科 学 通 报
第42卷 第15期 Chinese Science Bulletin 1997年8月

【研究简报】

大气重力格林函数

孙和平
(中国科学院测量与地球物理研究所动力大地测量学开放实验室,武汉 430077)

关键词 气压 格林函数 大气重力导纳值

具有噪声低、灵敏度高、连续性和稳定性好等特点的超导重力仪的观测精度已达0.1 μGal或更高量级,它在研究潮汐和非潮汐重力场变化信号中,特别是在地球物理学和地球动力学的应用研究中将起到十分重要的作用. 在利用超导重力仪观测重力场变化的同时,还记录到台站和区域气压场变化产生的重力信号. 它们通常由三部分组成,即:(1)大气质量变化引起的直接效应;(2)大气质量负荷作用下,弹性地球产生的变形效应;(3)由于变形使地球内部质量重新分布而引起的地球引潮位变化. Farrell[1]引进了地表质量负荷重力格林函数,但当质量密度分布随高程变化时,问题要复杂得多,我们必须重新考虑这一问题. 研究表明,牛顿引力项的主要贡献来自台站近区的低层大气质量变化,而弹性地球的变形对重力场的影响部分主要来自台站远区范围的大气质量负荷效应.

作者曾利用区域和全球实测资料计算气压变化对欧洲地区各台站重力场观测的影响,获得了较满意的结果[2]. 但最大的弊端是计算模型复杂,涉及的数据量浩大,计算成本十分高. 国际地学界一些学者曾利用台站气压资料对重力观测作改正,但由于没有顾及气压变化的区域效应,结果不理想[3,4]. 本项工作旨在克服以上缺点,利用国际上通用的标准大气模型,在球形、非旋转、各向同性分布的弹性地球模型基础上构制和引进大气重力格林函数,在台站周围区域对这些格林函数积分,我们即可获得简便且仍能保持计算精度的理论模型,以获得气压变化对重力场观测影响的改正值.

1 圆柱体模型的牛顿引力项

大气质量变化引起的牛顿引力项 $g_n(\psi)$(定义正方向朝下)可用下式求得[5]

参 考 文 献

1 Boersma J R, Terwindt J H J. Neap-Spring tide sequences of intertidal shoal deposits in a mesotidal estuary. Sedimentology, 1981, 28: 151~170
2 Shi Zhong. Tidal bedding and tidal cyclitics within the intertidal sediments of a microtidal estuary, Dyfi River Estuary Sedimentary Geology, 1991, 73: 43~58
3 Kvale E P, Aracher A W. Tidal deposits associated with low-sulphur coals. In: Brazil F M ed. Sediment Petrol, 1990, 60 (4): 563~574
4 Dalrymple R W. Dynamics and facies model of a macrotidal sand-bar complex, Cobequid Bay-Salmon River Estuary. Sedimentology, 1990, 37: 577~612
5 丛友滋. 研究沉积动力环境新方法的应用及结果. 海岸开发技术论文集(下). 北京:海洋出版社,1987
6 严钦尚,许世远,邵虚生,等. 长江三角洲现代沉积研究. 上海:华东师范大学出版社,1978

(1996-05-27收稿,1997-01-06收修改稿)

$$g_n(\psi) = -G\mathrm{d}\Omega\int_{\varepsilon}^{z_0}\rho(z)\left[\frac{(a+z)\cos\psi - a}{r^3}\right]\mathrm{d}z, \tag{1}$$

式中 G 是引力常数，$\mathrm{d}\Omega$ 是单位球面角对应的圆柱体底面积，r 是质量体积元 $\mathrm{d}v = \mathrm{d}\Omega\mathrm{d}z$ 至台站的距离，a 是地球半径，ψ 是台站角距，z_0 积分截断高程，ε 初始积分值，$\rho(z)$ 表示大气质量密度随高程分布的函数，由标准大气定律我们得到

$$\rho(z) = P(z)/[R \cdot T(z)], \tag{2}$$

式中 $P(z)$ 和 $T(z)$ 是随高程 z 分布的大气压力和温度函数，R 是标准大气常数．在大气为等温的理想状态下，气压分布函数满足随高程以指数形式递减

$$P(z) = P_0\exp(-z/\lambda), \tag{3}$$

式中 P_0 是地表气压值，λ 表示大气标准高．若大气并不符合等温状态，则我们必须根据实际观测到的气压和温度垂向剖面对大气流体动力学方程积分以获得气压随高程的分布情况．所幸的是方程式(3)基本能符合一般情况的处理．

