# 热密 QCD 介质中部分子能量损失

刘 杰 毛亚显 向文昌 周代翠*

(华中师范大学粒子物理研究所, 武汉 430079. * 联系人, E-mail: dczhou@mail.ccnu.edu.cn)

摘要 采用光锥路径积分(LCPI)方法研究有限的夸克胶子等离子体(QGP)区域中重夸克能量损失, 导出计算能量损失的解析表达式, 并给出计算结果. 结果表明, 考虑了质量效应的重夸克辐射能量损失较忽略质量的轻夸克辐射能量损失有明显的压低. 对高能夸克, 其辐射能量损失与介质长度的平方成正比, 随着能量的降低, 平方关系变为线性依赖.

关键词 高能重离子碰撞 光锥路径积分(LCPI)方法 诱导胶子辐射 重夸克能量损失

格点QCD预言, 在极端高温或高密条件下, 普通强子物质会发生退禁闭相变到夸克胶子等离子体(QGP)相, 即原来被束缚在强子体系内部的夸克和胶子退紧闭成自由的QGP物质. 这种相变的发生是由于以相对论速度飞行的高能重离子在相互发生猛烈碰撞过程中, 巨大的粒子动能被沉积在核-核(AA)碰撞的有限区域内, 并转化为热能, 形成极端高温高密环境, 迫使强子体系解除色禁闭, 形成QGP新物质形态, 并最终转化为末态粒子的产生. 因此, 有关QGP的形成和性质成为这一领域研究的焦点. 近年来, 美国BNL/RHIC相对论重离子对撞机上大量实验数据的涌现以及欧洲核子研究中心CERN/LHC大型强子对撞机的即将运行极大地推动了高能和超高能区重离子实验和理论研究的新发展, 人们期待借助这两大重离子对撞机实验探测一种新物质形态-夸克-胶子等离子体(QGP), 从根本上检验量子色动力学(QCD)预言. 理论研究表明, 在QGP相中存在着大量的高密部分子[1], 它们形成一种热化高密QCD介质体系. 高能重离子间的碰撞-入射部分子间的初始相互作用会导致新的大量部分子的产生及其碎裂, 而产生的部分子在穿越QCD热密介质体系时, 由于部分子之间的弹性碰撞以及介质诱导部分子的韧致辐射会导致穿越部分子的能量损失[2,3]. 在高能重离子物理中, 这种现象类同量子电动力学中Landau-Pomeranchuk-Migdal(LPM)效应[4,5], 是探测QGP现象和研究QGP性质的重要手段.

近年来, 人们对于QCD中的LPM效应和介质诱导部分子辐射能量损失问题产生了浓厚的兴趣[6~15]. 在研究过程中, SLAC实验组第一次精确的测量到QCD中的LPM效应[6]; RHIC实验中观测到高横动量强子产额压低[7]和夸克单喷注(monojet)现象[8]. 理论上, Gyulassy等人[2]和Wang等人[3](G-W)最先提出核作用中的多重散射导致部分子穿越QGP物质过程的能量损失; BDMPS用等时微扰论推广G-W模型研究辐射能量损失[9,10]; Zakharov[11]用光锥路径积分方法研究无质量部分子辐射能量损失; Wiedemann等人[12]推广了KST理论; 通过在Fury近似下解Dirac方程得到光子(胶子)对横动量的依赖, Wang等人[13,14]进一步考虑Jet能量损失的细致平衡效应研究QCD介质中的能量损失, 得到与实验数据一致的结果. 本文基于G-W模型, 采用光锥路径积分方法, 导出描述有质量的部分子辐射能量损失的解析表达式, 并计算辐射能量损失对夸克能量、质量和介质路径长度的依赖.

