非线性胶子场理论

胡　宁
（北京大学物理系）

在用层子模型处理强子态的一系列工作中[1]，我们假定层子间的作用可用下面瞬时位势代表

$$\Gamma V = \Gamma\left(V_0 - \frac{a}{M} r^2\right), \tag{1}$$

V_0 代表一个很深的位井，ar^2/M 代表简偕振子的位势，r 为系统的质心系中离坐标原点的距离，M 为层子质量，由于实验尚未发现层子，我们假定 M 是一个很大的量（比如说大于 20GeV），因而在现有的实验条件下，不能产生这种粒子．V_0 的作用只是使层子很大的质量降为很小的有效质量，因而它的量级为 M．在介子的情况里计算结果要求 a 的量级为 1．(1)式中的 Γ 代表适当的 Dirac 矩阵，在只考虑介子态的情况下，我们在过去工作中取 $\Gamma = \gamma_5$．这是唯一符合实验的单项作用．我们并曾指出如果引入 8 种赝标胶子通过 γ_5 和层子作用，这 8 种胶子构成 SU_3 色空间的 8 维表示，或引入两种赝标胶子构成 S_3^a 色空间的 2 维表示，那么层子间作用力的“饱和条件”即得到满足[2,3]．

通常由线性波动方程描绘的玻色场只能给出有奇点的汤川型作用而不能给出（1）式，我们过去对（1）式的理解是它代表存在于强子内部不定数目的胶子和层子对所造成的等效的平均位势，正象原子核壳层模型中的 Hartree-Fock 位势一样．我们过去的工作曾经指出电磁作用和弱作用的场论规律在强子内部仍旧是正确的．利用等效位势（1）式解相应的波动方程给出的强子能级谱也与实验相符．尚未能回答的问题是由量子场论是否能导出由（1）式给出的等效位势．如果答案是肯定的，那将意味着在强子内部这个超微观领域内，旧有的量子场论规律完全适用．目前对这个问题还没有答案．在这里我们指出这个情况是和原子核的情况相同的．在原子核的壳层模型中的等效位势一直也没有量子场论的推导．

在本文中我们将探索（1）式可以由一个非线性胶子场波动方程直接导出的可能性．我们发现只要适当的选取方程中的参数如质量和作用常数等，可以直接给出（1）式作为这个方程的经典近似解，这和汤川最早给出的汤川位势的情形相同．

层子作为自旋为 1/2 的粒子可用 Dirac 场 ψ 描写，在 $\Gamma = \gamma_5$ 作用下，胶子应由赝标型玻色子场 φ 描写．所满足的波动方程为

$$(\gamma\nabla + M)\psi = \gamma_5 V\psi,\quad V = g\varphi, \tag{2}$$

$$\left(\nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\varphi + \mu^2\varphi - C\varphi^3 = g\bar{\psi}\gamma_5\psi, \tag{3}$$

本文 1978 年 8 月 1 日收到．

M, μ, C, g 的物理意义无需加以说明,(3)式描写通常所熟悉的非线性场,层子和胶子的动力学性质将取决于对参数M, μ, C, g 的选取. 下面将考虑 φ 很大可以看作经典场的情况. 我们还令 $\partial^2\varphi/\partial t^2 = 0$, 这相应于静止场的情形. 我们可把 φ 展成下式:

$$\varphi = A_0\left[1 - \frac{a}{M^2}r^2 + \frac{1}{2}\frac{a'}{M^4}r^4 + \frac{1}{6}\frac{a''}{M^6}r^6 + \cdots\right], \tag{4}$$

(3)式右边的 $g\bar{\psi}\gamma_5\psi$ 也可相应的展开为*

$$g\bar{\psi}\gamma_5\psi = M^n[b + b'r + b''r^2 + b'''r^3 + b''''r^4 + \cdots, \tag{5}$$

取 A_0 的量级为 M^s,前面给出 V 的量级为 M,由(2)式得

$$g \sim M^{1-s}, \tag{6}$$

$\bar{\psi}\gamma_5\psi$ 的量级应为 1,比较(5)和(6)式得 $n = 1 - s$. 把(4)和(5)式代入(3)式, r^2 各次方的系数满足下面方程组

$$A_0\left[-\frac{6a}{M^2} + \mu^2 - CA_0^2\right] = \frac{b}{M^{1-s}}, \tag{7}$$

$$A_0\left[\frac{10a'}{M^4} - \mu^2\frac{a}{M^2} + 3CA_0^2\frac{a}{M^2}\right] = \frac{b''}{M^{1-s}}, \tag{8}$$

$$A_0\left[\frac{28a''}{M^6} + \mu^2\frac{a'}{2M^4} - CA_0^2\frac{3a'}{2M^4} + CA_0^2\frac{3a^2}{M^4}\right] = \frac{b''''}{M^{1-s}}, \tag{9}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

方程的数目有无穷多个. 如取 $s = 7/2$, (7)和(8)式右边含 b 和 b' 的项都属于量级 $M^{-5/2}$,而这两式左边的量级分别是 $M^{3/2}$ 和 $M^{-1/2}$ (假定 a, a', b, b' 的量级都是 1), 所以含 b 和 b' 的项都可略去,但(9)式两边的量级都是 $M^{-5/2}$,所以含 b'' 项应保留. 由(7)和(8)式得

$$C = -\frac{1}{2M^2A_0^2}\frac{10a' - 6a^2}{a}, \tag{10}$$

$$\mu^2 = \frac{6a}{M^2} - \frac{10a' - 6a^2}{2M^2a}, \tag{11}$$

利用上两式可把 a 和 a' 表为 C, μ^2 和 A_0 的函数,过去对介子态的求解中已取 $V_0 = gA_0 = 2M$, 因此, a 和 a' 完全由参数 C 和 μ^2 决定, 能量恒正条件要求 $C > 0$.

