科学通报 2009 年 第 54 卷 第 19 期: 2998 ~ 3002
论 文 www.scichina.com csb.scichina.com
《中国科学》杂志社
SCIENCE IN CHINA PRESS

熵耗散数及其应用

郭江峰, 程林, 许明田*

山东大学热科学与工程研究中心, 济南 250061
* 联系人, E-mail: mingtian@sdu.edu.cn

2008-12-22 收稿, 2009-03-23 接受
国家重点基础研究发展计划(编号: 2007CB206900)资助项目

摘要 基于描述物体热量传递能力的物理量——熵, 定义了用于评价换热器整体性能的熵耗散数. 发现在传热单元数和热容率比一定时, 熵耗散数越小, 换热器性能越好. 通过分析熵耗散数随换热器有效度的变化规律, 发现熵耗散数避免了熵产数导致的"熵产悖论", 并可作为评价不同流动型式的换热器整体性能的标准, 因而和改进的熵产数相比, 具有明显优势. 同时熵耗散数体现了换热过程中冷热流体不均衡引起的不可逆性.

关键词
熵
熵耗散数
熵产数
换热器有效度

随着石油和煤炭价格的不断攀升, 如何有效地利用能源和节约能源已经成为保证经济可持续性发展的重要因素. 作为换热元件的换热器广泛应用于化工、石油、动力、制冷和食品加工等行业, 因此通过换热器的优化设计, 提高其换热性能, 减少换热过程中不必要的能量耗散, 是节约能源的一个重要途径.

目前大体有两类评价换热器性能的标准, 一类是基于热力学第一定律; 另一类是基于热力学第二定律. 近几十年第二类评价标准的研究受到人们的广泛重视 [1]. 然而换热器中由有限温差导热和湍流等引起的热量传递都属于不可逆非平衡过程, 而不可逆非平衡热力学目前尚不成熟, 所以基于热力学第二定律的换热器性能的评价和优化设计仍有很多问题有待解决.

基于Kondepudi等人 [2]的最小熵产原理, Bejan[3,4]提出了用有限温差导热和流体阻力引起的总熵产最小作为目标函数的换热器优化设计方法. 但Kondepudide等人的最小熵产原理本身在学术界有争议 [5], 换热器优化设计中的熵产最小化方法同样存在一些悖论和矛盾 [6]. 过增元等人 [7]认为熵产是表征热功转换能力的物理量, 而在换热器设计中人们更关心热量传递的速率或效率问题. 基于热量传递与电荷传递现象之间的比拟, 过增元等人 [7,8]引入了一个新的物理量——熵 (或势容), 并认为一个物体的熵代表了该物体传递热量的总能力, 基于这个物理量可定义传热过程的效率和讨论传热过程的优化问题. 文献 [9,10]指出自发的导热过程是不可逆的, 只能沿着熵减少的方向, 熵耗散越小说明不可逆程度越小, 熵耗散越大, 不可逆程度也越大. 因此熵的耗散反映了传热过程的不可逆性, 体现了热力学第二定律.

当把熵耗散应用于换热器的性能评价和优化设计中时, 需对其无量纲化, 不同的无量纲化方法会产生不同的结果, 这可从各种对熵产的无量纲化方法的研究看出 [1]. 因此寻求对换热器熵耗散恰当的无量纲化方法, 对熵耗散在换热器设计中的应用具有重要的价值. 本文给出了对换热器熵耗散无量纲化的一种方法, 提出了熵耗散数的概念, 说明了其物理意义, 并应用于换热器性能的评价.

1 熵耗散数

过增元等人 [8]基于热量传递与电荷传递现象之间的比拟, 定义熵为热容量与温度乘积的一半:

$$E_{\mathrm{h}} = \frac{1}{2} Q_{\mathrm{vh}} T = \frac{1}{2} UT \,, \tag{1}$$

引用格式: 郭江峰, 程林, 许明田. 熵耗散数及其应用. 科学通报, 2009, 54: 2998~3002
Guo J F, Cheng L, Xu M T. Entransy dissipation number and its application to heat exchanger performance evaluation. Chinese Sci Bull, 2009, 54, doi: 10.1007/s11434-009-0295-z

