科学通报 2011 年 第 56 卷 第 24 期：2032 ~ 2039
论 文 www.scichina.com csb.scichina.com
《中国科学》杂志社 SCIENCE CHINA PRESS

强迫对流换热冷却的产热体㶲耗散率最小构形优化

肖庆华, 陈林根*, 孙丰瑞

海军工程大学船舶与动力学院, 武汉 430033
* 联系人, E-mail: lgchenna@yahoo.com, lingenchen@hotmail.com

2011-03-14 收稿, 2011-07-05 接受
国家自然科学基金(10905093)、教育部新世纪优秀人才资助计划(NCET-04-1006)和全国优秀博士学位论文作者专项资金(200136)资助项目

摘要 应用㶲耗散极值原理和构形理论, 对强迫对流换热冷却的产热体进行构形优化设计, 得到了基于㶲耗散率最小的最优管间距和最优管道直径. 结果表明, 基于㶲耗散率最小与最大温差最小的最优构形明显不同. 对于前者, 换热通道的体㶲在整个产热体中最优占比为 1/2; 而对于后者, 该占比越大越好. 与后者的最优构形相比, 前者的最优构形极大地降低了产热体的当量热阻, 明显改善了产热体的整体传热性能. 基于㶲耗散极值原理时, 传递相同热量(给定发热体的发热量)所需的传热温差是最小的, 符合㶲耗散极值原理的本质要求.

关键词
㶲耗散极值原理
构形理论
强迫对流换热
㶲耗散率
广义热力学优化

随着芯片集成度、封装密度以及工作频率的不断提高, 电子元器件在短时间内发热量急剧升高, 对散热能力的要求也越来越高. 目前, 传热优化的理论包括构形理论[1~16]、熵产生最小化理论[11,14,17,18]和场协同理论[19~26]等. 自 Bejan 研究街道网络的形成和发展[1]并提出了构形理论[3]后, 首次将构形理论应用到导热问题[3]的优化之中. 随后, 构形理论在简单流动系统中得到了迅速的发展[27~37]. Ordonez[27]考虑到将若干电子元器件设计安装在有限体积内(可视为均匀产热体), 以最大温差最小(传热率最大)为优化目标, 对通过自然对流和强迫对流换热冷却的均匀产热体中的等间距流道进行了构形优化. Bello-Ochende 和 Bejan[28]通过改变管道外形提高了管内对流换热的热流密度. Matos 等人[29,30]以最大热流为目标, 以空气介质, 在控制体内添加圆管和椭圆管强化对流换热, 得到了最优的管间距. Walsh 和 Grimes[31]研究了强迫对流换热时所需最少冷却流体时的流道结构. Muzychka[32]在固定体积和压差条件下, 讨论了微通道的几种不同的截面形状, 包括平行平板、矩形、方形、椭圆形、圆形、三角形以及多边形等的传热性能. Robbe 和 Sciubba[33]研究了棱镜板通过错列布置管道强化传热的问题, 考虑了 4 种三级管道布置方式, 及其对应的管道相对直径. Kim 等人[34]研究了物体的某表面持续受热条件下, 通过布置树形流道强化对流换热有效控制物体的最高温度的方法, 并进一步考虑了存在热冲击的情况[35]. Rocha 等人[36]提出了设置多层平板, 分层设计树形网络流道的构形优化方法, 对平板进行了对流传热强化, 结果显示, 在高压差或低压差范围, 树状网络散热能力更强, 而在中间压差范围则辐射状散热网络能力更强. Wang 等人[37]设计了发热体内的树网通道的布置, 研究其在自然对流换热条件下、无其他强化传热的情况控制发热体的温度的方法.

文献[27~37]以最大温差最小(或热流最大)为目标进行构形优化, 并不能反映传热过程中的整体传热性能. 过增元等人[26,38]明确提出了表征物体热量传递总能力的新的物理量“㶲”(文献[39]曾称之为热量传递势容), 和㶲耗散极值原理, 并从导热机理、电热模拟试验方面[40,41]进一步阐述㶲的物理意义. 许多学者对这一新的物理量表示了浓厚的兴趣, 以㶲耗散率最小为目标对各种传热过程性能进行了优化[42~59]. 魏曙寰等人[60~65]、谢志辉等人[66~69]以及

