破坏现象耦合斑图演化诱致突变的系综统计

夏蒙棼 ④ 柯孚久 (四) 白 洁 白以龙

(中国科学院力学研究所非线性连续介质力学开放研究实验室, 北京 100080;
④北京大学物理系非线性科学中心, 北京 100871; (四)北京航空航天大学
应用物理系非线性科学中心, 北京 100083)

摘要 基于简单的细观非线性动力学模型, 采用相空间随机切片方法, 考察了介质损伤破坏的耦合斑图非平衡系综演化. 系统的行为呈现样本个性、跨尺度敏感性及突发性灾变等特征, 称之为演化诱致突变现象. 通过系综演化模拟, 得到了相应的统计分布. 考察了宏观参数空间中过渡区范围的尺度效应. 对破坏前兆进行了初步分析.

关键词 演化诱致突变 样本个性 跨尺度敏感性

1 固体破坏斑图演化的特征

固体损伤、破坏是一类普遍存在并且关系重大的现象. 它是固体力学与固体物理学的基本问题之一, 虽经长期、广泛的研究, 其中大多数基本问题仍未得到比较令人满意的答案[1~8]. 在非线性科学中, 固体破坏可视为非线性现象的一个重要范例, 它呈现复杂非线性行为, 但至今对其共性特征尚所知甚少.

固体介质的破坏过程有复杂多样的模式, 以下将限于讨论脆性介质的损伤、破坏现象. 脆性破坏有以下值得注意的特征:

(1) 脆性破坏过程常表现为从稳定或缓慢的损伤积累转变为突发性灾变[9, 10]. 这种突发性破坏具有"内在性", 不依赖于外界条件的突然变化, 可在外界条件相对恒定的情况下出现. 突变的发生一般没有"明显的"前兆. 灾变过程有时表现为从小尺度到大尺度的加速级联破坏过程.

(2) 脆性破坏呈现样本个性行为[11], 即宏观上大体相同的样本, 其宏观破坏行为可有明显差异. 一个典型的例子是, 一批由相同制备条件得到的脆性材料, 其破坏强度通常可有很大差异, 需引入统计分布来描写. 常见的如 Weibull 分布, 其中反映分布相对宽度的参数是最重要的指标之一, 称为 Weibull 模数. 脆性介质宏观破坏的样本个性行为意味着, 在宏观层次不可能对破坏现象作确定性描述, 必需引入统计描述.

(3) 损伤破坏过程常形成复杂斑图. Mandelbrot 等人首先指出断口的分形特征[12], 引发了一大批后续研究工作. 在关于破坏前兆的研究中, 应力场及损伤场斑图的时-空特征特别引人关注, 例如, 接近破坏时的应力集中及损伤局部化现象, 以及相关性与级联过程等.

脆性介质破坏现象的这些特征, 表明它是一类典型的复杂现象, 它起源于下述 2 个基本因素:

(1) 大多数系统具有无序的、多尺度的非均匀性和不连续性, 即具有多尺度的无序微结构.

(2) 出现损伤、破坏的系统, 特别是有外力作用情形, 通常处于远离平衡的状态.

这 2 个因素导致下述重要效应:

(1) 固体破坏表现为复杂的非线性演化过程, 通常不能归结为平衡相变类型的转变, 它远比后者复杂, 一般包含互相耦合的多种非线性过程.

(2) 在破坏过程中, 涉及不同时-空尺度的过程、不同类型的无序性, 它们相互作用、互相耦合, 形成复杂的集体效应.

(3) 在远离平衡条件下, 宏观与微观层次之间没有简单的、直接的联系, 介于宏观与微观之间的某种细观层次在破坏过程中可能有关键性作用.

基于以上分析, 研究脆性介质损伤破坏的一种可能的途径, 是考察斑图的系综非平衡统计演化. 这种途径的出发点是介质的细观动力学模型, 考虑由细观单元组成的系统. 细观单元实际上仍是由大量微观粒子组成的系统, 但只引入少量细观参量描写细观单元的物性, 引入少量细观变量及简单规则描写其演化, 大量细观单元相互作用, 耦合为宏观系统. 在细观动力学模型中, 可以用很自然的方式引入细观无序性以及不同尺度的非均匀性与结构.

这种基于细观描写的模型远比实际系统简单, 有利于分析破坏过程的主要特征和基本机理, 加深对破坏过程本质的理解. 这方面的研究工作提示有 2 个可能的发展方向. 一方面是以此为出发点, 寻找更符合实际条件的模型, 以期为实际问题提供有价值的意见. 另一方面, 是进一步探索固体破坏非线性行为的共性, 发展有关的概念和理论方法. 这两方面无疑还有很长的路要走.

一个值得特别提出的, 是脆性破坏的可预测性问题. 地震预测即为这类问题的一个实例. 由于突发性灾变及样本个性等特征, 脆性破坏的可预测性成为这类复杂现象面临的一个基本难题, 在理论上和实际上均极为重要. 从当前见仁见智的局面来看, 真正抓住破坏预测的关键, 尚有待时日.

2 耦合斑图演化模型

考虑一种简单的细观动力学模型, 而损伤破坏过程可表达为耦合斑图的非线性演化问题.

设有周期为 N 个单元的一维链. 这些单元视为细观单元, 每个单元有两种可能状态: $x_i = 0$代表完好态, $x_i = 1$ 代表损坏态. 单元状态的变化由单元上的应力 σ_i 控制. 周期链视为宏观系统, 其细观描写称为斑图, 包括损伤斑图 $X\{x_i\}$ 与应力斑图 $\Sigma\{\sigma_i\}$. 相应地, 有 2 个描写系统的宏观变量, 即损伤分数 p 与名义应力 σ_0, 定义为

$$p = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i, \tag{2.1}$$

$$\sigma_0 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \sigma_i. \tag{2.2}$$

损伤斑图 X 的演化由应力斑图 Σ 控制, 而应力斑图决定于损伤斑图. 当损伤斑图在应力斑图控制下发生演化时, 应力斑图也随之变化, 并使损伤斑图的演化发生改变. 因此, 损伤、破坏过程归结为耦合斑图的非线性演化问题.

2 种斑图的耦合关系由简单规则给出.

平均场模型是由损伤斑图确定应力斑图的最简单的规则, 它假定损坏单元的名义应力由完好单元平均分担. 当损伤变量为 p 时, 完好单元上的应力为

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{1-p}. \tag{2.3}$$

平均场模型不能描写系统内应力分布的涨落及损伤导致的应力集中现象, 而它们在破坏过程中有实质性的效应.