这里，Q_{vh} 是物体的定容热容量，对于理想气体它就是内能 U. 假设换热器内的流动为一维定常，和外界没有热量交换，忽略流体动能和势能的变化，并忽略轴向导热，此时热流体能量平衡方程为:

$$C_h \frac{dT(x)}{dx} = -Q(x), \tag{2}$$

其中 C_h 是热流体的热容流量，$Q(x)$是 x 处的热流量，$T(x)$是 x 处热流体的温度. 将(2)式两侧同时乘以热流体温度 $T(x)$，并在换热器流道长度上进行积分，可得热流体侧的㶲平衡关系式:

$$\frac{1}{2}C_h T_{h,i}^2 - \frac{1}{2}C_h T_{h,o}^2 = \int Q(x)T(x)\,dx, \tag{3}$$

其中下标 h 表示热流体，下标 i 和 o 分别表示入口和出口. (3)式表明，热流体在入口处所携带的㶲 $(1/2)C_h T_{h,i}^2$ 减去热流体在出口处的㶲 $(1/2)C_h T_{h,o}^2$，即为热流体传给冷流体的㶲 $\int Q(x)T(x)dx$. 同理可得冷流体的㶲平衡式:

$$\frac{1}{2}C_c T_{c,i}^2 + \int Q(x)t(x)dx = \frac{1}{2}C_c T_{c,p}^2, \tag{4}$$

其中 $t(x)$表示冷流体在 x 处的温度，下标 c 表示冷流体. (4)式表示冷流体出口处的㶲等于冷流体入口处的㶲加上从热流体获得的㶲. 将(3)式和(4)式相加整理得:

$$\Delta E = E_{inlet} - E_{outlet} = \left[\frac{1}{2}C_h T_{h,i}^2 + \frac{1}{2}C_c T_{c,i}^2\right] - \left[\frac{1}{2}C_h T_{h,o}^2 + \frac{1}{2}C_c T_{c,o}^2\right] = \int Q(x)\big(T(x)-t(x)\big)\,dx, \tag{5}$$

(5)式表示换热器入口㶲与出口㶲之差，此差值即为换热器的㶲耗散.

文献 [8]中以厚度为d的平板的一维稳态导热为例，说明从高温T_h端传递Q热量到低温T_c端的㶲耗散为:

$$\int_0^d \phi_h\,dx = -\int_0^d Q\frac{dT}{dx}dx = Q\int_{T_c}^{T_h} = Q(T_h - T_c), \tag{6}$$

其中ϕ_h是耗散函数. 由此得到启发，我们把换热器的实际换热量 Q和最大温差$(T_{h,i}-T_{c,i})$的乘积 $Q(T_{h,i}-T_{c,i})$看作换热器中最大的㶲耗散. 然后类似换热器有效度的定义，我们对换热器的㶲耗散以如下方式无量纲化:

$$\Delta E^* = \frac{\Delta E}{Q\left(T_{h,i}-T_{c,i}\right)} = \frac{\left[\frac{1}{2}C_h T_{h,i}^2 + \frac{1}{2}C_c T_{c,i}^2\right] - \left[\frac{1}{2}C_h T_{h,o}^2 + \frac{1}{2}C_c T_{c,o}^2\right]}{\varepsilon C_{min}\left(T_{h,i}-T_{c,i}\right)^2}. \tag{7}$$

因此，(7)式代表了换热器中实际的㶲耗散与最大㶲耗散之比，我们称之为㶲耗散数. 当 $C_h < C_c$ 时，利用换热器有效度将出口温度用入口温度表示，得到以下表达式:

$$\Delta E^* = \frac{\left(T_{h,i}+T_{h,o}\right)\left(T_{h,i}-T_{h,o}\right) + \frac{1}{C^*}\left(T_{c,i}+T_{c,o}\right)\left(T_{c,i}-T_{c,o}\right)}{2\varepsilon\left(T_{h,i}-T_{c,i}\right)^2} = \frac{\varepsilon\left(T_{h,i}-T_{c,i}\right)\left[2\left(T_{h,i}-T_{c,i}\right) - \varepsilon\left(T_{h,i}-T_{c,i}\right)\left(1+C^*\right)\right]}{2\varepsilon\left(T_{h,i}-T_{c,i}\right)^2}, \tag{8}$$

其中ε是换热器的有效度，C^*表示两流体中较小热容流量与较大热容流量之比的热容率比. 将(8)式进一步化简，最后得到:

$$\Delta E^* = \frac{2-\varepsilon(1+C^*)}{2}, \tag{9}$$

当 $C_h \geqslant C_c$ 时，同样推导方法可得(9)式. 因此，(9)式即为两流体换热器的㶲耗散数的一般表达式.

