科学通报 2026 年 第 71 卷 第 18 期: 4300 ~ 4310
论 文
《中国科学》杂志社
SCIENCE CHINA PRESS

基于曲波变换的射电干涉阵列快速成像方法

杨晓城[1,2], 吴高烽[1], 武林[2], 阎敬业[2*], 吕旭宁[2], 周昱成[2], 杨洋[2], 邓丽[2], 魏波[1]

1. 浙江理工大学计算机科学与技术学院, 杭州 310018
2. 中国科学院国家空间科学中心, 太阳活动与空间天气全国重点实验室, 北京 100190
* 联系人, E-mail: yanjingye@nssc.ac.cn

2025-12-20 收稿, 2026-03-19 修回, 2026-03-20 接受, 2026-03-20 网络版发表
太阳活动与空间天气全国重点实验室专项基金(202528)资助

摘要 射电干涉阵列已成为天文观测中一种重要的工具, 在天文学、天体物理学等领域发挥着重要作用. 然而, 由于射电干涉阵列观测数据仅覆盖部分空间频率, 其成像过程本质上是一个病态反问题. 虽然压缩感知在射电干涉成像中表现出了良好的性能, 但目前相关算法仍存在稀疏表征能力不足与优化算法求解偏差的问题. 针对上述问题, 本文提出一种基于曲波变换的高精度快速成像方法. 首先, 利用快速离散曲波变换对天文图像进行稀疏表示, 有效捕捉图像中边缘和曲线等结构化特征, 提升稀疏表示能力. 其次, 采用平滑截断绝对偏差函数替代传统的L_1范数, 更准确地逼近理想的L_0范数, 从而减少重构偏差. 在此基础上, 采用一种改进的近端梯度算法求解相应的非凸优化问题, 并在迭代过程中引入惰性启动与梯度重启策略, 有效抑制振荡并加速收敛. 依托甚大阵与稻城圆环阵太阳射电成像望远镜, 开展了多组仿真实验与实测数据验证. 实验结果表明, 提出方法在重构精度和计算速度方面优于现有主流算法, 为未来大型射电阵列的高效成像提供了新思路.

关键词 射电望远镜, 射电干涉, 图像重构, 压缩感知, 曲波变换

射电干涉测量是一种天文观测技术, 其通过多个小口径天线干涉合成虚拟大口径天线的方式, 实现对射电源的高分辨率成像, 在天文学、天体物理学等领域发挥着重要作用. 近几十年来, 各种射电干涉阵列相继被研制出来, 例如甚大阵(Very Large Array, VLA)[1]、低频阵列(LOw Frequency ARray, LOFAR)[2]、中国的21 cm阵列(21 Centimeter Array, 21CMA)[3]、明安图射电频谱日像仪(MingantU SpEctral Radioheliograph, MUSER)[4]和稻城圆环阵太阳射电成像望远镜(DAocheng Radio Telescope, DART)[5]等. 即将建成的平方公里射电望远镜阵列(Square Kilometre Array, SKA)[6]将由数量极多的天线组成, 其灵敏度和角分辨率将比现有设备高出几个数量级.

在射电干涉阵列中, 目前广泛使用的成像方法是CLEAN系列算法, 包括Hg-CLEAN (Högbom CLEAN)[7]、MS-CLEAN (multi-scale CLEAN)[8]和Asp-CLEAN (adaptive scale pixel decomposition CLEAN)[9,10]等. 但是CLEAN系列算法的不足之处是重建质量欠佳, 并且难以扩展到处理海量数据.

近些年来, 压缩感知的兴起为射电干涉成像提供了一种新的解决方案[11,12]. 利用信号的稀疏性或可压缩性, 压缩感知可以在低采样率下重建出高精度的信号. 根据天文图像的特点, Li等人[13]提出了IUWT (isotropic undecimated wavelet transform)算法, 采用各向同性非抽取小波基作为稀疏基. 为了提高对天文图像的稀疏表示能力, Carrillo等人[14]提出了一种SARA (sparsity averaging reweighted analysis)算法, 将多个稀疏基进行平均来构建稀疏字典. 此外, 天文学家提出了多种

引用格式: 杨晓城, 吴高烽, 武林, 等. 基于曲波变换的射电干涉阵列快速成像方法. 科学通报, 2026, 71: 4300–4310
Yang X, Wu G, Wu L, et al. Fast imaging method based on curvelet transform for radio-interferometric arrays (in Chinese). Chin Sci Bull, 2026, 71: 4300–4310, doi: 10.1360/CSB-2025-5933

© 2026《中国科学》杂志社

快速的并行算法以提高SARA的计算速度和扩展性, 如交替方向乘子法[15]和预处理原始对偶算法等[16]. 鉴于SARA方法的优异性能, 天文学家将其扩展到射电干涉宽带成像[17]和全极化成像[18]. 随着人工智能的兴起, 深度神经网络(deep neural networks, DNN)被引入射电干涉成像中进行端到端重构[19,20]. 此外, 为了改进SARA的性能, 研究人员提出了一种AIRI (artificial intelligence for regularization in radio-interferometric imaging)方法[21,22], 该方法同时继承了凸优化算法和深度学习的优点. 最近, 研究人员提出了一种R2D2 (residual-to-residual DNN series for high-dynamic-range imaging)方法[23,24], 其采用基于残差到残差的DNN系列架构.

虽然压缩感知在射电干涉成像领域已体现出优异的应用潜力, 但现有基于压缩感知的射电干涉成像算法仍存在两方面亟待解决的问题: 一是稀疏基的稀疏表征能力有限, 尤其在刻画射电图像复杂结构时表现不足; 二是优化过程中采用L_1范数最小化近似L_0范数最小化的策略, 会引入求解偏差并影响成像质量. 针对上述问题, 本文提出了一种基于曲波变换的射电干涉成像方法(curvelet transform in radio-interferometric imaging, CTRI), 以提高大型射电干涉阵列的成像精度和速度. 该方法利用快速离散曲波变换稀疏地表征天文图像, 有效地捕捉图像的结构化特征. 同时, 利用平滑截断绝对偏差(smoothly clipped absolute deviation, SCAD)函数逼近L_0范数, 并采用改进的近端梯度算法求解非凸优化问题, 在迭代过程中采用惰性启动与梯度重启策略提高算法的收敛速度.

1 基于压缩感知的射电干涉成像方法

射电干涉阵列通过稀疏排列的天线接收来自天体的射电辐射信号, 然后对信号进行复相关处理, 得到可见度函数. 根据Van Cittert-Zernike定理[25], 在非极化单色成像情况下, 测量可见度函数可以表示为

$$\boldsymbol{y}=\boldsymbol{\Phi x}+\boldsymbol{n}, \tag{1}$$

其中, $\boldsymbol{y}\in\mathbb{C}^M$表示可见度函数, $\boldsymbol{x}\in\mathbb{R}_+^N$表示辐射强度信号, 其为正实数, $\boldsymbol{\Phi}=\boldsymbol{GFZ}\in\mathbb{C}^{M\times N}$表示从图像空间到可见度函数空间的测量算子, $\boldsymbol{n}\in\mathbb{C}^M$表示噪声向量. 矩阵$\boldsymbol{G}\in\mathbb{C}^{M\times mN}$包含紧支撑的插值核, 矩阵$\boldsymbol{F}\in\mathbb{C}^{mN\times mN}$表示过采样因子为$m$的离散傅里叶变换算子, 矩阵$\boldsymbol{Z}\in\mathbb{C}^{mN\times N}$表示用于预补偿插值的过采样和缩放算子[26]. 由于射电干涉阵列通常只能测量得到不完整的u-v覆盖, 所以式(1)是一个病态的反问题.