集团分担模型在一定程度上可以反映应力涨落和应力集中现象, 它假定一个损坏单元集团上的名义应力由其两侧的近邻完好单元集团平均分担. 当 s-完好集团两侧分别为 l-和 r-损坏集团时, s-完好集团中单元上的应力可表达为

$$\sigma = \left| 1 + \frac{l + r}{2s} \right| \sigma_0. \tag{2.4}$$

应力斑图控制损伤斑图演化的规则, 可以简单地假定当一个完好单元上的应力 σ_i 达到或超过该单元的破坏阈值 σ_{ci} 时, 将导致该单元损坏. 这是一种确定性的不可逆细观动力学. σ_{ci} 的数值在系统中的无规分布是一种细观无序性. 为了简单, 先不计及这种细观无序性, 假定 σ_{ci} 均取相同的值: $\sigma_{ci} = \sigma_c$. 这里只考虑联系于初始损伤无规分布的细观无序性.

对于平均场模型, 演化过程完全由宏观变量确定. 给定名义应力 σ_0 与初始损伤分数 p_0 便可确定演化终态:

$$\left| \frac{\sigma_0 / \sigma_c}{1 - p_0} \right| \begin{cases} < 1, \text{保持初态不变,} \\ \geqslant 1, \text{终态为宏观破坏态.} \end{cases} \tag{2.5}$$

宏观破坏态是 $X = \{x_i = 1\}$ 的态, 损伤分数 $p = 1$.

对于集团分担模型, 系统内应力分布的细观涨落致使宏观变量不能完全确定演化过程, 演化终态还与初始损伤斑图的细节有关. 给定 σ_0, p_0 时, 可出现两类不同的演化终态, 相应地把演化过程也区分为两类演化模式. 一类称为整体稳定(globally stable, GS) 模式, 它不导致宏观破坏而保持整体稳定; 另一类演化为宏观破坏态, 称为演化诱致突变(evolution induced catastrophic, EIC) 模式. 两类演化模式的区分对描写系统的宏观行为有基本的意义.

由于细观无序性致使系统的宏观行为不能完全由宏观变量确定, 因而在宏观层次不可能作确定性描写, 一种可能的方式是引入统计描写, 即考察样本系综的统计演化.

3 系综统计演化与相空间随机切片法

为了反映初始损伤无规分布所相应的细观无序性效应, 可引入关于损伤斑图的相空间, 相空间中 1 个相点代表系统的一种可能的损伤斑图. 定义相空间中, 相点 $X\{x_i\}$ 与 $X'\{x'_i\}$ 之间的距离为

$$H = \sum_{i=1}^{N} |x_i - x'_i|, \tag{3.1}$$

称为 Hamming 距离, 等于 2 个损伤斑图中处于不同状态的单元数. 定义 $H = 1$ 的 2 个相点为近邻相点.

样本系综取为由以初始损伤分数为 p_0 的一切可能的损伤斑图为初态的样本所构成, 并假定具有等概率的初始分布. 借助数论中的 Mobi•s 反演[13], 周期为 N 的一维链, 当损伤分数为 p 时, 一切可能的损伤斑图数为

$$\Omega_{N,n} = \frac{1}{N} \sum_{d | (n, N-n)} \Phi(d) \frac{\left| \frac{N}{n} \right| !}{\left| \frac{n}{d} \right| ! \left| \frac{N-n}{d} \right| !}, \tag{3.2}$$

其中, $n = pN$ 是损坏单元数, Φ 为 Euler 函数, $(n, N-n)$ 是 n 与 $N-n$ 的最大公约数, 在符号 $d | (n, N-n)$ 中, d 代表 $(n, N-n)$ 的质因数及其乘积. 相空间中, 相点的总数为

$$\Omega_N = \sum_{n=0}^{N} \Omega_{N,n}. \qquad (3.3)$$

在典型的脆性材料中, 宏观尺度与细观结构尺度的相对跨度一般在 $10^4 \sim 10^6$ 范围, 因此, 在模型中 N 的量级至少应在 10^3 以上. 由式(3.2), (3.3), Ω_N 是随 N 而急速增大的. 当 $N=20$ 时, 有 $\Omega_N = 52488$, $N=200$ 时, 已达到 $\Omega_N \cong 8.03 \times 10^{57}$, 而 $N=2000$ 时, 有 $\Omega_N \cong 5.74 \times 10^{598}$.

对于 N 较小的样本, 例如 $N \leqslant 30$, 研究系综统计演化时可以逐个考察一切可能的初始损伤斑图, 得到严格解. 对于 N 较大的样本, 大计算量带来的计算复杂性使得目前尚无法采用逐个考察相空间中全部相点的方法. 简单的随机采样方法也是不可取的, 因为它难以有效地刻画相空间中的结构, 而下面将看到相空间结构对描写系统的行为有重要意义.

现将人工神经网络研究中分析联想记忆性能的一种方法[14]加以发展, 成为一种随机-相关采样方法, 叫做相空间随机切片法. 模拟结果表明, 这种方法有较好的收敛性, 在 N 较小时与严格解一致. 由于随机切片法能刻画相空间的结构, 因而在对 N 较大的系统进行系综统计演化模拟时, 是很有效的.

随机切片法如下: 设置一个二维坐标系(α, β), 其中 α 与 β 取整数, 取值范围为 $0 \leqslant \alpha \leqslant N_1$, $0 \leqslant \beta \leqslant N - N_1$, N_1 是范围在 $1 \leqslant N_1 \leqslant N$ 的整数. 将 $\alpha = 1, 2, \cdots, N_1$ 与 $\beta = 1, 2, \cdots, N - N_1$ 与一维链的 N 个单元作无规的一一对应. 令二维坐标系中一个坐标点(α_1, β_1)对应相空间中一个相点, 对应方式为: 与 $1 \leqslant \alpha \leqslant \alpha_1$ 及 $1 \leqslant \beta \leqslant \beta_1$ 对应的单元为损坏单元, 其余为完好单元, 该相点共有$(\alpha_1 + \beta_1)$个损坏单元. 用这种方法所构造出的二维切片上共有$(N_1 + 1)(N - N_1 + 1)$个相点, 切片的取法是随机的, 而切片上的相点是相关的.