为能兼顾各种温度随高程分布的标准模型，我们引进如下分析函数[6]

$$T(z) = T_0 + C_1\frac{z}{2} + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\delta_i(C_{i+1} - C_i)\log\left[\frac{\cosh(z_i - z_i/\delta_i)}{\cosh(z_i/\delta_i)}\right], \tag{4}$$

式中 $C_{n+1} = 0$，$z_{i-1} < z < z_i$．T_0 表示地表温度值，δ_i 是温度剖面在高程 z_i 处的转向度，C_i 是温度剖面在 $\mathrm{d}T/\mathrm{d}z$ 处的不连续性．

由方程(1)可知，大气圆柱体模型的牛顿引力项依赖于圆柱体底面的气压和温度变化(见(3)和(4)式)．由于我们取面积为单位球面角对应的圆柱体，因此我们可将上述计算结果视为一格林函数．为能将这一大气圆柱体(分布)负荷格林函数区别于 Farrell 定义的地表质量(集中)负荷格林函数，我们称之为大气重力格林函数．考虑地球变形效应后，用这一函数对重力台站周围区域积分，即可获得气压变化对重力场观测的影响值．

在一薄层大气近似的情况下，积分式(1)可转换成如下形式：

$$g_n(\psi) = \left[\frac{-g}{4m_e\sin(\psi/2)}\right]\mathrm{d}\Omega\int_{\varepsilon}^{z_0}\frac{P(z)}{R \cdot T(z)}\mathrm{d}z, \tag{5}$$

式中 m_e 是地球总质量．上述方程中括号内的那一项同 Farrell 给出的海潮负荷的情况一致，所不同的是积分号下的附加项．该项对面积为单位球面角对应的大气圆柱体密度分布积分，即从地表至截断高程 z_0．很明显，该积分给出了大气圆柱体重力格林函数对高程的依赖关系，这是区别于表面质量负荷的根本所在．

可将方程(1)转换成离散求和的形式，然后再作数值积分计算．为方便结

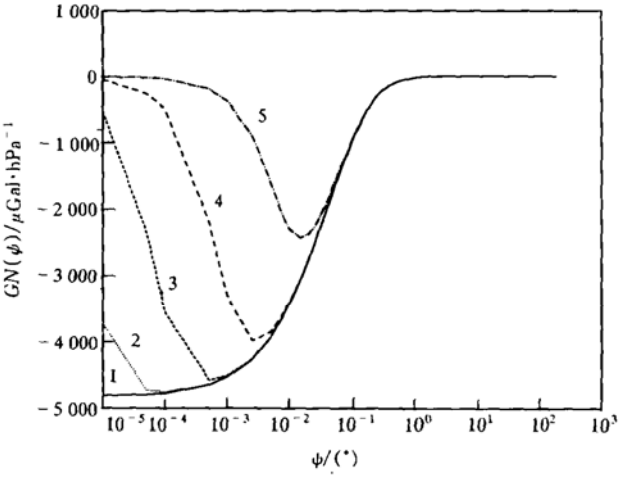

图 1　大气圆柱体重力格林函数 $GN(\psi)$ 值

1 表示当大气圆柱体底面位于海平面时的结果，2－5 表示当圆柱体底面高 Δh 分别为 0.1，1，10 和 100 m 时的计算结果．计算时我们引进了规化因子 $[10^5 \cdot \psi/P_0]$(见(6)式)，结果中包含了一单位球面立体角对应的面积常数

果的规范化，引进一规化因子 $(10^5 \cdot \psi/P_0)$，于是规化后的大气重力格林函数为

$$GN(\psi) = [10^5 \cdot \psi] \cdot g_n(\psi)/P_0 \quad (\mu\text{Gal/hPa}). \tag{6}$$