根据压缩感知理论, 信号$\boldsymbol{x}$在正交基$\boldsymbol{\psi}$上是稀疏或可压缩的, 即$\boldsymbol{x}=\boldsymbol{\psi\alpha}$, 其中$\boldsymbol{\alpha}$表示稀疏系数. 当感知矩阵$\boldsymbol{\Phi}$满足受限等距性质(restricted isometry property, RIP)时[27], 信号$\boldsymbol{x}$可通过求解以下最小化问题恢复:

$$\min_{\boldsymbol{x}\in\mathbb{R}_+^N}\|\boldsymbol{\psi}^\dagger\boldsymbol{x}\|_0 s.t.\ \|\boldsymbol{y}-\boldsymbol{\Phi x}\|_2\leqslant\varepsilon, \tag{2}$$

其中, $\|\cdot\|_0$和$\|\cdot\|_2$分别表示L_0范数和L_2范数, $\boldsymbol{\psi}^\dagger$表示$\boldsymbol{\psi}$的伴随算子, ε表示噪声向量$\boldsymbol{n}$的L_2范数上界. 然而, 式(2)是难以求解的组合优化问题, 通常将L_0范数最小化问题近似替代为凸优化的L_1范数最小化问题.

IUWT算法采用各向同性非抽取小波基作为稀疏基来表征天文图像, 并利用快速迭代收缩阈值算法求解凸优化问题. 而SARA算法采用狄拉克基与8个多贝西小波基(Db1-Db8)的级联作为稀疏字典来表征天文图像, 并利用交替方向乘子法、预处理原始对偶等快速算法求解加权L_1最小化问题. 为了进一步提升SARA的性能, 结合凸优化算法和深度学习的AIRI算法被提出[21]. AIRI算法利用训练好的DNN去噪器替换了SARA算法正则化步骤中的近端算子, 即

$$\boldsymbol{x}^{k+1}=\mathcal{D}(\boldsymbol{x}^k-\beta\nabla f(\boldsymbol{x}^k)), \tag{3}$$

其中, $\mathcal{D}$表示DNN去噪算子, $\beta>0$为步长, ∇f表示数据保真项$f(\boldsymbol{x})=1/2\|\boldsymbol{y}-\boldsymbol{\Phi x}\|_2^2$的梯度.

上述压缩感知算法通过L_1范数或其加权变体对L_0范数进行近似求解, 其存在一定的偏差, 进而影响重构结果的精度. 为了降低偏差, 在之前的工作中我们提出了L_q近端梯度(L_q proximal gradient, LPG)算法[28], 其通过求解下列非凸优化问题实现稀疏重构:

$$\min_{\boldsymbol{x}\in\mathbb{R}_+^N}\frac{1}{2}\|\boldsymbol{y}-\boldsymbol{\Phi x}\|_2^2+\lambda\|\boldsymbol{\psi}^\dagger\boldsymbol{x}\|_q^q, \tag{4}$$

其中, $\|\cdot\|_q^q$表示L_q范数($0<q<1$), λ为正则化参数, LPG使用的稀疏基与SARA算法相同.

2 基于曲波变换的快速成像方法

2.1 快速离散曲波变换

曲波变换是一种高效稀疏表征工具, 能够对包含边缘、曲线等结构化特征的图像实现精准且稀疏的表示[29]. 而缠绕算法是快速离散曲波变换(fast discrete curvelet transform, FDCT)的核心实现方案之一[30]. 缠

绕算法通过频域缠绕操作替代传统插值，在保证稀疏表示性能的前提下，显著降低曲波变换的计算复杂度，使其适用于大规模数据的高效处理.

缠绕算法的具体步骤如下:

(1) 对图像进行频域变换与尺度划分. 先对图像$\boldsymbol{x}$进行二维快速傅里叶变换, 得到其频域表示$\widehat{\boldsymbol{X}}$. 在极坐标系下对频域进行分区, 其中半径r对应尺度, 角度ω对应方向. 根据尺度将频域划分为多个环形频率带$\widehat{\boldsymbol{X}}_j$, 每个尺度对应一个环形频率带. 大尺度频率带对应频域中心区域, 表征图像的全局特征与整体概貌; 小尺度频率带对应频域边缘区域，表征图像的局部细节，如边缘、纹理等.

(2) 对频域带进行方向细分与楔形滤波. 将环形频率带$\widehat{\boldsymbol{X}}_j$划分为多个互不重叠的楔形区域，每个楔形对应一个方向l. 然后，用楔形滤波器$\boldsymbol{W}_{j,l}$对每个楔形区域进行滤波，得到方向频率带$\widehat{\boldsymbol{X}}_{j,i}=\widehat{\boldsymbol{X}}_j\odot\boldsymbol{W}_{j,i}$($\odot$表示元素级点乘), 从而实现频域上方向信息分离.

(3) 进行频域缠绕与曲波系数生成. 首先, 以楔形对称轴为基准，对方向频率带$\widehat{\boldsymbol{X}}_{j,l}$对应的楔形频域区域沿其角度方向进行频域缠绕. 利用傅里叶变换的周期性, 将楔形区域通过极坐标到笛卡尔坐标的映射以及频域周期折叠转换为矩形频域区域, 其核心优势是避免传统旋转插值操作，同时完整保留楔形区域的频域信息. 然后, 对缠绕后的矩形频域信号进行二维逆快速傅里叶变换, 得到该尺度、方向对应的空域曲波原子响应. 最后, 对该空域响应进行下采样, 生成对应尺度、方向与空间位置的曲波系数$\boldsymbol{C}_{j,l,k}$, 其中k为空间位置索引.

2.2 基于平滑截断绝对偏差的非凸优化算法

与L_q范数相比, SCAD在特定条件下具有渐近无偏性, 而且它是连续可微的, 能够在优化过程中高效地找到最优解[31,32]. 基于SCAD惩罚的优化问题可以表示为

$$\min_{\boldsymbol{x}\in\mathbb{R}_+^N}\frac{1}{2}\|\boldsymbol{y}-\boldsymbol{\Phi x}\|_2^2+P_\lambda(\boldsymbol{\psi}^\dagger\boldsymbol{x}), \tag{5}$$

其中, 稀疏字典$\boldsymbol{\psi}$为FDCT反变换, $P_\lambda(\cdot)$表示SCAD惩罚, 可以表示为

$$P_\lambda(r)=\begin{cases}\lambda|r| & |r|<\lambda\\ \dfrac{2a\lambda|r|-r^2-\lambda^2}{2(a-1)} & \lambda\leqslant|r|<a\lambda,\\ (a+1)\lambda^2/2 & |r|\geqslant a\lambda\end{cases} \tag{6}$$

其中, $a>2$为常数, 通常设定为3.7[31]. 从上式可以看出, 当系数r较小时, SCAD惩罚类似于L_1范数, 对小系数施加强惩罚使其归零. 随着系数r增大, SCAD呈现出平滑的二次函数形式, 避免对大系数施加过度惩罚.