英文版见: Xiao Q H, Chen L G, Sun F R. Constructal entransy dissipation rate minimization for a heat generating volume cooled by forced convection. Chinese Sci Bull, 2011, 56, doi: 10.1007/s11434-011-4659-9

肖庆华等人[70~74]将㶲耗散极值原理和构形理论相结合，对一系列传热问题进行了构形优化. 由于文献[27]仅要求电子元器件的封装体中的温度不超过极限安全温度，而没有考虑到如何将封装体内产生的热量高效地导出，本文将在文献[27]的基础上将㶲耗散极值原理与构形理论相结合，对通过强迫对流换热冷却的均匀产热体重新进行构形优化，得到基于㶲耗散率最小(即整体传热性能最好)的最优构形，并与基于最大温差最小的构形优化结果进行比较.

1 㶲耗散率的定义

文献[38]中定义了一物体所具有的热量传递的总能力-物理量㶲，并由此得到了导热问题中整个散热体体积的㶲耗散率 $\dot{E}_{vh\phi}$ 为

$$\dot{E}_{vh\phi}=\int_v \dot{E}_{h\phi}\mathrm{d}v=\int_v \dot{q}\cdot\nabla T\mathrm{d}v, \tag{1}$$

式中，$\dot{q}$ 为热流密度矢量(W)，∇T 是温度梯度，k 为物体的热导率(W m^{-1} K^{-1}). 在此基础上，可得到给定热流边界条件的多维导热问题，物体的当量热阻 R_h 为

$$R_h=\dot{E}_{vh\phi}\big/\dot{Q}_h^2, \tag{2}$$

式中，$\dot{Q}_h$ 是传热率(W).

过增元等人[38]提出的“㶲耗散极值原理”可表述为：对于具有一定的约束条件并给定热流边界条件时，当㶲耗散最小时，则导热过程最优；在给定温度边界条件时，㶲耗散最大，则导热过程最优. 本文属于给定热流边界的㶲耗散极值原理，㶲耗散率越小，系统的散热性能越好. 也就是说，当㶲耗散率最小时，散热过程的当量热阻最小，系统的性能达到最优.

2 散热体的结构

电子元器件封装体可视为体内均匀产热的长方体控制体，如图 1 所示[27]，产热率为 q'''(W/m^3)，导热系数为 k_s. 长方体的截面积为 A，长度为 L，其产生的热量通过强迫对流换热由若干圆形管道中的冷却液带走. 管道之间相互平行，相邻管道间距为 S，管道长度为 L，管径为 d. 冷却液是单相流体.

假设管道的布置方式是规则的(例如正方形方式)，如图 1 所示，图中正方形边长为 S 的阴影部分产生的热量全部传导到其中心的冷却流道 d 内. 单元体正是指该阴影部分，控制体的截面 A 由该正方形单元体组合成. 单元体周边是绝热的. 为了便于分析[27]，假设正方形单元体可由等效直径为 D 的圆柱单元体代替(如图 1 所示)，则 $\pi D^2/4=S^2$，从而圆柱单元体的数量为

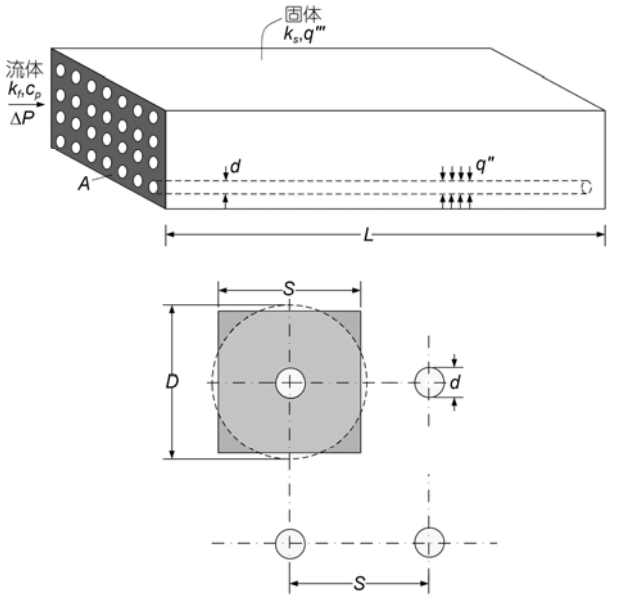

图 1 散热体模型[27]