## 1 理论模型与计算结果

基于 G-W 模型, 假定 QCD 介质中的部分子为静止的散射中心, 用德拜屏蔽势 $V(r)=\mathrm{e}^{-r\cdot\mu_{\mathrm{D}}}/r$ 描述散射中心之间的相互作用, $\mu_{\mathrm{D}}$ 为色屏蔽质量( $\mu_{\mathrm{D}}=\left(1+\frac{n_f}{6}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot g_s\cdot T$ ), $g_s$ 为 QCD 耦合常数, $T$ 为热密介质的温度. 考虑能量为 $E$ 的重夸克在介质 $z=0$ 处产生, 取入射夸克的动量沿 $z$ 轴方向. 当重夸克穿越高密介质时, 由于部分子之间的散射导致胶子辐射, 其几率可以通过解含虚势的二维薛定谔方程给出. 在光锥路径积分方法(LCPI)中, 二维哈密顿量可写为

$$H=-\frac{1}{2\cdot M(x)}\left(\frac{\partial}{\partial\vec{\rho}}\right)^2-i\frac{n(z)\sigma_3(\vec{\rho},x)}{2}. \qquad (1)$$

其中, 虚势定义为

$$V(\vec{\rho},x)=-i\frac{n(z)\sigma_3(\vec{\rho},x)}{2}. \qquad (2)$$

(1)式中, $M(x)=Ex(1-x)$, $x$是胶子携带的动量份额, $\vec{\rho}$

是横向坐标，$n(z)$是在介质中纵向坐标$Z$处的粒子数密度，$\sigma_3(\vec{\rho},x)$为 $\bar{q}gq$ 系统与散射中心相互作用的三体散射截面[16].

在真空中，虚势 $V(\vec{\rho},x)=0$，解薛定谔方程可得真空中的格林函数:

$$K_0(\vec{\rho}_2,z_2\mid\vec{\rho}_1,z_1)=\frac{M(x)}{2\pi i(z_2-z_1)}\exp\left[\frac{iM(x)(\vec{\rho}_2-\vec{\rho}_1)^2}{2(z_2-z_1)}\right]. \tag{3}$$

真空中光锥波函数与格林函数有如下关系:

$$\psi(\vec{\rho},x)=P(x)\left(\frac{\partial}{\partial\rho_x'}-i\cdot s_g\frac{\partial}{\partial\rho_y'}\right)\times\int_0^\infty \mathrm{d}\xi\exp\left(-\frac{i\xi}{L_f}\right)K_0(\vec{\rho},\xi\mid\vec{\rho}',0)|_{\vec{\rho}'=0}. \tag{4}$$

类似地在沿纵向距离为 $z$ 的介质中光锥波函数为

$$\psi(\vec{\rho},x)=P(x)\left(\frac{\partial}{\partial\rho_x'}-i\cdot s_g\frac{\partial}{\partial\rho_y'}\right)\times\int_0^z \mathrm{d}\xi\exp\left(-\frac{i\xi}{L_f}\right)K_0(\vec{\rho},\xi\mid\vec{\rho}',0)|_{\vec{\rho}'=0}. \tag{5}$$

其中，$P(x)=i\sqrt{\alpha_s/2x}\cdot[s_g(2-x)+2s_q x]/2M(x)$，$S_{g,q}$代表粒子的螺旋度，$\alpha_s$为强耦合常数，$L_f$为胶子的形成长度且$L_f=2Ex(1-x)/\varepsilon^2$, $\varepsilon^2=m_g{}^2(1-x)+m_q{}^2x^2$, $m_g$和$m_q$分别代表胶子和夸克的质量，其中胶子质量$m_g$是红外截断标度，这里取$m_g\approx\mu$，$\mu$是德拜屏蔽质量[6]. 当入射粒子能量很高时，粒子质量可以忽略，此时$L_f\to\infty$，则$\exp(i\xi/L_f)\approx1$. 然而对于重夸克，其质量不能忽略，$L_f$是一个有限量，这时不能简单地采用近似$\exp(i\xi/L_f)\approx1$. 下面考虑加进质量效应后的辐射胶子几率.