2 㶲耗散数和熵产数及换热器有效度的比较

2.1 逆流换热器

由(9)式可知，㶲耗散数和换热器有效度及热容率比有关，和换热器的出入口温度无关. 对于逆流换热器，有效度的表达式为 [11,12]:

$$\varepsilon = \frac{1-\exp[-\mathrm{Ntu}(1-C^*)]}{1-C^*\exp[-\mathrm{Ntu}(1-C^*)]}, \tag{10}$$

其中 Ntu 是传热单元数. 把(10)式代入(9)式可得逆流换热器的㶲耗散数随传热单元数的变化规律，如图 1(a)所示. 逆流换热器的㶲耗散数随有效度的变化规律由图 1(b)所示.

由图 1(a)可知，随着传热单元数的增加，㶲耗散数单调减小. 但由(9)和(10)式可知，当Ntu趋于无穷大时，㶲耗散数并不趋于零. 由图 1(b)可知，随换热器有效度的增加，㶲耗散数近似线性地减小. 但当有效度为 1 时，㶲耗散数仍不为零. 这是因为冷热流体虽然在无穷大的换热面积上进行热量交换，但由于冷热流体的热容流量不同，此热交换过程仍然不可逆，Bejan[4]称之为“剩余不可逆”. 而且当热容率比C^*越大时，㶲耗散数越小. 由此可知㶲耗散数体现了换热过程由冷热流体不均衡的热容流量引起的不可逆程度. 按照Bejan的定义，熵产数为熵产与两流体中较大热容流量之比 [11,12]，对热流体具有较小热容流量的逆流换热器，其熵产数为 [6]:

由(11)式可见, 熵产数不仅依赖于有效度和热容率比, 还和两流体入口温度比有直接关系. 图 2 展示了熵产数随传热单元数和有效度的变化情况.

$$N_{\mathrm{S}} = C^{*}\ln\left[1-\varepsilon\left(1-\frac{T_{\mathrm{c,i}}}{T_{\mathrm{h,i}}}\right)\right]+\ln\left[1+C^{*}\varepsilon\left(\frac{T_{\mathrm{h,i}}}{T_{\mathrm{c,i}}}-1\right)\right]. \quad (11)$$

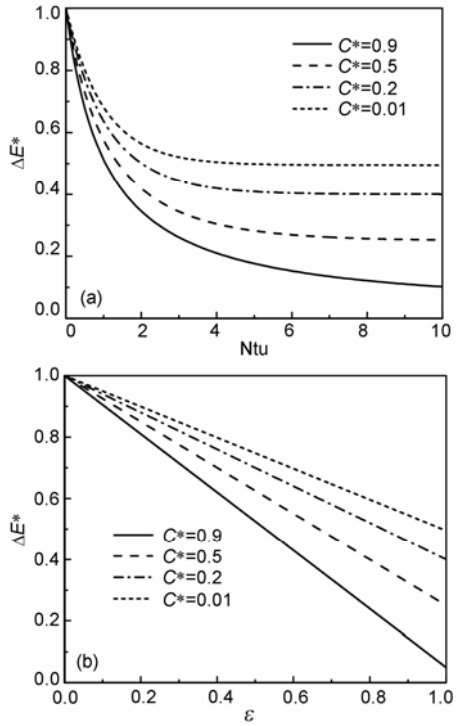

图 1 逆流换热器㶲耗散数随传单元数和有效度的变化规律

(a) 㶲耗散数与传热单元数的关系; (b) 㶲耗散数与有效度的关系

由图 2(b)可见, 熵产数明显有最大值, 只是最大值点随着热容率比的关系而变化. 其最大值对应的有效度的值可由(12)式获得:

$$\varepsilon^{*} = \frac{1}{1+C^{*}}, \quad (12)$$

可以证明(12)式同样适用于热流体具有较大热容流量的情况. 由(12)式可知使熵产数达到最大值时的有效度只与热容率比有关, 而和入口和出口温度无关. 当两流体热容流量相等时, 即 $C^{*}=1$ 时, 可得$\varepsilon^{*}=0.5$, 如图 3 所示.

