如远离壁面区小尺度涨落速度的概率密度函数满足正态分布. 有序与随机共存, 使具有极高复杂度的湍流成为经典难题. 现有的湍流研究方法可粗略地分为结构和统计两个学派. 前者是从确定性的方程出发, 如利用动力系统理论[1]、涡模型与涡动力学[2]等研究湍流; 后者是从随机性的概率统计观点与随机过程出发, 如利用场论、非平衡态统计物理方法[3,4]研究湍流. 这两个湍流研究学派在百余年的研究中均取得了一定进展, 但各自也存在明显缺陷. 例如, 湍流结构研究偏重于定性描述而缺乏定量化的研究体系, 而湍流统计理论偏重于定量化小尺度湍流的统计特征而缺乏应用中所关注的大尺度运动信息. 因此, 现有理论只能处理相对理想化的湍流个例, 缺乏融合湍流结构与统计的理论体系.

引用格式: 杨越. 涡面场理论与应用. 科学通报, 2020, 65: 483–495
Yang Y. Theory and applications of the vortex-surface field (in Chinese). Chin Sci Bull, 2020, 65: 483–495, doi: 10.1360/TB-2019-0596

© 2020《中国科学》杂志社

而另一流体经典难题——转捩也是航空航天等重大工程应用中的瓶颈问题. 如在高速飞行中, 飞行器表面的流动会从简单层流向复杂湍流快速转变, 其中拟序结构的生成会伴随表面摩擦阻力和气动热显著增长, 并可使飞行器产生剧烈颠簸乃至热烧蚀. 在这类复杂的流动变化中, 如何有效地识别流动结构并描述其连续运动, 如何准确表征流动结构对动量能量输运过程的影响等, 一直是亟待解决的问题. 而且在飞行器航行速度提高以后, 在超声速及高超声速壁流动转捩中的气动热与气动力实验测量也变得异常困难, 更需要具有坚实理论支撑的建模方法.

湍流的重要特征是其流场中存在具有强非线性相互作用的多尺度涡结构[2,5]. 这些占据少量空间的强涡结构很大程度上决定了湍流动量输运与湍动能生成等关键过程, 且它们会在转捩中大量涌现, 故被形容为湍流运动的肌腱[6]. 这里为了相对降低NS方程在数学上处理的复杂程度, 可对流体速度取旋度得到涡量及相应的涡量控制方程. 涡量方程中消除了速度方程中压力项带来的非局部性, 因此湍流中的涡量场通常会在某些局部区域集中分布, 易产生有组织结构[7,8]. 基于附着涡假设[9,10], 大量壁湍流研究发现, 壁面附近存在统计上自相似的倾斜拟序结构, 其壁面倾角近似为45°. 这些拟序结构的统计特征是构造基于涡状结构模型的理论基础.

涡量相应的整体结构可由涡量矢量场积分所得, 涡量的积分曲线即为涡线, 而其积分曲面即为涡面. 该曲面处处与涡量相切, 可呈现为管状或层状等几何特征. 此外, 该曲面在部分文献(如文献[11])中亦称为涡量面(vorticity surface), 而本文均统一使用涡面(vortex surface)这一简称. 涡量在流动结构分析中的关键之处可由两个重要流体力学定理支撑. 首先, 亥姆霍兹涡量定理或推广后的虚拟亥姆霍兹定理[12]给出了涡面运动简洁优美的描述. 定理指出, 涡面可跟随流体速度或相关虚拟速度运动, 但涡面运动至涡量零点处可产生拓扑变化, 故在高雷诺数流动中可能会产生复杂的多尺度结构. 其次, 涡量场可根据毕奥萨伐尔定理转化为速度场信息, 故涡面演化中的整体几何和拓扑性质也反映了速度场本身的演化特征.

然而, 如何有效识别复杂流动中的涡结构一直是极具争议的问题, 文字描述中常见的“涡”(vortex)也缺乏公认的明确数学定义. 研究中多将涡描述为一簇高强度涡线组成管状结构[7,8], 或基于欧拉局部速度场的涡识别判据等值面[13~16]. 涡判据方法可以有效地识别流动中局部旋转较强的涡核结构且使用简便, 但所识别结构的演化过程缺乏简单的控制方程支撑, 所以人们对涡识别结果大多只能作定性描述, 难于提炼出基于可识别结构的定量预测模型. 而且, 往往此类判据选取标准与等值面阈值选取标准均不唯一, 故识别结构时主观性强[17,18]. 相比而言, 在包含流动演化历史的拉格朗日框架下, 我们也可通过涡量矢量场构造整体涡面结构来分析涡动力学, 但因该类结构构造难于实现, 故早期仅局限于概念上的定性讨论. 由于涡动力学核心理论中的经典亥姆霍兹涡量定理在真实流动中失效, 故人们通常认为在真实流动中无法精确追踪涡线与涡面, 这也使得多年来难于深入理解湍流与转捩中的流动结构连续演化机理. 因此, 亟需一种可连续追踪整体流动结构并可进行定量化系统研究的理论框架与结构表征方法.

Yang与Pullin[19]提出的涡面场(vortex-surface field, VSF)重塑了以涡量为基元的流动结构识别方法. 涡面场是一个三维标量场, 其等值面为由涡线组成的涡面. 该方法为流体运动中的拉格朗日动力学与涡状结构生成演化机理建立了系统的定量化研究框架, 在一定条件下推广了经典亥姆霍兹涡量定理[12], 并已用于湍流与转捩等各类直接数值模拟(direct numerical simulation, DNS)结果的流动结构诊断分析. 不同于基于欧拉观点的传统涡识别中仅考虑了瞬时的局部流场信息, 涡面场在拉格朗日追踪观点下包含了涡拉伸与扭转等流动演化的历史信息, 克服了以往涡结构演化描述中不同时刻可识别结构之间缺乏因果关联性等缺陷. 此外, 近年来发展的其他流动结构识别方法也多强调拉格朗日观点[20]、非局部性[21]及客观性[22]等特点.

本文围绕4个方面综述涡面场理论与应用主要进展: (1) 基于拉格朗日观点和涡面结构的流体动力学分析理论框架; (2) 适用于任意流动的涡面场构造与演化算法; (3) 利用涡面场方法分析含重要涡动力学过程的复杂流动机理; (4) 基于涡面场和流场数据的流动关键物理量预测模型.

1 涡面场理论框架

1.1 非理想流动中的虚拟守恒定理

在基础理论方面, 首先需要将仅适用于无黏、正压及体积力有势这一类理想流动的经典涡量定理推广

至一般流动. 一般三维流动的动量方程为

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t}+(\boldsymbol{u}\cdot\nabla)\boldsymbol{u}=\nabla\Pi+\boldsymbol{F}, \tag{1}$$

其中$\boldsymbol{u}$为速度; $\Pi=-p/\rho+\Xi$代表广义势函数, 包含压强p, 密度ρ及保守体积力势Ξ. 此外,

$$\boldsymbol{F}=\frac{1}{\rho}(\nabla\cdot\boldsymbol{\tau})+p\left(\frac{1}{\rho}\right)+\boldsymbol{f}, \tag{2}$$

代表广义非理想力, 其中$\boldsymbol{\tau}$为黏性应力张量, $\boldsymbol{f}$为非保守单位质量体积力. 在理想流动中, $\boldsymbol{F}=0$; 而在非理想流动中, 式(2)右边的三项分别代表黏性项(绝大多数真实流动中存在)、斜压项(如可压缩流和燃烧中存在)及非保守体积力项(如磁流体中的洛伦兹力). 对式(1)取旋度后, 得到涡量$\boldsymbol{\omega}\equiv\nabla\times\boldsymbol{u}$的控制方程:

$$\frac{\partial \boldsymbol{\omega}}{\partial t}-\nabla\times(\boldsymbol{u}\times\boldsymbol{\omega})=\nabla\times\boldsymbol{F}. \tag{3}$$