为了高效地求解非凸优化问题(5), 采用一种改进的近端梯度算法. 重构结果为

$$\widetilde{\boldsymbol{x}}_{k+1}=\boldsymbol{\psi}\mathcal{T}_\lambda\left(\boldsymbol{\psi}^\dagger\left(\boldsymbol{s}_k+\beta\boldsymbol{\Phi}^\dagger(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{\Phi s}_k)\right)\right), \tag{7}$$

其中，步长$\beta\in(0,2/L)$为常数，L为$\nabla f(\boldsymbol{x})=\nabla 1/2\|\boldsymbol{y}-\boldsymbol{\Phi x}\|_2^2$的利普希茨常数. $\mathcal{T}_\lambda(\cdot)$表示SCAD惩罚项对应的近端算子[32]:

$$\mathcal{T}_\lambda(t)=\begin{cases}\mathrm{sign}(t)\max\{|t|-\lambda,0\} & |t|\leqslant 2\lambda\\ \dfrac{(a-1)t-a\lambda\,\mathrm{sign}(t)}{(a-2)} & 2\lambda<|t|\leqslant a\lambda,\\ t & |t|>2\lambda\end{cases} \tag{8}$$

其中, sign(·)表示符号函数. $\boldsymbol{s}_k$为中间变量, 可表示为

$$\boldsymbol{s}_k=\widetilde{\boldsymbol{x}}_k+\frac{t_k-1}{t_{k+1}}(\widetilde{\boldsymbol{x}}_k-\widetilde{\boldsymbol{x}}_{k-1}), \tag{9}$$

其中, $t_{k+1}=\left(1+\sqrt{1+4(t_k)^2}\right)/2$表示加速因子, 其初始值通常设为1.

值得注意的是，迭代过程中近端梯度算法通常会出现振荡现象, 使得收敛速度降低[33]. 为了提高收敛速度, 本文将采用两种加速策略. 第一种是惰性启动策略, 其指的是为了确保算法收敛速度，加速因子t_{k+1}需以适当速率增长，并满足$t_{k+1}^2-t_{k+1}\leqslant t_k^2$[34]. 为满足该条件, 加速因子$t_{k+1}$计算公式改为[35]

$$t_{k+1}=\left(0.03+\sqrt{0.5+4(t_k)^2}\right)/2. \tag{10}$$

式(10)中的常数0.03与0.5是针对快速迭代收缩阈值算法的振荡问题提出的经验优化取值, 其中0.03用于抑制加速因子t_k初始增长速率，0.5用于调整t_k的整体增长幅度, 在抑制振荡与保持收敛速率之间达到平衡[35]. 这两个常数取值对结果不敏感，原因在于常数的核心作用是调整加速因子的增长模式而非依赖精确数值，只要保持低速增长的趋势即可抑制振荡[35]. 尽管惰性启动策略在迭代刚开始时可能会减慢算法的收敛速度，但最终它会使算法收敛更快. 第二种是梯度重启策略, 其指的是若$(\widetilde{\boldsymbol{s}}_{k+1}-\widetilde{\boldsymbol{x}}_{k+1})^T(\widetilde{\boldsymbol{x}}_{k+1}-\widetilde{\boldsymbol{x}}_k)>0$, 则加速因子$t_{k+1}$将被重置为1, 从而消除振荡现象[36].

正则化参数λ对于算法的重构性能有着重要影响.

通常, 正则化参数是根据人工经验来选择的, 并在迭代过程中保持固定, 这会影响算法性能和结果的可靠性. 根据文献[17], 随机变量的L_1范数对应于尺度参数为$1/\lambda$的拉普拉斯先验的负对数. 所以, 正则化参数(也称为尺度参数)可以通过最大似然估计法推导得出, 即

$$\lambda = \|\tilde{\boldsymbol{x}}^k\|_1 / N, \tag{11}$$

其中, N表示向量$\tilde{\boldsymbol{x}}^k$的长度.

最后, 我们分析了算法的计算复杂度. 与IUWT和LPG算法类似, CTRI算法每次迭代的计算复杂度为$\mathcal{O}(mN\log mN)+\mathcal{O}(N)$, 其中$m$为过采样因子. 值得注意的是, 与LPG算法使用的稀疏字典相比, IUWT与CTRI算法使用的稀疏基更加简单.

3 实验结果

为了验证提出算法的有效性, 在本节中我们利用VLA和DART系统进行了多组实验. 基准方法是射电干涉成像的一些经典方法, 如IUWT、AIRI和LPG等. 本文中使用的AIRI算法DNN去噪器来源于公开的去噪器文件, 由于缺乏高质量射电天文图像数据集, 其DNN去噪器是通过训练光学天文图像数据集得到的[21]. 光学天文图像与射电天文图像在点源、延展结构等形态学上具有共性, 通过对光学天文图像的动态范围进行指数化增强, 可以模拟射电天文图像的关键特征, 从而使得学习到的图像先验具有可迁移性[21]. 实验中, IUWT、AIRI和LPG算法的参数分别根据文献[13]、[21]和[28]描述的方法进行优化设置. 同时, 根据文献[31]和[34], CTRI方法的主要参数a和β分别设置为a=3.7, β=1. 此外, 所有算法的迭代收敛条件为$\|\tilde{\boldsymbol{x}}_{k-1}-\tilde{\boldsymbol{x}}_k\|_2 / \|\tilde{\boldsymbol{x}}_{k-1}\|_2 < 10^{-6}$或者迭代次数$k$达到最大值, 其中IUWT、LPG和CTRI的最大迭代次数均设置为100, AIRI的最大迭代次数为200, Hg-CLEAN和Asp-CLEAN的最大迭代次数为5000.

为了定量评估重构质量, 采用信噪比(signal-to-noise ratio, SNR)与图像域数据保真度σ[23]作为评估指标, 其计算公式为

$$\begin{aligned} &\mathrm{SNR} = 20\log_{10}\left(\frac{\|\boldsymbol{x}\|_2}{\|\boldsymbol{x}-\tilde{\boldsymbol{x}}\|_2}\right),\\ &\sigma = \frac{\|\boldsymbol{x}_\mathrm{r}\|_2}{\|\boldsymbol{x}_\mathrm{d}\|_2}, \end{aligned} \tag{12}$$

其中, $\tilde{\boldsymbol{x}}$和$\boldsymbol{x}$分别表示重构图像和原始测试图像, $\boldsymbol{x}_\mathrm{d}=\boldsymbol{\Phi}^\dagger\boldsymbol{y}$表示脏图, $\boldsymbol{x}_\mathrm{r}=\boldsymbol{\Phi}^\dagger\boldsymbol{y}-\boldsymbol{\Phi}^\dagger\boldsymbol{\Phi}\tilde{\boldsymbol{x}}$表示残余脏图. 需要注意的是: σ越小, 说明脏图残余越小, 数据保真度越高.

在实验中, 我们假设视场较小. 同时, 过采样傅里叶变换中过采样因子m=4. 矩阵$\boldsymbol{G}$通过8 × 8凯泽-贝塞尔插值核对频率数据进行插值[26]. 所有成像方法均在相同的硬件和软件环境下运行, 硬件为配置了2.5 GHz Intel i9-13900HX处理器和64 GB内存的个人电脑, 软件平台为MATLAB R2021a.

在第一组实验中, 我们利用VLA阵列进行数值模拟实验. 图1(a)显示了该阵列观测的基线分布, 包含1788480个点[15]. 图1(b)显示了在log10尺度下测量脏图, 图1(c)显示了在log10尺度下1024×1024测试图像, 该W28超新星遗迹的射电图像来源于VLA系统330 MHz频段的真实观测数据经MS-CLEAN算法重建得到的图像产品[37].