切片上相点的相关性表现在: 两个坐标点(α_1, β_1)与(α_2, β_2)所对应的相点之间的 Hamming 距离为

$$H = |\alpha_1 - \alpha_2| + |\beta_1 - \beta_2|. \qquad (3.4)$$

在切片上, 位于方程

$$\alpha + \beta = pN \qquad (3.5)$$

决定的斜线上的坐标点对应的相点其损伤分数等于方程中的参数 p, 故斜线上的点对应于等 p 斑图.

图 1 给出切片的一个例子. 由集团分担模型给出的耦合斑图演化结果已在图上标出, 分为 EIC 区、敏感 GS 区和非敏感的 GS 区. 敏感 GS 区的定义将在下面给出.

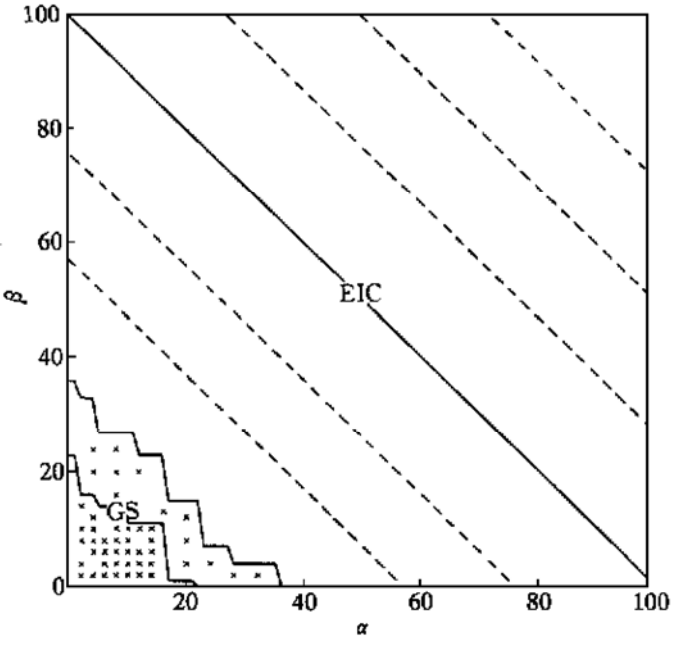


图 1 相空间切片一例

$N=200$, $N_1=100$, $\sigma_0/\sigma_c = 1/2$; 斜虚线为等 p 线; 斜实线为平均场模型的 GS-EIC 分界; 敏感 GS 区以稀疏的 × 表示; 非敏感 GS 区以稠密的 × 表示

给定 σ_0 与 p_0, 取大量切片模拟, 便可分析系综的统计演化. 改变 σ_0 与 p_0, 可以得到破坏概率分布函数 $\Phi_N(\sigma_0, p_0)$. Φ_N 定义为 EIC 模所占的比例, 是宏观参数空间中有关宏

观破坏的最基本的统计信息.

4　耦合斑图演化的样本个性行为

图 1 表明, 基于集团分担模型得到的 GS 区与 EIC 区的分界不与等 p 线重合, 显示出宏观破坏的样本个性行为. 图 2 给出系综统计得到的宏观参数空间中的破坏概率分区图. 一个突出的特点是宏观参数空间中存在一个 $0< \Phi< 1$ 的区域, 这是 GS 与 EIC 两类演化模式并存的区域, 称为过渡区. 过渡区的存在是宏观破坏的样本个性行为在系综统计上的表现. 图 3 是宏观参数空间中破坏概率分布的立体图.

为了描写宏观参数空间中过渡区的分布, 定义过渡区在 p_0 方向的特征位置 p_t 和特征宽度 Δ. 它们随 σ_0 而变化. 同时, 还定义过渡区在 σ_0 方向的特征位置 $\overline{\sigma_f}$ 和特征宽度 $\Delta\sigma_f$,

