相界上裂纹的两个奇异指数*

考虑如图1所示的半无限长平面裂纹问题. 裂纹与折线相界相交于相界拐点上，裂纹沿长线与相界的夹角分别为 λ^+、λ^-，荷载 P、Q 作用在远离裂纹尖端处，两相材料均为均匀各向同性的弹性材料，剪切模量和泊松比分别为 G_1、G_2 和 ν_1、ν_2.

以裂纹面和相界为边界将全平面分成三个区域，如图1. 设每个区域在裂纹尖端附近有复势解:

$$\begin{aligned}\phi_j(z) &= A_j z^{1-\alpha} + B_j z^{1-\alpha},\\ \psi_j(z) &= C_j z^{1-\alpha} + D_j z^{1-\alpha},\end{aligned}\quad (j = 1, 2, 3) \tag{1}$$

A_j、B_j、C_j、D_j 为常数，$z = x + iy$，α 为应力奇异指数，则由

$$\begin{aligned}&(\sigma_\theta)_j + (\sigma_r)_j = 2[\phi_j'(z) + \overline{\phi_j'(z)}],\\ &(\sigma_\theta)_j - (\sigma_r)_j + 2i(\sigma_{r\theta})_j\\ &\quad = e^{2i\theta}[\bar{z}\phi_j''(z) + \psi_j'(z)],\\ &2G_j[(u_x)_j + i(u_y)_j]\\ &\quad = \kappa_j\phi_j(z) - z\,\overline{\phi_j'(z)} - \overline{\psi_j(z)}.\end{aligned} \tag{2}$$

可得到应力和位移场，其中 $\kappa_j = 3 - 4\nu_j$(平面应变). 应用裂纹面上应力为零和相界上应力、位移连续的条件，经过冗长的运算，则导出复势解中常数不全为零的条件:

$$\left[\overline{\frac{f^+}{\Delta^+} - \frac{f^-}{\Delta^-}}\right]\left[\frac{\mathring{f}^+}{\bar{\Delta}^+} - \frac{\mathring{f}^-}{\bar{\Delta}^-}\right] - \left[\overline{\frac{g^+}{\Delta^+} - \frac{g^-}{\Delta^-}}\right]\left[\frac{\mathring{g}^+}{\bar{\Delta}^+} - \frac{\mathring{g}^-}{\bar{\Delta}^-}\right] = 0, \tag{3}$$

其中

$$\begin{aligned}f^+(\beta,\gamma,\lambda^+,\pi,\xi) &= \xi(e^{2i\lambda^+} - 1)\\ &\times[\gamma - 1 + \beta + 2\beta(\beta + 1)\\ &\times(\cos 2\xi(\pi - \lambda^+) - 1) - 2\beta^2\xi^2\\ &\times(\cos 2\lambda^+ - 1)],\\ g^+(\beta,\gamma,\lambda^+,\pi,\xi) &= -1\\ &+ 2\beta(\beta + \gamma e^{-2i\lambda^+\xi})[\cos 2\xi(\pi - \lambda^+)\\ &- 1 - \xi^2(\cos 2\lambda^+ - 1)] + \gamma e^{-2\pi i\xi}\\ &+ 2\beta(\cos 2\xi(\pi - \lambda^+) - 1)\\ &- \beta e^{2i\xi(\pi - 2\lambda^+)} + (1 + \beta - \gamma)e^{-2i\lambda^+\xi},\\ \Delta^+(\beta,\gamma,\lambda^+,\pi,\xi)\\ &= 1 + 2\beta(\beta + 1)(1 - \cos 2\xi\\ &\times(\pi - \lambda^+)) - 2\beta^2\xi^2(1 - \cos 2\lambda^+),\\ \mathring{f}^+(\beta,\gamma,\lambda^+,\pi,\xi) &= f^+(\beta,\gamma,\lambda^+,\pi.\xi),\\ \mathring{g}^+(\beta,\gamma,\lambda^+,\pi,\xi) &= g^+(\beta,\gamma,\lambda^+,\pi,\xi),\\ \beta &= \frac{G_1 - G_2}{G_2(1 + \kappa_1)},\quad \gamma = \frac{G_1\kappa_2 + G_2}{G_2(1 + \kappa_1)},\\ \xi &= 1 - \alpha,\end{aligned}$$

且带上标"−"的量为带"+"的量作 $\lambda^+ \to \lambda^-$，$\pi \to -\pi$ 的替换而成.