计算获得的大气重力格林函数值在图(曲线1)中给出．选用不同大气模型的结果说明大气精细结构对计算结果的影响甚微，但当选择干空气和水饱和状态的湿空气二组不同的大气常数 R 时，计算结果间存在着10%的差异．为满足问题的一般性，本文提供的结果是这二种特殊情况的平均值．数值结果分析表明有必要选择 40 km 的积分截断高程，这样才能保证计算的精度．例如当选择截断高程为 60 km 时，在所有角距 ψ 上，大气重力格林函数结果的积分精度将优于1%．

2 大气重力格林函数值的修正

上述构制的模型是基于理想海平面，由于绝大多数重力仪安装在海平面以上的陆地，在应用大气重力格林函数结果时，必须考虑台站高程的影响．为能解决这一问题，我们必须研究台站高程在零点的泰勒级数展开并求得大气重力格林函数对台站高程的偏导数．

当考虑台站高程 δh 后，大气圆柱体重力格林函数对台站高程 δh 的一阶导数为

$$g_n'(\psi, \delta h)\big|_{\delta h=0} = -\frac{G\mathrm{d}\Omega}{2a^2\psi}\frac{P_0}{T_0R}\int_\varepsilon^{z_0}\frac{T_0 2a^2\psi}{P_0}\frac{P(z)}{T(z)}\left(\frac{J_\mathrm{I}}{r_h^5}\right)\mathrm{d}z, \tag{7}$$

式中

$$r_h = [(a+z)^2 + (a+\delta h)^2 - 2(a+z)(a+\delta h)\cos\psi]^{1/2},$$
$$J_\mathrm{I} = (a+z)^2(1-3\cos^2\psi) - 2(a+\delta h)^2 + 4(a+\delta h)(a+z)\cos\psi.$$

积分号下引进因子 $(T_0 2a^2\psi/P_0)$ 是为方便数值计算．由于气压和温度随高程分布的非线性变化特征，仅考虑大气重力格林函数对台站高程的一阶导数是不够的．因此，我们必须求得大气重力格林函数对台站高程的二阶导数，其公式如下

$$g_n''(\psi, \delta h)\big|_{\delta h=0} = \frac{G\mathrm{d}\Omega}{2a^2\psi}\frac{P_0}{T_0R}\int_\varepsilon^{z_0}\frac{T_0 2a^2\psi}{P_0}\frac{P(z)}{T(z)}(K_\mathrm{I} + K_\mathrm{II})\mathrm{d}z, \tag{8}$$

式中

$$K_\mathrm{I} = [-4(a+\delta h) + 4(a+z)\cos\psi]/r_h^5,$$
$$K_\mathrm{II} = -5J_\mathrm{I}J_\mathrm{II}/r_h^7,$$
$$J_\mathrm{II} = (a+\delta h) - (a+z)\cos\psi.$$

利用与大气重力格林函数相同的规化因子对(7)和(8)式进行数值积分获得的计算结果在图2(曲线1)和图3(曲线1)给出．由图可知，大气圆柱体重力格林函数对台站高程的一阶导数在角距0.01°至0.1°之间迅速递减，在0.1°至1.0°之间回复．对大气圆柱体重力格林函数对台站高程的二阶导数而言，总的量级是很小的，在角距 0.01°至 1.0°之间迅速递减，而当角距大于 1.0°时，二阶导数趋于零．这说明台站近区的气压效应与几何地形相关，而台站远区的气压效应与总的大气质量变化相关．

除上述台站高程的影响外，周围地形起伏因素不容忽略．无论仪器被安装在一高地或者海平面以下的台站(例如欧洲荷兰的许多陆地均低于平均海平面)，周围起伏地形占据部分大气质量，这些大气质量可增加重力观测值．若圆柱体底面被地形抬高 $\triangle h$，则大气重力格林函数的积分计算应从 $\triangle h$ 开始直至截断高程 z_0 处．我们计算了不同圆柱体底面高度变化对