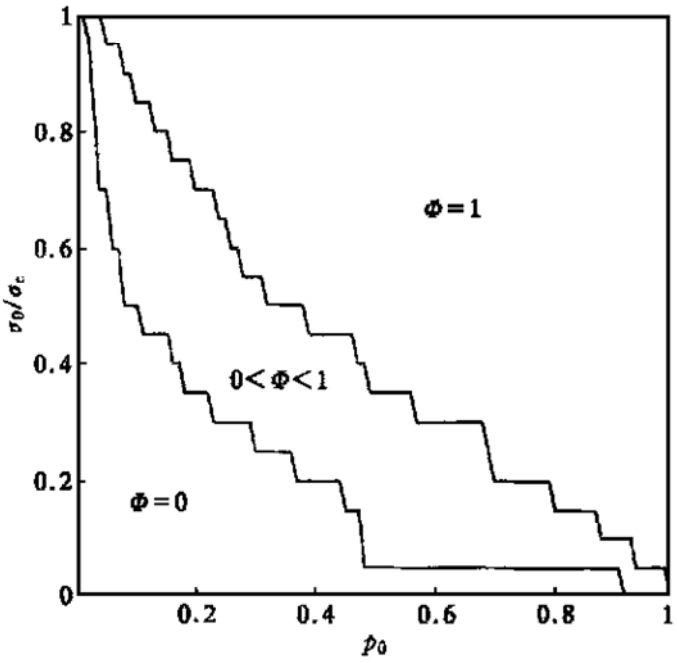


图 2　宏观参数空间中破坏概率分区图
$N=200$

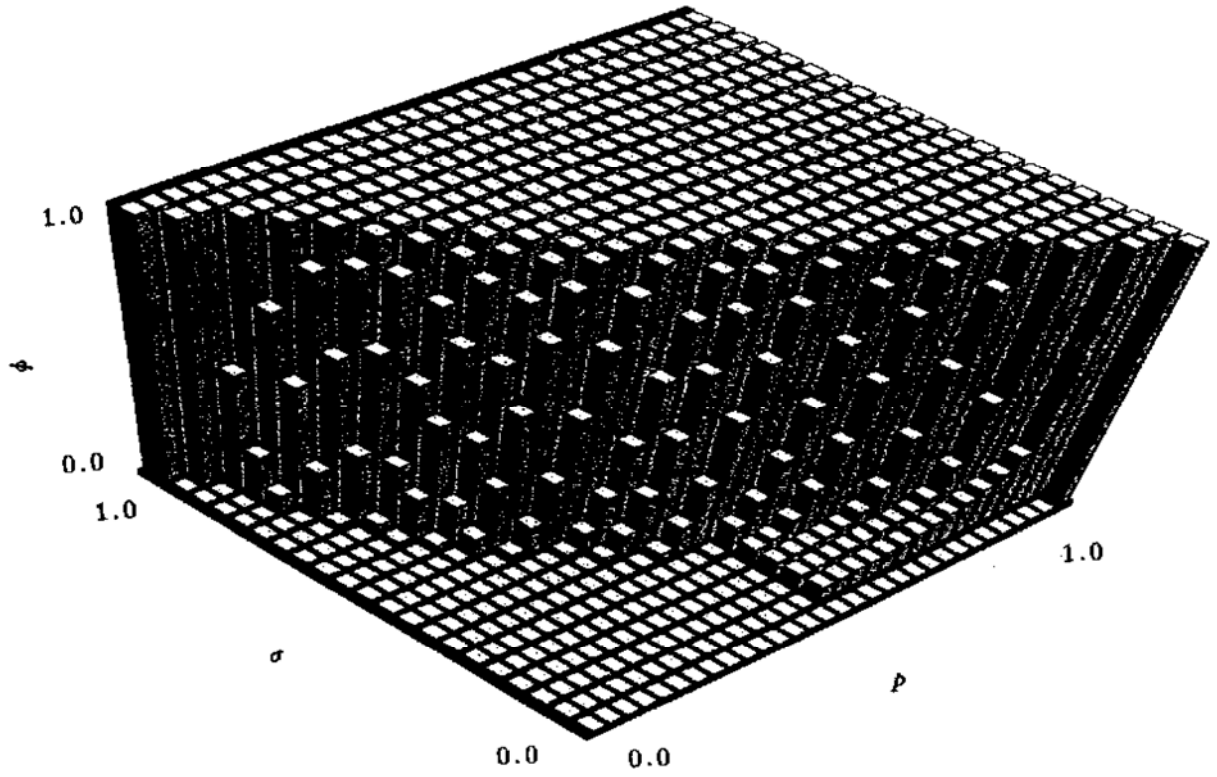


图 3　宏观参数空间中破坏概率分布
$N=100$

它们是 p_0 的函数. 这几个量的定义式如下:

$$p_t = \int_0^1 p \frac{\partial \Phi_N}{\partial p} dp, \tag{4.1}$$

$$\Delta = \left| \int_0^1 (p - p_t)^2 \frac{\partial \Phi_N}{\partial p} \mathrm{d}p \right|^{1/2}, \quad (4.2)$$

$$\overline{\sigma_f} = \int_0^\infty \sigma_0 \frac{\partial \Phi_N}{\partial \sigma_0} \mathrm{d}\sigma_0, \quad (4.3)$$

$$\Delta\sigma_f = \left| \int_0^\infty (\sigma_0 - \overline{\sigma_f})^2 \frac{\partial \Phi_N}{\partial \sigma_0} \mathrm{d}\sigma_0 \right|^{1/2}. \quad (4.4)$$

这里, $\partial \Phi_N / \partial \sigma_0$ 作为 σ_0 的函数实际上是初始损伤分数为 p_0 的样本的破坏强度分布概率.

图 4 是 $\sigma_0 / \sigma_c = 1/2$ 情形, 不同 N 的系统的破坏概率随初始损伤分数的变化, 同时还给出平均场模型的结果比较. 图 4 表明, 过渡区的特征位置和特征宽度均随样本的尺度 N 而变化.

图 5 给出 p_t 与 Δ 随 N 的变化, $\sigma_0 / \sigma_c = 1/2$. 图 6 给出 $\overline{\sigma_f}$ 与 $\Delta\sigma_f$ 随 N 的变化, $p_0 = 0.2$. 可以看到, 过渡区特征位置和特征宽度的尺度效应近似地具有标度律的形式[15]. 这些标度律可表达为

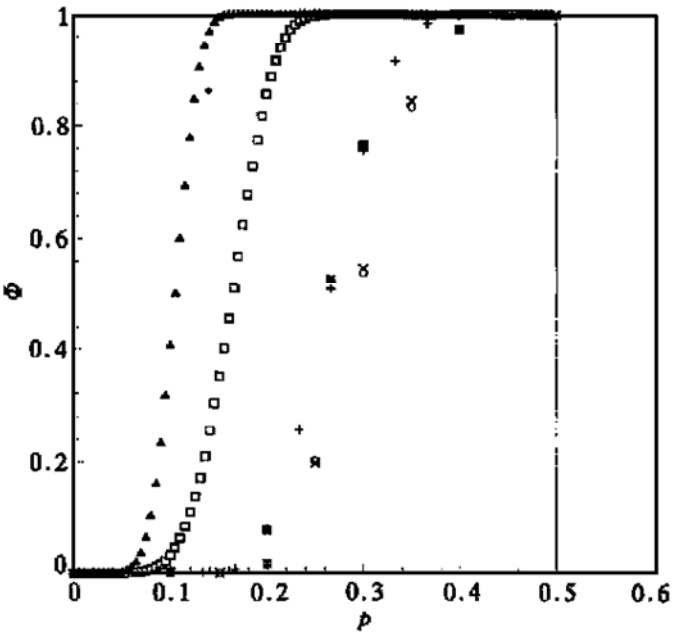


图 4　不同 N 的系统破坏概率作为初始损伤分数的函数

$\sigma_0 / \sigma_c = 1/2$; 严格解: × $N = 20$, □ $N = 30$; 切片法: ○ $N = 20$, + $N = 30$, ■ $N = 200$, ▲ $N = 2\,000$; 实线: 平均场模型