假设重夸克在 $z=0$ 处产生，并在长为 $L$ 的介质中沿 $z$ 轴传播. 为了简化计算，忽略对能量损失贡献较小的自旋涨落，则诱导胶子辐射几率分布为:

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x}=\int_0^L \mathrm{d}z\cdot n(z)\frac{\mathrm{d}\sigma_{eff}^{BH}(x,z)}{\mathrm{d}x}. \tag{6}$$

其中,

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_{eff}^{BH}(x,z)}{dx}=\mathrm{Re}\int\mathrm{d}\rho\psi^*(\rho,x)\sigma_3(\rho,x)\psi(\rho,x,z). \tag{7}$$

$\mathrm{d}\sigma_{eff}^{BH}/\mathrm{d}x$ 代表有效Bethe-Heiler截面，其截面考虑了LPM效应及其有限大小效应. 在$\rho\ll1/\mu$的区域，$\sigma_3(\rho,x)=\rho^2C_3(x)$, $C_3(x)=C_2(\rho)A(x)$, $A(x)=[1+(1-x)^2-x^2/N_c^2]\cdot(C_A/2C_F)$, $C_2(\rho)$取如下形式[17]:

$$C_2(\rho)\approx\frac{C_FC_T\alpha_s^2\pi}{2}\cdot\ln\left(\frac{1}{\rho\mu}\right). \tag{8}$$

其中, $C_A$, $C_F$, $C_T$为色 Casimir 算子, $N_c$是色常数.

将格林函数(3)式代入光锥波函数(4)式，可得真空中的光锥波函数:

$$\psi(\rho,x)=\frac{i\cdot P(x)M(x)}{\pi\rho^2}\times(-\rho_x+i\cdot s_g\rho_y). \tag{9}$$

联立(5)，(7)，(8)和(9)式，经过简单的代数计算得到:

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_{eff}^{BH}(x,z)}{\mathrm{d}x}=\frac{G(x)A(x)C_FC_T\alpha_s^2}{8M(x)}Im\int_0^z\mathrm{d}\xi\exp\left(-\frac{i\cdot\xi}{L_f}\right)\left(1-c+\ln\frac{2\mu^2\xi}{M(x)}+\frac{\pi}{2}i\right) \tag{10}$$

式中，$G(x)=\alpha_sC_F[1-x+x^2/2]/x$，$c=0.5772$ 为 Euler 常数. 在高能极限下胶子形成长度 $L_f$ 远大于介质长度 $L$，即 $L_f\gg L$，则有$\xi/L_f\ll1$. 故可将(10)式中的$\exp(i\xi/L_f)$作泰勒展开并保留一阶小量即 $\exp(i\xi/L_f)\approx1-\xi/L_f$，再由(6)式和(10)式可得媒介物质中的胶子辐射几率为

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x}=\frac{G(x)A(x)\pi nC_FC_T\alpha_s^2L^2}{8M(x)}-\frac{G(x)A(x)nC_FC_T\alpha_S^2L^3}{12M(x)L_f}\left(3\ln\frac{2\mu^2L}{M(x)}-c+\frac{1}{6}\right) \tag{11}$$

式中第一项等价于不考虑质量效应情况下辐射胶子的几率，第二项显含 $L_f$，表示质量效应引起的辐射修正. 显然，当 $L_f\to\infty(m_q=0)$时，第二项为 0，这时与文献[17]结果一致.

下面计算由于介质诱导胶子辐射引起的夸克能量损失:

$$\Delta E=\int_{\omega_{cr}}^E\mathrm{d}\omega\omega\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}\omega}. \tag{12}$$

对于轻夸克，其质量效应可以忽略，近似认为$\exp(i\xi/L_f)\approx1$. 由式(6)，(10)和(12)得轻夸克的能量损失:

$$\Delta E = \frac{C_F \alpha_s}{4} \frac{L^2 \mu^2}{\lambda_g} \ln \frac{E}{\omega_{cr}}. \quad (13)$$

其中，$1/\lambda_g = \alpha_s^2 \pi C_F C_T A(0) n / 2\mu^2$，$n$ 是介质的数密度，$\lambda_g$ 是胶子在 QGP 中的平均自由程. 当 $E \to \infty$时，$\omega_{cr} \sim \max(nC_3 L^3/4, L\mu^2/2)$，能量损失为

$$\Delta E = \frac{C_F \alpha_s}{4} \frac{L^2 \mu^2}{\lambda_g} \ln \frac{E}{\mu}. \quad (14)$$

可见，在高能情况下，得到的结果与GLV的表达式形式一致[18].