为了在非理想流中推广亥姆霍兹定理等守恒律, 可将方程(3)右端吸收至左边的对流速度中. 假设存在一整体光滑的虚拟环量保持速度[12], 且由以下隐式确定:

$$\nabla\times(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{\omega})=\nabla\times(\boldsymbol{u}\times\boldsymbol{\omega}+\boldsymbol{F}). \tag{4}$$

基于该虚拟速度以及相应的虚拟物质导数:

$$\frac{D_v}{D_v t}\equiv\frac{\partial}{\partial t}+\boldsymbol{v}\cdot\nabla, \tag{5}$$

可证明一系列虚拟守恒定理, 包括关于环量的虚拟开尔文定理、关于涡通量的虚拟亥姆霍兹定理、关于势涡的虚拟Ertel定理及虚拟螺旋度守恒定理. 同时, 整体光滑虚拟速度存在的充分条件为

$$\nabla\times\frac{(\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{\omega})\boldsymbol{\omega}}{|\boldsymbol{\omega}|^2}=0, \tag{6}$$

且$|\boldsymbol{\omega}|\neq 0$. 在附加的唯一性条件约束后, 可得显式的虚拟速度:

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{u}+\frac{\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{F}}{|\boldsymbol{\omega}|^2}. \tag{7}$$

例如, 任意二维黏性流动中的黏性项与涡量正交, 故可得虚拟速度式(7); 但只有特定三维流动中才可求得显式虚拟速度. 如示意图1所示, 当非理想流动中存在整体光滑的虚拟速度时, 可沿该虚拟速度精确追踪涡面, 且该涡面不经过涡量零点时, 涡通量严格守恒.

亥姆霍兹涡量定理的这一推广为超声速流、燃烧、磁流体等多物理场耦合复杂流动中的涡面追踪及相关流动分析提供了理论基础. 由于目前尚未得到三维流动中整体光滑虚拟速度存在性的充要条件, 现有的充分条件式(6)要求苛刻, 且尚存在随机函数等其他虚拟速度形式[23,24], 因此NS方程中虚拟速度的存在唯一性还是一个非常重要且具有挑战性的待解决问题.

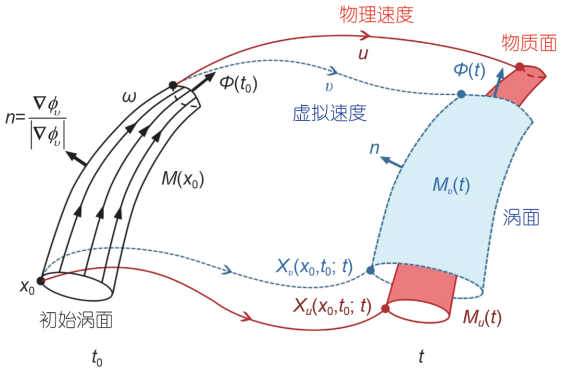


图 1 (网络版彩色)非理想流中涡面沿虚拟速度演化示意图[12]

Figure 1 (Color online) The sketch of the evolution of a vortex surface along the virtual velocity in a non-ideal flow[12]

1.2 涡面场方程

涡面场ϕ_v是一个整体光滑的三维标量场, 其等值面处与涡量相切, 故对于给定涡量场, 满足如下约束条件:

$$\boldsymbol{\omega}\cdot\nabla\phi_v=0. \tag{8}$$

基于虚拟Ertel定理[12], 一般流动中的涡面场方程可写为虚拟拉格朗日守恒形式:

$$\frac{D_v\phi_v}{D_v t}=0. \tag{9}$$

在涡面场及涡结构识别方法中, 原始涡量场中的三维矢量场信息转化为一个标量场表示. 然后, 该标量场在某特定时刻的某一等值面用于显示某典型结构, 某种意义上实现了流场数据信息的压缩或降维处理. 与其他方法相比, 涡面场演化方程(9)已被简化为最简单的拉格朗日守恒形式. 如图1所示, 对狭义的曲面追踪而言, 涡面场在两个不同时刻的等值面$\phi_v=C_\phi$存在一一对应关系, 即可写为关于虚拟速度的流动映射形式[12], 其中等值面阈值C_ϕ为常数.

而其他方法, 如$|\omega|$和Q判据的演化方程[25]右端均较复杂, 从中难于提炼简单的涡结构连续演化规律. 而有些涡判据甚至无法推导出演化方程, 故这些方法可视化结果的时间相干性在理论上没有严格的保障. 此外,

Haller[20]提出的拉格朗日拟序结构在物质曲面基础上定义了一类新的流动结构. 该方法具有拉格朗日属性, 且具有旋转坐标变换下的不变性, 已广泛用于流动分离与地球物理中的流体输运问题. 但该类结构是一类被动的标量结构, 无法像涡量结构可由毕奥萨伐尔定理来直接获取速度场自身信息.

2 涡面场构造与演化数值算法

2.1 涡面场解析解

对于给定涡量场, 可由式(8)求涡面场解. 由Frobenius定理, 螺旋度密度$h \equiv u \cdot \omega$为零的简单流场必存在涡面场解且不唯一. 通过求解涡量场特征方程, 在多类含高度对称性流场[26,27]中利用多个首次积分乘积消除积分函数中的奇点[28], 得到了一系列整体光滑的涡面场解析解(图2). 这里值得说明的是, 经典Clebsch势函数[30]也满足涡面场约束式(8), 但其解析求解条件比一般涡面场更加苛刻, 且大多非平凡的Clebsch势解析解中含有奇点[31].

对于$h \neq 0$的一般流场, Clebsch势不存在, 而在一些特殊情况下, 涡面场解析解仍可能存在, 如可积Arnold-Beltrami-Childress流[19]. 此外, 对于涡管扭结[32]这一类具有非平凡拓扑性质的典型流场, 我们通过构造沿涡轴的曲线柱坐标系, 也得到了涡面场解析解[29](图2).

2.2 涡面场构造数值算法

对于一般流场(如含有混沌涡线的湍流), 通常无法求得涡面场解析解, 故我们在式(8)中加入基于伪时间τ并由瞬时冻结涡量驱动的演化来得到涡面场数值解, 其控制方程为

$$\frac{\partial \phi_v}{\partial \tau} + \boldsymbol{\omega} \cdot \nabla \phi_v = 0. \tag{10}$$

涡面场数值解的误差可由数值解梯度与涡量夹角的余弦值来确定:

$$\lambda_\omega \equiv \frac{\boldsymbol{\omega} \cdot \nabla \phi_v}{|\boldsymbol{\omega}||\nabla \phi_v|}. \tag{11}$$

可证明[33], 当$\tau \to \infty$时, 方程(10)的数值解在计算域内的平均涡面场偏差为$\langle |\lambda_\omega| \rangle \to 0$.

在伪时间演化较长时, $\langle |\lambda_\omega| \rangle$可达到预期的平均涡面场偏差以下, 如选择阈值5%作为结束求解方程(10)的判据. 然而, 此时涡面场数值解中部分局部梯度可能过于陡峭, 导致有限网格上无法充分解析该数值解, 所以求解方程(10)时需增加人工扩散作数值正则化. 由于WENO方法[34]可在数值解光滑区保持高阶精度, 只在标量梯度较大处增加人工扩散, 故在数值求解中多用于离散方程(10)中的对流项.