$$p_t = aN^{-\alpha}, \quad (4.5)$$

$$\Delta = bN^{-\beta}, \quad (4.6)$$

$$\overline{\sigma_f} = hN^{-\delta}, \quad (4.7)$$

$$\Delta\sigma_f = gN^{-\gamma}. \quad (4.8)$$

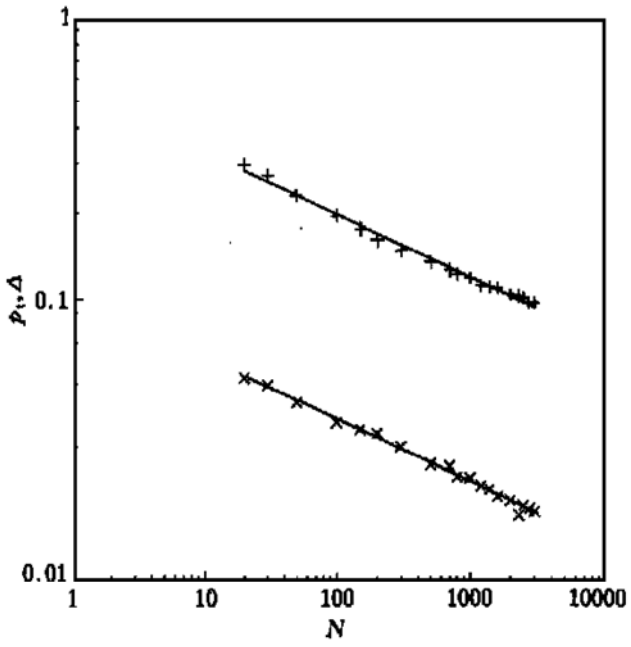


图 5　p_t 与 Δ 随 N 的变化

$\sigma_0 / \sigma_c = 1/2$; + : p_t; × : Δ

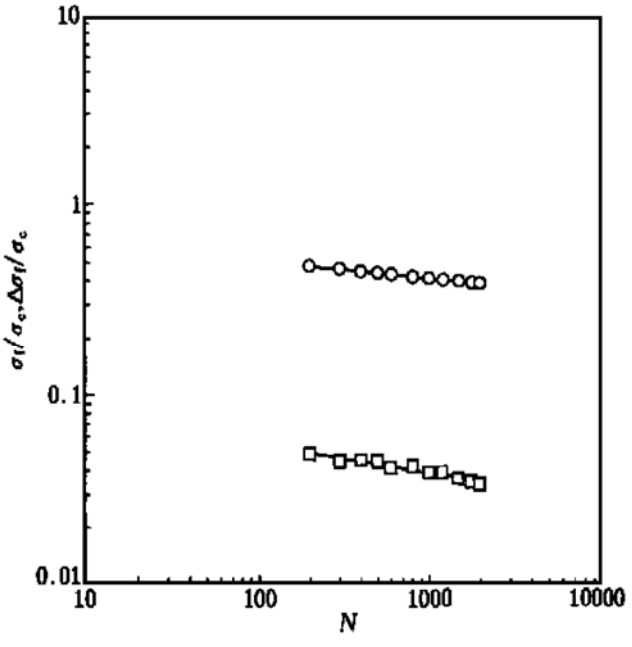


图 6　$\overline{\sigma_f}$ 与 $\Delta\sigma_f$ 随 N 的变化

$p_0 = 0.2$; ○: $\overline{\sigma_f} / \sigma_c$; □: $\Delta\sigma_f / \sigma_c$

对于 $\sigma_0/\sigma_c = 1/2$, 有 $\alpha = 0.2199$, $\beta = 0.2205$, $a = 0.5454$, $b = 0.1036$. 对于 $p_0 = 0.2$, 有 $\delta = 0.0952$, $\gamma = 0.1419$, $h = 0.7912$, $g = 0.1032$.

这些标度律的起源目前尚未找到确切的解释. 值得注意的是, 根据这些标度律, 在 $10 \leqslant N \leqslant 10^6$ 的范围内, $\delta/p_t \cong 0.19$ 近似保持不变; 在 $10^2 \leqslant N \leqslant 10^6$ 的范围内, $\Delta\sigma_f/\bar{\sigma}_f$ 只从 0.105 下降到 0.069. 这表明, 在相当宽的尺度范围内, 过渡区的相对宽度是不能略去的. 换言之, 在通常感兴趣的尺度范围中, 样本个性行为都是重要的.

5 跨尺度敏感性与相空间中敏感区

耦合斑图演化的样本个性行为起源于宏观破坏对细观斑图细节的敏感性. 这是一种跨越宏观、细观两种尺度的敏感性[16, 17].

细观斑图之间的差异可以用式(3.1)定义的 Hamming 距离度量. 为了探测跨尺度敏感性, 现考察当随机地破坏 GS 态中某个完好单元时, 导致 GS 模转变为 EIC 模的可能性. 这也就是考察 GS 态所对应的相点的 $H = 1$ 的近邻中, 相应于 EIC 态的相点的数目. 当一个 GS 态的近邻中有 EIC 态时, 斑图在细观上最微小的改变最终将可能导致宏观上有显著差异的结果, 即演化模式从 GS 模转变为 EIC 模. 这是跨尺度敏感性的典型表现.

根据按上述方式表述的敏感性, 可以把相空间中的 GS 区划分为敏感区与非敏感区. 相空间中的非敏感 GS 区中, 所有的相点的全部近邻均为 GS 态, 而敏感 GS 区中的相点至少有一个近邻为 EIC 态. 在图 1 中, 标出了一个切片上的敏感 GS 区与非敏感 GS 区.

对于周期为 N 的一维链, 当损伤分数为 p 时, 它在 p 增加的方向有 $N(1-p)$ 个近邻. 对于损伤分数为 p 的 GS 态, 近邻中的 EIC 态只可能出现在 p 增加的方向上. 令一个损伤分数为 p 的 GS 态的近邻中, EIC 态的数目为 m. 对于非敏感 GS 区中的相点有 $m = 0$, 而对敏感 GS 区中的相点, m 的可能范围在 $1 \leqslant m \leqslant N(1-p)$. 定义

$$\mu = \frac{m}{N(1-p)}, \tag{5.1}$$

μ 给出对一个 GS 态的敏感程度的度量. μ 也代表一个 GS 态中随机地破坏一个完好单元导致从 GS 模转变为 EIC 模的概率.

图 7 给出一个切片上敏感度 μ 的分布. 为了方便, 对于 EIC 态赋予 $\mu = 1$. 可以看到 μ 值也显示样本个性, 它不能由宏观变量 (σ_0, p_0) 确定, 而是与斑图的细节有关.

对敏感度 μ 作系综平均, 可以得到宏观参数空间中一个概率分布函数 $\Psi_N(p_0, \sigma_0)$. 固定 σ_0 时, 其形状如图 8 所示. 图 8 表明, 在相当宽的参数范围内相空间中都存在敏感区, 都有跨尺度敏感性. 这个参数范围实际上就是过渡区的范围.

概率分布 $\Psi_N(p_0, \sigma_0)$ 的实际意义在于: 当初始损伤分数为 p_0 的样本处于名义应力 σ_0 的条件下以 GS 模式演化时, 如果系统内发生 $\Delta p = 1/N$ 的随机损伤, 则触发演化模式从 GS 模向 EIC 模转变的概率为 $\Psi_N(p_0, \sigma_0)$. 简单地说, Ψ 代表随机损伤 $\Delta p = 1/N$ 诱发灾变性破坏的概率. 可以证明, 转变概率 Ψ 与破坏概率 Φ 之间有下述关系:

$$\Psi_N(p_0, \sigma_0) = -\frac{1}{N}\frac{\partial \ln[1-\Phi_N(p_0, \sigma)]}{\partial p_0}. \tag{5.2}$$

跨尺度敏感性可以有各种不同的表述方式. 例如, 可以考察近邻对的宏观行为差异. 这里, 近邻对定义为 2 个初始损伤分数相同的样本, 其初始损伤斑图的差异仅仅是 2 个斑图中有

一对近邻单元状态不同, 即 $H = 2$.

