守恒流与 e-μ-τ 不对称性

罗辽复　　陆埮

（内蒙古大学物理系）（南京大学天文系）

τ 轻子的发现表明可能存在三条轻子数守恒律.电流、重子流、e 轻子流、μ 轻子流和 τ 轻子流是迄今已知的五种严格守恒流. 依据守恒荷作为场源的概念,类比着电荷产生电磁作用,我们曾讨论了重子荷、轻子荷和电荷产生中性流弱作用的可能性[1]. 作为前一工作的继续,本文将讨论三种轻子荷分别守恒这一更接近于实际的情况,从而证明理论中将自动出现 e-μ-τ 不对称性.

设五种守恒荷耦合于五个矢介子场（$A_\mu \equiv Z_{0\mu}$、$Z_{1\mu}$、$Z_{2\mu}$、$Z_{3\mu}$、$Z_{4\mu}$）

$$\mathscr{L} = e\sum_{i=0}^{4} J_\lambda^{(Z_i)} Z_{i\lambda}, \tag{1}$$

其中 $J_\lambda^{(Z_0)} \equiv Q_\lambda$ 为电磁流,而

$$J_\lambda^{(Z_i)} = \alpha_i N_\lambda + \beta_i^{(e)} L_\lambda^{(e)} + \beta_i^{(\mu)} L_\lambda^{(\mu)} + \beta_i^{(\tau)} L_\lambda^{(\tau)} + \gamma_i Q_\lambda \quad (i = 1, \cdots 4), \tag{2}$$

(2) 式中

$$N_\lambda = \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{2n} (\bar{q}_i^{(B)}\gamma_\lambda q_i^{(B)} + \bar{q}_i^{(G)}\gamma_\lambda q_i^{(G)} + \bar{q}_i^{(R)}\gamma_\lambda q_i^{(R)}) \tag{3}$$

为重子流，B、G、R 代表色，i 为味指标. 为确定起见,设 $2n$ 味中荷电 2/3 和 $-1/3$ 的各占一半(本文的结论,包括下面的几个定理,不依赖这个特殊假设).

$$L_\lambda^{(l)} = \bar{l}\gamma_\lambda l + \bar{\nu}_l\gamma_\lambda\nu_l + \cdots (\text{共 } 2m \text{ 项}), \quad l = e、\mu、\tau \tag{4}$$

为轻子流. 为确定起见,设 $2m$ 个 $e(\mu, \tau)$ 轻子中,荷电 -1 和中性的各占一半(本文结论不依赖此特殊假设).

由于五个矢介子各有其独立的物理意义,故流 $J_\lambda^{(Z_i)}(i = 0\cdots4)$ 在层子和轻子的 $6(n+m)$ 维内禀空间中线性无关. 不难证明,线性无关的充要条件为

$$\Delta \equiv \begin{vmatrix} \frac{2}{3} & \frac{\alpha_1 + 2\gamma_1}{3} & \frac{\alpha_2 + 2\gamma_2}{3} & \frac{\alpha_3 + 2\gamma_3}{3} & \frac{\alpha_4 + 2\gamma_4}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{\alpha_1 - \gamma_1}{3} & \frac{\alpha_2 - \gamma_2}{3} & \frac{\alpha_3 - \gamma_3}{3} & \frac{\alpha_4 - \gamma_4}{3} \\ 0 & \beta_1^{(e)} & \beta_2^{(e)} & \beta_3^{(e)} & \beta_4^{(e)} \\ 0 & \beta_1^{(\mu)} & \beta_2^{(\mu)} & \beta_3^{(\mu)} & \beta_4^{(\mu)} \\ 0 & \beta_1^{(\tau)} & \beta_2^{(\tau)} & \beta_3^{(\tau)} & \beta_4^{(\tau)} \end{vmatrix} \neq 0, \tag{5}$$

本文 1978 年 8 月 1 日收到.