在求解伪时间方程基础上, 还发展了局部优化算法以最小化涡面场偏差与涡面场光滑度构成的混合约束, 使得涡面场数值解兼顾准确性和光滑性[35]. 此外, 对于剪切流或高对称流动, 具有主导方向的涡线会集体穿过一特定平面, 如槽道流中的展向边界和Taylor-Green(TG)流中的对称面. 这样可通过在该平面上施加涡面场约束条件来提高涡面场数值解的收敛效率[36]. 以上这一类通用算法可在任意流场中构造涡面场数值解, 这使得涡面场可作为普适的流动结构识别方法用于各类复杂流动中的涡动力学分析. 如在均匀各向同性湍流中, 图3中的涡面场数值解等值面揭示了交织为复杂网络的纠缠涡管结构.

由于求解方程(10)时的伪时间初始条件ϕ_{v0}选取具有一定的任意性, 需充分考虑涡面场数值解的唯一性问题. 对于简单流动, 可选择ϕ_{v0}为在流动速度场中不变的最光滑解, 如在泊肃叶层流中可将ϕ_{v0}选为壁面高度函数[37]. 这样当在该层流上附加小扰动时, 涡面场时间演化中的变形能最大程度反映入口扰动对转捩中流动结构生成演化的影响. 对于含有混沌运动的复杂流动, 涡面场数值解标量结构的统计性质和形态与ϕ_{v0}的选取几乎无关, 此时涡量场特征方程可视为非线性动力系

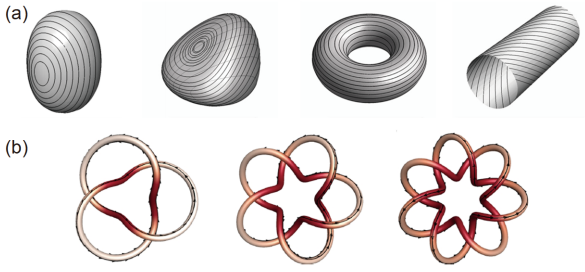


图 2 (网络版彩色)简单流场中的涡面场解析解等值面与附着于涡面上的涡线. (a) 从左至右依次为Taylor-Green流、Kida-Pelz流、涡环流、可积Arnold-Beltrami-Childress流[19,28]; (b) 从左至右分别为三、五、七叶型涡管扭结[29]

Figure 2 (Color online) Isosurfaces of the exact VSF and attached vortex lines for simple flows. (a) (From left to right): Taylor-Green flow, Kida-Pelz flow, vortex ring, and integrable Arnold-Beltrami-Childress flow[19,28]; (b) (from left to right): Trefoil, cinquefoil, and septafoil knotted vortex tubes[29]

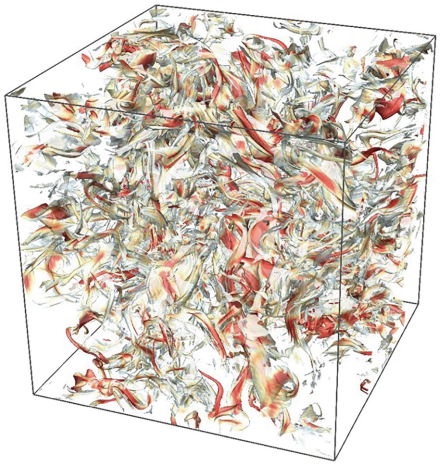


图 3 (网络版彩色)各向同性湍流中的纠缠涡管可视化, 图中曲面为涡面场等值面并由涡量强度染色[35]

Figure 3 (Color online) Visualization of tangling vortex tubes in isotropic turbulence using the VSF isosurface color coded by vorticity magnitude[35]

统中的奇异吸引子[36]. 为了避免ϕ_{v0}选取的主观性, 如在各向同性湍流涡面场构造中, ϕ_{v0}可取空间δ-相关的随机噪声函数[35].

2.3 涡面场演化数值算法

在某一时刻流场中构造出的涡面场可用于下述涡面场演化研究中的初始条件. 在涡面场演化算法方面, 通过在涡面场的演化方程中引入虚拟环量保持速度与数值正则化处理, 发展了含物理时间和伪时间演化的双时间算法[33,38,12], 从而可在三维流动中计算涡面场演化过程. 这样涡面场可作为一个流动结构诊断工具用于时间解析的流场时间序列数据后处理分析.

在双时间算法中, 每一物理时间步的计算过程中包含预测步与修正步. 在预测步中, 临时涡面场解ϕ_v^*由速度$\boldsymbol{V}$驱动:

$$\frac{\partial \phi_v^*(\boldsymbol{x},t)}{\partial t}+\boldsymbol{V}(\boldsymbol{x},t)\cdot\nabla\phi_v^*(\boldsymbol{x},t)=0, t>0. \tag{12}$$

在修正步中, ϕ_v^*在当前时刻的涡量驱动下作伪时间演化:

$$\frac{\partial \phi_v^*(\boldsymbol{x},t;\tau)}{\partial t}+\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x},t)\cdot\nabla\phi_v^*(\boldsymbol{x},t;\tau) = 0, 0<\tau\le T_\tau, \tag{13}$$

这里的伪时间初始条件为$\phi_v(\boldsymbol{x},t;\tau=0)=\phi_v^*(\boldsymbol{x},t)$. 在修正步结束时更新涡面场解$\phi_v^*(\boldsymbol{x},t;\tau=T_\tau)$. 这里的最大伪时间$T_\tau$取决于期望的平均涡面场阈值以及涡量场的复杂程度, 在实际计算中通常小于100倍的物理时间步长. 当式(12)中$\boldsymbol{V}$取物理速度时, 非理想流中的亥姆霍兹定理失效, 导致预测步中的ϕ_v^*偏离精确涡面场解, 而在修正步中的临时ϕ_v^*在冻结涡量驱动下会演化至涡面场近似解. 若$\boldsymbol{V}$ 取为虚拟速度, 则修正步仅仅起辅助数值修正作用. 由于尚未发展出通用的虚拟速度求解数值算法, 故目前涡面场计算时$\boldsymbol{V}$多取为物理速度.

在求解方程(12)与(13)中, 通常时间推进使用三阶TVD龙格库塔格式, 对流项离散使用五阶WENO格式. 涡面场方程的边界条件提法需要与原物理问题一致. 比如高对称流和各向同性湍流中使用周期边界条件, 槽道流与边界层在壁面使用第二类边界条件[39], 平板绕流中在平板表面使用第一类边界条件[40].

涡面场演化计算最先应用于高对称TG流[33], 揭示了涡面在三维黏性流体中由层流向湍流转捩过程中的连续几何变形与拓扑变化, 阐释了流动结构由大尺度向小尺度转化的尺度级串效应. 更多的涡面场演化及涡动力学分析将在下一章详述.

目前涡面场计算中的一个主要问题是伪时间演化计算收敛较慢, 导致修正步计算用时较长, 甚至可达到预测步求解时间的百倍以上. 因此, 如何加速涡面场计算是推广涡面场方法中亟待解决的问题. 此外, 涡面场方法也可以用于实验数据中的涡动力学分析, 但实验测量数据通常含噪声或亚解析等问题, 需要进一步改进涡面场算法的健壮性.

