科 学 通 报
第38卷 第 1 期 CHINESE SCIENCE BULLETIN 1993 年 1 月

# 基本颗粒构成的粗糙表面二向性反射
## ——相互遮蔽效应的几何光学模型*

李小文 A. И. Strahler
(Boston 大学遥感中心)
朱 启 疆 朱 重 光
(北京师范大学地理系,北京 100875) (中国科学院遥感研究所,北京 100101)

**关键词** 二向性反射、相互遮蔽效应、几何光学模型

当前从遥感图象上借以识别地物的仍然是它的波谱特征. 仅仅凭借这一特征，还不能充分利用遥感图象所包含的信息. 从经验中知道，物体的阴影对于识别其三维结构有非常重要的作用,尤其在不同的入照和观测方向上,从观察到的阴影变化可以推断出物体的三维结构特征. 本文着重讨论构成粗糙表面的基本颗粒之间相互遮蔽对二向性反射的影响.

## 1 二向性反射分布函数(BRDF)及其几何-光学模型

地面物体的反射是个非常复杂的物理现像,它是入射光天顶角 $\theta_i$ 和方位角 $\phi_i$，观测的天顶角 $\theta_r$ 和方位角 $\phi_r$ 以及波长 $\lambda$ 等 5 个变量的函数,一般称之谓二向性反射分布函数(BRDF).

实际测量中采用"方向反射比"(DRF)的概念，表示在相同条件下地物向某一方向反射的强度与该方向理想的漫反射强度之比. 当入射光的分布为 $\delta$ 函数时，以有限面积的反射为基础，BRDF 可定义为 DRF 的极限形式:

$$\mathrm{BRDF}=\lim_{\Omega_i\to 0,\Omega_r\to 0}\left[\frac{1}{\pi}\cdot\mathrm{DRF}\right]=\frac{1}{\pi}\cdot\frac{\int_A\int R(s)\langle s,i\rangle\langle s,r\rangle I(i,s)I(r,s)\mathrm{d}s}{A\cdot\cos\theta_i\cdot\cos\theta_r},\qquad(1)$$

式中 $\Omega$ 是给定方向的一个立体角，$A$ 是象元面积，d$s$ 是象元 $A$ 上反射入射光的小面积元并近似处理为漫反射表面,其反射系数为 $R(s)$,小面积元法线与入射方向 $i$、反射方向 $r$ 两方向夹角$(\theta_i,\theta_r)$的余弦分别为 $\langle s,i\rangle$ 和 $\langle s,r\rangle$; $I(i,s)$ 与 $I(r,s)$ 则为从 $i$、$r$ 方向 d$s$ 的可见度.

李小文-Strahler 在为针叶林建立几何-光学模型[1]时,曾假定每棵针叶树是一绿色不透明的圆锥,其表面积元是漫反射体,反射率 $R(s)=C$. 这些圆锥置于为漫反射体的水平地面,反射率 $R(s)=G$. 传感器从方向 $r$ 观测时的瞬时视场(IFOV)为 $A$. 单位面积内共有 $n$ 个位置是随机的圆锥,其底面的平均半径为 $R$. 当入射光从 $i$ 方向照射时,圆锥表面和地面上小面积元可能被光线照到,也可能在阴影中. 当忽略多次散射时,方程(1)中的 $I(i,s)$ 或等于 1 或等于 0. 当传感器从 $r$ 方向观测时,这些小面积元可能看得见,也可能被锥体挡住，处于视觉阴

1992-04-10 收稿,1992-06-25 收修改稿.
* 国家自然科学基金资助项目.