$$n=\frac{A}{\pi D^2/4}. \tag{3}$$

圆柱单元体周边是绝热的，且温度相同. 整个长方体的产热量为

$$q=nq'''\frac{\pi}{4}\left(D^2-d^2\right)L. \tag{4}$$

此外，还假设每个圆柱单元体很细长($D<L$)，则轴向导热可以忽略，即环形截面上的产热量 $q'''\pi(D^2-d^2)/4$ 在厚度为 $(D-d)/2$ 的圆管壁中沿半径方向导热. 均匀分布在管道内壁的热流 q'' 可由下式确定：

$$q=nq''\pi dL. \tag{5}$$

2.1 大直径极限

在此极限下单元体圆柱模型如图 2 所示. 管道直径 d 远远大于冷却流体的边界层厚度，因此流体与管壁接触处的温度与管壁温度的差值可以忽略不计. 流体中心区域的温度保持不变，与进口温度相等.

固体材料中的导热微分方程为

$$\frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}r}+\frac{\mathrm{d}^2T}{\mathrm{d}r^2}+\frac{q'''}{k_s}=0, \tag{6}$$

边界条件为

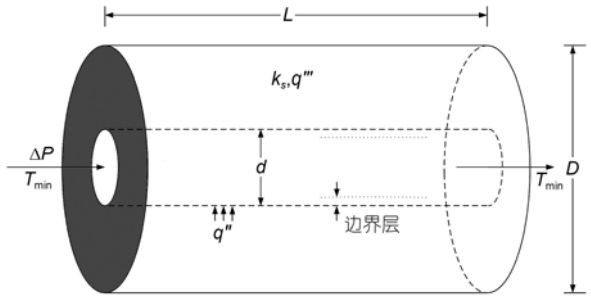

图 2 大直径极限下的单元体圆柱模型[27]

$$k_s \left.\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}r}\right|_{r=d/2} = q'' \text{ 且 } T\big|_{r=d/2} = T_w(x), \tag{7}$$

式中, $T_w(x)$为管壁温度. 求解式(6)可得

$$T(x,r) - T_w(x) = \frac{q'''}{2k_s}\left[\frac{D^2}{4}\ln\left(\frac{2r}{d}\right) - \frac{r^2}{2} + \frac{d^2}{8}\right]. \tag{8}$$

由于管壁处热流率 q''可视为均匀的, 则管壁温度分布为[8]

$$T_w(x) - T_{\min} = \frac{2.208q''x}{k_f Pr^{1/3} Re_x^{1/2}} \quad (Pr \geqslant 0.5, Re_x \leqslant 5\times10^5), \tag{9}$$

式中, $Pr = \nu/\alpha$, $Re_x = Ux/\nu$, U 为管中相对于边界层的"自由流速"[27]:

$$U = \left(\frac{d\Delta P}{2.656\rho\nu^{1/2}L^{1/2}}\right)^{2/3}. \tag{10}$$

单元体圆柱的温度分布为

$$T(x,r,\theta) - T_{\min} = \frac{qD^2}{4Ak_f}\left[3.058\frac{Be^{-1/3}x^{1/2}}{d^{4/3}L^{1/6}} + \frac{d^2 + 2D^2\ln\left(\frac{2r}{d}\right) - 4r^2}{4\frac{k_s}{k_f}\left(D^2 - d^2\right)L}\right], \tag{11}$$

式中, $Be = \dfrac{\Delta P L^2}{\mu\alpha}$ 为无因次压降数[27]. 整个长方体内的烺耗散率为

$$\dot{E}_{vh\phi} = n\int_0^{2\pi}\int_0^L\int_0^{\frac{D}{2}} q''' \frac{qD^2}{4Ak_f} \times\left[3.058\frac{Be^{-1/3}x^{1/2}}{d^{4/3}L^{1/6}} + \frac{d^2 + 2D^2\ln\left(\frac{2r}{d}\right) - 4r^2}{4\frac{k_s}{k_f}\left(D^2 - d^2\right)L}\right] r\mathrm{d}r\mathrm{d}x\mathrm{d}\theta$$

$$= \frac{q^2D^4}{4A\left(D^2 - d^2\right)^2 d^{4/3}}\left\{\frac{2.039\left(D^2 - d^2\right)L^{1/3}}{k_f Be^{1/3}} + \frac{d^{4/3}}{8k_s L}\left[2d^2 - 3D^2 + 4D^2\ln\left(\frac{D}{d}\right)\right]\right\}, \tag{12}$$