3 基于涡面场的涡动力学机理分析

3.1 均匀各向同性湍流

以往研究大多认为湍流中涡结构间的相互作用主导了不同尺度间的能量传递过程. 然而由于缺少有效方法准确识别完整的涡管, 导致湍流能量级串机理研究缺乏直观的物理图像. 特别在Richardson与Kolmogorov等人提出的唯象模型基础上, 人们往往猜测湍流中能量由大尺度向小尺度的传递过程通过类似于细胞分裂式的“涡破碎”产生[3]. 而图3中均匀各向同性湍流的涡面场可视化则展示了交织为复杂网络的纠缠涡管结构. 衰减湍流与TG流中不同时刻的涡面场等值面形态[33,35]揭示了大尺度涡面通过拉伸扭曲等更符合涡量方程的物理过程转变为小尺度涡管与涡片结构. 图4总结了不同涡识别方法的可视化结果, 阐明了基于局部

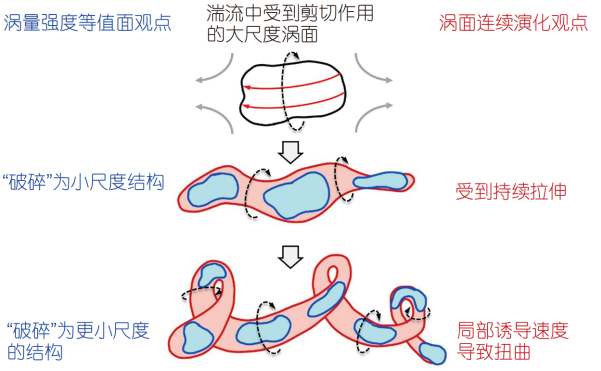


图 4 (网络版彩色)各向同性湍流中的流动结构识别差异示意图. 左侧文字展示欧拉观点下的结构视觉“破碎”过程; 右侧文字展示拉格朗日观点下的涡面连续演化过程. 图中碎块与包络结构分别代表涡量强度与涡面场等值面. 虚线箭头代表涡线的局部诱导速度[35]

Figure 4 (Color online) The schematic diagram of different views on the scale cascade of vertical structures in isotropic turbulence. Text on the left describes the visual “breakdown” of structures in the Eulerian view and text on the right describes the continuous evolution of a vortex surface. Break-up and envelop patches denote the isosurfaces of vorticity magnitude and VSF, respectively. Dashed black lines with arrows denote the velocity induced by the vortex lines attached on vortex surfaces[35]

速度的传统涡识别方法因无法展示完整涡管, 故呈现出视觉上的“破碎”结构.

在基于湍流结构的理论发展过程中, 周培源和黄永念[41]提出了湍流旋涡结构统计理论, 试图利用湍流中基于涡量的结构基元发展湍流预测模型. 但由于当时结构识别方法所限, 故讨论仅局限于球涡等几类非常简单的涡面结构. 而涡面场表征的涡管复杂几何特性可由Lundgren拉伸螺旋涡管模型[42]与Kolmogorov湍流能谱标度率建立统计上的联系, 从而有望融合湍流结构与统计两类学派理论观点.

此外, 各向同性湍流中大量的涡量零点导致虚拟亥姆霍兹定理的适用区域被割裂为多个子区域, 这会导致双时间算法中涡面场数值解的不唯一性, 给连续追踪能量级串中的连续涡面演化带来很大的挑战. 该方向上的进展可望为湍流在物理空间内的能量级串定量化研究[43]带来新方法.

3.2 壁流动转捩

壁流动转捩中的湍流结构生成过程通常被描述为“突发”或“神秘”[44]. 现有唯象模型[45,46]多将这一过程简单处理为宏观上的动力系统分叉行为, 而涡面场方法可系统阐释壁流动转捩中的湍流多尺度结构生成机理.

在K型槽道流自然转捩中使用双时间方法计算涡面场. 基于拉格朗日观点的涡面连续演化, 展示了初始简单几何结构如何逐步转变为复杂结构这一连续几何变形与拓扑变化过程[37]. 图5(a)观察到, 初始近壁涡面由初始层流状态下的平面演化为三角形凸起, 进而得到标志性的发卡型结构. 图5(b)展示了转捩晚期发卡结构间的相互作用, 其中包括源自上下壁面的涡线重联, 以及单个发卡涡在颈部的涡线重联. 这些涡重联导致的尺度级串是由层流向湍流转捩中的关键步骤[39]. 借

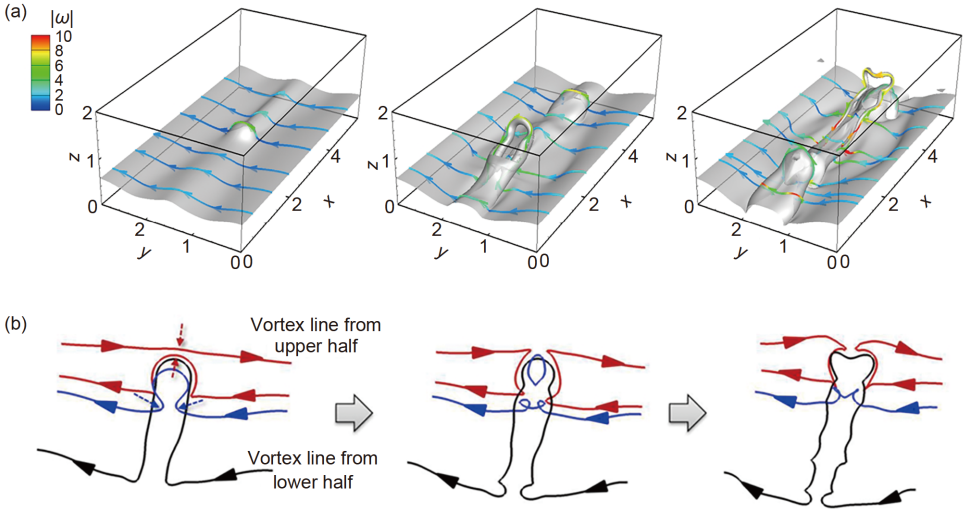


图 5 (网络版彩色)槽道流转捩中典型涡状结构变化. (a) 发卡型涡面结构生成过程; (b) 来源于上下壁面的涡线重联过程[37]

Figure 5 (Color online) Typical structural changes in the transition of channel flow. (a) Generation of hairpin-like structures; (b) reconnection of vortex lines from opposite walls[37]

助涡面场方法，可由两涡面最小间距与所包夹涡通量的变化精确确定涡重联位置与时间，并发现转捩中的壁面摩擦阻力系数由重联时刻开始剧烈增长.

而平板边界层转捩中不会发生来自上下板的凸起涡面间重联，发卡型结构生成后会继续演化为由多个发卡结构组成的复杂湍斑结构. 我们利用涡面场方法对边界层K型自然转捩DNS[47]的时间序列数据进行了分析[48]. 通过边界约束法[36]构造沿流向滑动的多个窗口内的涡面场，发现湍斑展向扩展中的关键机制：在湍斑形成的起始阶段，一系列发卡状凸起在相邻较低的波状涡面上诱导扭曲畸变，进而沿展向传播并生成大量小尺度斜发卡状结构，并导致湍斑的快速展向生长.

在入口径向扰动作用下的管流转捩中，转捩区可能同时存在正向与反向发卡涡[49]. 图6中涡面场可视化结果显示，正向发卡涡由壁面生成，向流向方向倾斜；而反向发卡涡由圆管中心区生成，向流向反方向倾斜[50]. 与槽道流转捩涡重联中的黏性抵消机制[51]相反，管流中相互靠近的正反发卡型涡线方向相近，易产生涡线间强相互作用[52]，因此管流转捩过程往往比边界层与槽道流转捩更加突然.

综上所述，平板边界层、槽道流及管流中具有不同对称性的边界条件对应着流动中不同的涡量零点分布，可对湍流结构生成演化产生重要影响，包括发卡涡生成及发卡涡相互作用后形成湍流的过程. 在涡面场演化的统一框架下，客观地揭示了不同类型壁流动转捩中普适且有序的结构以及相应动力学演化过程，无须像以往研究中在转捩的不同阶段必须人为主观切换结构识别方法并调整等值面阈值.

3.3 多物理场耦合及含动边界复杂流动

除了流体基础研究中常用的等密度不可压缩流动，涡面场也可用于各类含有多物理耦合过程及复杂边界条件等面向实际工程应用的流动机理分析. 由于多物理场耦合流动中的附加物理/化学过程存在相应的特征结构，且流动中的涡结构与附加物理场特征结构之间可能存在强相互作用，故此类复杂耦合机理也成为工程湍流建模中的难点[53]. 以三维不可压TG流中的涡面演化为基础[33]，比较并定量化研究可压缩、预混燃烧及磁流体3种不同TG流中的涡面演化过程，分别阐释涡面与激波、火焰或电磁场之间的相互作用机理.