我们采用均值为零的高斯噪声来模拟实际测量中复可见度函数存在的噪声干扰, 并通过输入信噪比(input SNR, iSNR)来衡量噪声大小. 具体而言, 在理想复可见度函数中加入均值为零的复高斯噪声, 该噪声的实部和虚部相互独立且服从相同方差的高斯分布. 当iSNR=30 dB时, W28重建结果如图1(d~o)所示. 在图1(d~o)中, 从左到右各列分别为IUWT、AIRI、LPG和CTRI方法的结果; 从上到下各行分别为log10尺度下重构图像$\tilde{\boldsymbol{x}}$, 线性尺度下误差图$\Delta\boldsymbol{x}=\tilde{\boldsymbol{x}}-\boldsymbol{x}$, 线性尺度下残余脏图$\boldsymbol{x}_\mathrm{r}$. 图中的结果显示, IUWT的重构结果在背景和亮源处都存在明显的误差. 相比之下, AIRI与LPG的重构结果视觉效果更好, 误差明显更低. 而CTRI方法的重构结果最佳, 特别是在亮源的区域. 通过对比残余脏图, 可以看到, 与AIRI与LPG方法相比, CTRI方法重构的W28环形结构误差非常低, 其边缘和曲线更精确.

表1列出了不同算法重构结果对应的信噪比、保真度σ和计算时间. 从表中可以看出, 与IUWT、AIRI和LPG相比, CTRI算法具有更高的信噪比、更好的数据保真度和更快的计算速度. 此外, 通过对比算法的迭代次数和单次迭代平均耗时可知, AIRI单次迭代平均耗时最短, 但迭代次数最多; 与IUWT相比, CTRI的计算速度更快是源于迭代次数明显更少; 而与LPG相比, CTRI的计算速度更快源于单次迭代计算时间明显更少.

然后, 我们分析了CTRI算法的收敛性能. 如图2(a)所示为在不同噪声水平下算法的收敛性能, 其中目标函数为$\log_{10}\left(1/2\|\boldsymbol{y}-\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{x}\|_2^2+P_\lambda(\boldsymbol{\psi}^\dagger\boldsymbol{x})\right)$. 结果表明, 随着迭

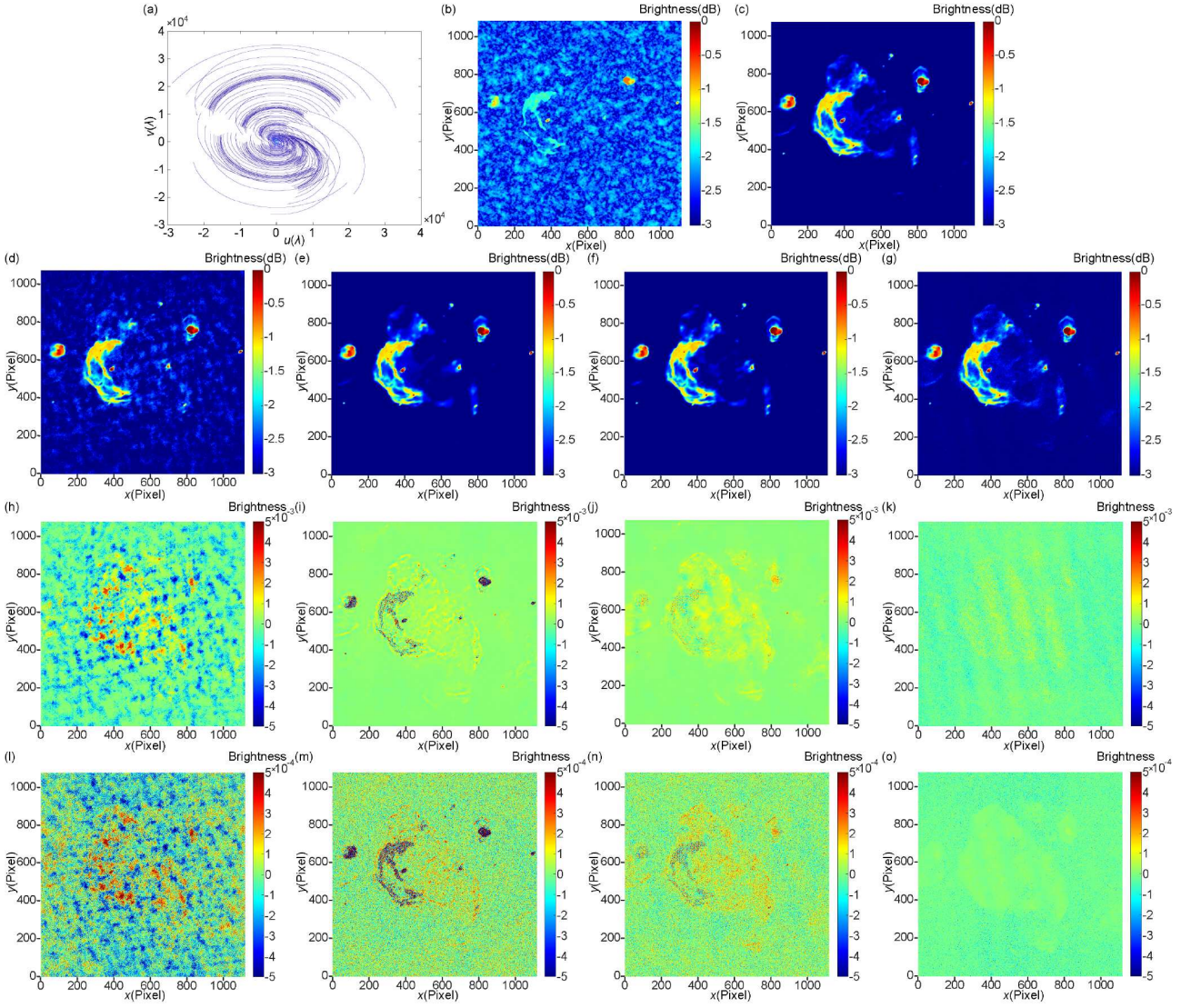


图 1 (a) VLA阵列基线覆盖; (b) 测量脏图; (c) W28测试图像; (d~g) IUWT、AIRI、LPG和CTRI的重构图像; (h~k) IUWT、AIRI、LPG和CTRI的重构误差图像; (l~o) IUWT、AIRI、LPG和CTRI的残余脏图

Figure 1 (a) The VLA baseline coverage; (b) measured dirty image; (c) test image of the W28; (d–g) reconstructed images for IUWT, AIRI, LPG and CTRI; (h–k) reconstruction error images for IUWT, AIRI, LPG and CTRI; (l–o) residual dirty images for IUWT, AIRI, LPG and CTRI

表 1 W28重构性能对比

Table 1 Reconstruction performance comparison for the W28

算法	信噪比(dB)	保真度	计算时间(s)	迭代次数	单次迭代平均耗时(s)
IUWT	29.79	0.03373	169.53	54	3.1394
AIRI	34.01	0.02430	199.50	200	0.9975
LPG	35.16	0.01502	222.59	39	5.7074
CTRI	36.02	0.00676	122.02	37	3.2978

代次数的增加, 目标函数快速下降并收敛到一个稳定值. 这证明了CTRI具有出色的收敛性能.