大气重力格林函数值的影响，计算结果在图 1(曲线 2～5)中给出．由分析可知，当圆柱体底面高 $\triangle h$ 值越大，则它对大气重力格林函数值的影响就越大，且涉及的影响范围也越宽．例当取 $\triangle h$ 分别是 10 和 100 m 时，对计算结果的影响可分别延伸到角距为 0.01° 和 0.05° 的范围．我们还计算了不同圆柱体底部高程变化引起的大气重力格林函数对台站高程 δh 的一阶和二阶编导数的影响(见图 2，曲线 2～5；图 3，曲线 2～5)．数值结果还说明，如果台站周围的起伏不超过 1 km，则地形对大气重力信号的影响在几十毫微伽量级．

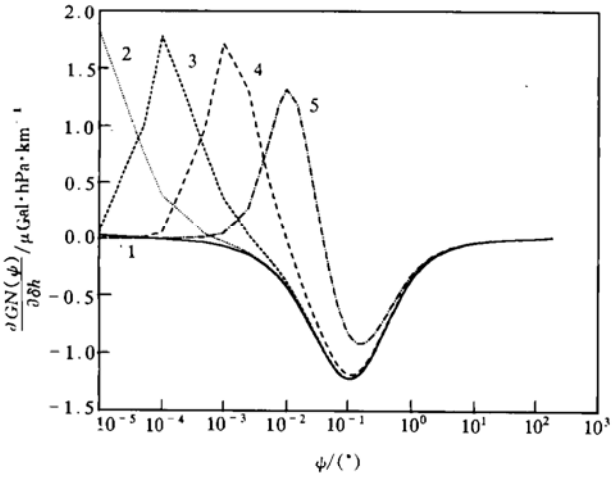

图 2　大气圆柱体重力格林函数对台站高程的一阶导数 $\partial GN(\psi)/\partial \delta h$ 值

1 表示当大气圆柱体底面位于海平面时的结果，2～5 表示当圆柱体底面高 $\triangle h$ 分别为 0.1，1，10 和 100 m 时的计算结果．计算时我们引进了规化因子 $[10^5 \cdot \psi/P_0]$，结果中包含了一单位球面立体角对应的面积常数

由于不同高度大气层中的温度结构依赖于相应的地表值，温度的增加抬高了大气圆柱体质量中心，但大气圆柱体内的总质量保持不变．为求得由于地表温度变化引起的重力效应，我们计算了大气圆柱体重力格林函数对温度的一阶偏导数．在台站近区，温度增加将减少大气圆柱体向上的引力，这相当于增加了向下为正的牛顿引力项．因此，大气圆柱体重力格林函数对温度的一阶导数大于零．计算获得的结果由图 4(曲线 1)给出．结果说明由于温度变化引起的大气重力信号相对来说是很小的．不同圆柱体底面高程引起的大气重力格林函数对温度偏导数的影响也在图 4 中(曲线 2～5)给出．

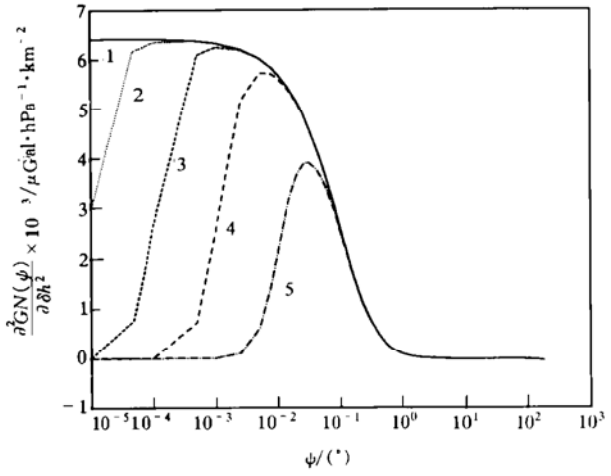

图 3　大气圆柱体重力格林函数对台站高程的二阶导数 $\partial^2 GN(\psi)/\partial \delta h^2$ 值

1 表示当大气圆柱体底面位于海平面时的结果，2～5 表示当圆柱体底面高 $\triangle h$ 分别为 0.1，1，10 和 100 m 时的计算结果．计算时我们引进了规化因子 $[10^5 \cdot \psi/P_0]$，结果中包含了一单位球面立体角对应的面积常数