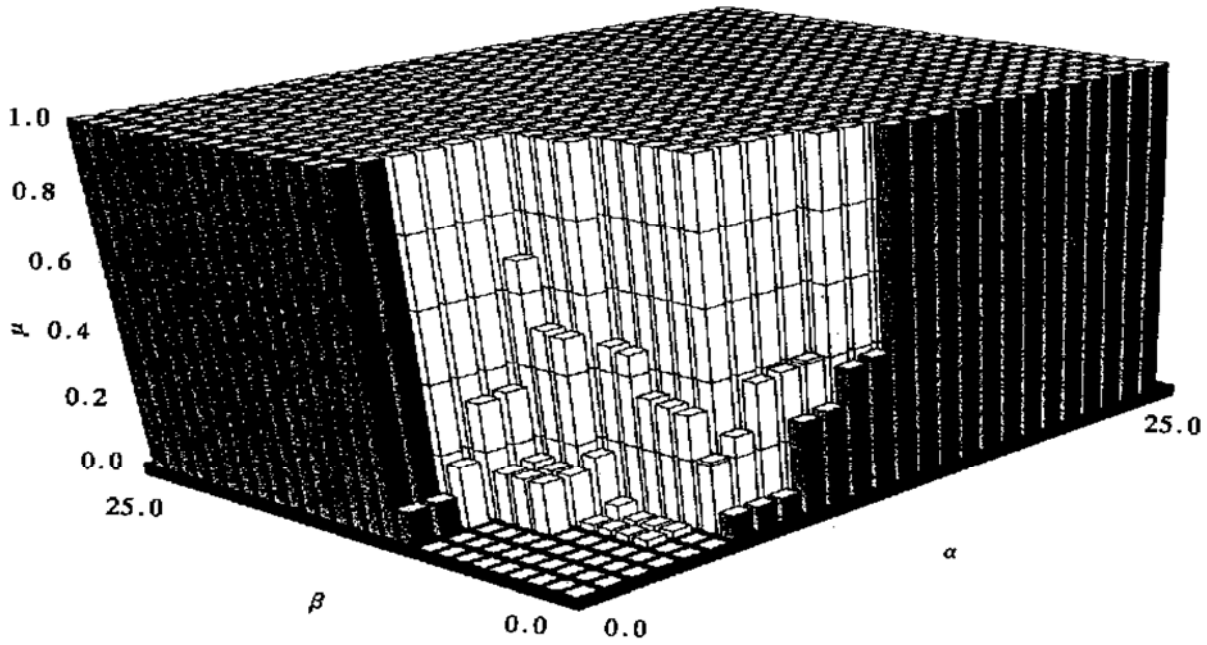


图 7　敏感度 μ 在一个切片上的分布
$N = 50$, $N_1 = 25$, $\sigma_0/\sigma_c = 1/2$

图 9 是近邻对终态损伤分数之差取不同值的概率分布. 终态损伤分数之差的最大可能值为 $|p'_2 - p'_1| = (1 - p)$. 出现在这个最大值附近的概率分布峰是跨尺度敏感性的一种统计度量, 因为这个峰是 GS-EIC 近邻对的贡献.

跨尺度敏感性是耦合斑图演化的最重要的非线性特征之一. 斑图在细观上的微小差异, 在非线性演化过程中有可能被强烈放大, 上升为宏观层次的显著差异, 显示出跨尺度敏感性. 这种敏感事件密切联系于相空间中的敏感区.

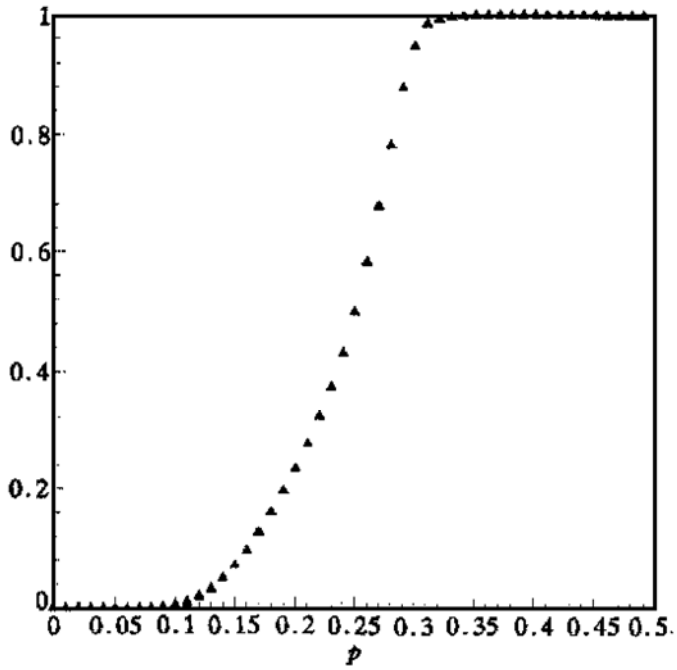


图 8　转变概率 $\Psi_N(p_0, \sigma_0)$
$N = 100$, $\sigma_0/\sigma_c = 1/2$

在自然界, 具有小尺度无序性的多尺度现象是普遍存在的. 在热力学平衡态, 大尺度的行为可以由小尺度现象的统计平均导出. 跨尺度敏感性表明, 对于远离平衡的无序系统, 小尺度上因无序性引起的微小差异可导致大尺度上的显著差异, 因而简单的统计平均可能会抹去一些最重要的信息.

6　控制场斑图的涨落效应

在以上讨论的耦合斑图演化模型中, 应力斑图对演化过程起控制作用, 可称为控制场斑图. 比较平均场模型与集团分担模型, 可以看到控制场的涨落对固体破坏过程有基本的意义,

它导致 2 个重要效应: 其一是使宏观破坏的阈值显著下降, 其二是出现样本个性行为. 在图 1 与 4 中, 可以清楚地看到这两个效应.