由热力学可知, 熵产数的值越小, 说明不可逆损失越小, 换热器的性能应越好. 但由图 2(b)及图 3 可知, 当有效度小于ε^{*}时, 随着有效度的增大, 熵产数也增大, 并在$\varepsilon = \varepsilon^{*}$处取得最大值, Bejan 称这种现象

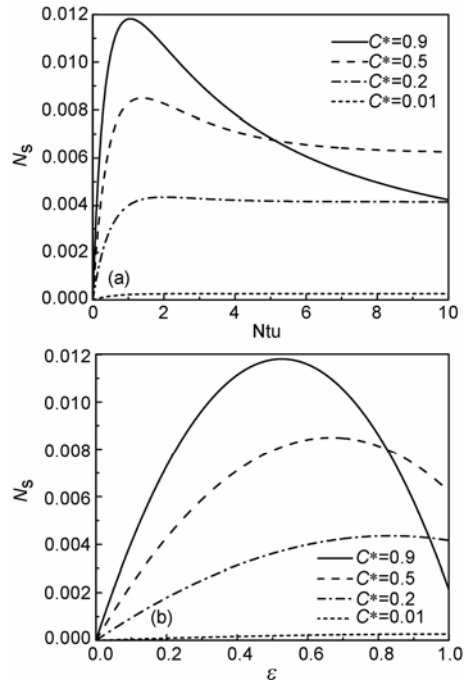

图 2 逆流情况下熵产数随传热单元数和有效度的变化情况($T_{\mathrm{h,i}}/T_{\mathrm{c,i}}$=1.25)

(a) 熵产数与传热单元数的关系; (b) 熵产数与有效度的关系

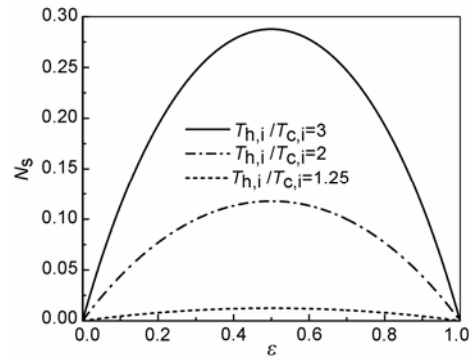

图 3 C^{*}=1 时逆流换热器的熵产数随有效度的变化情况

为“熵产悖论”[4]. 而从图 1(b)可以看出, 㶲耗散数避免了这一矛盾的发生.

2.2 顺流换热器

对于顺流换热器, 其有效度的表达式为 [11,12]:

$$\varepsilon = \frac{1-\exp[-\mathrm{Ntu}(1+C^{*})]}{1+C^{*}}, \quad (13)$$

将(13)式代入(9)式可得顺流换热器的㶲耗散数, 其随有效度的变化情况如图 4(a)所示, 而熵产数随有效度的变化情况如图 4(b)所示.

图 4(a)表明, 虽然㶲耗散数与有效度在同一热容

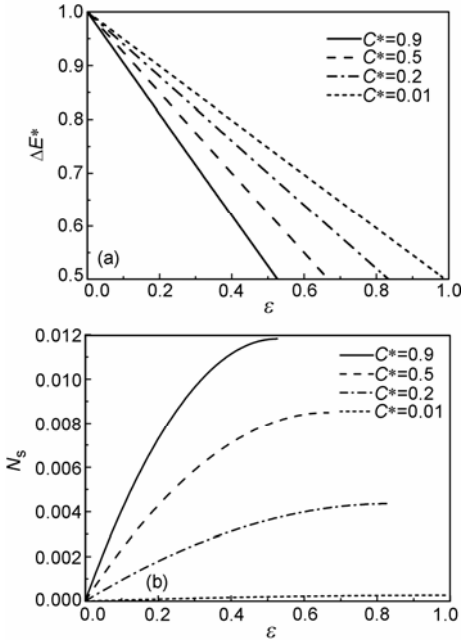

图 4　顺流换热器的㶲耗散数和熵产数随有效度的变化情况(C_h＜C_c, $T_{h,i}/T_{c,i}$=1.25)