影中，$I(r,s)$亦相应地取值为 1 或 0．因此，仅有 $I_i$ 和 $I_r$ 均为 1 的面积元方对传感器的响应有贡献：

$$\mathrm{BRDF}=\frac{1}{\pi}\cdot\frac{\int_{A_G}\int_{11} G\cdot\cos\theta_i\cdot\cos\theta_r\mathrm{d}s+\int_{A_{C11}}\int C\cdot\langle s,i\rangle\langle s,r\rangle\mathrm{d}s}{A\cdot\cos\theta_i\cdot\cos\theta_r}$$

$$=\frac{1}{\pi}\left[\frac{A_{G11}}{A}G+C\frac{1}{A}\int_{A_{C11}}\int\frac{\langle s,i\rangle}{\cos\theta_i}\cdot\frac{\langle s,r\rangle}{\cos\theta_r}\mathrm{d}s\right],\tag{2}$$

式中 $A_{G11}$ 是既被照到又被看到的地面面积，$A_{C11}$ 是既被照到又被看到的与锥面对应的水平面总面积．$\frac{\langle s,i\rangle}{\cos\theta_i}\cdot\mathrm{d}s$ 是 $\mathrm{d}s$ 沿 $i$ 方向投影到地面的面积，$\frac{\langle s,r\rangle}{\cos\theta_r}$ 与此相似．

如果 $\mathrm{d}s$ 在水平方向上各向同性，在垂直方向上倾角分布均匀；又由于 $A_{G11}$ 和 $A_{C11}$ 是照射到的面积和看得见的面积的交集，这使 BRDF 取得最大值时的 $r$ 方向一定与 $i$ 方向完全相同．观测方向 $r$ 对入射方向 $i$ 的任何偏离，只会引起 $A_{G11}$ 与 $A_{C11}$ 的减小，而不会引起被积函数值的任何增加．因而式(2)比较成功地解释了二向性反射的“热点”效应．更为重要的是，式(2)指出地物的二向性反射特征不仅取决于其材料的波谱特征（$G$ 与 $C$），而且取决于其结构——$A_{G11}$ 和 $A_{C11}$ 随 $i$ 与 $r$ 方向的变化以及 $\mathrm{d}s$ 的空间分布状况．

## 2　对 Strahler-Jupp 模型中重叠函数圆盘等效近似的修正

Strahler 和 Jupp[1] 在上述基础上明确地引入了重叠函数的概念，使上述模型在解释“热点”效应上有了牢固的理论基础．鉴于重叠函数的理论重要性，我们还进一步对 Strahler-Jupp 的圆盘等效近似作了修正，以保持热点在主平面和主锥面上的宽度与基本颗粒的空间分布和形状之间的对应关系．我们也导出了椭球形基本颗粒在主平面和主锥面上重叠函数的精确表达式．

在主平面上，重叠函数为

$$O(\theta_i',\theta_r',\phi)=R^2(t-\sin t\cos t)(\sec\theta_i'+\sec\theta_r'),\tag{3}$$

其中

$$t=\frac{h(\tan\theta_i'-\tan\theta_r'\cos\phi)}{b(\sec\theta_i'+\sec\theta_r')};\quad\phi=0\text{ 或 }\pi.$$

在主锥面上，

$$O(\theta_i'-\theta_r',\phi)=2R^2(u-\sin u\cos u)\sec\theta_i',\tag{4}$$

其中

$$u=\cos^{-1}\left(\frac{h}{b}\sin\theta_i'\cdot\sin\left(\tan^{-1}\left(\tan\frac{\phi}{2}\cdot\sec\theta_i'\right)\right)\right),$$

这里 $h,b,R$ 的意义分别为平均树高，树冠的垂直半径与水平半径．$\theta_i'$ 和 $\theta_r'$ 为变换后的等效入射天顶角和观测天顶角，变换式是：

$$\theta'=\tan^{-1}\left(\frac{b}{R}\tan\theta\right),\tag{5}$$

式(3)中 $\phi$ 是观测方向与入射方向水平方位角差．

下面着重强调其中几个新的概念上的进展．

1) Li Xiao-wen, Strahler, A. H., IEEE Trans. GARS, Special Issue on Remote Sensing Science (in press).

## 3 交互阴影比与交互阴影张角

粗糙表面的基本颗粒之间相互遮蔽对其二向性反射的影响是个重要问题，但迄今未得到很好的描述，并引入粗糙表面的反射模型. 因而，Beckman-Spizzichino 模型和 Torrance-Sparraw 模型[2]在解释大倾角的反射时都束手无策.

