研究通讯

具有分支的单物种自催化过程

本文研究一类最简单的粒子运动非独立的非紧空间上的无穷质点系统，证明了该过程满足向前方程并可能非遍历，为进一步研究非紧空间上的无穷质点系统提供直观。

设 $P=(p(x,y))_{x,y\in z}$ 是对称简单随机游动。即

$$p(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{2}, & |x-y|=1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

$\alpha(x)\equiv 4^{-|x|}$。过程的相空间为

$$\mathscr{E}'=\left\{\eta\in Z_+^z\cdot \sum_x \eta(x)\alpha(x)<\infty\right\},$$

不难证明，这时存在 $M>0$ 使

$$\sum_y p(x,y)\alpha(y)\leqslant M\alpha(x),$$

$$\sum_y p(x,y)\alpha^2(y)\leqslant M\alpha^2(x).$$

以 $\mathrm{bCyl}(\mathscr{E}')$ 记 $\mathscr{E}'$ 上的全体有界柱函数，并记

$$\mathscr{L}_k(\mathscr{E}')=\Big\{f:\exists L_k(f)>0,$$

使 $\forall\eta,\zeta\in\mathscr{E}'$ 有 $|f(\eta)-f(\zeta)|$

$$\leqslant L_k(f)\sum_x|\eta(x)-\zeta(x)|\alpha^k(x)\Big\}$$

$$k=1,2.$$

我们约定 $L_k(f)$ 是使上式成立的最小正数，显然 $\mathrm{bCyl}(\mathscr{E}')\subset\mathscr{L}_2(\mathscr{E}')\subset\mathscr{L}_1(\mathscr{E}')$。我们研究对象的形式无穷小算子为

$$\Omega f(\eta)=Df(\eta)+Bf(\eta),$$

$$f\in\mathrm{bCyl}(\mathscr{E}'),\ \eta\in\mathscr{E}',$$

其中反应算子为

$$Df(\eta)=\sum_{u\in z}\lambda_3\eta(u)[f(\eta-e_u)-f(\eta)]$$

$$+\sum_{u\in z}\lambda_2\binom{\eta(u)}{2}[f(\eta-2e_u)-f(\eta)],$$

分支算子为

$$Bf(\eta)=\sum_{u\in z}\eta(u)\sum_{v\in z}p(u,v)$$

$$\cdot[f(\eta+e_v)-f(\eta)],$$

这里 $e_u(v)=1$ 若 $v=u$，$=0$ 其它，λ_2，$\lambda_3\geqslant 0$。

定理 1 存在 $\mathscr{L}_1(\mathscr{E}')$ 上唯一的马氏半群 $P(t)$ 及一马氏过程 $(\{\eta_t\},P^\eta)$，满足 $\forall f\in\mathscr{L}_1(\mathscr{E}')\eta\in\mathscr{E}'$ 有

$$\sup_{s\leqslant t}L_1(P(s)f)<\infty\quad\forall t<\infty,$$

$$P(t)f(\eta)=\int P^\eta(\eta_t\in d\zeta)f(\zeta),$$

$$\frac{d}{dt}P(t)f(\eta)=\Omega P(t)f(\eta)\ \text{(向后方程)},$$

$$\forall f\in\mathscr{L}_2(\mathscr{E}'),\frac{d}{dt}P(t)f(\eta)$$

$$=\int P^\eta(\eta_t\in d\zeta)\Omega f(\zeta)\ \text{(向前方程)}.$$

定义 $\mathscr{E}=\bigcap_{T>1}\mathscr{E}_T$，

其中

$$\mathscr{E}_T=\left\{\eta\in Z_+^z:\sum_x\eta(x)\alpha_T(x)<\infty\right\},$$

$$\alpha_T(x)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{p^{(n)}(x,0)}{T^n},$$

不难证明 $\{\eta:\sup_x\eta(x)<\infty\}\subset\mathscr{E}\subset\mathscr{E}_T\subset\mathscr{E}_{T'}$，$T<T'$。

定理 2 $\mathscr{E}$ 是过程 $(\{\eta_t\},P^\eta)$ 的闭集。

注：我们称定理 2 决定的过程为单物种自催化过程。

定义 若 $\forall\mu\in\mathscr{P}(\mathscr{E})$（$\mathscr{E}$ 上的全体概率测度），$\forall f\in \mathrm{bCyl}(\mathscr{E})$ 有 $\lim\limits_{t\to\infty}\int \mu(d\eta)P^{\eta}(\eta_t\in d\zeta)f(\zeta)=\int \delta_{\eta}(d\eta)f(\eta)(\theta\in\mathscr{E},\theta(x)=0\ \forall x\in Z)$，则称过程遍历.

定理 3 若 $\lambda_3>1$，则过程遍历，若 $\lambda_3+2\lambda_2<\frac{1}{2}$，则过程非遍历，此时存在另一不同于 δ_θ 的不变测度.

郑小谷
（北京师范大学数学系）

Kung 推理过程的可靠性和完备性

1985 年，Kung[1] 提出了一个可以高度并行的推理过程. 这个推理过程用一个矩阵表示待驳斥的子向集，然后从该矩阵形成两个布尔矩阵（0-1 矩阵）M^+ 和 M^-，利用另一个布尔矩阵 $M(=M^+\times(M^-)^T)$ 中布尔值的分布和 J. A. Robinson 的合一化算法，便可并行实现 D. Prawitz 的思想. 实验证明，Kung 推理过程是一个非常有效的并行定理证明机制. 然而，这个推理过程可靠吗？完备吗？我们证明了下列结果，从而回答了这两个问题.

定理 1 Kung 推理过程是可靠的. 即，设 S 是一个待驳斥的子句集，如果 Kung 推理过程终止并找到 S 的增广矩阵的一个解，则 S 是不协调的.

定理 2 Kung 推理过程是完备的. 即，设 S 是一个待驳斥的子句集，如果 S 是不协调的，则 Kung 推理过程将在有限步内终止并得到 S 的某个增广矩阵的一个解.

以上两个定理的证明要用到一系列的引理作准备，其中一个作为理论出发点的引理是下面形式的 Herbrand 定理：

引理 1 一个子句集是不协调的，当且仅当它有一个有限的不协调的子句实例集.

参 考 文 献

[1] Kung, C. H., *Decision Support System*, 1985, 1:4.

黎仁蔚
（中国科学院软件研究所，北京）

紧 Lie 群上 Fourier 级数的 Riesz 平均逼近函数的偏差估计

设 G 是 n 维半单，连通紧 Lie 群，g 是 G 的 Lie 代数，T 是 G 的 l 维极大环群，H 为 G 的 Cartan 子代数，Δ^+ 表示 H 上全体正根，$(,)$ 是 g 上的伴随表示不变正定内积，$d(x,y)$ 是 G 上的不变 Riemann 度量，$|W|$ 表示 G 的 Weyl 群的阶数.

设 $f(x)\in L(G)$，则它有 Fourier 展开为

$$f(x)\sim\sum_{\lambda\in\Lambda}\mathrm{tr}\,(C_\lambda\Phi'_\lambda(x))$$