激光闪烁相关法测雨遥感方程

吕达仁　吴北婴
（中国科学院大气物理研究所，北京）

一、引　言

利用激光束透过降雨区时，在接收端所产生的起伏的散射光(即光闪烁)的统计特性来遥感光源和接收器之间距离上的平均雨强和雨滴谱，是一种十分有前途的遥感测雨方法．此法在很大程度上克服了现用其他一些方法在取样代表性和时效上的不足．Wang（王定一）等[1]自1975年开始提出这一方案，已经在理论和初步实验上取得了相当进展[2-4]．王定一等所提出的光闪烁测雨的主要原理如图1所示，处于光束中的下落雨滴群在两个平行的线状接收器上产生不同的散射光强，雨滴群的自然下落引起各自散射光的时间变化．这种散射光的时空相关函数包含着雨参数信息．王定一等推得的基本理论关系式为

$$C_\chi(Z_0,\ \tau)=\langle\chi_1(t)\chi_2(t+\tau)\rangle=9.66\times10^{-23}Z_0^2l^{-1}\tau^{-10}L\bar{N}_V(a'),\tag{1}$$

$$\int_0^\infty C_\chi(Z_0,\ \tau)d\tau=0.82\times10^{-11}l^{-1}Lh,\tag{2}$$

其中 $a'=2.5\times10^{-5}Z_0^2\tau^{-2}$，$N_V(a')$ 和 h 分别为平均雨滴谱密度和雨强，Z_0、l、L 如图1所示．$\chi_{1,2}$ 分别代表雨滴群引起的散射光波振幅，$c_\chi(Z_0,\ \tau)$ 表示散射光波振幅的时空相关函数．$\chi=|(\boldsymbol{E}_0+\boldsymbol{E}_s)/\boldsymbol{E}_0|-1$，$\boldsymbol{E}_0$ 为入射激光振幅，$\boldsymbol{E}_s$ 为散射光波振幅．实际降雨满足 $|\boldsymbol{E}_s/\boldsymbol{E}_0|\ll1$，同时可以认为 $\boldsymbol{E}_s$ 由单次散射构成，且各雨滴散射彼此统计独立．当将此理论公式应用于实验结果分析时产生了一系列需要解决的问题，例如定标问题、基线扣除问题以及所得滴谱与实际滴谱的关系等．我们的分析表明，建立(1)、(2)式过程中所存在的一些不足导致这些公式在实际应用中的某些缺陷．这些不足之处可归结为：

1. 公式(1)、(2)采用散射光波振幅比为基本量，而实测量是线积分光强，可得导出量为光强时空相关函数 $B_I(Z_0,\ \tau)$．在雨滴引起的散射光闪烁概率密度分布未知或不唯一的情况下，$B_I(Z_0,\ \tau)$ 和 $C_\chi(Z_0,\ \tau)$ 之间并不能建立起确定的比例关系．这就产生了应用(1)、(2)式于实测时的定标问题．事实上，采用 $C_\chi(Z_0,\ \tau)$ 的理论关系是难以对 $B_I(Z_0,\ \tau)$ 定标的．

2. 无论采用 $C_\chi(Z_0,\ \tau)$ 或 $B_I(Z_0,\ \tau)$，都存在着一个很强的直流背景分量(王定一等称为基线)．对于这个强直流分量(1)、(2)式中并无反映，也没有对它的产生与公式表达等数学物理问题进行讨论．

3. 在建立(1)、(2)式时，多次采用稳相法求积，由此引起两方面的问题．一是对测量环境与降雨作了较多的限制（如 $l\gg(\lambda L)^{1/2}$，$a\ll(\lambda L)^{1/2}$，$\tau\gg(2L/k)^{1/2}\sigma_V^{-1}$，$\tau\gg0.01(L/k)^{1/4}$

本文1983年8月29日收到．

等),这些限制不一定是必要的. 另一方面,(1)式中的 $N_v(a')$ 并不是真正的路径平均雨滴谱密度在 a' 的值,而是在 a' 附近的复杂加权平均值,在不同 a' 处加权函数并不相同.

