用激光测月法测定月球自由天平动*

李金岭　聂昭明　　金文敬
（云南天文台，昆明）　（上海天文台）

关键词　激光测月、自由天平动、重力场系数、自转耗散参数

月球自由天平动存在与否，一向是月球运动研究中几个棘手问题之一．确定月球自由天平动，除其自身的理论意义之外，还可以推测自由天平动的激发与耗散机制，比如陨击、月震和核幔粘滞摩擦等[1,2]，故测定月球自由天平动对认识太阳系中天体的起源、演化及结构等，都具有十分重要的意义．

自由天平动的量级较小，观测精度限制了用光学资料确定自由天平动的可行性．Calame曾于1975年对当时 McDonald 天文台的 LLR 资料做了分析[3]，初步检测了月球自由天平动．但因为只用了五年的观测，所用历表精度也较低，人们难免对其结果提出疑问[4]．LLR 至今已有十多年的观测历史，观测精度和归算精度都有较大程度的提高．鉴于此，有必要重新确定月球自由天平动参数，并对分析方法作进一步的探讨．

本文归算中采用了1970.4—1987.12全球18年 LLR 资料，并采用了 JPL 的 DE200/LE200 行星、月球精密历表．窄脉冲激光器的使用，大大提高了 LLR 的观测精度．测月精度已从开始的 3ns 提高到现今的 0.1ns．由于现今月面上经常使用的四个后向反射器的结构及安放位置各异，故观测它们的难易程度也各不相同．表1列出了观测它们所得资料情况．A_{11}、A_{14}、A_{15}和L_2分别代表 Apollo 11、14、15号和 Lunakhod 2 所安放的反射器．从表1中可见，观测 A_{15} 所得资料约占总资料的75%以上．所以，为了更好地分离月球轨道运动及天平动信息，各台站在保证观测精度的同时，应对各反射器轮流观测．

表1　反射器利用率统计

	M2.7	LRS	CER	HAL	合计	占总百分比
A_{11}	476	13	71	23	583	9.5
A_{14}	508	46	88	20	662	10.8
A_{15}	2358	560	1274	423	4615	75.4
L_2	132	0	114	14	260	4.3
合计	3474	619	1547	480	6120	—

一、归算结果与讨论

若把月球自由天平动看作是受迫天平动的附加运动，并以 τ 表示经度自由天平动，以 P_1 和 P_2 表示纬度自由天平动，则从 Euler 动力学方程可得自由天平动理论模式为

本文1989年6月24日收到．1989年7月31日收到修改稿．

* 本文主要内容取自李金岭的云南天文台硕士论文，1989．

$$\begin{cases} \tau = A\sin(\omega t + g), \\ P_1 = A_1\sin(\omega_1 t + g_1) + A_2\sin(\omega_2 t + g_2), \\ P_2 = k_1 A_1\cos(\omega_1 t + g_1) + k_2 A_2\cos(\omega_2 t + g_2), \end{cases} \tag{1}$$

其中 ω、ω_1、ω_2 及积分常数 k_1、k_2 值可从理论上推算。在 IAU(76) 常数系统下，它们近似为

$$\begin{aligned} &\omega = 5.992811419 \times 10^{-3}\text{rad/d}, && \text{对应周期 } T \text{ 约为 } 2.9\text{a}, \\ &\omega_1 = 0.230184429\ \text{rad/d}, && T_1 \text{ 约为 } 27.3\text{d}, \\ &\omega_2 = 2.303155338 \times 10^{-4}\text{rad/d}, && T_2 \text{ 约为 } 75\text{a}, \\ &k_1 = 0.999071349, \\ &k_2 = -2.487210510, \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \end{aligned} \tag{2}$$

振幅 A、A_1、A_2 与初相位 g、g_1、g_2 常称为月球自由天平动 6 参数。它们的大小需由观测来确定，激光测月法是确定这些参数的途径之一。激光测月资料的归算方程式为[5]

$$\tau_c - \tau_0 = f(\Delta k_i, \varepsilon) = \sum_{i=1}\left(\frac{\partial \tau_c}{\partial k_i}\right)\Delta k_i + R_n + \varepsilon, \tag{3}$$

式中 $\frac{\partial \tau_c}{\partial k_i}$ 为理论时延对参数的偏微分，R_n 为展开式为一阶时的截断误差，ε 为偶然误差，Δk_i 为对参数采用值的改正。

表 2 列出了本文用 1970.4—1987.12 全球 LLR 资料对自由天平动 6 参数的归算结果，同时给出了 Calame 所得相应结果[3]供比较。由于资料序列的拓长、精度的提高以及历表、天平动表等方面的进展，本文所得归算精度是很高的。

表 2　自由天平动检测结果*

	本　文	Calame
资料时段	1970—1987	1969—1974
g	238°21±0°22	232°8±5°0
A	1″865±0″007	1″7±0″1
g_1	351°90±0°74	25°4±20°0
A_1	0″374±0″004	0″5±0″2
g_2	319°07±0°28	343°8±10°0
A_2	3″249±0″011	3″5±1″0

* 初相位对应历元儒略日为 2451545.0.