为了研究基本颗粒之间相互遮蔽，首先我们希望定量描述它们之间相互遮蔽的程度.

从概率几何中我们知道，如果平均大小的基本颗粒沿方向 $i$ 在水平面上的投影面积比率是 $\Gamma_i$，这些阴影完全独立随机分布，则这些阴影覆盖水平面上任一点的概率为 $1-e^{-\eta\Gamma_i}$. 这 $\eta$ 为单位面上单个阴影的平均个数. 在不考虑重叠的情况下，从方向 $i$ 基本颗粒的总投影面积比率应为 $\eta\Gamma_i$（单位面积内平均）. 由此，我们定义沿 $i$ 方向的交互阴影比为

$$M_i = 1 - \frac{1 - e^{-\eta\Gamma_i}}{\eta\Gamma_i}, \tag{6}$$

即沿 $i$ 方向投影时，基本颗粒投影面被其它颗粒遮蔽的比例或概率. 这一概念在数学上虽然很简单，但对建立交互阴影张角的概念是非常重要的.

$M_r$ 的概念与 $M_i$ 类似，但 $M$ 的概念则略有不同，可以称为双向性交互阴影比. 在本问题中，其重要性不如 $M_i$ 和 $M_r$，但在推导过程中是很有用的工具，它在两个"相关性"的问题上起一定的桥梁作用. 这里两个"相关性"指的是单个基本颗粒的入射阴影与观察阴影的空间相关性和一个基本颗粒的入射阴影与另一个基本颗粒的观察阴影之间沿高度方向的相关性；前者决定了热点，后者则决定的 BRDF 的"碗边".

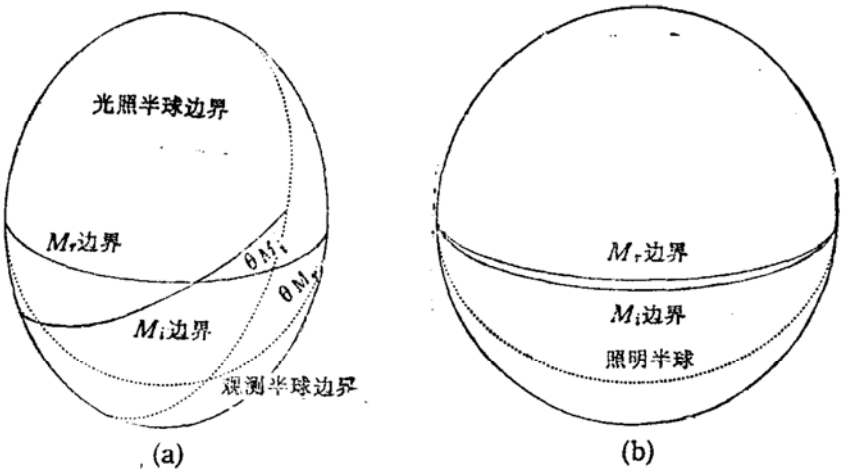



图 1 交互阴影边界和张角

(a) 任意情况下的光明半球边界、观测半球边界、$M_r$ 边界和 $M_i$ 边界：均为通过球心平面与椭球面之交线，交互阴影张角即为相应两平面之夹角；(b) 在主平面上 $\theta_r > \theta_i$ 时，沿 $r$ 方向看到的一个平均颗粒(为方便计，假定为球)

知道了 $M_i$ 和 $M_r$，我们就可以建立交互阴影张角的概念(见图 1). 这个概念建立在以下的假定基础上：一个平均意义上的基本颗粒被其它颗粒遮蔽的部分总是落在其全部承影面的下部. 纯粹为了方便，我们假定这个"下部"近似为如图 1 所示的大圆与照明边界所夹的一块球(或椭球)面. 因而，我们有

$$\theta_{M_i} = \cos^{-1}(1 - 2M_i), \tag{7}$$

$\theta_{M_r}$ 亦可相应求出，见文献[3].