取 $A_0 \sim M^s$ 相应于取

$$\mu^2 \sim M^{-2},\ C \sim M^{-9},\ g \sim M^{-5/2}, \tag{12}$$

这样得出 φ 的经典近似解为

$$\varphi = A_0\left[1 - \frac{a}{M^2}r^2\right], \tag{13}$$

这正是(1)式. (3)式中 $g\bar{\psi}\gamma_5\psi$ 的量级为 $M^{-5/2}$, 因而对直接决定(13)式无贡献.

下面将进一步讨论解(13)式所代表的物理情况. (12)式和 M 很大的假定完全确定了层子-胶子系统的动力学性质. 虽然 $g\bar{\psi}\gamma_5\psi$ 在(3)式中是一个小量, 但 $g\gamma_5\varphi\psi$ 在(2)式中则是量级为 M 的大项. 它对层子的运动起着决定性的作用, 因为由(13)式给出的 φ 场对坐标原点是球对称的,在 φ 场中运动的 ψ 场也将是球对称或具有确定的角动量量子数,同样这样的 ψ 场也只能产生中心球对称的静止场 φ, 从(7)、(8)、(9)式,我们看到 $g\bar{\psi}\gamma_5\psi$ 作为 φ 场的源虽

---

* b_0, b', b'', $\cdots$可以是方向角的函数.

然在(7)、(8)式中不出现，但在(9)式和由 r^2 更高次方的系数所满足的方程仍起决定作用. 这样决定出的解必然是中心对称的，通过(9)与(7)、(8)式的耦合也间接影响(7)和(8)式的解，使得(13)式满足中心球对称的条件.

(3)式中 $\mu^2\varphi$ 项前面是正号，这和通常线性场论的符号相反. 我们按通常办法取

$$\varphi = \varphi' + \mu/\sqrt{C}, \tag{14}$$

代入(3)式给出

$$\left(\nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\varphi' - 2\mu^2\varphi' - 3\sqrt{C}\,\mu^2\varphi'^2 - C\varphi'^3 = g\bar{\psi}\gamma_5\psi. \tag{15}$$

这样 $\mu^2\varphi$ 的系数就由 $+1$ 变为 -2，相应的质量为 $\sqrt{2}\,\mu$. 如果略去非线性项，上式变为

$$\left(\nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\varphi' - 2\mu^2\varphi' = g\bar{\psi}\gamma_5\psi, \tag{16}$$

当 r 足够大时上式为零，这个方程的静止解正是汤川型位势

$$\varphi' = g\frac{e^{-\sqrt{2}\mu r}}{r}, \tag{17}$$

上式代表强子的外部解. 由(12)式给出的 μ 是量级为 M^{-1} 的一个小量，这表明 φ 场的力程是很大的，在强子外很远处 φ' 作用于一个层子的位势为 $V' = g\varphi' \approx O(M^{-5})$. 这是非常小的量. 另外，$\varphi$ 的常数部分 $\mu/\sqrt{C}$ 对这个层子的作用，$g\gamma_5\mu/\sqrt{C} \approx O(M)$ 则是一个很大的量. 我们注意到虽然在 r 小时由(13)式给出 φ 的符号已定，但在 r 很大时 φ 的符号尚未确定. 如果 φ 的符号使(2)式的右边取正值，那么 $g\gamma_5\mu/\sqrt{C}$ 将使远处的层子的有效质量和在 r 小时一样的小. 但如果 φ 的符号使(2)式的右边取负值那么远处层子的有效质量将增为 $2M$，比自由层子还重一倍. 以上只考虑一个层子对远处另一个层子的作用. 为着满足“饱和条件”，组成重子的三个层子和组成介子的一对层子和反层子间的作用力都必须是吸引力，并且给出比 M 小得多的束缚态质量，我们可以引入 8 种赝标胶子，属于色空间 SU_3 的 8 维表示. 这些胶子通过 SU_3 矩阵 $\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_8$ 并通过 γ_5 和层子作用. 在这种作用下，在 r 很小的区域内(即在强子内部)这 8 种胶子通过(1)对作用的贡献是吸引的. 这些胶子作用的 V_0 部分使得层子的质量降为很小的值，但如在重子和介子外部另有一个层子在 r 很大时 φ 将由(14)式给出. 由于 λ_i 矩阵元有正有负，强子中不同层子对远处这个层子的作用将有正有负，作用的 $\mu/\sqrt{C}$ 部分有的使这个层子增加有效质量，有的使它减少有效质量. 很容易看出这个层子所受到的强子中各层子的总作用将为零，因而这个层子的质量仍为原始质量 M. 这表明层子在组成强子后不再吸引其它层子，虽然远处位势的量级仍为 M.

参 考 文 献

[1] 胡宁，物理学报，**25**(1976)，65，494.
[2] 胡宁，科学通报，**23**(1978)，3：129.
[3] 胡宁，科学通报，**23**(1978)，6：344.