如上所述，ω、ω_i 和 k_i $(i = 1,2)$ 的取值是由月球运动理论和一些参数采用值计算得到的，为了减小这些参数采用值误差的影响，应在归算 A、g 等时，在(3)式中同时对它们进行平差。表 3 列出同时平差所得部分结果，并同时列出 JPL 的结果供比较[6]。从中可见，两者很一致，并再次显示出本文归算精度是较高的。

与地球相似，由于同具体的激发与耗散过程密切相关，因而使得月球的 Q 值很难确定。本文假设月球自由天平动得到激发后作阻尼振动，并设月球自转耗散参数 Q 值很大，则自由天平动模式可写作

$$\begin{aligned} &\tau = A(t)\sin(\omega t + g), \\ &P_1 = A_1(t)\sin(\omega_1 t + g_1) + A_2\sin(\omega_2 t + g_2), \\ &P_2 = k_1 A_1(t)\cos(\omega_1 t + g_1) + k_2 A_2\cos(\omega_2 t + g_2), \end{aligned} \tag{4}$$

表 3　月球惯量系数和重力场调合系数(单位：10^{-6})

	本　文	JPL
β	631.7908±0.1402	631.931±0.756
γ	228.0832±0.0153	227.951±0.064
C_{30}	−8.3689±0.2986	−8.300±0.700
C_{31}	32.0755±2.1710	35.200±12.000
C_{32}	4.8156±0.0072	4.812±0.035
C_{33}	1.3159±0.0460	1.660±0.220
S_{31}	2.1857±0.8633	2.900±3.400
S_{32}	1.6787±0.0068	1.682±0.019
S_{33}	−0.3015±0.0132	−0.300±0.070

其中 $A(t) = Ae^{-\omega t/2Q}$，$A_1(t) = A_1 e^{-\omega_1 t/2Q_1}$。对 A、g；A_1、g_1、A_2、g_2；Q、Q_1 及 ω、ω_1 等引入(3)式后，与其他诸如台站坐标、反射器坐标等同时进行平差，所得有关结果列于表 4。

表 4　对 ω, Q, A, g 等的平差结果

振动项	实测角频率值 (rad/d)	Q 值	振幅 (arcsec)	初相位 (degree)
ω	5.981411419×10^{-3}	9720	1.855	240.32
ω_1	0.230184429	3650	0.377	346.45
ω_4			3.416	319.31

在此，月球自转耗散并未涉及任何激发机制问题，因此由(4)式求出的 Q 值仅是一种平均效应。可见 Q、Q_1 同月震资料分析所得结果(3000—5000[7])是较符合的。

从表 4 可见，经度方向自由天平动实测周期比理论值增长量约为 2.0d，这可能是月球形变(包括粘滞耗散)使自由天平动的周期增大了。

二、结　束　语

激光测月资料已积累了 19 年，但尚不足 T_2 的 1/4，还不能用于确定自由天平动的所有参量，新月附近激光测月资料的周期性中断，也对确定月球自由天平动带来了不便，月球自由天平动的激发与耗散函数至今尚未提出确切的形式，这些将在今后作进一步的研究。

致谢：感谢冯和生、郑大伟等同志的热情帮助。

参　考　文　献

[1] Yoder, C. F., *Phil. Trans. R. Soc. Lond.*, **A303**(1981), 327—338
[2] Mulholland, J. D. et al., *Science*, **199** (1978), 875—877.
[3] Calame, O., *The Moon* 15, 1976, 343—352,
[4] Koziel, K., *The Moon and the Planets*, **21** (1979), 351—359.
[5] 金文敬等，天文学报，**29**(1986)，2：85—95.
[6] Williams, J. G. et al., *Proceedings of International Symposium on Figure and Dynamics of the Earth, Moon and Planets*, 1986.
[7] Kovalevsky, J., *Scientific Applications of LLR* (Ed. Mulholland, J. D.), D. Reidel Publishing Co., Dordrecht and Boston, 1977, 21—36.