对于高马赫(*Ma*)数流动中的强可压缩性作用，涡面场研究发现高*Ma*数TG流动中的涡动力学过程可分为3个阶段[38]：在演化初期随*Ma*数增大，流场中产生强激波压缩作用导致球状涡面体积缩小；在演化中期随*Ma*增大，涡面间重联发生的时刻提前，重联程度增加；在演化后期，涡面扭曲成管状结构，且随*Ma*增大流场中动能向内能剧烈转化，导致涡管扭曲程度降低，涡动力学过程减弱. 此外，对于激波与扰动界面相互作用下Richtmyer-Meshkov不稳定性[54]，涡面场方法可用于研究流动演化中尖钉与气泡形涡面结构的生成与重联机理.

对于燃烧过程，涡面场研究揭示了火焰锋面转播对三维TG涡演化的影响[55]. 图7显示，在已燃区中涡面融合为大尺度结构，而在未燃侧涡面则卷并为拉伸扭曲的小尺度涡管. 在传统涡结构识别中，由于火焰锋面已燃侧涡量显著降低，导致涡量强度等值面结构突然消失，故无法研究火焰对涡结构几何等特性的影响，而涡面场可识别火焰锋面前后完整的涡面结构.

对于磁流体中电磁场对流动演化的影响，我们发现，利用近似虚拟速度追踪涡面可有效消除洛伦兹力导致的涡面虚假变形，且阐释了涡面沿虚拟速度加速重联时会大幅增加动能耗散[12]. 此外，磁流体中的典型磁管重联问题[56]也可利用类比于涡面场的磁面场来进

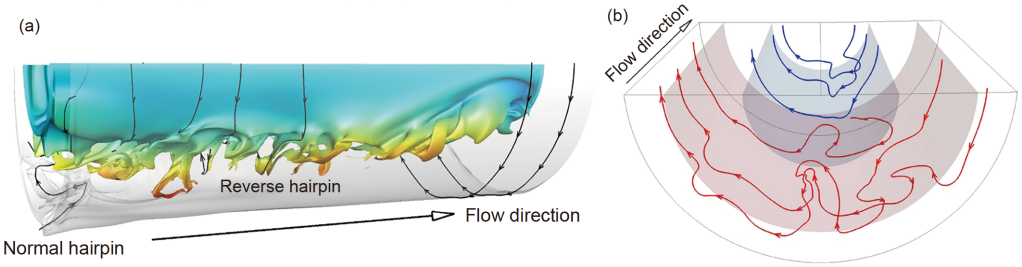


图 6 (网络版彩色)管流转捩中的正向与反向发卡型涡面(壁面距离染色)与涡线[50]. (a) 反向发卡涡生成; (b) 正视图中正反发卡涡上的典型涡线
Figure 6 (Color online) Normal and reverse hairpin-like vortex surfaces (color coded by the wall distance) and lines in pipe transition[50]. (a) Generation of the reverse hairpin vortex; (b) typical vortex lines attached on normal and reverse hairpin-like vortex surfaces in the front view

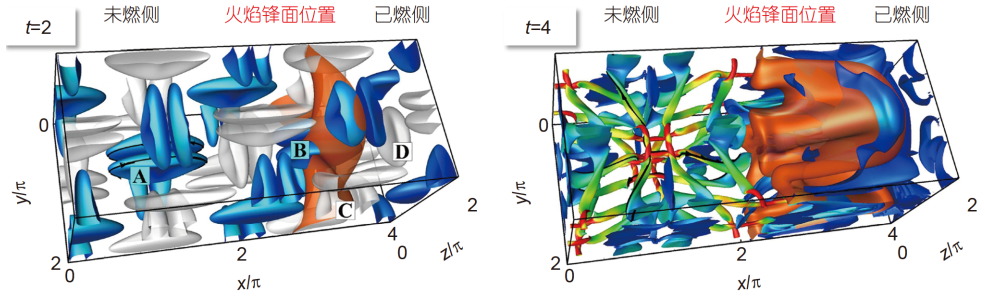


图 7 (网络版彩色)TG反应流中的火焰和涡面(涡量强度染色)的时间演化[55]
Figure 7 (Color online) The evolution of the flame and vortex surface (color coded by the vorticity magnitude) in reacting TG flow[55]

行定量研究.

此外, 涡面场方法也可推广至含复杂边界流动. 在初步研究算例中, 我们利用浸入边界法[57]对有限展宽三维静止平板绕流进行了数值模拟, 且针对包含浸入边界的流场发展了含源项的双时间算法[40]. 随后利用涡面场定量区分前缘涡与翼尖涡, 并表征两者演化特性及相互作用规律. 该研究发现, 平板绕流中的涡面场演化可分为3个阶段: (1) 平板表面的展向涡线沿流向拉伸; (2) 近平板涡面在边缘卷并; (3) 前缘涡形成类发卡型结构且逐步脱落, 翼尖涡沿流向生长且发生扭转变形. 涡面场定量研究发现, 有限增长的翼尖涡会抑制前缘涡生长, 且翼尖涡中的螺旋涡线对流向涡冲量起主要贡献. 未来可结合涡力与冲量理论[58]建模涡面变形与重联对物体受力的影响[59], 进而探讨优化推进效率的流动控制策略.

3.4 涡识别判据与等值面阈值选取问题

除了2.2节所讨论的涡识别时间相干性问题, 文献[17,18]中湍流或转捩中所识别的结构几何特征很大程度上依赖于所选取的识别方法与等值面阈值, 具有较强的主观性. 这也导致了近几十年间拟序结构的研究存在大量争议. 例如在边界层转捩[47,60]中, 流向速度或被动标量等值面只能显示条带结构, 而涡识别判据只能显示涡核结构. 而如果精心调整两类等值面阈值并将两者叠加后, 就可以显示转捩中完整的涡面结构[48]. 因此, 如果仅使用一种传统结构识别方法, 可能无法完全揭示转捩中的重要结构全貌与完整动力学过程, 如条带与发卡涡中的相互作用[60]. 而在涡面场统一的框架下, 以往研究中不同结构识别方法得到的不同类流动结构, 如高低速条带和发卡状结构, 可以简化地理解为涡面场等值面在不同的时间和空间区域上的不同演化几何特征. 这些文献中典型结构与涡面几何特征的对应关系总结于表1.

因此, 与定义存在争议的涡相比, 有明确数学定义的涡面所能表示的流动结构更基础且范围更广, 如开放的涡面族对应剪切层即“层状涡”, 而卷并为管状的涡面则对应“轴状涡”[18]. 它们之间是相互联系并能够相互转化的, 往往表现为同一个涡状结构(或拟序结构)中的不同部分.

此外, 由方程(9)可知, 理论上涡面场可以使用固定的等值面阈值来表征时间演化中某一特定的涡面, 因此该方法在使用时无须人为调整等值面阈值. 此外基于涡面所包围的控制体内质量守恒算法[38], 可以进一步修正求解式(12)与(13)中正则化导致的数值耗散影响.