3　结果与讨论

在考虑了地形和温度效应后，由大气变化引起的重力效应最终结果可用下式求得

$$GN(\psi) = GN(\psi)|_{表} + GN(\psi)|_{T} + GN(\psi)|_{\delta h} + GN(\psi)|_{\delta h^2}, \quad (9)$$

式中 $GN(\psi)|_{表}$ 是指由直接计算获得

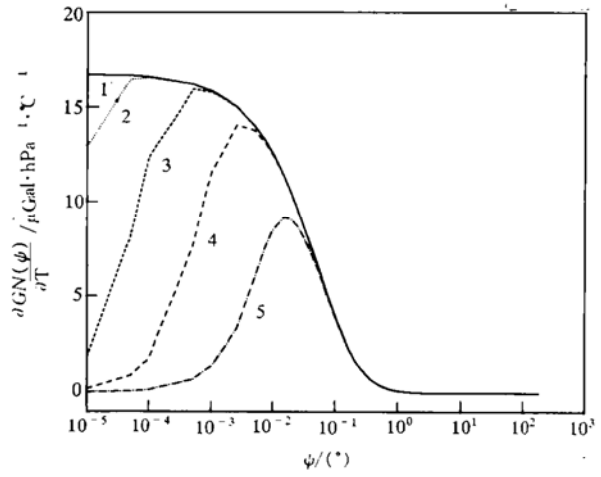

图 4 大气圆柱体重力格林函数对地表温度的导数 $\partial GN(\psi)/\partial T$

1 表示当大气圆柱体底面位于海平面时的结果，2～5 表示当圆柱体底面高 Δh 分别为 0.1, 1, 10 和 100 m 时的计算结果. 计算时我们引进了规化因子 $[10^5 \cdot \psi/P_0]$，结果中包含了一单位球面立体角对应的面积常数

的结果(图 1 曲线 1)，$GN(\psi)|_T$ 是与温度变化有关的项，$GN(\psi)|_{\partial h}$ 和 $GN(\psi)|_{\partial h^2}$ 是与台站高程改正有关的项，他们分别是

$$GN(\psi)|_T = \frac{\partial GN(\psi)}{\partial T}(T_0 - 15℃),$$

$$GN(\psi)|_{\partial h} = \frac{\partial GN(\psi)}{\partial \delta h}\left[\frac{\delta h}{a\psi}\right],$$

$$GN(\psi)|_{\partial h^2} = \frac{\partial^2 GN(\psi)}{\partial \delta h^2}\left[\frac{\delta h}{a\psi}\right]^2.$$

大气质量负荷引起的弹性地球变形效应较直接效应来说相对要小得多，它们主要来自台站远距离的大范围，我们可将其看作集中于表面的质量负荷. 利用一给定的地球模型参数(例如 PREM)和求解地球自由振荡动力学方程，我们即可从理论上计算质量负荷格林函数. 作者曾利用不同地球模型参数计算了点质量负荷作用下地球的响应，获得了重力负荷质量格林函数值. 结果说明不同地球模型参数对其的影响较小，若地球模型的不确定度为 10%，则对重力信号的影响仅为几十毫微伽量级. 有关计算的实施步骤和相应数值结果可参阅文献[2].

用 $g_e(\psi)$ 表示集中于地表的大气负荷质量格林函数，引进一与大气圆柱体重力格林函数相同的规化因子，用 $GE(\psi)$ 表示规范化后的值，则我们得到

$$GE(\psi) = [10^5 \cdot \psi] \cdot g_e(\psi)/P_0 \quad (\mu Gal/hPa), \tag{10}$$

将大气质量变化引起的直接效应和由大气质量负荷引起的弹性地球变形效应二部分叠加，则在台站任一角距 ψ 处，气压变化引起的重力信号可用下式求得

$$g(\psi) = \frac{GN(\psi) + GE(\psi)}{10^5 \cdot \psi} \frac{d\Omega \cdot P_0}{2\pi[1 - \cos(1°)]} \quad (\mu Gal/hPa). \tag{11}$$