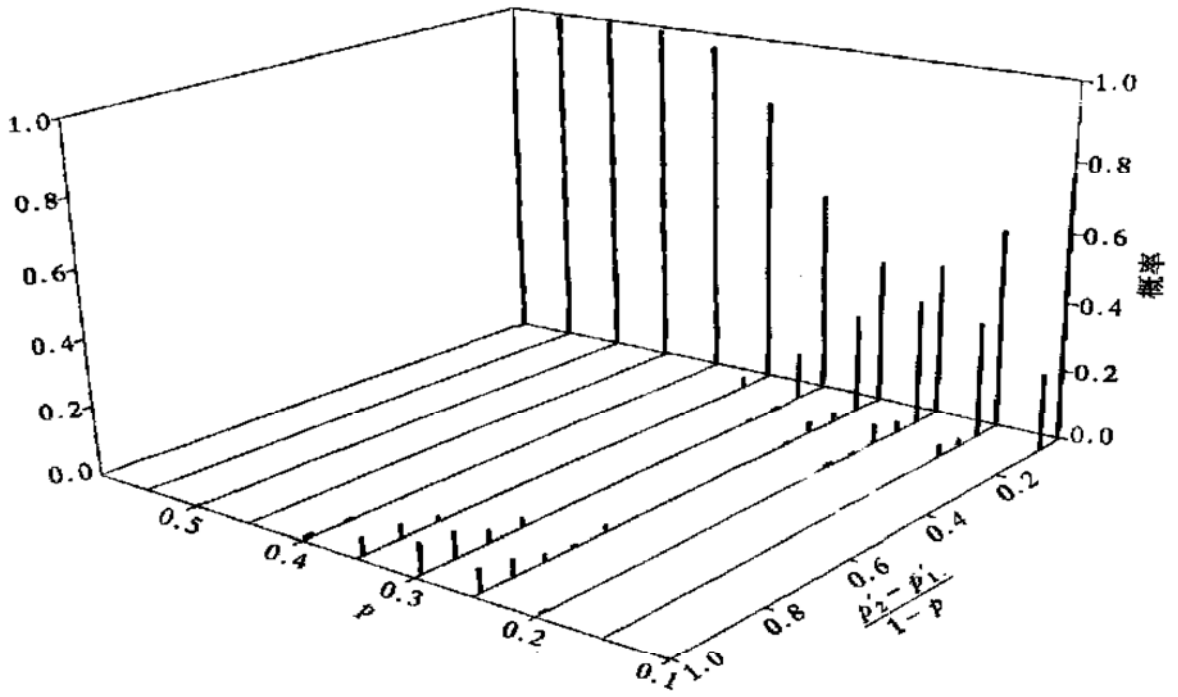


图 9 近邻对终态损伤分数之差取不同值的概率

$N=20$, $\sigma_0/\sigma_c=1/2$

定义 $P(\sigma)$ 是一个应力斑图中不同应力值的分布函数, 应力的平均值 $\bar{\sigma}$ 和标准偏差 $\delta\sigma$ 分别可表达为

$$\bar{\sigma}=\int_0^\infty \sigma P(\sigma)\,\mathrm{d}\sigma, \qquad (6.1)$$

$$\delta\sigma=\left|\int_0^\infty (\sigma-\bar{\sigma})^2 P(\sigma)\,\mathrm{d}\sigma\right|^{1/2}, \qquad (6.2)$$

在演化过程中, $\delta\sigma$ 可发生变化. 令 θ 代表一个样本在全部演化过程中 $\delta\sigma$ 的最大值. 通过系综统计演化模拟, 可以得到 θ 的概率分布函数 $\pi(\theta)$.

图 10 是 $\pi(\theta)$ 的系综模拟结果. 最显著的特征是 $\pi(\theta)$ 呈现双峰分布, 低 θ 值处的峰相应于 GS 模, 而高 θ 值处的峰是 EIC 模的贡献. 两峰明显分开, 两个峰处 θ 值之比约为 60. 这个结果提示我们, EIC 模的应力涨落水平通常远高于 GS 模的应力涨落水平. 这为破坏预测提供了一条可能的线索.

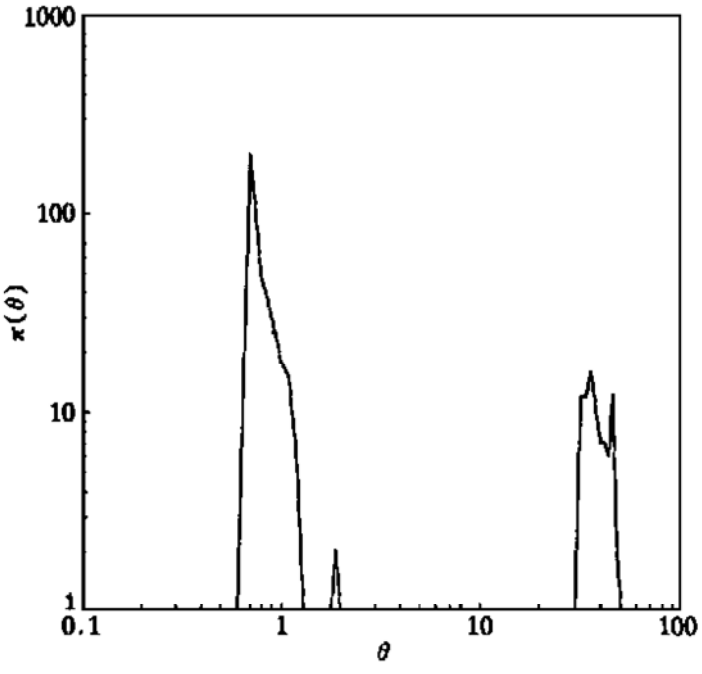


图 10 概率分布 $\pi(\theta)$

$N=1000$, $p_0=0.1$, $\sigma_0/\sigma_c=1/2$

此外, 还发现 EIC 模的演化过程可大体划分为缓慢的损伤积累和快速崩溃 2 个阶

段, 而在进入快速破坏阶段之前, 应力斑图中的涨落水平(以 $\delta\sigma/\bar{\sigma}$ 度量) 也有增大的趋势.

捕捉破坏前兆是关于脆性破坏现象的一个基本难题, 进一步考察控制场的涨落效应, 是一条值得注意的研究破坏前兆的途径.

7 讨论

固体损伤、破坏是一类复杂的非线性行为, 目前对其非线性行为的共性特征尚所知甚少. 基于简单细观动力学模型的耦合斑图非线性演化过程, 可以再现固体破坏的一些重要特征, 包括突发灾变、样本个性、以及跨尺度敏感性等. 固体破坏的这一类非线性行为特征, 可称为演化诱致突变现象. 它不能简单地归入孤子、混沌、分形等非线性科学中比较成熟的范畴. 可以认为它属于非线性科学中斑图动力学与统计的研究范围.