此外, 我们分析了算法对噪声干扰的鲁棒性. 不同噪声水平下算法的重构性能如图2(b, c)所示. 结果表明, 虽然输入噪声水平在变化, 但是CTRI算法在SNR和保真度σ方面均优于其他三种算法, 证明了CTRI算

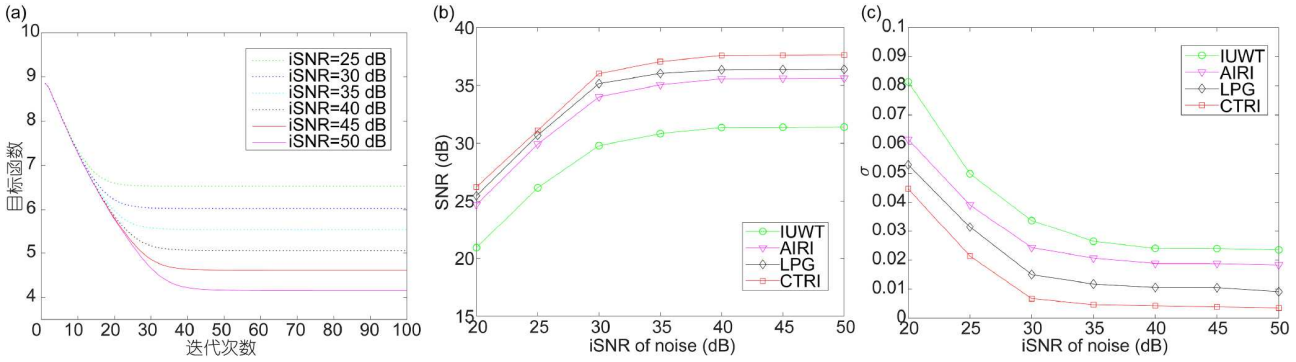


图 2 不同噪声水平下算法重构性能评估. (a) CTRI算法的收敛曲线; (b) 不同算法的信噪比对比; (c) 不同算法的保真度对比

Figure 2 Evaluation of algorithm reconstruction performance under different noise levels. (a) Convergence curve of the CTRI algorithm; (b) SNR comparison of different algorithms; (c) fidelity comparison of different algorithms

法对于噪声干扰具有良好的鲁棒性.

基于DART系统，我们进行了第二组仿真实验以进一步验证CTRI算法的性能. DART是国家重大科技基础设施“空间环境地基综合监测网”(子午工程二期)的标志性设备之一，由313台直径6米的抛物面天线组成，均匀分布在直径为1公里的圆环上[5]. DART主要用于太阳观测, 频率覆盖为150~450 MHz, 对应的角分辨率为4′50″~1′37″. 测试图像来源于2025年2月25日UT08:27:15对太阳观测结果，太阳位置为J2000坐标系下赤经$22^h34^m49.128^s$，赤纬–8°56′52.8″. 观测系统主要参数为中心频率425 MHz，带宽为2 MHz，积分时间为50 ms, 有效天线数为294个. 如图3(a)所示为包含86143个点的基线覆盖图. 利用CASA软件计算的脏图如图3(b)所示，可以看出脏图的背景中存在明显的由旁瓣引起的残留伪影. 如图3(c)所示为像素大小256×256的测试真值(ground truth)图像, 其通过对测量脏图进行旁瓣抑制后获得. 具体处理过程为: 以测量脏图为初始空域图像，经射电干涉成像正演模型映射得到对应的频域可见度函数，然后采用基于小波紧框架的压缩感知方法[38]对该可见度函数进行重构，实现脏图旁瓣伪影的有效抑制.

在第二组实验中，我们增加Asp-CLEAN[9]作为对比算法, 通过CASA(Common Astronomy Software Applications)软件实现. 当添加的高斯噪声iSNR=30 dB时, Asp-CLEAN、IUWT、LPG和CTRI算法的太阳重构结果如图3(d~o)所示，其中从上到下各行分别是重构图像、误差图像和残余脏图. 从图3可以看出，Asp-CLEAN和IUWT的重构结果残留较大的误差，而LPG算法则产生了视觉上更好的结果, 误差明显减少. 与其他三种方法相比, CTRI实现了最佳的视觉效果, 特别是在中间的太阳亮源区域, 其边缘和曲线更清楚, 误差更低. 表2列出了不同算法的重构性能对比. 结果表明, CTRI的信噪比和数据保真度明显优于Asp-CLEAN和IUWT，略优于LPG. 此外，虽然CTRI的计算时间长于Asp-CLEAN, 但明显短于IUWT和LPG.

最后, 我们利用DART点源实测数据进行了第三组实验. 实测数据来自DART在2025年12月15日UT00:03:18对静止轨道卫星观测结果，卫星位置为J2000坐标系下赤经$22^h34^m49.128^s$, 赤纬–8°56′52.8″. 观测系统主要参数为中心频率344 MHz，带宽为2 MHz, 积分时间为100 ms, 有效天线数为276个. 如图4(a)所示为包含75901个点的基线覆盖图，点源测量脏图如图4(b)所示. 在本实验中, 我们增加Hg-CLEAN[7]作为对比算法, 其通过CASA软件实现. 如图4(c~l)所示，从上到下分别为Hg-CLEAN、Asp-CLEAN、IUWT、LPG和CTRI算法的点源重构结果，其中从上到下各行分别是重构图像和残余脏图. 从视觉上来看, 上述成像算法均能重构出点源. 通过对比残余脏图可以看到，与Hg-CLEAN、Asp-CLEAN与IUWT相比，LPG与CTRI算法的误差明显更低. 为了便于比较, 沿重构图像峰值点进行横向截图，得到点源目标响应如图5所示. 结果表明, 与Hg-CLEAN和Asp-CLEAN相比，IUWT、LPG和CTRI等压缩感知方法能提高空间分辨率；与IUWT相比，LPG与CTRI算法重构结果具有更低的旁瓣，性能更优; 而LPG与CTRI算法重构结果几乎相同.