其平均热阻(当量热阻)R_h 和平均传热温差 $\Delta\overline{T}$ 可分别由 $\dot{E}_{vh\phi}/q^2$ 和 $\dot{E}_{vh\phi}/q$ 表示. 将当量热阻和平均传热温差分别无因次化为

$$\tilde{R}_h = \frac{R_h}{L/\left(Ak_f\right)} = \frac{1}{4\phi(1-\phi)}\left[2.039Be^{-1/3}\left(\frac{d}{L}\right)^{2/3} + K\left(\frac{d}{L}\right)^2\right], \tag{13}$$

$$\Delta\tilde{\overline{T}} = \frac{\Delta\overline{T}}{qL/\left(Ak_f\right)} = \tilde{R}_h, \tag{14}$$

式(13)中, $\phi = d^2/D^2$ 为换热通道的体积在整个长方体中的占比,

$$K = \frac{k_f}{2k_s}\left[\frac{\ln\phi^{-1/2} - 1/4}{(1-\phi)} - \frac{1}{2}\right], \tag{15}$$

上式方括号中的因子的数量级为 1. 在大多数场合, $k_f/k_s << 1$[27]. 因此, K 可视为远小于 1 的数. 式(13)表明: 当ϕ给定时, 整个长方体的当量热阻随着单元体圆柱的直径(d 或 D)增大而单调增大.

2.2 小直径极限

在此极限下单元体圆柱模型如图 3 所示[27]. 由于管道足够细长, 因此在管道长度方向上流体流动几乎都已经充分发展, 从而可得到管道内均匀热流条件下的 Nu 数[8], 即 $Nu_{q''} = h_x d/k_f = 4.364$. 根据牛顿冷却公式, 可得管道任一轴向位置的管壁与流体中心之间的温差为

$$T_w(x) - T_f(x) = \frac{q''}{h_x} = \frac{q''d}{4.364k_f}. \tag{16}$$

根据热力学第一定律, 有:

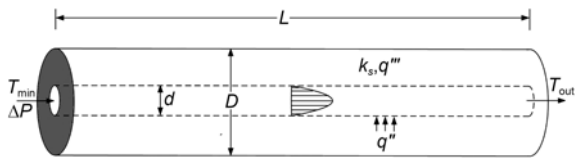

图 3 小直径极限下的单元体圆柱模型[27]

$$\frac{\pi}{4}d^2U\rho c_p\mathrm{d}T_f=\pi dq''\mathrm{d}x, \tag{17}$$

边界条件为

$$T_f=T_{\min},\ x=0, \tag{18}$$

式(17)中, U 为平均速度, 为[27]

$$U=\frac{d^2\Delta P}{32\mu L}. \tag{19}$$

求解式(17)可得流体的温度为

$$T_f(x)=\frac{128q''L^3}{d^3Bek_f}x+T_{\min}. \tag{20}$$

单元体圆柱固体材料的温度分布可由式(8)给出, 则由式(8),(16)和(20)确定了整个单元体的温度分布:

$$T(x,r,\theta)=\frac{D^2q}{4Ak_f}\times\left[\frac{1}{4.364L}+\frac{128L^2}{Bed^4}x+\frac{d^2+2D^2\log\left(\frac{2r}{d}\right)-4r^2}{4\frac{k_s}{k_f}L\left(D^2-d^2\right)}\right]+T_{\min}, \tag{21}$$

从而整个长方体内的焓耗散率为

$$\dot{E}_{vh\phi}=n\int_0^{2\pi}\int_0^L\int_0^{\frac{D}{2}}q'''\frac{D^2q}{4Ak_f}\times\left[\frac{1}{4.364L}+\frac{128L^2}{Bed^4}x+\frac{d^2+2D^2\log\left(\frac{2r}{d}\right)-4r^2}{4\frac{k_s}{k_f}L\left(D^2-d^2\right)}\right]r\mathrm{d}r\mathrm{d}x\mathrm{d}\theta$$
$$=\frac{q^2L}{4Ak_f\phi(1-\phi)}\left[\frac{64}{Be}\left(\frac{d}{L}\right)^{-2}+\frac{2\phi-3-2\ln\phi}{8(1-\phi)}\frac{k_f}{k_s}\left(\frac{d}{L}\right)^2+\frac{1}{4.364}\left(\frac{d}{L}\right)^2\right], \tag{22}$$