涡面场是一个可填充整个计算域空间的标量场. 对于不同的流动, 涡面场等值面阈值也可具有不同的含义与选取准则. 对于不含特征主导方向的流动, 如高对称流与各向同性湍流, 可以选取可包含最大体积的等值面阈值来展示最多的涡面形态特征. 而对于壁流

表 1 在K型壁流动转捩中发现的典型流动结构与相应的涡面几何特征及生产机理[48]
Table 1 Typical flow structures identified in K-type transitional wall flows and corresponding geometries of vortex surfaces with their generation mechanisms[48]

不同流动结构	涡面几何特征与生成机理
层流剪切流	与壁面平行涡面
Λ形结构	剪切作用下的壁面法向扰动生成三角形凸起结构
发卡涡	三角形凸起结构在流向拉伸和两翼卷并后形成发卡形结构
条带	发卡形结构尾部形成的波浪形涡面
湍斑	发卡涡与条带结构相互作用引起波浪形涡面的反对称畸变
转捩后的湍流	由上述各类机制导致的强变形涡面

动转捩, 涡面形态沿壁面法向会发生显著变化, 涡面场等值面阈值也正比于转捩初始层流段的壁面高度[37]. 这样, 在转捩结构识别中选取不同的涡面场等值面阈值, 可表现不同初始壁面高度处的涡面形态, 并可用于后续的流动控制研究. 如低阈值时的近壁涡面和高阈值时的远离壁面涡面往往变形较小, 而壁面高度约为O(0.1)~O(1)边界层厚度处的涡面往往能呈现出最显著与最典型的流动结构变化[39,48].

4 基于涡面场的流动建模

基于涡面场流动建模的主要思想是首先把原始速度场或涡量矢量场信息转化为标量场. 然后在标量场定量化表征中寻找稳定的统计特征, 通常也对应为刻画流动机理. 最后利用这些统计特征与待预测物理量之间的统计关联进行建模.

例如, 涡面场研究发现, 转捩中的摩擦阻力系数C_f增长和涡面结构变形程度与拓扑变化事件在统计上高度相关[39,48], 这为工程应用中发展基于流动结构的预测模型提供了理论基础. 此外, 其他流动结构显示中所用的三维被动标量场(如染色剂、烟线等)[61]与涡面场之间的偏差可由式(11)定量化. 当涡面场偏差较小时, 涡面场的研究结果也可以推广于实验中的流动显示方法, 并可能改进由标量场重建涡量场的算法[62,63].

我们发展了基于曲波变换的多尺度几何分析方法[64,65], 可对涡面场等三维标量场作带通滤波, 而后对提取出的拉格朗日类结构进行多尺度定量化表征. 该多尺度几何分析方法发现, 槽道湍流中拟序结构在不同尺度下的壁面倾角与横掠倾角具有自相似性, 从统计结果中验证了壁湍流中存在发卡涡与近壁区大尺度涡串, 为基于拟序结构的湍流壁模型提供了定量参考[66]. 在此基础上, 研究了空间发展可压缩平板边界层转捩中拟序结构的几何演化特性, 发现在转捩过程中小尺度结构的平均壁面倾角增长迅速[67]. 进而通过建立转捩中结构平均壁面倾角增长C_f增加之间的统计关联, 构造了基于实验二维平面标量图像[68]的转捩C_f模型. 如图8所示, 该模型可定量预测超声速平板边界层转捩中的C_f增长, 并已由DNS结果验证[69]. 在这一模型中, 标量结构平均壁面倾角增长就是一个典型的统计特征, 该特征在不同Re数与Ma数下均稳定适用. 因此, 该特征可以用于建模转捩中的间歇因子[70], 从而仅利用图像信息融合平板边界层转捩前后的层流与充分发展湍流中的C_f经验公式[71], 得到转捩区的C_f预测结果.

在其他应用推广方面, 涡面结构演化特征与工程应用中关键力学量之间的统计与因果关联有助于构造可预测模型. 通过涡面几何结构演化与湍流统计两者特征间的关联度分析, 可为发展考虑时空关联和物理约束的湍流LES中的亚格子模型[72,73]提供基础机理, 从而将原先对湍流结构演化的定性描述提升为定量刻画. 同时, 可发展人工智能算法, 从大规模流场与涡面场数据中挖掘不同时间空间数据中的统计与因果关联, 进而提炼重要力学统计量的可预测模型.

5 总结与展望

涡面场研究在拉格朗日框架下定量表征了涡面结构的连续演化过程, 为湍流中的能量级串与转捩中的拟序结构生成演化机理研究提供了新的研究途径. 不

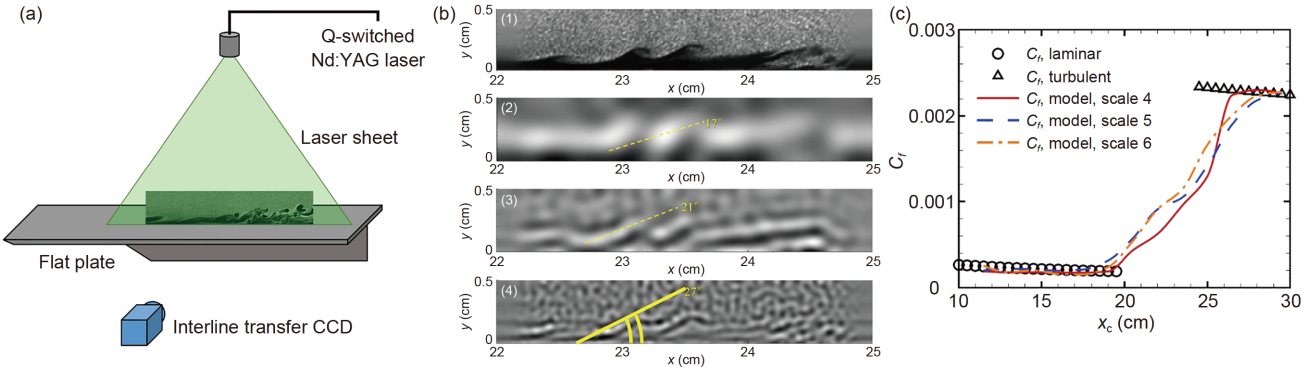


图 8 (网络版彩色)转捩中基于图像的摩擦阻力系数建模[69]. (a) 超声速边界层转捩实验中获取灰度图像; (b) 图像尺度分解后计算小尺度结构壁面倾角; (c) 基于壁面倾角预测转捩中的摩擦阻力增长

Figure 8 (Color online) Image-based modeling of the skin friction coefficient in transition[69]. (a) Obtaining gray-scale images from the experiment of supersonic boundary-layer transition; (b) calculating the inclination angle of small-scale structures after multi-scale decomposition of images; (c) predicting the growth of skin-friction based on the inclination angle

同于基于欧拉观点的传统涡结构识别中仅考虑了瞬时流场信息, 涡面场方法在拉格朗日追踪观点下包含了涡拉伸与扭转等流动演化的历史信息, 克服了以往涡结构演化描述中不同时刻可识别结构之间缺乏因果关联性等缺陷. 在高雷诺数流动中, 涡面场研究揭示了初始大尺度涡面结构如何通过拉伸、扭曲、重联等动力学过程连续演化为较小尺度结构. 这里的大尺度结构往往几何形态比较简单, 表现为有序性; 而小尺度结构的几何形态往往比较复杂, 表现为一定的随机性. 这样涡面场的演化可阐释湍流与转捩中表面上有序和随机两类流动结构状态之间的转变不是突发的, 而是逐步演化, 有迹可循, 可定量化研究的客观规律, 因此该类方法有望融合湍流结构与统计研究.

目前涡面场研究尚处起步阶段, 在理论和实现技术方面均存在挑战性问题. 涡面场研究框架中所发展的双时间方法与虚拟环量保持速度可以在一般流动中得到涡面场连续演化的数值解, 但该演化在涡量零点处存在奇异性, 相应理论中的正则化方法仍然是未解决问题. 此外, 目前涡面场计算量较大, 故亟须改善其计算效率, 以方便在不同应用领域中进行流动机理分析.