在考虑了地形和温度效应修正和弹性地球变形效应后，用上述函数对台站周围区域积分的结果说明台站近区气压变化是大气重力信号的主要贡献者. 在考虑台站角距为 0.5°的近区内获得的重力信号可占全球气压变化引起的总重力信号的 90%，角距为 0.5°至 10°的中距离区域上，气压变化引起的重力信号较小，相当于角距大于 10°的远距离区域的贡献. 大气重力信号这一区域分布特点，加上气压旋运行的时空尺度，台站与海洋的距离给我们提供了将全球气压对重力场贡献划分成近区、中距离区和远区三部分.

大气圆柱体重力格林函数在角距 2.75°处为零，在这一距离上，牛顿引力项改变符号(见图 1). 也许它为我们提供了一个依据以区别地表集中负荷(如海潮负荷)与分布负荷(如大气负荷)的不同之处. 另一方面，大气圆柱体质量变化引起的牛顿引力项 $GN(\psi)$ 与质量负荷产

生的地球弹性变形项 $GE(\psi)$ 之和在角距 1.1°处为零. 这说明存在一个距台站几度的带域，在这一区域内，由于 $GN(\psi)$ 和 $GE(\psi)$ 相互抵消，气压变化引起的重力信号甚微.

在距台站 0.5°的范围进行积分，获得一气压重力导纳值为 -0.3603 μGal/hPa. 这一结果说明，若台站气压年变化量为 50 hPa，则气压对重力观测的影响可达 18 μGal 量级. 武汉超导重力仪观测资料 1985～1994 年初步分析结果表明，重力对台站气压的响应系数在长周期波频段上为 -0.3838 μGal/hPa，在周日波频段上为 -0.3003 μGal/hPa. 作者将这一结果同利用欧洲地区中长期天气预报中心(ECMWF)提供的实测气压变化数据和一数值褶积积分方法获得的布鲁塞尔台站的大气重力导纳值作对比分析，发现二者结果吻合得很好(在台站近区域范围获得的大气重力导纳值为 -0.395 μGal/hPa，在包括近区域在内的中距离范围内的大气重力导纳值为 -0.333 μGal/hPa). 作者还用我国武汉和欧洲地区布鲁赛尔超导重力仪观测到的气压信号作比较，发现观测重力残差中的绝大部分信号是由气压变化引起的. 中距离区域是台站角距为 0.5°至 10°范围内的区域，气压运行和气压旋风暴一般在这个尺度上. 因此，气压变化的峰值间存在着相关性. 这一现象随着台站距离增加而减弱. 因此，有必要在这一区域内加密布设气象站，以获得更多的气压变化信息. 该区域上获得的大气重力信号导纳值为 $+0.059$ μGal/hPa.

大气重力信号依赖于地表温度变化，地表温度升降导致大气的澎涨和压缩，由于温度升高使大气圆柱体质量中心远离重力台站，从而进一步导致大气圆柱体对台站向上的吸引力减小. 因此在近区域内，温度变化引起的大气重力导纳值符号为正. 绝大部分台站周围的中距离范围内的地表位于仪器水平面以下，由这部分大气质量变化引起的牛顿引力项为正值. 随着大气圆柱体质量中心的升高，这种影响将逐渐消失. 于是在这一区域内，温度变化引起的大气重力导纳值符号为负，这是由于它部分抵消了近区范围内的影响. 当角距大于 2°时，大气圆柱体重力格林函数对温度的导数趋于零. 因此，我们可忽略台站角距大于 10°范围内由温度变化引起的重力效应. 将近区和中距离区内的温度效应叠加，我们获得由于温度变化引起的大气重力信号为 $+0.014(T_0-15℃)$ μGal/℃.