令

$$\frac{\gamma_i}{\alpha_i}=y_i,\ \frac{\beta_i^{(e)}}{\alpha_i}=x_i,\ \frac{\beta_i^{(\mu)}}{\alpha_i}=u_i,\ \frac{\beta_i^{(\tau)}}{\alpha_i}=t_i,\ (i=1,2,3,4) \tag{6}$$

如和某一 Z 介子(例如 Z_4) 的耦合具有 e-μ-τ 对称性,则 $x_4=u_4=t_4$,

$$\Delta=\frac{\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4}{3}\begin{vmatrix}x_4-x_1 & x_4-x_2 & x_4-x_3\\ u_1-x_1 & u_2-x_2 & u_3-x_3\\ t_1-x_1 & t_2-x_2 & t_3-x_3\end{vmatrix}, \tag{7}$$

由 $\Delta\neq 0$ 的条件易得下述二定理.

定理 1 如 Z_4 具有 e-μ-τ 对称耦合,则 Z_1 耦合、Z_2 耦合、Z_3 耦合 i) 不可能都是 e-μ 对称的; ii) 不可能都是 μ-τ 对称的; iii) 不可能都是 τ-e 对称的.

定理 2 $Z_1\cdots Z_4$ 中至少有两个耦合不是 e-μ-τ 对称的.

如果存在更多类型的轻子和轻子数守恒律,上述定理可以推广为

推论 1 设有一个矢介子 Z_1 的作用对各类轻子对称,则其它矢介子 Z_2、$Z_3\cdots$ 不可能都具有 e-μ (或 μ-$\tau\cdots$) 对称性.

推论 2 包括光子在内,对各类轻子耦合全对称的矢介子个数不可能多于轻子的类型数.

由于五个流 $J_i^{(Z_i)}$ 的线性独立,总可通过正交化手续使它们正交化,因此我们可进一步假定和物理粒子 Z_i 耦合的流矢量 $J^{(Z_i)}$ $(i=0,1\cdots 4)$ 在 $6(n+m)$ 维内禀空间中相互正交(流的正交性和粒子 Z_i 的正交性可能是密切联系的). 不难写出正交条件

$$\begin{aligned}&\frac{1}{3}\frac{n}{m}(1+2y_i)(1+2y_j)+\frac{1}{3}\frac{n}{m}(1-y_i)(1-y_j)+(x_i-y_i)(x_j-y_j)\\&+(u_i-y_i)(u_j-y_j)+(t_i-y_i)(t_j-y_j)+x_ix_j+u_iu_j+t_it_j=0,\\&\qquad i\neq j\quad (i,j)=1\cdots 4\end{aligned} \tag{8}$$

$$\frac{2}{3}\frac{n}{m}(1+2y_i)-\frac{1}{3}\frac{n}{m}(1-y_i)-(x_i-y_i)-(u_i-y_i)-(t_i-y_i)=0,$$

$$i=1,\cdots 4 \tag{9}$$

据正交条件可得

定理 3 如流是正交的,$Z_1\cdots Z_4$ 中至少有三个耦合不是 e-μ-τ 对称的.

[证] 设 Z_4 和 Z_3 皆具有 $e\mu\tau$ 对称性,则由 (9) 式,

$$x_j=u_j=t_j=\frac{1}{9}\frac{n}{m}+\left(1+\frac{5}{9}\frac{n}{m}\right)y_j\quad (j=3,4),$$

代入 (8) 式,取 $(i,j)=(1,4)$ 和 $(1,3)$,即得 $y_3=y_4$,表明 Z_3 和 Z_4 全同,是一个粒子.

定理 4 若流是正交的,则当 $Z_1\cdots Z_4$ 中一个具有 e-μ-τ 对称性,其它的不能再有两个(或两个以上)具有 e-μ 对称性.

