关于电子束的亮度极限

王 之 江

（中国科学院上海光学精密机械研究所）

应用电子束的各种技术中，常要求电子束具有高亮度，而其亮度不高往往成为应用的障碍，这种情况与光学有相似之处．光学中光源的亮度已因激光的出现而大幅度提高．

与光子不同，电子是费米子，在单一相格内只可能有自旋不同的二个电子而不能无限增多．因此，电子束亮度是有上限的．在研究固体中的电子能态时，已计算过电子能态密度，并导出了固体的费米面上的电子能量和速度．求得的体积 L^3 之内的，能量处在 E 和 $E+dE$ 之间的电子能态数为[1]

$$dN=\frac{L^3}{2\pi^2}\left(\frac{2m}{h^2}\right)^{3/2}E^{1/2}\cdot dE, \tag{1}$$

式中 m 为电子质量，h 为普朗克常数，由此可得到，在单位时间内通过单位面积和单位立体角的电子中，能量处在 E 到 $E+dE$ 之间的电子数为

$$B_M=\frac{mE\,dE}{2\pi^3h^3}, \tag{2}$$

这就是非相对论近似下的电子束亮度极限．由于固体内的电子速度不大，一般在 10eV 以下，上式是足够好的近似．对相对论电子束而言，则应对此加以修正．

相对论电子相应的德布洛意波长 λ 和频率 ν 与其动量 P 和能量 E 有下述关系：

$$\begin{cases}2\pi\nu=E/h, & (3)\\ 2\pi/\lambda=p/h=mc\beta(1-\beta^2)^{-1/2}/h,=\sqrt{2Em(1+E/2mc^2)}/h. & (4)\end{cases}$$

而单位相格的尺度则由

$$\begin{cases}d\Omega dA=\lambda^2\\ d\nu dt=1\end{cases} \tag{5}$$

决定，式中 dA 和 $d\Omega$ 分别是电子所通过的面积和立体角．因此在下式决定的范围内至多有二个电子

$$\begin{cases}d\Omega dA=4\pi^2\hbar^2/(2Em(1+E/2mc^2)),\\ dt=2\pi\hbar/dE,\end{cases} \tag{6}$$

也就是说，在单位时间内通过单位面积单位立体角的电子数极限值为

$$B_M=\frac{Em\left(1+\frac{E}{2mc^2}\right)dE}{2\pi^3h^3}, \tag{7}$$

当 $E\ll 2mc^2$ 时，(7) 式与 (2) 式相同．由此可见相对论电子束可以具有更高的亮度，(7) 式

本文 1981 年 6 月 9 日收到．

的相对论修正因子，也是固体内部电子态数应有的修正因子，虽然它在固体中一般很不重要。

按 (7) 式可以算出各种能量 E 的电子束亮度极限(取 $\Delta E = 1\text{eV}$)

E(eV)	10^3	10^4	10^5	10^6	10^7
$B_M(A/\text{cm}^2/\text{ster})$	5×10^{12}	5×10^{13}	5×10^{14}	10^{16}	5×10^{17}

Langmuir 早在 1937 年就提出了电子束亮度极限的理论[2]，他考虑了加速电场对亮度的影响，导出电子束亮度与其能量成正比

$$B_M = (\rho/\pi KT)E, \tag{8}$$

式中 ρ 是阴极表面发射率，常随表面温度 T 而指数增大。(8) 与 (7) 式相比较可见，当 $E \ll$ MeV 时 $B_M \propto E$ 二式相同；当 $E \gg$ MeV 时由 (7) 式 $B_M \propto E^2$，和 (8) 式不同。

现在的实用电子束亮度比 (7) 式所定的极限值要低得多[3]，当电子能量为 10^5eV 时，热发射的电子束亮度约为 $10^5\text{A/cm}^2/\text{ster}$，场发射电子束则为 10^8—10^{10}。可见电子束的亮度尚可望大幅度提高，问题在于找到电子发射率更高的阴极，我们曾提出，脉冲高温等离子体可能作为高亮度电子束源[4]。

当电子被加速时，E 可不断增大，ΔE 不变，此时，不但电子束亮度变大，如 (7) 式所示，而且相干度也不断改善 ($E/\Delta E$ 增大)，这是电子与光子的不同所在。故高能加速将有利于电子干涉、电子全息术、电子相干辐射等技术的实现。

参 考 文 献

[1] Kittel, C., 固体物理导论，科学出版社，1979，182.

[2] Langmnir, D., *Proc. IRE*, **25** (1937), 977.

[3] Crew, A., *Progr. Opt.*, **11** (1973), 225.