(a) 㶲耗散数与有效度的关系; (b) 熵产数与有效度的关系

率比的情况下呈线性关系，但当有效度为 1 时㶲耗散数并不为零，这表明该过程是不可逆的. 这也说明有效度虽然代表了 C_{min} 流体的无量纲温升，但它不能用来表征换热过程的“剩余不可逆”.

由图 4(b)可知，在顺流情况下，最大有效度随着热容率比的减小而逐渐增大，当热容率比趋于无穷小时，有效度趋于 1. 当 C_h<<C_c，冷流体的温度变化趋于零，且当换热面积趋于无穷大时，冷热流体进行充分热交换后，冷流体出口温度趋于热流体的出口温度，从而出现了有效度趋于最大值 1 的情况. 当热容率比固定时，随着有效度的增加，熵产数亦增加，因而同样出现了“熵产悖论”. 但如图 4(a) 所示，换热器㶲耗散数明显避免了这一现象的发生.

对比图 2(b)和图 4(b)可知，和逆流换热器不同，顺流换热器的熵产数随有效度的增大单调地增大，这是由于在顺流换热器中冷流体出口温度最高等于热流体出口温度，而不可能超过热流体的出口温度. 可以证明熵产数取得最大值处所对应的有效度正是换热器中冷热流体出口温度相等时的换热器有效度，此时对顺流换热器，其有效度取得最大值. 对逆流换热器，当有效度再增加时，冷流体出口温度将高于热流体出口温度.

3　㶲耗散数和改进的熵产数的比较

由前面的分析可知，由于Bejan定义的熵产数出现了所谓的“熵产悖论”现象，为了避免这一现象的发生，一些学者提出了对熵产进行无量纲化的其他方法，譬如 $N_s=(\dot{S}_{gen}T_a)/Q$ (其中T_a为环境温度)[13]和 $N_s=(\dot{S}_{gen}T_{c,i})/Q$ 等 [6]. 这里选用后一种方法:

$$N_{sl}=\frac{\dot{S}_{gen}T_{c,i}}{Q}, \tag{14}$$

称(14)式为改进的熵产数. 改进后的熵产数避免了Bejan熵产数的“熵产悖论”，但其物理意义不甚明确. 文献 [13]将改进的熵产数解释为单位传热量下的熵产，但(14)式中特征温度的存在增加了不确定性，而且改进的熵产数直接和冷热流体出入口温度有关，不利于不同换热器之间性能的比较. 图 5 给出通常的逆流、错流和顺流换热器的改进的熵产数随传热单元数的变化情况. 对小的传热单元数，逆流换热器的改进的熵产数最大，错流次之，顺流最小，但对大的传热单元数，次序正好相反. 虽然在同种流动型式下，改进的熵产数随着Ntu的增加而减小，但很难对不同流动型式换热器的整体性能的优劣进行比较.

㶲耗散数随传热单元数和热容率比的变化情况如图 6 所示. 对比图 5 和图 6(a)可见，对于同一流动形式，㶲耗散数和改进的熵产数都随传热单元数的增大而减小. 但是对于不同流动型式，㶲耗散数表现出了更强的规律性. 在给定 Ntu 和 C^*的情况下，可以明显得出逆流换热器的㶲耗散数最小，错流次之，顺流最大. 这与已知的这 3 种换热器的整体性能正好完全相符. 因此可以利用㶲耗散数作为评价指标，评价

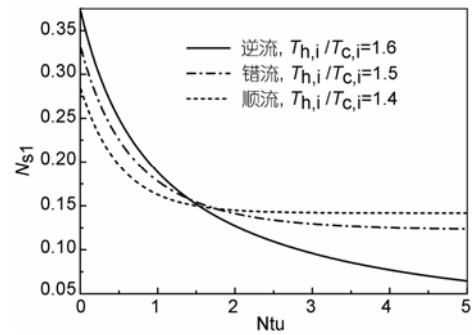

图 5　不同流动型式下改进后的熵产数与传热单元数的关系(C^*=0.9)