[证] 设 $x_4=u_4=t_4$, $x_3=u_3$, $x_2=u_2$, 利用 (9) 式代入 (8) 式,取 $i=1$、2、3, $j=4$, 即可证 $y_1=y_2=y_3$. 再取 $i=2$、3, $j=1$,即可证 $t_2=t_3$. 因此

$$x_3=u_3=\frac{1}{6}\frac{n}{m}-\frac{t_3}{2}+\left(\frac{3}{2}+\frac{5}{6}\frac{n}{m}\right)y_3$$

和

$$x_2 = u_2 = \frac{1}{6}\frac{n}{m} - \frac{t_2}{2} + \left(\frac{3}{2} + \frac{5}{6}\frac{n}{m}\right) y_2$$

相等，表明 Z_2 和 Z_3 是一个粒子.

以上定理说明与守恒流耦合的矢介子的作用一般地具有 e-μ-τ 不对称性. 一般说来，四种矢介子 $Z_1 \cdots Z_4$ 的质量是不相等的. 在通常的中性流弱作用实验中，质量最小的那一种(记作 Z_1)将起主要作用[1]. 它的耦合是 e-μ-τ 对称的吗? 如 Z_1 具有 e-μ-τ 对称性，则据 $J_\lambda^{(Z_1)}$ 和电流的正交性，由 (9) 式得

$$x_1 = u_1 = t_1 = \frac{1}{9}\frac{n}{m} + \left(1 + \frac{5}{9}\frac{n}{m}\right) y_1,$$

故只有在

$$-\frac{n/m}{9 + 5\,n/m} < y_1 < 0 \tag{10}$$

范围内才有 $\frac{u_1}{y_1} < 0$. 而据文献 [2] 给出的层子 u、d 的左右手弱荷值可定出[1]

$$\lambda\beta_1^{(\mu)}\gamma_1 = -0.27 \pm 0.1,\quad \lambda\beta_1^{(\mu)}\alpha_1 = 0.03 \pm 0.16 \tag{11a}$$

或

$$\lambda\beta_1^{(\mu)}\gamma_1 = -0.18 \pm 0.13,\quad \lambda\beta_1^{(\mu)}\alpha_1 = -0.18 \pm 0.23. \tag{11b}$$

此处 (11a)、(11b) 分别据左、右手弱荷值确定

$$\lambda = \frac{e^2/m_{Z_1}^2}{2\sqrt{2}\,G}, \tag{12}$$

显然，(11) 式给出

$$u_1/y_1 < 0, \tag{13}$$

$$y_1 < -0.9,\ y_1 > 1.3 \text{ 或 } y_1 < -1,\ y_1 > 0.12 \tag{14}$$

和 (10) 式矛盾*. 因此，如流的正交性假设成立，那么，质量最小的那一个矢介子 Z_1 的作用很可能具有 e-μ-τ 不对称性.

如果 $x_1 \neq u_1$，在高能中微子实验中将有

$$\frac{\sigma(\nu_e \to \nu_e)}{\sigma(\nu_e \to e^-)} \neq \frac{\sigma(\nu_\mu \to \nu_\mu)}{\sigma(\nu_\mu \to \mu^-)}, \tag{15}$$

对于轻子散射，可以求得

$$\sigma(\nu_\mu e^-) = \frac{G^2}{\pi}\frac{(m_e^2+s)^2}{m_e^2-s}\left\{\frac{1}{4} - A\frac{u_1}{x_1} + A^2\frac{u_1^2}{x_1^2}\left(1 + \frac{(m_e^2-s)^2 + \frac{1}{3}(m_e^2+s)^2}{4s^2}\right)\right\}$$

$$\sigma(\bar{\nu}_\mu e^-) = \frac{G^2}{\pi}\frac{(m_e^2+s)^2}{m_e^2-s}\left\{\left(\frac{1}{4} - A\frac{u_1}{x_1}\right)\frac{(m_e^2-s)^2 + \frac{1}{3}(m_e^2+s)^2}{4s^2}\right.$$

$$\left. + A^2\frac{u_1^2}{x_1^2}\left(1 + \frac{(m_e^2-s)^2 + \frac{1}{3}(m_e^2+s)^2}{4s^2}\right)\right\}$$