在分析(1)、(2)式存在问题的基础上,本文要建立起一个以实测线积分光强为自变量的测雨遥感方程,对方程各项进行讨论,并在最后给出雨滴谱测量权重函数的数值结果例子. 限于篇幅,详细的数值分析试验将另文发表.

二、测雨遥感方程

对 $\lambda = 0.6328$ 微米的氦-氖激光,雨滴处于大粒子散射范围, $\eta = ka \gg 1$, 散射光振幅函数为[5]

$$S(\theta) = \eta^2 J_1(\eta\theta)/\eta\vartheta, \tag{3}$$

$k = 2\pi/\lambda$, θ 为散射角. 相应地其散射光强函数

$$I_s(\theta) = I_0|S|^2/k^2r^2 = I_0a^2J_1^2(\eta\theta)/\theta^2r^2, \tag{4}$$

I_0 为入射光强, r 为距离, J_1 为一阶 Bessel 函数. 按图 1 所示,半径为 a, 处于 (x, y, z) 的雨滴在两个线状光电接收器处产生的线积分光强分别为

$$f_{1,2}(x, y, z, a) = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} I_s\left(x, y, z; a; L, y', \pm\frac{Z_0}{2}\right) dy', \tag{5}$$

足标 1、2 分别代表上下接收器, $\left(L, y', \pm\frac{Z_0}{2}\right)$ 分别表示接收器的坐标. r 和 θ 由雨滴与接收器的相对几何关系确定.

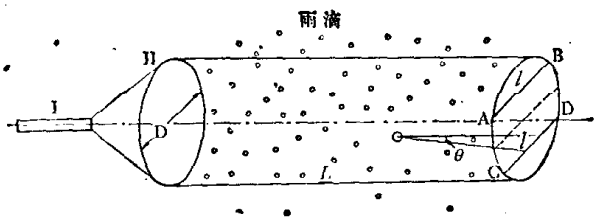

图 1 激光闪烁相关法测雨原理示意图

I——氦氖激光器; II——光学系统,产生水平平行光束;
AB、CD——两个平行放置线状接收器

设降雨在 L (10^1—10^2 米)内均匀随机分布,光束照射范围内雨滴总数为 N,在 t 时刻雨滴分别处 $(x_i, y_i, z_i; a_i)$, 在上接收机所测光强为

$$F_1(t) = \sum_{i=1}^{N} f_1(x_i, y_i, z_i; a_i), \tag{6}$$

忽略水平运动, 在 $(t+\tau)$ 时刻雨滴各自下落 $v(a_i)\tau$, $v(a_i)$ 为半径 a_i 的雨滴自由下落末速. 这时下接收器所测光强为

$$F_2(t+\tau) = \sum_{i=1}^{N} f_2(x_i, y_i, z_i - v(a_i)\tau; a_i), \tag{7}$$

由此两接收器所测光强时空相关函数为

$$B_F(Z_0, t, \tau) = \langle F_1(t)F_2(t+\tau)\rangle, \tag{8}$$

$\langle\ \rangle$代表集合平均. 当雨强与滴谱稳定时 B_F 与 t 无关而且雨滴间距满足独立散射条件, 即平

均间距远大于 Fresnel 衍射区(此条件完全满足,见文献[5],4—5 页)时,集合平均可以用几何空间-雨滴谱空间(下面简称空间-谱)平均来实现. 整理(6)、(7)、(8)式,可得

$$B_F(Z_0, \tau) = B_1(Z_0, \tau) + B_2(Z_0, \tau), \tag{9}$$

$$B_1(Z_0, \tau) = \left\langle \sum_{i=1}^{N} f_1(x_i, y_i, z_i; a_i) f_2(x_i, y_i, z_i - v(a_i)\tau; a_i) \right\rangle, \tag{10}$$

$$B_2(Z_0, \tau) = \left\langle \sum_{i=1}^{N} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N} f_1(x_i, y_i, z_i; a_i) f_2(x_j, y_j, z_j - v(a_i)\tau; a_j) \right\rangle, \tag{11}$$

其中 B_1 代表相同的单个雨滴在下落过程中产生的散射光强时空相关的贡献总和,它和雨滴参数的关系将在下面讨论. B_2 代表非相同雨滴在下落中产生的散射光强时空相关的贡献总和.

