[7] Chen Jingrun, *Scientia Sinica*, **22**(1979), 859—889.
[8] Graham, S., *Acta Arith.*, **39**(1981), 163—179.
[9] Wang Wei, *Acta Math. Sinica*, **29**(1986), 826—836.

陈景润　刘健民
（中国科学院数学研究所，北京）

几类随机解析函数的值分布*

本文证明几类随机解析函数几乎必然没有有限亏值。它表明在统计意义下，只有很少的解析函数 f，使得 $\sup_{a\in\mathbf{C}}\delta(a,f)>0$. 这里 $\delta(a,f)$ 表示 f 在 a 点的亏量。

定理 1　设 $\varepsilon_n=\pm1$ 为概率空间 $(\Omega,\mathscr{A},\mathscr{P})$ 上的 Rademacher 序列，即它们相互独立，且各以相同的概率 1/2 取值 1 和 −1. 如果

$$\overline{\lim_{n\to\infty}}|a_n|^{1/n}=1,\quad \overline{\lim_{n\to\infty}}\frac{\log|a_n|}{\log n}=\infty,$$

则在单位圆内的解析函数

$$f_\omega(z)=\sum_{n=1}^{\infty}\varepsilon_n(\omega)a_nz^n\quad(\omega\in\Omega)$$

几乎必然没有有限亏值[1].

定理 2　设 $\{a_n(\omega)\}_{n=1}^{\infty}$ 是 $(\Omega,\mathscr{A},\mathscr{P})$ 上相互独立的随机变量序列，满足

$$K=\sup\{P(a_n(\omega)=c);\ c\in\mathbf{C},\ n\geqslant1\}<1.$$

且设 $g_\omega(z)=\sum_{n=1}^{\infty}a_n(\omega)z^n$ 几乎必然表示 $|z|<R$ $(0<R\leqslant\infty)$ 内的解析函数。当 $0<R<\infty$ 时，更设

$$\overline{\lim_{r\to R}}T(r,g_\omega)/\log\frac{1}{R-r}=\infty,\ \text{a.s.}$$

则 $\sup_{a\in\mathbf{C}}\delta(a,g_\omega)=0$. a.s.

推论　设 $\{a_n\}\subset\mathbf{C}$，$\{X_n(\omega)\}$ 为 $(\Omega,\mathscr{A},\mathscr{P})$ 上独立同分布非退化的随机变量序列，若

$$G_\omega(z)=\sum_{n=1}^{\infty}a_nX_n(\omega)z^n$$

表示随机整函数，则

$$\sup_{a\in\mathbf{C}}\delta(a,G_\omega)=0.\quad\text{a.s.}[2]$$

定理 3　设 $f(z)$，$\varphi(z)$ 是 $|z|<R$ $(0<R\leqslant\infty)$ 内的解析函数，其中 $\varphi(z)$ 非常数，$T(r,\varphi)=o\{T(r,f)\}$. 且当 $R=\infty$，$f(z)$ 为超越函数；当 $0<R<\infty$ 时，

$$\overline{\lim_{r\to R}}T(r,f)/\log\frac{1}{R-r}=\infty.$$

又设 $X(\omega)$ 是 $(\Omega,\mathscr{A},\mathscr{P})$ 上连续型随机变量，则在 $|z|<R$ 内的解析函数 $F_\omega(z)=f(z)+X(\omega)\varphi(z)$ 几乎必然没有有限亏值[3].

参考文献

[1] Mural, I., *J. London Math. Soc.*, **24**(1981), 480—494.
[2] ————, *Kodai Math. J.*, **5**(1982), 313—317.
[3] ————, *C. R. Acad. Sc. Pairs*, **287**(1978), 931—934.

孙道椿　刘全升
（武汉大学数学系）

* 国家自然科学基金资助项目.

圈长唯一的最大图的边数

Erdös 于 1975 年提出了下列问题：设 $f(n)$ 是有 n 个顶点的任何两个圈的长均不相等的图的最大可能的边数。试确定 $f(n)$.

含有 $f(n)$ 条边、没有两个等长圈的 n 个顶点的图称为圈长唯一的最大图。

类似地，下列问题也被考虑：设 $f^*(n)$ $(f_2(n))$ 是有 n 个顶点的任何两个圈的长均不相等的简单图（2 连通简单图）的最大可能的边数。试确定 $f^*(n)(f_2(n))$.

作者已经得到了下列两个定理，它们将发表在 *Discrete Math.* 上。

定理 1　对每个整数 $n\geqslant3$，$f(n)=$