进一步考虑加进有质量效应的低阶修正引起的重夸克辐射能量损失. 利用式(11)和(12)，我们得到重夸克辐射能量损失$\Delta E$ 的解析表达形式:

$$\Delta E = \frac{C_F \alpha_s L^2 \mu^2}{4\lambda_g} \left\{ \ln \frac{E}{\omega_{cr}} - \frac{L m_g^2}{3\pi E} \left( \frac{4}{3} - \frac{4}{3} \ln \frac{E}{\omega_{cr}} + \frac{E}{\omega_{cr}} \ln \frac{2\mu^2 L}{\omega_{cr}} + \ln \frac{E}{\omega_{cr}} \right) + \frac{L m_q^2}{3\pi E} \left( \frac{41}{24} - \frac{3}{4} \frac{\omega_{cr}}{E} + \frac{3}{2} \ln \frac{2\mu^2 L}{E} - \frac{\omega_{cr}}{E} \ln \frac{2\mu^2 L}{\omega_{cr}} \right) \right\}. \quad (15)$$

由(15)式可以看出，能量损失的主要贡献来自于第一项，它的大小等价于无质量夸克的辐射能量损失，第二项和第三项分别为红外截断效应和夸克的质量效应对辐射能量损失的低阶修正.

图 1 给出轻夸克和重夸克的辐射能量损失的计算结果. 计算中选取$\mu$ = 0.5 GeV, $\lambda_g$ = 1.0 fm, $\omega_{cr}$ = 2.5 GeV, $L$ = 4 fm, $\alpha_s$ = 0.3, $m_g$ = 0.375 GeV. 从图中可以很清楚的看到重夸克($m_{q2}$ = 1.5 GeV)的辐射能量损失(虚线 2 所示)相对于轻夸克($m_{q1}$ = 0)(实线 1 所示)有很大程度的压低. 随着入射部分子能量的增加，轻、重夸克的辐射能量损失逐渐趋于一致，因为此时入射能量远大于夸克质量，质量效应可以忽略. 从图中还可以看到在能量较低的区域，能量压低将会出现负值. 在最近的某些研究中[19,20]指出，在低横动量区域，此时联系着部分子再散射和再结合机制等因素.

图 2 反映了辐射能量损失对夸克质量的依赖程度. 这里我们仍取$\mu$ =0.5 GeV, $\lambda_g$ = 1.0 fm, $\omega_{cr}$ =2.5 GeV, $L$ = 4 fm, $\alpha_s$ = 0.3, $m_g$ = 0.375 GeV. 实线 1 是夸克质量 $m_{q1}$ = 0 的情况，虚线 2 和点线 3 分别是 s 夸克($m_{q2}$=0.2 GeV)和 c 夸克($m_{q3}$ = 1.5 GeV)的情况. 从图中可以看出，不同质量的夸克对能量损失压低的程度不一样，质量越大，压低越大. 但随着入射能量的增加，质量效应对夸克辐射能量损失的影响逐渐变小，最终重夸克辐射能量损失趋近于轻夸克的情况.

如果给定粒子的入射能量 $E$，而来观察能量损失率$\Delta E/E$ 随介质长度 $L$ 的变化关系，便可得到如图 3 所示的结果.

在图 3 的计算中，参量$\mu$, $\lambda_g$, $\omega_{cr}$, $\alpha_s$和 $m_g$ 的值的选取与前面相同. 从图中可以明显看出，随着 $L$ 的增大，夸克能量损失不断增大. 当入射能量较小($E_1$ = 15 GeV)时(虚线 1), $\Delta E/E$ 与 $L$ 近似具有线性依赖关系，即$\Delta E \propto L$; 随着入射部分子能量的增加($E_2$ = 30 GeV), $\Delta E$ 与 $L$ 间的线性依赖转变为平方关系，即$\Delta E \propto L^2$,