我们先讨论 B_2. 由于雨滴随机独立分布,产生的散射光亦彼此独立,则其相关值应与 τ 无关,应等于各自产生的散射光强均值的乘积. 这个均值与前面讨论一样可用空间-谱平均来求得. 令光束内雨滴数密度为 N_0,归一化雨滴谱密度为 $n_V(a)$,实际滴谱为 $N_V(a) = N_0 n_V(a)$,光束内雨滴总数为 $N = \pi D^2 L N_0/4$. 由此 $B_2(Z_0, \tau)$ 可以用光束内单个雨滴平均散射强度来表示

$$B_2(Z_0, \tau) = B_2(Z_0) = N(N-1)\langle f_1\rangle\langle f_2\rangle, \tag{12}$$

$$\langle f_{1,2}\rangle = \frac{1}{\frac{1}{4}\pi D^2 L} \int_0^{\infty} n_V(a)da \int_0^{L} dx \int_{-\frac{D}{2}}^{\frac{D}{2}} dy \int_{-\sqrt{\frac{D^2}{4}-y^2}}^{\sqrt{\frac{D^2}{4}-y^2}} dz f_{1,2}(x, y, z; a), \tag{13}$$

这里空间-谱平均用积分来实现. 由(12)式可知,B_2 这一直流背景分量取决于雨滴群的总体散射特性. 关于 B_2 和雨强或雨滴含水量的关系将另文讨论. 这里只是阐明了这个王定一等称为"基线"的直流分量的物理意义与表达式.

下面考察 $B_1(Z_0, \tau)$. 和对 B_2 的处理一样,用空间-谱积分来实现集合平均

$$B_1(Z_0, \tau) = \int_0^{\infty} N_V(a)da \int_0^{L} dx \int_{-\frac{D}{2}}^{\frac{D}{2}} dy \int_{-\sqrt{\frac{D^2}{4}-y^2}}^{\sqrt{\frac{D^2}{4}-y^2}} dz f_1(x, y, z; a) \cdot f_2(x, y, z - v(a)\tau; a), \tag{14}$$

改写(14)式为

$$B_1(Z_0, \tau)/I_0^2 = \int_0^{\infty} N_V(a) W(Z_0, \tau, a) da, \tag{15}$$

$$W(Z_0, \tau, a) = \frac{1}{I_0^2} \int_0^{L} dx \int_{-\frac{D}{2}}^{\frac{D}{2}} dy \int_{-\sqrt{\frac{D^2}{4}-y^2}}^{\sqrt{\frac{D^2}{4}-y^2}} dz f_1(x, y, z; a) f_2(x, y, z - v(a)\tau; a), \tag{16}$$

(15)式就是关于雨滴谱的完整遥感方程,(16)式为测雨核函数表达式. 对固定 L、D、Z_0,$W(Z_0, \tau, a)$ 可以预先计算得到. 根据核函数特性可以判断该方法的测雨能力,并选择适当的反演方法.

剩下的重要问题是如何由 B_F 中分离出 B_2 和 $B_1(Z_0, \tau)$. 这就是王定一等所谓的扣除基线值问题. 可以有几种方法分离出 B_2 和 $B_1(Z_0, \tau)$. 一种是采用类似于王定一等提出的方法,即以 $B_F(Z_0, -\tau)$ 近似作为 B_2,即取 $B_1(Z_0, \tau) = B_F(Z_0, \tau) - B_F(Z_0, -\tau)$. 另一种是以 $B_F(Z_0, \tau_c)$ 值来近似 B_2 值,τ_c 为较最小雨滴下落经过 Z_0 所需时间为长的某个时延值.

分析试验表明，这些近似方法都是可行的，但由于 B_2 值常常远大于 $B_1(z_0, \tau)$ 值，从 B_F 中分离出 B_2 和 $B_1(Z_0, \tau)$ 时应该十分小心.