未来工作中需要结合近年高精度大规模DNS[49,60]、三维时空解析与近壁测量实验技术[68,74,75]及数据驱动建模算法[76]的进步, 系统发展完善基于涡面场方法的湍流结构生成与演化机理研究框架. 阐释湍流结构级串过程中的能量传递机理, 定量化表征规范壁流动转捩中的结构生成演化过程, 建立不同时刻涡面结构几何特征与流场统计量变化之间的统计与因果关联. 将涡面场方法推广至多物理场耦合湍流, 为发展基于多尺度结构特征的大涡模拟亚格子模型与工程应用预测模型提供基础支撑. 在此研究基础上, 可将涡面场研究推广应用于重要的工程科学问题, 如高超声速飞行器表面的外流转捩、先进航空发动机燃烧室中的湍流燃烧, 以及智能制造中的仿生机器人飞行与游动推进问题等.

参考文献

1 Holmes P, Lumley J L, Berkooz G, et al. Turbulence, Coherent Structures, Dynamical Systems and Symmetry. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2012
2 Pullin D I, Saffman P G. Vortex dynamics in turbulence. Annu Rev Fluid Mech, 1998, 30: 31–51
3 Frisch U. Turbulence: The Legacy of A. N. Kolmogorov. Cambridge: Cambridge University Press, 1995
4 Sreenivasan K R. Fluid turbulence. Rev Mod Phys, 1999, 71: S383–S395
5 Davidson P A. Turbulence: An Introduction for Scientists and Engineers. Oxford: Oxford University Press, 2004
6 Moffatt H K, Kida S, Ohkitani K. Stretched vortices—The sinews of turbulence; large-Reynolds-number asymptotics. J Fluid Mech, 1994, 259: 241–264
7 She Z S, Jackson E, Orszag S A. Intermittent vortex structures in homogeneous isotropic turbulence. Nature, 1990, 344: 226–228
8 Jiménez J, Wray A A, Saffman P G, et al. The structure of intense vorticity in isotropic turbulence. J Fluid Mech, 1993, 255: 65–90
9 Townsend A A. The Structure of Turbulent Shear Flow. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1976
10 Marusic I, Monty J P. Attached eddy model of wall turbulence. Annu Rev Fluid Mech, 2019, 51: 49–74
11 Wu J Z, Ma H Y, Zhou M D. Vorticity and Vortex Dynamics. Berlin: Springer, 2006
12 Hao J, Xiong S, Yang Y. Tracking vortex surfaces frozen in the virtual velocity in non-ideal flows. J Fluid Mech, 2019, 863: 513–544
13 Hunt J C R, Wray A, Moin P. Eddies, stream, and convergence zones in turbulent flows. Studying Turbulence Using Numerical Simulation Databases, 2. In: Proceedings of the 1988 Summer Program. 1988, 193–208
14 Chong M S, Perry A E, Cantwell B J. A general classification of three-dimensional flow fields. Phys Fluids A-Fluid Dyn, 1990, 2: 765–777
15 Jeong J, Hussain F. On the identification of a vortex. J Fluid Mech, 1995, 285: 69–94
16 Zhou J, Adrian R J, Balachandar S, et al. Mechanisms for generating coherent packets of hairpin vortices in channel flow. J Fluid Mech, 1999, 387: 353–396
17 Epps B P. Review of vortex identification methods. In: 55th AIAA Aerospace Sciences Meeting. 2017, 0989
18 Wu J Z. Vortex definition and “vortex criteria”. Sci China-Phys Mech Astron, 2018, 61: 024731
19 Yang Y, Pullin D I. On Lagrangian and vortex-surface fields for flows with Taylor-Green and Kida-Pelz initial conditions. J Fluid Mech, 2010, 661: 446–481
20 Haller G. Lagrangian coherent structures. Annu Rev Fluid Mech, 2015, 47: 137–162
21 Wang L, Peters N. The length-scale distribution function of the distance between extremal points in passive scalar turbulence. J Fluid Mech, 2006, 554: 457–475

22 Haller G. An objective definition of a vortex. J Fluid Mech, 2005, 525: 1–26
23 Constantin P, Iyer G. A stochastic Lagrangian representation of the three-dimensional incompressible Navier-Stokes equations. Comm Pure Appl Math, 2008, 61: 330–345
24 Zhu J Z. On topological fluid mechanics of non-ideal systems and virtual frozen-in dynamics. 2017, arXiv: 1702.04447
25 Cantwell B J. Exact solution of a restricted Euler equation for the velocity gradient tensor. Phys Fluids A-Fluid Dyn, 1992, 4: 782–793
26 Brachet M E, Meiron D I, Orszag S A, et al. Small-scale structure of the Taylor-Green vortex. J Fluid Mech, 1983, 130: 411–452
27 Boratav O N, Pelz R B. Direct numerical simulation of transition to turbulence from a high-symmetry initial condition. Phys Fluids, 1994, 6: 2757–2784
28 He P, Yang Y. Construction of initial vortex-surface fields and Clebsch potentials for flows with high-symmetry using first integrals. Phys Fluids, 2016, 28: 037101
29 Xiong S, Yang Y. Construction of knotted vortex tubes with the writhe-dependent helicity. Phys Fluids, 2019, 31: 047101
30 Clebsch A. Ueber die Integration der hydrodynamischen Gleichungen. J Reine Angew Math, 1859, 56: 1–10
31 Nore C, Abid M, Brachet M E. Decaying Kolmogorov turbulence in a model of superflow. Phys Fluids, 1997, 9: 2644–2669
32 Kleckner D, Irvine W T M. Creation and dynamics of knotted vortices. Nat Phys, 2013, 9: 253–258
33 Yang Y, Pullin D I. Evolution of vortex-surface fields in viscous Taylor-Green and Kida-Pelz flows. J Fluid Mech, 2011, 685: 146–164
34 Jiang G S, Shu C W. Efficient implementation of weighted ENO schemes. J Comput Phys, 1996, 126: 202–228
35 Xiong S, Yang Y. Identifying the tangle of vortex tubes in homogeneous isotropic turbulence. J Fluid Mech, 2019, 874: 952–978
36 Xiong S, Yang Y. The boundary-constraint method for constructing vortex-surface fields. J Comput Phys, 2017, 339: 31–45
37 Zhao Y, Yang Y, Chen S. Evolution of material surfaces in the temporal transition in channel flow. J Fluid Mech, 2016, 793: 840–876
38 Peng N, Yang Y. Effects of the Mach number on the evolution of vortex-surface fields in compressible Taylor-Green flows. Phys Rev Fluids, 2018, 3: 013401
39 Zhao Y, Yang Y, Chen S. Vortex reconnection in the late transition in channel flow. J Fluid Mech, 2016, 802: R4
40 Tong W, Yang Y. Evolution of vortex-surface fields in the flow past a finite plate. In: 72nd Annual Meeting of the APS Division of Fluid Dynamics. Washington DC: American Physical Society, 2019
41 Chou P Y, Huang Y N. Statistical theory of eddy structures in homogeneous isotropic turbulence (in Chinese). Sci China, 1975, 2: 180 [周培源, 黄永念. 均匀各向同性湍流的涡旋结构的统计理论. 中国科学, 1975, 2: 180]
42 Lundgren T S. Strained spiral vortex model for turbulent fine structure. Phys Fluids, 1982, 25: 2193–2203
43 Cardesa J I, Vela-Martín A, Jiménez J. The turbulent cascade in five dimensions. Science, 2017, 357: 782–784
44 Mullin T. Experimental studies of transition to turbulence in a pipe. Annu Rev Fluid Mech, 2011, 43: 1–24
45 Barkley D, Song B, Mukund V, et al. The rise of fully turbulent flow. Nature, 2015, 526: 550–553
46 Barkley D. Theoretical perspective on the route to turbulence in a pipe. J Fluid Mech, 2016, 803: P1
47 Sayadi T, Hamman C W, Moin P. Direct numerical simulation of complete H-type and K-type transitions with implications for the dynamics of turbulent boundary layers. J Fluid Mech, 2013, 724: 480–509
48 Zhao Y, Xiong S, Yang Y, et al. Sinuous distortion of vortex surfaces in the lateral growth of turbulent spots. Phys Rev Fluids, 2018, 3: 074701
49 Wu X, Moin P, Adrian R J, et al. Osborne Reynolds pipe flow: Direct simulation from laminar through gradual transition to fully developed turbulence. Proc Natl Acad Sci USA, 2015, 112: 7920–7924
50 Xiong S, You J, Ruan S, et al. Generation and interaction of reverse and normal hairpin vortices in pipe transition. In: 11th International Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena (TSFP11). 2019
51 Kida S, Takaoka M. Vortex reconnection. Annu Rev Fluid Mech, 1994, 26: 169–177
52 Xiong S Y, Yang Y. Evolution and helicity analysis of linked vortex tubes in viscous flows (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2020, 50: 040005 [熊诗颖, 杨越. 黏性流中的链环涡管演化与螺旋度分析. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2020, 50: 040005]
53 Yang Y, Chen Z, Zhou H, et al. Numerical simulations and structure characterizations in high-Reynolds-number premixed turbulent flames (in Chinese). Sci China-Phys Mech Astron, 2017, 47: 070005 [杨越, 陈正, 周豪, 等. 高雷诺数预混湍流火焰的数值模拟与结构表征. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2017, 47: 070005]
54 Brouillette M. The Richtmyer-Meshkov instability. Annu Rev Fluid Mech, 2002, 34: 445–468
55 Zhou H, You J, Xiong S, et al. Interactions between the premixed flame front and the three-dimensional Taylor-Green vortex. Proc Combust Inst, 2019, 37: 2461–2468
56 Linton M G, Dahlburg R B, Antiochos S K. Reconnection of twisted flux tubes as a function of contact angle. Astrophys J, 2001, 553: 905–921
57 Wang S, Zhang X. An immersed boundary method based on discrete stream function formulation for two- and three-dimensional incompressible flows. J Comput Phys, 2011, 230: 3479–3499
58 Wu J, Liu L, Liu T. Fundamental theories of aerodynamic force in viscous and compressible complex flows. Prog Aerosp Sci, 2018, 99: 27–63