## 4　交互阴影张角 $\theta_{M_i}$ 的模糊化

利用交互阴影张角的概念，我们终于能建立一个简洁的几何光学模型，以正确地反映出粗糙表面二向性反射的基本特征：热点和碗边（或由基本颗粒的反射率与背景反射率大小之比以及由基本颗粒的形状和密度决定的倒碗边）效应．这是以往的任何粗糙表面的反射模型难以实现的．

但是，进一步的研究表明，现实中的阴影并非首先填满基本颗粒承影面的下部然后再往上扩展．即使在"均匀高度"极端情况中，$e^{-\eta R^2 x} \approx 50\%$ 时，基本颗粒本身的重叠就可能造成相当的百分比的阴影并高出交互阴影张角所定义的边界，从而局限了本模型的精度[4]．这种误差主要表现在主平面上从热点到天顶再到对面碗边由 $M_iP_i$ 决定的那一部分．而这一部分恰好有最广泛的实际应用价值．

分析表明，这一误差主要来自于用严格的 $O/I$ 关系来决定照明阴影的边界．实际上的阴影总是犬牙状，因而大圆状的照明阴影界线不应是严格的．换言之，交互阴影的张角必须模糊化，才能提高模型的精度．模糊化的程度应与观察方向和入射方向的差有关．在热点处，模糊化不应影响上述模型所建立的关系；模糊的程度应与基本颗粒的大小和密度有关：$\eta\Gamma_i$ 越大，模糊的程度越小，亦即 $M_i$ 边界下阴影充满的可能性越高；反之，$\eta\Gamma_i$ 越小，$M_i$ 边界越模糊，阴影满在 $M_i$ 边界下与否的随机性越高．

基于以上考虑，经反复与计算机模拟和数值积分的结果比较分析，我们建议 $M_i$ 张角的模糊修正系数为 $\theta_{M_i}/\pi$．从而在主平面上的 $A_{C11}$ 可表达为

$$A_{C11} = \begin{cases} \eta\Gamma_C - \eta\Gamma_r[M_r - 0.5(1 - \cos(\theta_i' - \theta_r'\cos\phi))], & \text{若 } \theta_r' > \theta_i' \text{ 且 } \phi = 0; \\ \eta\Gamma_C - \eta\Gamma_r\left[1 - \cos\left(\theta_{M_i} - \dfrac{\theta_{M_i}}{\pi}(\theta_i' - \theta_r'\cos\phi)\right)\right], & \text{若 } \theta_r' < \theta_i'. \end{cases} \tag{8}$$

当 $\phi = \pi$，$\theta_r' > \theta_i'$ 时，$A_{C11}$ 取二者之中小者，这里 $\Gamma_C$——树冠的光照面积，$\Gamma_r$——观察方向的椭球投影面积．

## 5　结　论

交互阴影张角的概念抓住了大颗粒粗糙表面反射的基本特征，是我们在森林二向性反射建模中的新进展，同时也可能对一般粗糙表面反射的建模工作有重要的参考价值．尽管研究工作还在继续进行，而目前的模型还不可能是尽善尽美的，比如目前采用的在"均匀高度"和"随机高度"二者之间线性加权的方法，就是经验性的，并带有一些随意性．更健全的途径应该是从高度的分布导出各高度上承影面上承影的概率分布并将其平均效果纳入对 $M_i$，$M_r$ 边界模糊化的影响．尽管如此，我们希望已有的结果能对二向性反射建模和应用的同行能有一定参考价值。

## 参　考　文　献


[1] 李小文、朱启疆等，国土资源遥感，1991，(1)：9—24．

[2] Strahler, A. H., Jupp, D. L. B., *Remore Sens. Environ.*, 1990, **34**: 153—166.

[3] Nayar, S. K. *et al.*, *IEEE Trans on Pttern Analysis and Machine Intelligence*, 1991, **13**(7): 611—634.

[4] Li Xiao-wen, Strahler, A. H., Mufual shodowing and directional reflectance on a rough surfaces a geomettic-optieal model, *IGARS'*, 1992.