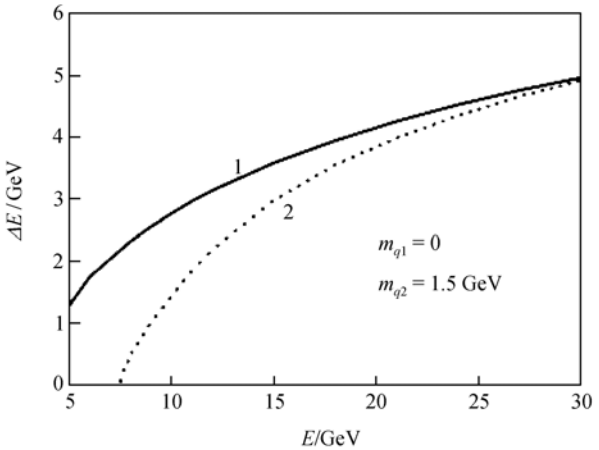



图 1 轻、重夸克辐射能量损失

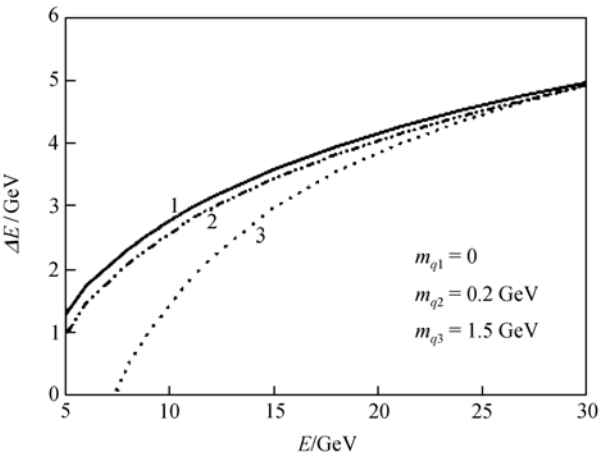



图 2 比较不同质量夸克辐射能量损失

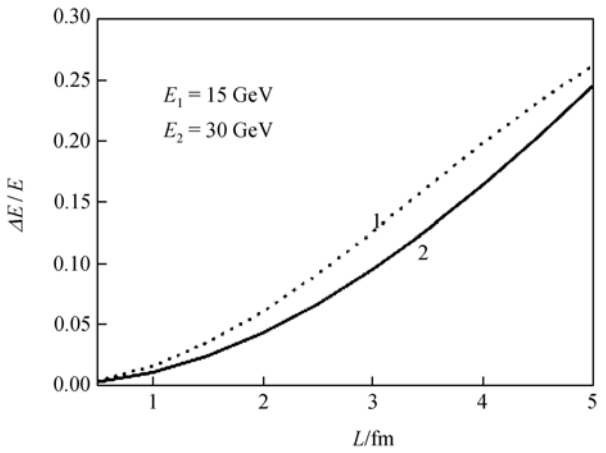



图 3 $\Delta E/E$ 对介质路径长度的依赖

如实线 2 所示.

## 2 结果与讨论

本文基于 G-W 模型的物理假设, 假定 QCD 介质中的部分子为静止的散射中心, 构成散射中心的部分子之间的相互作用用德拜屏蔽势描述, 采用光锥路径积分方法, 通过解含虚势的二维薛定谔方程给出部分子散射诱导的胶子辐射几率. 在假设入射重夸克的能量足够大以至满足 $L_f \gg L$ 的条件下, 采用有效的近似方法, 导出计算重夸克辐射能量损失的简洁解析公式, 给出重夸克在穿越热密 QCD 介质过程中辐射能量损失的计算结果. 用这一解析解描述的能量损失在高能极限下和 Gyulassy 等人的数值解的结果是一致的. 到目前为止, 其他大部分有关重夸克辐射能量损失的计算都是通过数值模拟得到的. 本文采用光锥路径积分方法来处理胶子辐射问题较为简洁, 并能给出计算能量损失的解析形式. 但值得注意的是, 当夸克质量继续增大, $\rho\varepsilon<<1$不再成立, 有待我们尝试新的方法进一步完善这一计算, 以适用于更大质量的夸克辐射能量损失的情况.