在本组实验中，由于实际测量中无法知道目标的真实亮温, 因此引入动态范围(dynamic range, DR)作为指标来定量评估图像重构质量, 即

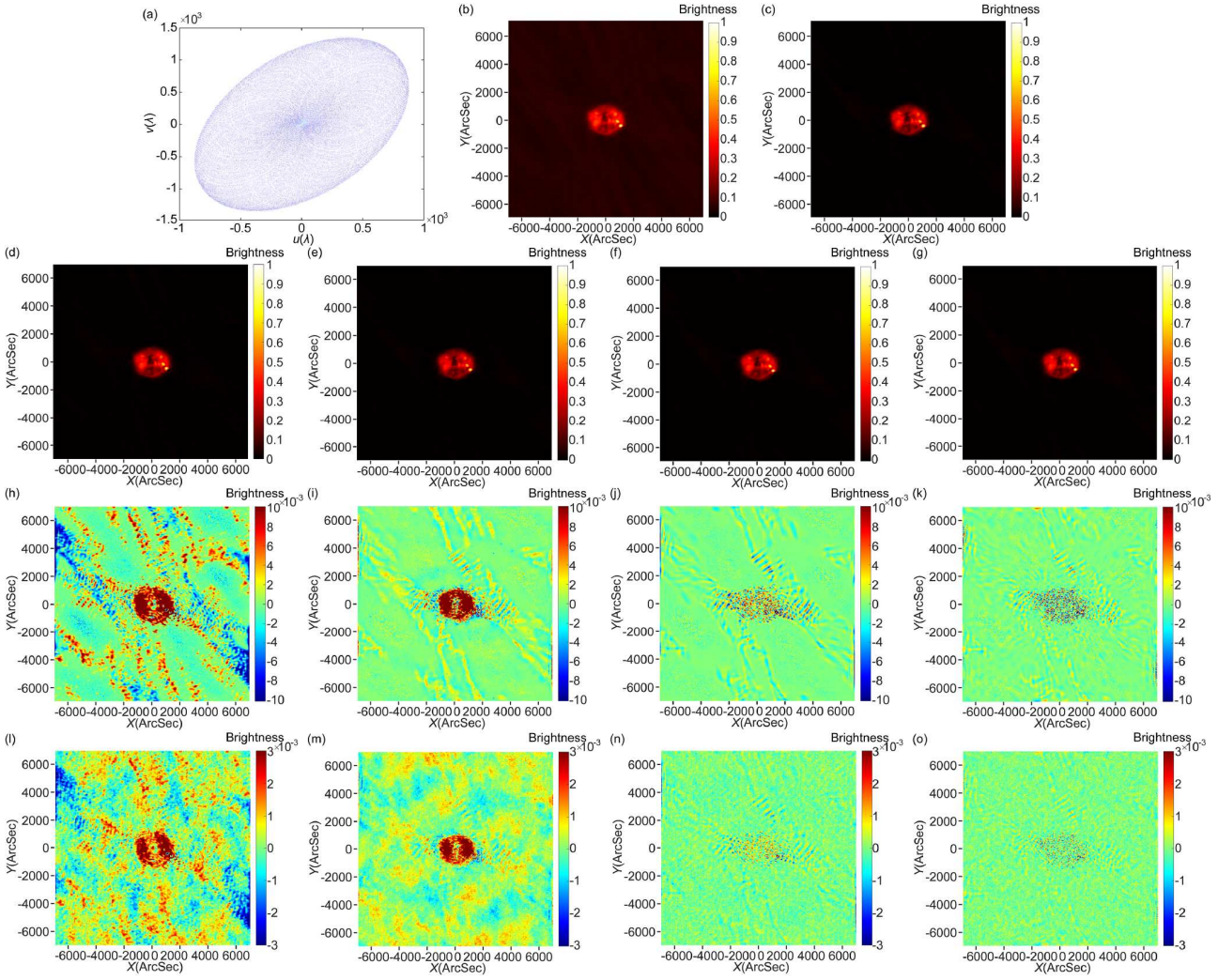


图 3 (a) DART基线覆盖; (b) 测量脏图; (c) 太阳测试图像; (d~g) Asp-CLEAN、IUWT、LPG和CTRI的重构图像; (h~k) Asp-CLEAN、IUWT、LPG和CTRI的重构误差图像; (l~o) Asp-CLEAN、IUWT、LPG和CTRI的残余脏图

Figure 3 (a) The DART baseline coverage; (b) measured dirty image; (c) test image of the Sun; (d–g) reconstructed images for Asp-CLEAN, IUWT, LPG and CTRI; (h–k) reconstruction error images for Asp-CLEAN, IUWT, LPG and CTRI; (l–o) residual dirty images for Asp-CLEAN, IUWT, LPG and CTRI

表 2 太阳图像重构性能对比

Table 2 Reconstruction performance comparison for the Sun

算法	信噪比(dB)	保真度	计算时间(s)
Asp-CLEAN	21.25	0.08468	3.68
IUWT	24.34	0.05914	16.12
LPG	30.56	0.02984	18.28
CTRI	31.11	0.02819	10.08

$$\mathrm{DR}=\frac{\sqrt{N}\|\boldsymbol{\Phi}\|_S^2}{\left\|\boldsymbol{\Phi}^{\dagger}(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{\Phi}\tilde{\boldsymbol{x}})\right\|_2}\max(\tilde{\boldsymbol{x}}), \tag{13}$$

其中, $\|\cdot\|_S^2$表示谱范数. 五种算法重构结果的DR和计算时间如表3所示. 从表3可以看出, CTRI算法的DR明显高于Hg-CLEAN、Asp-CLEAN和IUWT算法, 稍微高于LPG算法. 在计算时间方面, CTRI算法少于IUWT和LPG算法, 稍微多于Hg-CLEAN和Asp-CLEAN算法.

4 结论

射电干涉测量已成为天文观测领域一种重要技术手段, 在天文学、天体物理学等学科中占据不可或缺的地位. 然而, 射电干涉阵列的成像过程本质上是一类病态反问题. 虽然压缩感知在射电干涉成像中表现出了良好的性能, 但现有主流方法在稀疏基的表征能力