在远距离区域内($\psi>10°$)，大气圆柱体总质量的影响是台站重力信号的主要贡献者，关于大气质量分布的细节对结果显得并不重要. 研究表明，绝大部分气压变化能量主要集中在周期为几天至几周的频段上. 另一方面，由于角距大于 10°的区域大部分位于海洋区，我们应考虑海洋的反气压计效应. Wunsch[7]曾指出，对周期为 40 至 400 h 的频域范围内的气压变化，海洋对气压的响应呈反气压计状态. 在利用实际气压资料计算欧洲地区各台站的重力和垂直位移效应时，作者分别研究了考虑和没考虑海洋反气压计二种特例，结果说明对距海洋较近的台站，二种不同情况下存在着 20% 差异，并且发现考虑海洋反气压计效应时获得的大气重力信号更能符合实际情况. 利用理论计算获得的大气重力信号对超导重力仪实际观测资料作气压改正，获得了较理想的结果，并发现超导重力仪潮汐观测中的大部分残差信号来自于气压的影响，对周期为几天的残差作气压改正，效果更明显.

4　结论

本文在球形、非旋转、各向同性分布的弹性地球模型基础上构制和引进了大气重力格林函数，基于标准大气圆柱体高程分布模型，利用数值积分方法计算了随角距分布的圆柱体大气重力格林函数值. 在考虑了质量负荷引起的地球变形效应后，对台站周围区域积分，发现大气重

力信号具有随区域分布而变化的特征. 考虑到气压旋运行的时空尺度和台站与海洋的距离, 我们可将全球气压对重力场的贡献划分成近区、中距离区和远区三部分. 计算结果说明90%的大气重力信号来自于台站近区的0.5°范围内(大气重力导纳值 −0.360 3 μGal/hPa). 这一结果同利用实测区域气象资料和由超导重力仪观测残差分析获得的大气重力响应函数十分吻合. 重力潮汐实测数据的气压改正说明, 观测残差中大部分信号来自于气压的影响, 在周期为几天的频段上, 效果更加明显.

数值结果说明, 选择积分截断高程为60 km时, 在所有角距上, 大气重力格林函数的计算精度将优于1%. 在实际应用大气重力格林函数之前, 有必要根据台站实际位置作台站高程和周边地形改正. 在0.5°至10°的中尺度区域范围内的大气重力信号导纳值为 +0.059 μGal/hPa. 在10°以外的远距离区域, 大气总质量是台站重力信号的主要贡献者, 大气质量分布的细节对结果的影响甚微. 由于地表温度升降导致大气的膨涨和收缩, 温度升高将使大气圆柱体质量中心远离重力台站, 从而进一步导致向下为正的重力值增加. 由于大部分台站周围中距离范围的地表位于仪器水平面以下, 我们可忽略台站角距大于10°范围内的温度变化引起的重力效应, 计算获得的在近区和中距离区由大气圆柱体底面温度变化引起的大气重力导纳值为 $+0.014(T_0-15°)$ μGal/℃.

致谢 本项研究得到国际地球潮汐研究中心主任, 比利时皇家天文台Ducarme教授和中国科学院武汉分院许厚泽院士的指导和帮助, 谨此深表谢意. 本工作为国家自然科学基金(批准号:49574218)和中国科学院基金资助项目.

参 考 文 献

1 Farrell W E. Deformation of the Earth by surface loads. Rev Geophys, 1972, 10: 761～779
2 Sun Heping. Static deformation and gravity change at the Earth's surface due to the atmospheric pressure. Geophys Series of Royal Observatory of Belgium, 1995
3 Nibauer T M. Correction gravity measurements for the effect of local air pressure. J Geophys, 1988, 53: 155～162
4 Warburton R R, Goodkind M. The influence of barometric pressure variations on gravity. Geophys J R Astr Sco, 1977, 48: 281～292
5 Merriam J B. Atmospheric pressure and gravity. Geophys J Int, 1992, 109: 488～450
6 Fels S B. Notes and correspondence: analytic representations of standard atmospheric temperature profiles. J Atmos Sci, 1986, 43: 219～221
7 Wunsch C. Bermuda sea level in relation to tides, weather and baroclinic fluctuations. Rev Geophys, 1972, 10: 1～49

(1996-10-08 收稿, 1997-03-17 收修改稿)