致谢 感谢 Zakharov 教授给予的帮助和讨论, 感谢张本威博士的有益讨论. 本工作为国家自然科学基金(批准号: A10575044)和国家教育部基金资助项目.

## 参 考 文 献

1 Biro T S, Müller B, Wang X N. Color screening in relativistic heavy ion collision. Phys Lett B, 1992, 283: 171~173[DOI]
2 Gyulassy M, Wang X N. Multiple collisions and induced gluon bremsstrahlung in QCD. Nucl Phys B, 1994, 420: 583~614[DOI]
3 Wang X N, Gyulassy M, Plümer M. The LPM effect in QCD and radiative energy loss in a quark-gluon plasma. Phys Rev, 1995, D51: 3436~3446
4 Landau L D, Pomeranchuk I Ya. Dokl Akad Nauk. Limits of applicability of the theory of Bremsstrahlung electrons and pair-production at high energy. SSSR, 1953, 92: 535~735
5 Migdal A B. Bremsstrahlung and pair production in condensed media at high energies. Phys Rev, 1956, 103: 1811~1820
6 Anthony P L, Becker S R, Bosted P E, et al. Bremsstrahlung suppression due to the Landau-Pomeranchuk-Migdal and dielectric effects in a variety of materials. Phys Rev, 1997, D56: 1373~1390
7 Adcox K, Adler S S, Ajitanand N N, et al. Suppression of hadrons with large transverse momentum in central Au + Au collisions at $\sqrt{S_{NN}}$ = 130 GeV. Phys Rev Lett, 2002, 88: 022301(1~6) [DOI]
8 Adler C, Ahammed Z, Allgower C, et al. Disappearance of back-to-back high-$p_T$ hadron correlations in central Au + Au collisions at $\sqrt{S_{NN}}$ = 200 GeV. Phys Rev Lett, 2003, 90: 082302(1~6) [DOI]
9 Baier R, Dokshitzer Y L, Mueller A H, et al. Induced gluon radiation in a QCD medium. Phys Lett B, 1995, 345: 277~286[DOI]
10 Baier R, Dokshitzer Y L, Mueller A H, et al. Medium-induced radiative energy loss; equivalence between the BDMPS and Zakharov formalisms. Nucl Phys B, 1998, 531: 403~425[DOI]
11 Zakharov B G. Fully quantum treatment of the Landau-Pomeranchuk-Migdal effect in QED and QCD. JETP Lett, 1996, 63: 952~957[DOI]
12 Wiedemann U A, Gyulassy M. Transverse momentum dependence of the Landau-Pomeranchuk-Migdal effect. Nucl Phys B, 1999, 560: 345~382[DOI]
13 Wang E K, Wang X N. Parton energy loss with detailed balance. Phys Rev Lett, 2001, 87: 142301(1~4) [DOI]
14 Zhang B W, Wang E K, Wang X N. Heavy quark energy loss in a nuclear medium. Phys Rev Lett, 2004, 93: 072301(1~4) [DOI]
15 Xiang W C, Ding H T, Zhou D C. Radiative energy loss of heavy quark and dead cone effect in ultra-relativistic heavy ion collisions. Chin Phys Lett, 2005, 22(1): 72~75[DOI]
16 Zakharov B G. Radiative parton energy loss and jet quenching in high-energy heavy-ion collisions. JETP Lett, 2004, 80: 617~622[DOI]
17 Zakharov B G. On the energy loss of high energy quarks in a finite-size quark-gluon plasma. JETP Lett, 2001, 73: 49~52[DOI]
18 Gyulassy M, Levai P, Vitev I. Non-abelian energy loss at finite opacity. Phys Rev Lett, 2000, 85: 5535~5538[DOI]
19 Salgado C A, Wiedemann U A. Calculating quenching weights. Phys Rev, 2003, D68: 014008(1~20)
20 Wiedemann U A. Theoretical overview quark matter'04. J Phys, 2004, G30: S649~S658

(2005-04-25 收稿, 2005-08-31 接受)