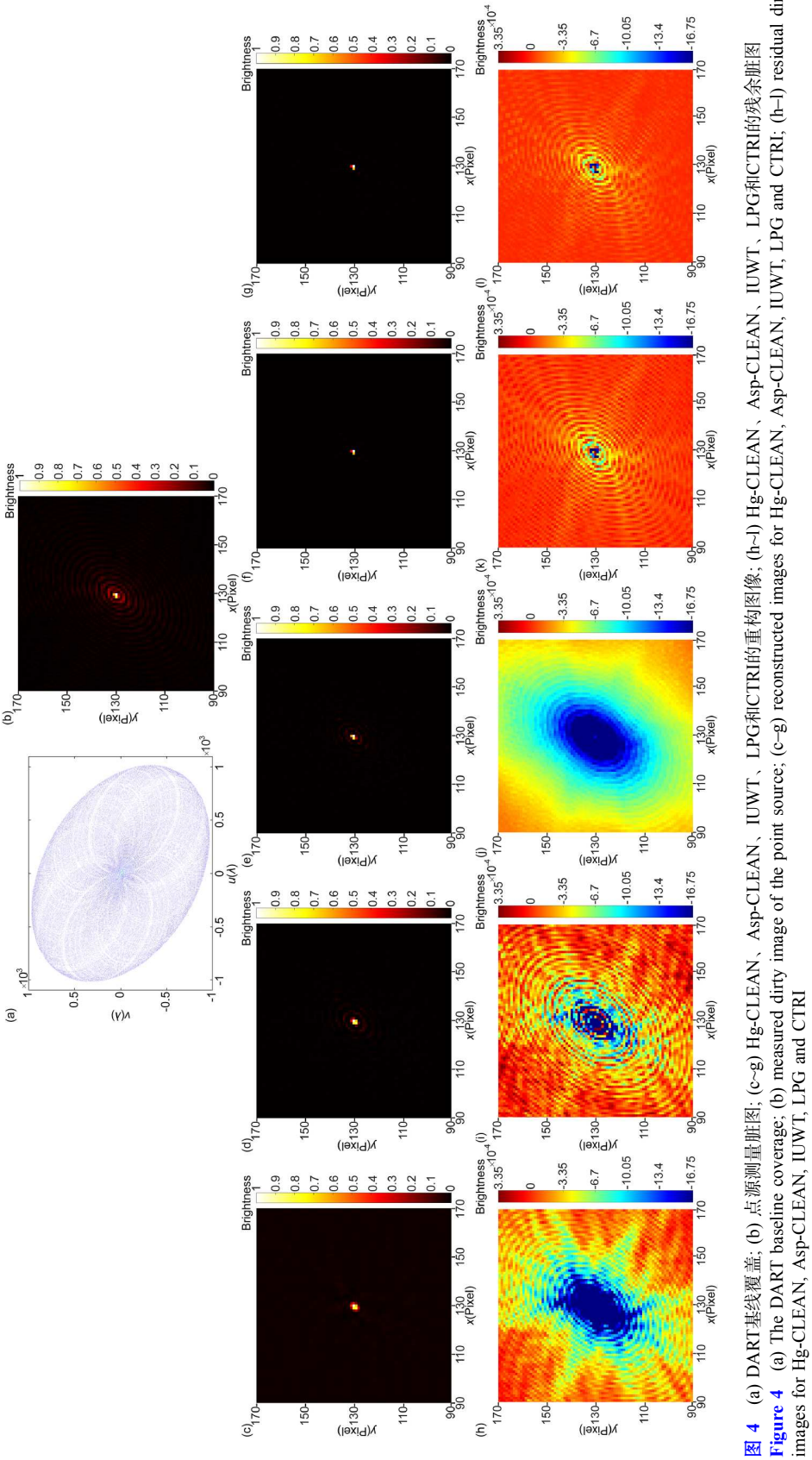


图 4 (a) DART基线覆盖; (b) 点源测量脏图; (c~g) Hg-CLEAN、Asp-CLEAN、IUWT、LPG和CTRI的重构图像; (h~l) Hg-CLEAN、Asp-CLEAN、IUWT、LPG和CTRI的残余脏图

Figure 4 (a) The DART baseline coverage; (b) measured dirty image of the point source; (c–g) reconstructed images for Hg-CLEAN, Asp-CLEAN, IUWT, LPG and CTRI; (h–l) residual dirty images for Hg-CLEAN, Asp-CLEAN, IUWT, LPG and CTRI

表 3 点源重构性能对比

Table 3 Reconstruction performance comparison of the point source.

算法	动态范围	计算时间(s)
Hg-CLEAN	3861.26	4.76
Asp-CLEAN	6030.21	3.53
IUWT	2661.37	15.78
LPG	21744.49	17.42
CTRI	28381.23	10.17

与优化算法的求解精度上仍存在不足. 针对此问题, 本文提出一种基于曲波变换的快速成像方法. 该方法借助快速离散曲波变换对天文图像进行稀疏表征, 能够高效捕捉图像边缘、曲线等结构化特征; 同时, 通过SCAD函数逼近理想的L_0范数, 并结合改进近端梯度算法求解非凸优化问题, 在迭代过程中引入惰性启动与重启策略进一步加快算法的收敛速率. 基于VLA和DART系统, 进行了多组实验. 实验结果表明, 该方法在重构精度方面明显优于Asp-CLEAN算法, 在重构精度和计算效率方面优于IUWT、AIRI和LPG等压缩感知算法, 证明了其有效性.

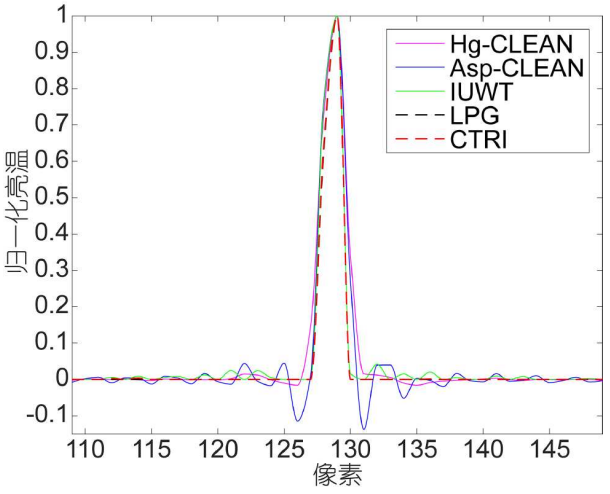


图 5 不同算法的点源目标响应

Figure 5 Point source target responses of different algorithms

致谢 本项成果使用国家重大科技基础设施子午工程科学数据.

参考文献

1 Perley R A, Chandler C J, Butler B J, et al. The expanded very large array: a new telescope for new science. Astrophys J, 2011, 739: L1

2 van Haarlem M P, Wise M W, Gunst A W, et al. LOFAR: The LOw-Frequency ARray. Astron Astrophys, 2013, 556: A2

3 Zhao B X, Zheng Q, Shan H Y, et al. North celestial region observed with 21 CentiMeter Array. Res Astron Astrophys, 2022, 22: 015012

4 Su C, Wang W, Yan Y H, et al. Measuring and analysis of the phase pattern of MUSER (in Chinese). Astron Res Technol, 2016, 13: 293–299 [苏仓, 王威, 颜毅华, 等. 明安图射电频谱日像仪天线相位方向图测量与分析. 天文研究与技术, 2016, 13: 293–299]

5 Yan J, Wu J, Wu L, et al. A super radio camera with a one-kilometre lens. Nat Astron, 2023, 7: 750

6 An T, Wu X P, Hong X Y, et al. Science applications and challenges of SKA big data (in Chinese). Bull Chin Acad Sci, 2018, 33: 871–876 [安涛, 武向平, 洪晓瑜, 等. SKA大数据的科学应用和挑战. 中国科学院院刊, 2018, 33: 871–876]

7 Högbom J A. Aperture synthesis with a non-regular distribution of interferometer baselines. Astrophys J Suppl Ser, 1974, 15: 417

8 Cornwell T J. Multiscale CLEAN deconvolution of radio synthesis images. IEEE J Sel Top Signal Process, 2008, 2: 793–801

9 Zhang L, Bhatnagar S, Rau U, et al. Efficient implementation of the adaptive scale pixel decomposition algorithm. Astron Astrophys, 2016, 592: A128

10 Zhang L. Fused CLEAN deconvolution for compact and diffuse emission. Astron Astrophys, 2018, 618: A117

11 Zhang X, Guo S G, Zhu R J, et al. A radio astronomy image restoration algorithm based on compressed sensing framework (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2024, 54: 289511 [张讯, 郭绍光, 朱人杰, 等. 一种基于压缩感知框架的射电天文图像复原算法. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2024, 54: 289511]

12 Yang X C, You X, Wu L, et al. Imaging algorithm of synthetic aperture radio telescope based on improved SARA (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2024, 54: 289514 [杨晓城, 游翔, 武林, 等. 基于改进SARA的综合孔径射电望远镜成像算法. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2024, 54: 289514]

13 Li F, Cornwell T J, de Hoog F. The application of compressive sampling to radio astronomy I. Deconvolution. Astron Astrophys, 2011, 528: 1265–1279

14 Carrillo R E, McEwen J D, Wiaux Y. Sparsity Averaging Reweighted Analysis (SARA): a novel algorithm for radio-interferometric imaging. Mon Not R Astron Soc, 2012, 426: 1223–1234

