完整三角和的进一步估计

令 $f(x)=a_kx^k+\cdots+a_1x+a_0$ 为一整系数多项式，这里 q 为一正整数，$(a_1,\cdots,a_k,q)=1$. 我们证明了当 $k\geqslant 3$ 时，

$$\left|\sum_{x=1}^{q}e^{2\pi if(x)/q}\right|\leqslant e^{1.74k}q^{1-1/k}.$$

丁 平

（加拿大 Simon Fraser 大学数学系）

有质量 Abel 规范场理论和重子荷之间的中程耦合作用

最近，可能在重子荷之间存在中程耦合作用的报道[1]，引起了普遍注意. 这种作用要求传递它的超光子具有质量. 本文构造可重整的、么正的非自发破缺有质量 Abel 规范理论[2]. 其经典拉氏函数为

$$\mathscr{L}_0=-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}-\bar{\psi}(\gamma^\mu D_\mu+M)\psi-\frac{1}{2}m^2(A_\mu-a_\mu)^2,\qquad(1)$$

式中 $D_\mu=\partial_\mu-i\eta A_\mu$. 而 $a_\mu=\frac{i}{\eta}\partial_\mu\theta(x)$ 为对应于平联络的规范势. 令

$$\sigma(x)=\frac{m}{\eta}\theta(x),$$

上式可化为

$$\mathscr{L}_0=-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}-\bar{\psi}(\gamma^\mu D_\mu+M)\psi-\frac{1}{2}m^2A_\mu A^\mu+\frac{1}{2}\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma+imA_\mu\partial^\mu\sigma,\qquad(2)$$

由此可导出规范协变运动方程，取规范条件为

$$\partial_\mu A^\mu-i\alpha m\sigma=0,\qquad(3)$$

方程化为

$$(\Box-m^2)A_\mu-\left(1-\frac{1}{\alpha}\right)\partial_\mu\partial_\nu A^\nu=-ie\bar{\psi}\gamma_\mu\psi;$$

$$(\gamma^\mu\partial_\mu+M)\psi=ie\gamma^\mu\psi A_\mu,$$

$$(\Box-\alpha m^2)\sigma=0,\qquad(4)$$

这时物理场 $\psi(x)$、$A_\mu(x)$ 同 $\sigma(x)$ 场是退耦的. 取 $\alpha=1$ 时，运动方程有最简单的形式. 理论的量子化可用标准的路径积分方法进行，有效 Lagrangian 为

$$\mathscr{L}_{\text{eff}}=\mathscr{L}_0+\mathscr{L}_{\text{fix}}+\mathscr{L}_{\text{ghost}},$$

$$\mathscr{L}_{\text{fix}}=-\frac{1}{2\alpha}(\partial_\mu A^\mu)^2+\frac{\alpha}{2}m^2\sigma^2,$$

$$\mathscr{L}_{\text{ghost}}=-\bar{c}\Box c+\alpha^2\bar{c}c,\qquad(5)$$

上述理论具有明显可重整性，且 $\sigma(x)$ 和鬼场一样是自由场. 当 $\alpha\to\infty$ 时理论中不出现 $\sigma(x)$，c，$\bar{c}$ 场传播子，物理 S 矩阵满足么正性. 由 S 矩阵的规范无关性，可证明理论是么正的.

这一理论可用来描述有质量超光子的重子荷动力学. 这时(2)式中 $\psi(x)$ 为重子场，$A_\mu(x)$ 是超光子场，η 为耦合常数. 由体系规范不变性，可导出重子荷流守恒，守恒荷为 $B\eta$（B 为重子数）当引力场存在时，Lagrangian 成为

$$\mathscr{L}=\sqrt{-g}\left(\frac{R}{16\pi G}+\mathscr{L}_0\right).\qquad(6)$$

由(6)式可得引力场、超光子场运动方程

$$\nabla_\nu F^{\mu\nu}+m^2A^\mu=0,$$

$$R_{\mu\nu}-\frac{1}{2}g_{\mu\nu}R=-8\pi GT_{\mu\nu}.\qquad(7)$$

考虑具有重子荷的中心对称静态物质源引力场

$$ds^2=e^a dx^0dx^0-\left[\delta_{ij}+(e^b-1)\frac{x_ix_j}{r^2}\right]$$