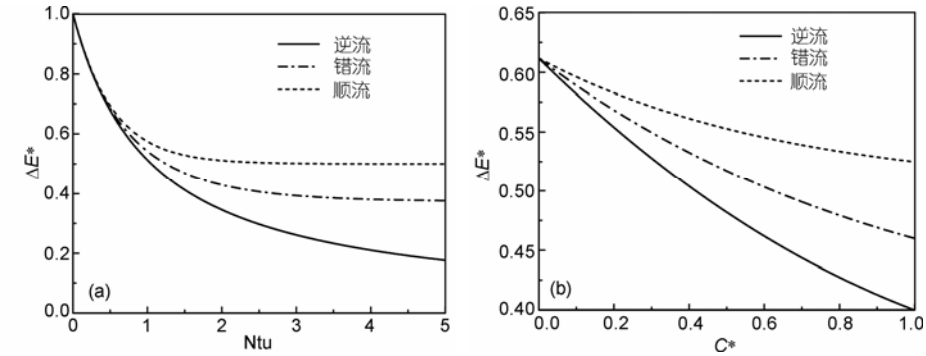

图 6 不同流动型式下的㶲耗散数

(a) 㶲耗散数与 Ntu 的关系(C^*=0.9); (b) 㶲耗散数与热容率比的关系(Ntu=1.5)

不同流动型式的换热器的整体性能.

4 结论

基于㶲耗散理论定义了㶲耗散数——实际换热过程中的㶲耗散与最大㶲耗散之比. 和换热器有效度相比, 㶲耗散数体现了换热过程中的“剩余不可逆”. 与 Bejan 定义的熵产数相比, 㶲耗散数避免了“熵产悖论”. 与改进后的熵产数相比, 它不直接依赖于冷热流体的出入口温度, 便于不同流动型式换热器之间热力学整体性能的比较, 且㶲耗散数的物理意义明确. 因此㶲耗散数将在不同换热器性能的比较和复杂换热系统的优化设计中起重要的作用.

参考文献

1 Yilmaz M, Sara O N, Karsli S. Performance evaluation criteria for heat exchangers based on second law analysis. Energy, 2001, 1: 78—294

2 Kondepudi D, Prigogine I. Modern Thermodynamics: From Heat Engines to Dissipative Structures. England: John Wiley & Sons Ltd, 1998

3 Bejan A. Entropy Generation Through Heat and Fluid Flow. New York: Wiley, 1982

4 Bejan A. Advanced Engineering Thermodynamics. New York: Wiley, 1988

5 Bertola V, Cafaro E. A critical analysis of the minimum entropy production theorem and its application to heat and fluid flow. Inter J Heat Mass Trans, 2008, 51: 1907—1912[DOI]

6 Hesselgreaves J E. Rationalisation of second law analysis of heat exchangers. Inter J Heat Mass Trans, 2000, 43: 4189—4204[DOI]

7 过增元, 程新广, 夏再忠. 最小热量传递势容耗散原理及其在导热优化中的应用. 科学通报, 2003, 48: 21—25

8 过增元, 梁新刚, 朱宏晔. 㶲——描述物体传递热量能力的物理量. 自然科学进展, 2006, 16: 1288—1296

9 韩光泽, 过增元. 导热能力损耗的机理及其数学表达. 中国电机工程学报, 2007, 27: 98—102

10 程新广. 㶲及其在传热优化中的应用. 博士学位论文. 北京: 清华大学工程力学系, 2004

11 史美中, 王中铮. 热交换器原理与设计. 第 2 版. 南京: 东南大学出版社, 1996. 25—39, 276—277

12 Shah R K, Sekulić D P. Fundamentals of Heat Exchanger Design. New Jersey: John Wiley &Sons Inc, 2003. 735—801

13 Xu Z M, Yang S R, Chen Z Q. A modified entropy generation number for heat exchanger. J Therm Sci, 1996, 5: 257—263