15 Onose A, Carrillo R E, Repetti A, et al. Scalable splitting algorithms for big-data interferometric imaging in the SKA era. Mon Not R Astron Soc, 2016, 462: 4314–4335
16 Onose A, Dabbech A, Wiaux Y. An accelerated splitting algorithm for radio-interferometric imaging: when natural and uniform weighting meet. Mon Not R Astron Soc, 2017, 469: 938–949
17 Abdulaziz A, Dabbech A, Wiaux Y. Wideband super-resolution imaging in Radio Interferometry via low rankness and joint average sparsity models (HyperSARA). Mon Not R Astron Soc, 2019, 489: 1230–1248
18 Birdi J, Repetti A, Wiaux Y. Sparse interferometric Stokes imaging under the polarization constraint (Polarized SARA). Mon Not R Astron Soc, 2018, 478: 4442–4463
19 Dabbech A, Terris M, Jackson A, et al. First AI for deep super-resolution wide-field imaging in radio astronomy: unveiling structure in ESO 137-006. ApJL, 2022, 939: L4
20 Gheller C, Vazza F. Convolutional deep denoising autoencoders for radio astronomical images. Mon Not R Astron Soc, 2022, 509: 990–1009
21 Terris M, Dabbech A, Tang C, et al. Image reconstruction algorithms in radio interferometry: from handcrafted to learned regularization denoisers. Mon Not R Astron Soc, 2023, 518: 604–622
22 Wilber A G, Dabbech A, Terris M, et al. Scalable precision wide-field imaging in radio interferometry – II. AIRI validated on ASKAP data. Mon Not R Astron Soc, 2023, 522: 5576–5587
23 Aghabiglou A, Chu C S, Dabbech A, et al. The R2D2 deep neural network series paradigm for fast precision imaging in radio astronomy. Astrophys J Suppl Ser, 2024, 273: 3
24 Dabbech A, Aghabiglou A, Chu C S, et al. CLEANing Cygnus A deep and fast with R2D2. ApJL, 2024, 966: L34
25 Thompson R A, Moran J M, Swenson G W Jr. Interferometry and Synthesis in Radio Astronomy. Berlin: Springer, 2017. https://doi.org/10.1007/978-3-319-44431-4
26 Fessler J A, Sutton B P. Nonuniform fast fourier transforms using min-max interpolation. IEEE Trans Signal Process, 2003, 51: 560–574
27 Candès E J, Eldar Y C, Needell D, et al. Compressed sensing with coherent and redundant dictionaries. Appl Comput Harmon Anal, 2010, 31: 59–73
28 Yang X, Cheng H, Wu L, et al. A L_q proximal gradient algorithm for radio-interferometric imaging. PASP, 2025, 137: 024502
29 Starck J L, Donoho D L, Candès E J. Astronomical image representation by the curvelet transform. Astron Astrophys, 2003, 398: 785–800
30 Candès E, Demanet L, Donoho D, et al. Fast discrete curvelet transforms. Multiscale Model Simul, 2006, 5: 861–899
31 Fan J, Li R. Variable selection via nonconcave penalized likelihood and its oracle properties. J Am Statistical Assoc, 2001, 96: 1348–1360
32 Yang X, Cheng H, Wu L, et al. Non-convex sparse regularisation for radio interferometric imaging via smoothly clipped absolute deviation. Astron Astrophys, 2025, 704: A43
33 Fei W, Lei C, Li P L, et al. A survey on nonconvex regularization-based sparse and low-rank recovery in signal processing, statistics, and machine learning. IEEE Access, 2018, 6: 66983–69906
34 Beck A, Teboulle M. A fast iterative shrinkage-thresholding algorithm for linear inverse problems. SIAM J Imag Sci, 2009, 2: 183–202
35 Amoozegar M, Akbarizadeh M, Bouwmans T. Robust and efficient FISTA-based method for moving object detection under background movements. Knowledge-Based Syst, 2024, 294: 111765
36 O'Donoghue B, Candès E. Adaptive restart for accelerated gradient schemes. Found Comput Math, 2015, 15: 715–732
37 Brogan L C, Gelfand D J, Gaensler M B, et al. Discovery of 35 new supernova remnants in the inner Galaxy. Astrophys J Lett, 2006, 639: 25–29
38 Yang X, You X, Wu L, et al. A radio-interferometric imaging method based on the wavelet tight frame. AJ, 2025, 169: 130

Summary for “基于曲波变换的射电干涉阵列快速成像方法”

Fast imaging method based on curvelet transform for radio-interferometric arrays

Xiaocheng Yang[1,2], Gaofeng Wu[1], Lin Wu[2], Jingye Yan[2*], Xuning Lv[2], Yucheng Zhou[2], Yang Yang[2], Li Deng[2] & Bo Wei[1]

[1] *School of Computer Science and Technology, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China*
[2] *State Key Laboratory of Solar Activity and Space Weather, National Space Science Center, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China*
* Corresponding author, E-mail: yanjingye@nssc.ac.cn

Radio-interferometric arrays have become a crucial tool in astronomical observation, playing a vital role in many fields such as astronomy and astrophysics. These instruments synthesize virtual large apertures through interferometric techniques using sparsely distributed small antennas, achieving unprecedented angular resolution. However, since the observation data of radio-interferometric arrays only cover part of the spatial frequencies, the imaging process is essentially an ill-posed inverse problem. Conventional methods like CLEAN algorithms have limitations in image quality and scalability to massive datasets. Although compressed sensing (CS) has exhibited remarkable performance in radio-interferometric imaging, existing CS-based radio-interferometric imaging algorithms still suffer from the following drawbacks: in terms of sparse bases, they have insufficient sparse representation capability, especially in characterizing the structural features of radio images; in terms of optimization algorithms, they adopt L_1-norm minimization to approximately replace the intractable L_0-norm minimization problem, which inevitably introduces reconstruction bias and compromises imaging fidelity, particularly for astronomical sources with high dynamic range.

To address this issue, this paper proposes a high-precision and fast imaging method based on the curvelet transform. First, we employ the fast discrete curvelet transform (FDCT) via the wrapping algorithm to sparsely represent astronomical images, which provides a multi-scale and multi-directional analysis capability that effectively captures structural features such as edges and curved filaments with remarkable efficiency. Compared to traditional wavelet-based methods, the FDCT substantially enhances the quality of sparse representation. Second, the smoothly clipped absolute deviation (SCAD) penalty is adopted instead of the conventional L_1 norm to more accurately approximate the ideal L_0 norm, thus reducing reconstruction bias in sparse recovery while maintaining computational tractability. Building on this formulation, an improved proximal gradient algorithm is developed to solve the non-convex optimization problem. Moreover, the inertia-start and gradient-based restart strategies are incorporated into the iterative process to effectively suppress oscillations and accelerate convergence. Furthermore, the maximum likelihood estimation is used to adaptively select the regularization parameter during iterations, eliminating the need for manual parameter tuning and enhancing the robustness of the algorithm.

Several simulations and real-data experiments have been conducted using the Very Large Array (VLA) and the DAocheng Radio Telescope (DART). The experimental results show that the proposed method is significantly superior to the adaptive scale pixel decomposition algorithm (Asp-CLEAN) in terms of reconstruction accuracy evaluated by signal-to-noise ratio and image domain data fidelity, though it is slower in computational speed than Asp-CLEAN. Besides, the proposed method outperforms existing compressed sensing algorithms such as isotropic undecimated wavelet transform (IUWT), artificial intelligence for regularization in radio-interferometric imaging (AIRI) and L_q proximal gradient (LPG) in both reconstruction accuracy and computational efficiency, thus verifying its effectiveness. These results offer a promising new approach for efficient and high-quality imaging of future large-scale radio-interferometric arrays such as the Square Kilometre Array (SKA).

radio telescope, radio interferometry, image reconstruction, compressed sensing, curvelet transform

doi: 10.1360/CSB-2025-5933