59 Li G J, Lu X Y. Force and power of flapping plates in a fluid. J Fluid Mech, 2012, 712: 598–613
60 Wu X, Moin P, Wallace J M, et al. Transitional-turbulent spots and turbulent-turbulent spots in boundary layers. Proc Natl Acad Sci USA, 2017, 114: E5292–E5299
61 Lee C B, Wu J Z. Transition in wall-bounded flows. Appl Mech Rev, 2008, 61: 030802
62 Su L K, Dahm W J A. Scalar imaging velocimetry measurements of the velocity gradient tensor field in turbulent flows. II. Experimental results. Phys Fluids, 1996, 8: 1883–1906
63 Liu T, Shen L. Fluid flow and optical flow. J Fluid Mech, 2007, 614: 253–291
64 Candès E, Demanet L, Donoho D, et al. Fast discrete curvelet transforms. Multiscale Model Simul, 2006, 5: 861–899
65 Yang Y, Pullin D I, Bermejo-moreno I. Multi-scale geometric analysis of Lagrangian structures in isotropic turbulence. J Fluid Mech, 2010, 654: 233–270
66 Yang Y, Pullin D I. Geometric study of Lagrangian and Eulerian structures in turbulent channel flow. J Fluid Mech, 2011, 674: 67–92
67 Zheng W, Yang Y, Chen S. Evolutionary geometry of Lagrangian structures in a transitional boundary layer. Phys Fluids, 2016, 28: 035110
68 He L, Yi S H, Zhao Y X, et al. Visualization of coherent structures in a supersonic flat-plate boundary layer. Chin Sci Bull, 2011, 56: 489–494
69 Zheng W, Ruan S, Yang Y, et al. Image-based modelling of the skin-friction coefficient in compressible boundary-layer transition. J Fluid Mech, 2019, 875: 1175–1203
70 Dhawan S, Narasimha R. Some properties of boundary layer flow during the transition from laminar to turbulent motion. J Fluid Mech, 1958, 3: 418–436
71 White F M. Viscous Fluid Flow. 3rd ed. New York: McGraw-Hill, 2006
72 Chen S, Xia Z, Pei S, et al. Reynolds-stressconstrained large-eddy simulation of wall-bounded turbulent flows. J Fluid Mech, 2012, 703: 1–28
73 He G, Jin G, Yang Y. Space-time correlations and dynamic coupling in turbulent flows. Annu Rev Fluid Mech, 2017, 49: 51–70
74 Zhu Y, Yuan H, Zhang C, et al. Image-preprocessing method for near-wall particle image velocimetry (PIV) image interrogation with very large in-plane displacement. Meas Sci Technol, 2013, 24: 125302
75 Wang C, Gao Q, Wang J, et al. Experimental study on dominant vortex structures in near-wall region of turbulent boundary layer based on tomographic particle image velocimetry. J Fluid Mech, 2019, 874: 426–454
76 Duraisamy K, Iaccarino G, Xiao H. Turbulence modeling in the age of data. Annu Rev Fluid Mech, 2019, 51: 357–377

Summary for “涡面场理论与应用”

Theory and applications of the vortex-surface field

Yue Yang[1,2,3]

[1] *State Key Laboratory for Turbulence and Complex Systems, College of Engineering, Peking University, Beijing 100871, China;*
[2] *Center for Applied Physics and Technology, College of Engineering, Peking University, Beijing 100871, China;*
[3] *Beijing Innovation Center for Engineering Science and Advanced Technology, Peking University, Beijing 100871, China*
E-mail: yyg@pku.edu.cn

We review the progress on the theory and applications of the vortex-surface field (VSF). The VSF provides a systematic Lagrangian-based framework for the identification, characterization, and modeling of flow structures. From the theoretical perspective, the vorticity is simplified to a scalar field as the VSF. The VSF isosurface is a vortex surface consisting of vortex lines. By introducing the virtual circulation-preserving velocity, the Helmholtz theorem and the Ertel theorem are extended to some non-ideal flows, so that the VSF evolution equation can be expressed in a Lagrangian conservation form. Thus the VSF isosurfaces of the same threshold at different times have strong coherence, facilitating the tracking of vortex surfaces.

As a general flow diagnostic tool, the numerical VSF solution can be constructed in arbitrary flow fields by solving a pseudo-transport equation driven by the frozen, instantaneous vorticity. In addition, the local optimization method and the boundary-constraint method can further improve the smoothness and convergence of VSF solutions. Then the two-time method is developed for calculating the temporal evolution of VSFs.

From post-processing of large-scale database of numerical simulations, the VSF elucidates mechanisms in the flows with essential vortex dynamics, such as turbulence and transition. For example, the VSF reveals the complex network of tangling vortex tubes in isotropic turbulence, consistent with the vorticity equation and dynamics. In addition, Eulerian vortex-identification criteria cannot identify complete vortex tubes, so the visual “breakdown” of worm-like structures were often reported in the literature. The universal framework of the VSF evolution illustrates an ordered evolution process of coherence structures in transitional flows, in which it is no need to *ad hoc* change the structure-identification method and isocontour threshold. Moreover, the quantitative VSF study elucidates the interaction between the vortex surface and the shock wave, flame, or electromagnetic field in multi-physics coupled flows.

Based on the characterization of VSFs, we seek robust statistical features, and then determine and model correlations between the features and critical quantities to be predicted in engineering applications. For example, we develop a predictive model of the skin-friction coefficient in boundary-layer transition based on the small-scale inclination angle in experimental images.

Some open problems in the VSF study are discussed, including the regularization for the breakdown of virtual conservation theorems at vorticity nulls and the speedup of the numerical construction and evolution of VSFs.

turbulence, transition, vortex dynamics, coherent structure

doi: 10.1360/TB-2019-0596