研究通讯

可逆正常返广义排它过程的遍历定理

本文研究了状态空间为 $X=\{0,1,\cdots m\}^S(m\geqslant 1,\ S$ 为可数集)的一类无穷质点系统，证明了有关的遍历定理，推广了 Liggett T. M. 的主要结果（参见Convergence to total occupancy in aninfinite particle system with in teractions, *Ann. Probability*, **2** (1974) 6: 989—998).

设 $\boldsymbol{P}=(P(x,y))_{x,y,\in S}$ 为 S 上不可约马链的转移概率，且满足:

(i) $$\sup_y \sum_x P(x,y)<\infty,$$

(ii) 存在 S 上的正函数 $\pi(\cdot)$,

$$\sum_x \pi(x)<\infty,\ \text{对}\ \forall x,y\in S$$

$$\pi(x)P(x,y)=\pi(y)P(y,x).$$

又设 $g(\cdot)$ 是 $\{0,1,\cdots,m\}$ 上的函数，满足:

$$0=g(0)<g(K)\leqslant g(K+1)\quad K=1,\cdots,m-1$$

在上述条件下，可逆正常返广义排它过程的母元由下式定义: $\forall f\in\mathscr{D}(\Omega)\subset C(X)\ \eta\in X$

$$(\Omega f)(\eta)=\sum_{\substack{x,y\in\\ x\neq y}} g(\eta(x))P(x,y)[f(_{x,y}\eta)-f(\eta)]$$

其中

$$_{xy}\eta(z)=\begin{cases}\eta(z) & z\neq x,y\\ \eta(x)-1 & z=x\ (\eta(x)\geqslant 1,\eta(y)<m,\\ \eta(y)+1 & z=y\qquad\quad y\neq x),\end{cases}$$

其它情形 $_{xy}\eta=\eta$. 用 $\mathfrak{I}$ 和 $\mathfrak{R}$ 分别表示过程的不变测度集和可逆测度集.

对满足条件(1—2)的 $\pi(\cdot)$，定义乘积测度 ν_π:

$$\nu_\pi\{\eta(x)=K\}=\frac{\pi(x)^K}{g(K)\cdots g(1)}\Big/\times\left[\sum_{i=1}^{m}\frac{\pi(x)^i}{g(i)\cdots g(1)}+1\right]\quad(1\leqslant K\leqslant m)$$

$$\nu_\pi\{\eta(x)=0\}=\left[\sum_{i=1}^{m}\frac{\pi(x)^i}{g(i)\cdots g(1)}+1\right]^{-1}.$$

文中首先利用不变测度的充要条件证明了:

引理 2.1 $\quad\nu_\pi\in\mathfrak{I}.$

接着利用基本耦合证明了主要结论

定理 4.2 设 $\{\eta_t,\ t\geqslant 0\}$ 是可逆正常返广义排它过程，则:

(i) 对任意 $0\leqslant n\leqslant\infty$，存在唯一的 $\nu_n\in\mathscr{I}$，使 $\nu_n(X_n)=1$，其中 $X_n=\left\{\eta\in X,\ \sum_x\eta(x)=n\right\}$.

(ii) $\mathscr{I}_e=\{\nu_n\ 0\leqslant n\leqslant\infty\}$，$\mathscr{I}_e$ 表 η_t 的不变测度的极点集，ν_∞ 表示质量集中在 $M=\{m,m,\cdots\cdots\}$ 上的测度.

(iii) $\forall\eta\in X_\infty,\ \forall x\in S$

$$\lim_{t\to\infty}P^\eta\{\eta_t(x)=m\}=1.$$

推论 4.3 $\quad\mathscr{I}=\mathfrak{R}.$

郑 小 谷 (北京师范大学)　　曾 文 曲 (东北工学院，沈阳)

半线性椭圆型方程广义解的正则性

设 Ω 为 $\boldsymbol{R}^n$ 中带光滑边界的有界域，L 为严格椭圆算子，$c(x)\geqslant 0,\ \forall x\in\Omega$. 考察下述 Dirichlet 问题

$$Lu\equiv-\sum_{i,j=1}^{n}\frac{\partial}{\partial x_i}\left(a_{ij}(x)\frac{\partial u}{\partial x_j}\right)+c(x)u=p(x,u),\quad x\in\Omega;\qquad(1)$$

$$u=0,\qquad x\in\partial\Omega.$$

如所知，当 $a_{ij}(x)\in C_{1,\alpha}(\bar{\Omega})$，$c(x)\in C_{0,\alpha}(\bar{\Omega})$，且 $p(x,t)$ 满足条件(P_1): $p(x,t)$ 在 $\bar{\Omega}\times\boldsymbol{R}$ 中局部 Hölder 连续;

$$(P_2)\ |p(x,t)|\leqslant a+b|t|^r\left(r<\frac{n+2}{n-2}\right)$$

时，利用熟知的“靴带”论证可证，问题(1)的广义解也是它的古典解. 一些文献（见科学通报，**29** (1984)，6: 324—328; **30**(1985)，1: 6—9; *J.*