---

* 这里，我们没有考虑文献[1]中指出的 u、d 层子和 W° 介子耦合时可能出现的"同位旋倒置"的情况.

$$\sigma(\nu_e e^-) = \frac{G^2}{\pi}\frac{(m_e^2+s)^2}{m_e^2-s}\left\{\frac{1}{4}+A+A^2\left(1+\frac{(m_e^2-s)^2+\frac{1}{3}(m_e^2+s)^2}{4s^2}\right)\right\}$$

$$\sigma(\bar{\nu}_e e^-) = \frac{G^2}{\pi}\frac{(m_e^2+s)^2}{m_e^2-s}\left\{\left(\frac{1}{4}+A\right)\frac{(m_e^2-s)^2+\frac{1}{3}(m_e^2+s)^2}{4s^2}\right.$$

$$\left.+A^2\left(1+\frac{(m_e^2-s)^2+\frac{1}{3}(m_e^2+s)^2}{4s^2}\right)\right\}, \tag{16}$$

此处

$$s=-2m_eE_\nu,\quad A=\lambda\beta_1^{(e)}(\beta_1^{(\tau)}-\gamma_1), \tag{17}$$

当 $\frac{u_1}{x_1}=1$，即得 e-μ 对称理论结果[1]. (16) 式中的 $\frac{u_1}{x_1}$ 应由更精密的中微子散射数据定出.

上述几个定理的重要意义也许在于：它自然地给出了产生 e-μ-τ 质量差的机制. 由于 Z_1 作用，轻子获得的自能为

$$\begin{aligned}\Delta m_e &= (x_1-y_1)^2(e\alpha_1)^2 m_e F(m_e,\Lambda_e),\\ \Delta m_\mu &= (u_1-y_1)^2(e\alpha_1)^2 m_\mu F(m_\mu,\Lambda_\mu),\\ \Delta m_\tau &= (t_1-y_1)^2(e\alpha_1)^2 m_\tau F(m_\tau,\Lambda_\tau),\end{aligned} \tag{18}$$

如自能为负，则 $t_1=y_1$. 因为，否则还将存在一个比 τ 更重的“裸重轻子”(其 e 轻子数、μ 轻子数、τ 轻子数皆零)，而目前实验还没有看到这种粒子. 这时，由 (9) 式

$$x_1+u_1=\frac{1}{3}\frac{n}{m}+\left(2+\frac{5}{3}\frac{n}{m}\right)y_1, \tag{19}$$

当参数由弱作用实验确定后，便可从理论上计算

$$\frac{\Delta m_\mu/m_\mu}{\Delta m_e/m_e}=\frac{(u_1-y_1)^2F(m_\mu,\Lambda_\mu)}{(x_1-y_1)^2F(m_e,\Lambda_e)}, \tag{20}$$

如自能为正，则 $x_1=y_1$. 这时

$$u_1+t_1=\frac{1}{3}\frac{n}{m}+\left(2+\frac{5}{3}\frac{n}{m}\right)y_1, \tag{19a}$$

$$\frac{\Delta m_\tau/m_\tau}{\Delta m_\mu/m_\mu}=\frac{(t_1-y_1)^2F(m_\tau,\Lambda_\tau)}{(u_1-y_1)^2F(m_\mu,\Lambda_\mu)}, \tag{20a}$$

于是，我们便能将反常作用理论推广于解决 e-μ-τ 质量差问题[3].

附记：本文完成后，见到 F. Buccella, et al. (*Phys. Rev. Letters*, **40** (78), 1475) 也指出了 μ 和 e 具有不同中性流的可能性. 但本文是从完全不同的角度对此种 e-μ-τ 不对称性作出了证明.

参 考 文 献

[1] 罗辽复、陆埮，科学通报，**23**(1978), 8: 474.

[2] Abbott, L. F. & Barnett, R. M., *Phys. Rev. Letters*, **40** (1978), 1303.

[3] 罗辽复、陆埮，科学通报，**23** (1978), 4: 200.