耦合斑图演化诱致突变的研究揭示了一些有普遍意义的现象. 包含无序性或随机性的具有巨大自由度的系统, 在远离平衡的非线性演化过程中, 多尺度现象有特殊的意义. (顺便说明, 本文中一维链模型中的周期 N 不代表系统的自由度数, 而是2个相邻层次之间的相对尺度). 一个突出的表现就是跨尺度敏感性: 小尺度细节的某种微小改变最终可导致大尺度上的显著效应. 考察统计系综的非平衡演化, 发现这种敏感现象并非偶发的个别案例, 而是具有虽然不大但又决不可忽略的概率(这极大地增大了现象的危险性), 因而对说明系统的整体行为有实质性的意义. 它是系统内禀复杂性的根源, 导致突发性灾变和样本个性行为, 是解决可预测性的难点所在. 跨尺度敏感性是不同尺度之间的一种特异性关系, 它使得从小尺度向大尺度过渡时, 通常的平均化或粗粒化方法失效. 由此看来, 解决复杂现象的不确定性和可预测性的关键问题, 是寻找一种能反映这种敏感性的连结不同尺度的桥梁.

致谢 本工作为国家自然科学基金(批准号: 19732060, 19572072) 和国家基础研究项目“非线性科学”资助项目.

参 考 文 献

1 夏蒙棼, 韩闻生, 柯孚久, 等. 统计细观损伤力学和损伤演化诱致突变(iv), (㈣). 力学进展, 1995, 25: 1, 145
2 de Arcangelis L. Scaling behavior in fracture models. Physica Scripta, 1989, T29: 234
3 Herrmann H J, Roux S, eds. Statistical models for the fracture of disordered media. Amsterdam: Elsevier Science Publishers B V, 1990
4 Meakin P. Models for material failure and deformation. Science, 1991, 252: 226
5 Sahimi M, Arbabi S. Mechanics of disordered solids, ㈣Fracture properties. Phys Rev, 1993, B47: 713
6 Duxbury P M, Leath P L. Failure probability and average strength of disordered systems. Phys Rev Lett, 1994, 72: 2805
7 Garcimartin A, Guarino A, Bellon L, et al. Statistical properties of fracture precursors. Phys Rev Lett, 1997, 79: 3202
8 Xia M F, Bai Y L, Ke F J. A stochastic jump and deterministic dynamics model of impact failure evolution with rate effect. Theor Appl Frac Mech, 1996, 24: 189
9 Bai Y L, Xia M F, Ke F J, et al. Analysis and simulation of evolution induced catastrophe. Chinese Phys Lett, 1993, 10: 155
10 Bai Y L, Lu C S, Ke F J, et al. Evolution induced catastrophe. Phys Lett, 1994, A185: 196
11 Xia M F, Song X Q, Xu J B, et al. Sample-specific behavior in failure models of disordered media. Commun Theor Phys, 1996, 25: 49
12 Mandelbrot B B, Passoja D E, Paullay A J. Fractal character of fracture surfaces of metals. Nature, 1984, 308: 721.
13 柯 召, 魏万迪. 组合论(上册). 北京: 科学出版社, 1951
14 Xia M F, Wu W M, Zhang C F, et al. Characteristics of the basins of attraction in neutral network dynamics. Proc Beijing Int Workshop

on Neural Networks. Zhao K H, Zhang C F, Zhu Z X, eds. Singapore: World Scientific, 1989
15 Xia M F, Ke F J, Bai J, et al. Threshold diversity and trans-scale sensitivity in a nonlinear evolution model. Phys Lett, 1997, A236: 60
16 白以龙, 柯孚久, 夏蒙棼. 损伤断裂的确定性随机行为和对初始位形的敏感性. 科学通报, 1994: 39(10): 892
17 Ke F J, Fang X, Xia M F, et al. Contingent sensitivity to configuration in a nonlinear evolution system. Prog in Natural Science, 1998, 8: 170

(1998-09-07 收稿)

人类复杂遗传疾病高解析度基因定位的理论策略*

罗泽伟 张荣梅
(复旦大学遗传研究所, 上海 200433)

摘要 复杂遗传疾病基因的定位克隆, 要求首先获得疾病基因位点与遗传标记位点间的高分辨率连锁图谱. 近来的研究表明, 这一目标可通过建立和筛选适当的候选标记位点与目标性状位点间的连锁不平衡的理论分析而实现. 但是, 这些模型的适用范围是位点基因型可以通过实验而准确分型. 本文以人类复杂遗传性状基因的定位克隆或候选基因的分离识别为目标, 分析人类家系遗传连锁基因定位的局限性, 并且着重报道近年来本实验室在基因型不可测的复杂遗传疾病的细微定位理论与方法方面所取得的研究进展.

关键词 细微定位 连锁不平衡 复杂遗传病

人类基因组计划(Human Genome Program, HGP), 在美国及其他许多国家方兴未艾, 近年来在中国也开始实施. 该研究计划最重要的目标之一, 就是分离克隆出几乎所有的人类基因. 定位克隆已被证实是克隆基因尤其是人类群体中遗传疾病相关基因的一种有效手段[1, 2]. 然而定位克隆策略的成功在很大程度上依赖于能否以分子遗传标记的连锁图谱为背景, 获得疾病相关基因的高解析度定位.

大量理论研究已经着眼于探索如何在所研究的遗传疾病生化背景未知的情况下, 发展研究疾病相关基因定位的理论与实验策略. 遗传图谱及随后的物理图谱已成为研究单基因病的常规方法, 迄今已在100余种单基因遗传病的研究中实现了相关基因的克隆分离. 相比之下, 复杂遗传疾病尤其是人类复杂遗传疾病的基因克隆迄今为止仍未有成功的病例报道. 本文拟探索妨碍该研究领域取得突破性进展的主要难点, 并且着重介绍本领域特别是我们所在的实验室在致力于实现人类复杂遗传疾病相关基因高解析度定位的理论研究中所获得的主要进展.

1 人类家系连锁分析的主要限制

在人类单位点致病基因与遗传标记基因间的遗传连锁分析中, 家系是应用最普遍的一种群体结构. 单基因疾病遵循与简单孟德尔性状相同的分离规律, 而后者的基因型在研究家系

* 作者谨此恭祝谈家桢教授90华诞