三、核函数计算举例

图 2 为一个核函数数值试验个例. 由于实际滴谱密度从小滴到大滴变化达几个量级，在图 2 中我们以常用 Marshall-Palmer 雨滴谱乘以 $W(Z_0, \tau, a)$ 绘于图 2 中. 由图 2 可见，此法的测雨核函数具有十分良好的谱分辨率，十分有利于雨滴谱遥感. 所用反演方法可十分类似于气溶胶谱密度反演方法[6].

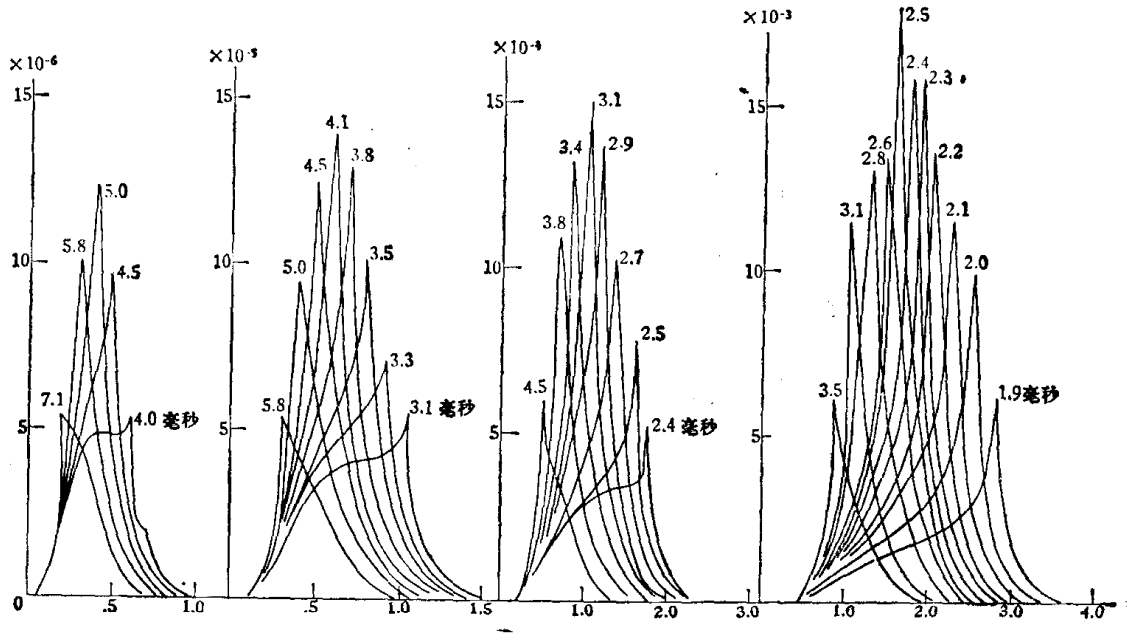

图 2　测雨遥感方程核函数数值考察

计算参数为 $l = 20$ 厘米，$Z_0/l = 0.1$，$l/L = 0.004$. 图中以四个不同雨强下的 Marshall-Palmer 谱与 $W(Z_0, \tau, a)$ 的乘积绘出. 注意到各核函数反映的良好分辨率

本文导出了完整的激光闪烁相关法测雨遥感方程，从而将王定一等提出的这一有前途的遥感测雨方案置于更为确切可靠和定量的基础上. 该方程中的核函数显示出良好的雨滴谱分辨能力. 我们已进行一系列数值试验，得到了较为满意的结果.

致谢：这项研究是作者得到王定一博士的协助和启发而开展的，谨此深表谢意.

参　考　文　献

[1] Wang, T. I. and Clifford, S. F., *JOSA*, **65** (1975), 8: 927—937.
[2] Wang, T. I. et al., *Appl. Opt.*, **16** (1977), 2236—2241.
[3] Wang, T. I. and Lawrence, R. S., *Appl. Opt.*, **16** (1977), 3176—3179.
[4] Wang, T. I., Earnshaw, K. B. and Lawrence, R. S., *J. Appl. Met.*, **18** (1979), 5: 654—660.
[5] Van de Hulst, H. C., *Light Scattering by Small Particles*, Wiley, New York, 1957, 210.
[6] 吕达仁、周秀骥、邱金桓，*Scientia Sinica*, Ser. B, **XXV** (1982), 9: 745—755.