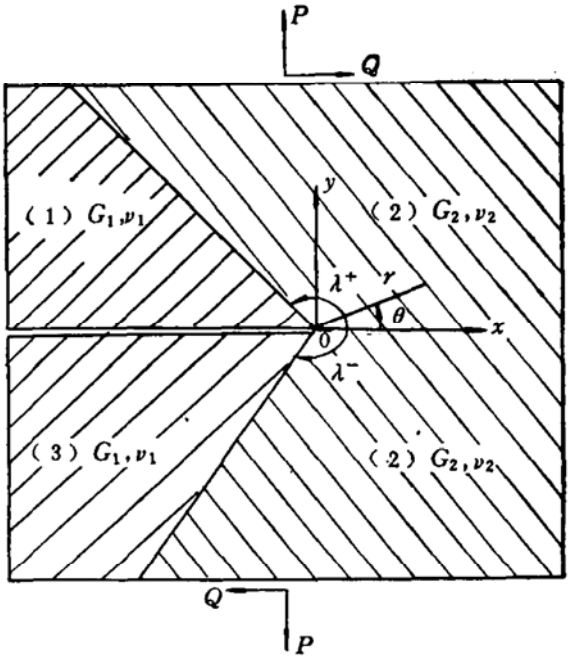

图1 折线相界上的裂纹

方程(3)给出了奇异指数 α 与材料常数 β、γ 和几何参数 λ^+、λ^- 的关系. 通常认为，

* 中国科学院力学研究所LNM资助课题.

奇异指数 α 是方程(3)的实部最大的根。实际上，奇异指数 α 应该有两个。为揭示这个特点，考虑裂纹与相界对称相交即 $\lambda^+ = -\lambda^-$ 的情况。此时，方程(3)成为 $(f^+ - f^-) \pm (g^+ - g^-) = 0$。它对"+"和"−"分别给出一个 α。进一步分析可知，"+"对应着裂纹的张开变形状态，"−"对应着裂纹的剪切变形状态。因此，两个奇异指数 α 具有各自的物理含义。

研究表明，上述结论对于 $\lambda^+ \neq -\lambda^-$ 的情况也是成立的。

程品三　段祝平

（中国科学院力学研究所，北京 100080）

精确控制 fs 超短光脉冲的同步放大

研究飞秒脉冲的放大对于发展飞秒超短脉冲的应用是十分重要的。在低重复频率下（<10Hz），用普通的调Q Nd:YAG 激光器作为 fs 超短脉冲染料放大器的泵浦源，会由于固体器件的不稳定因素，影响泵浦脉冲与被放大 fs 脉冲之间的同步精度。同时，因为泵浦脉冲较宽（~10ns），会使一部分能量浪费在放大的受激自发辐射（ASE）上，从而降低了信噪比[1,2]。因此，获得窄的泵浦脉冲并控制其与 fs 超短脉冲在染料盒中精确同步，是设计 fs 脉冲放大器的关键。

我们首次用腔倒空 Nd:YAG 激光器作为 fs 脉冲染料放大器的泵浦源，获得了与 fs 脉冲精确同步的窄泵浦脉冲，并取得了较好的放大结果。其方法为：首先用 Ar^+ 激光器泵浦的碰撞脉冲锁模环形染料激光器（CPM Laser）输出的 fs 脉冲序列产生出一个相应的电信号序列，并把这一信号同一台 Nd:YAG 激光器产生的调Q脉冲相"与"。与门输出信号再触发 Nd:YAG 激光器的腔倒空过程，产生出半宽度为 5ns 的短脉冲。它与 fs 脉冲之间的相对抖动时间小于 1ns。该脉冲经放大和倍频后得到波长为 532 nm 的脉冲，作为 fs 脉冲染料放大器的泵浦脉冲。

由于泵浦脉冲相应的空间域宽度（5ns × c）约为 1.5m，因此，可以在电路中用同轴传输线长度来调节它和 fs 脉冲在染料盒中的相对延迟，而不必采用光学延迟线。同时，因为 CPM 激光器输出的重复频率为85MHz，fs光脉冲的间隔约为 12ns，染料放大器能够很容易在 fs 脉冲序列中选出单一脉冲给予放大。

我们用二级长 1.5cm 的染料盒对 CPM 激光器产生的中心波长为 617.5nm 的80fs 脉冲进行了放大，获得了峰值功率为 2×10^7W 的单脉冲输出。所用染料为若丹明 640 的乙二醇溶液、二级染料的浓度分别为 10^{-3} 和 5×10^{-4}mol/L。测得放大倍数为 6.2×10^4。

致谢：感谢李永春、钱林兴、顾圣如、陆雨田和吴瑞昆等同志的大力帮助。

参 考 文 献

[1] Migus, A. et al., *IEEE J.Q.E.*, QE-18(1982), 101.

[2] Hnilo, A. A. and Martiniez, O. E., *IEEE J. Q.E.*, QE-23(1987), 593.

沈晋汇　何慧娟　张影华　刘玉璞

肖纲要　王之江

（中国科学院上海光学精密机械研究所激光技术开放研究实验室，上海 201800）