其平均热阻(当量热阻)R_h 可由 $\dot{E}_{vh\phi}/q^2$ 表示. 将当量热阻无因次化为

$$\tilde{R}_h=\frac{\dot{E}_{vh\phi}}{q^2L/\left(Ak_f\right)}=\frac{1}{4\phi(1-\phi)}\left[\frac{64}{Be}\left(\frac{d}{L}\right)^{-2}+\left(K+\frac{1}{4.364}\right)\left(\frac{d}{L}\right)^2\right]. \tag{23}$$

由上式可知, 当 d/L 很小时, 如果

$$\frac{64}{Be}\left(\frac{d}{L}\right)^{-2}>>\left(K+\frac{1}{4.364}\right)\left(\frac{d}{L}\right)^2, \tag{24}$$

或

$$\frac{d}{L}<<\left[\frac{64}{K+0.23}\right]^{1/4}Be^{-1/4}, \tag{25}$$

则在小直径极限下, 式(23)可简化为

$$\tilde{R}_h=\frac{16}{\phi(1-\phi)Be}\left(\frac{d}{L}\right)^{-2}. \tag{26}$$

而由文献[27]可知,

$$\frac{d}{L}<<\left[\frac{128}{0.4}\right]^{1/4}Be^{-1/4}. \tag{27}$$

通过比较式(25)和(27), 则由于 $K<<1$, 式(25)是成立的. 由式(26)可知, 当ϕ给定时, 整个长方体的当量热阻随着单元体圆柱的直径(d 或 D)增大而单调减小.

2.3 最优管道直径和最小当量热阻

由上述分析可知, 大直径极限下整个长方体的当量热阻随着单元体圆柱的直径增大而单调增大, 而小直径极限下当量热阻却随着单元体圆柱的直径增大而单调减小. 根据渐近线相交原理[27], 则存在最优管道直径 d_{opt} 使得当量热阻达到最小值. 由式(13)和(26)可得

$$\frac{2.039Be^{2/3}}{64}\left(\frac{d}{L}\right)_{\mathrm{opt}}^{8/3}+\frac{KBe}{64}\left(\frac{d}{L}\right)_{\mathrm{opt}}^4=1. \tag{28}$$

求解式(28)可得

$$Be^{1/4}\left(\frac{d}{L}\right)_{\mathrm{opt}}=F(K), \tag{29}$$

式中, F 为关于 K 函数, 如图 4 所示. 最优管道直径和相应的无量纲当量热阻分别为

$$\left(\frac{d}{L}\right)_{\mathrm{opt}}=F\,Be^{-1/4}, \tag{30}$$

$$\tilde{R}_{h,\mathrm{m}}=\frac{16Be^{-1/2}}{\phi(1-\phi)F^2}. \tag{31}$$

式(31)表明, 随着ϕ的增大, $\tilde{R}_{h,\mathrm{m}}$ 先减小后增大. 也就是说, 存在最优ϕ或 D/d 使得当量热阻 $\tilde{R}_{h,\mathrm{m}}$ 达到最小值. 对式(31)进行再次优化, 得到了 ϕ_{opt} 或$(D/d)_{\mathrm{opt}}$ 及其相应的最小无量纲当量热阻:

$$\phi_{\mathrm{opt}}=1/2,\ (D/d)_{\mathrm{opt}}=\sqrt{2}, \tag{32}$$

$$\tilde{R}_{h,\mathrm{mm}}=\frac{64Be^{-1/2}}{F^2}, \tag{33}$$

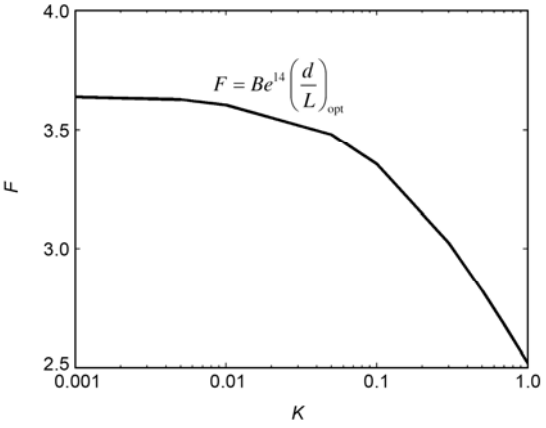

图 4 最优管道直径比率$(d/L)_{\rm opt}$ (本文)

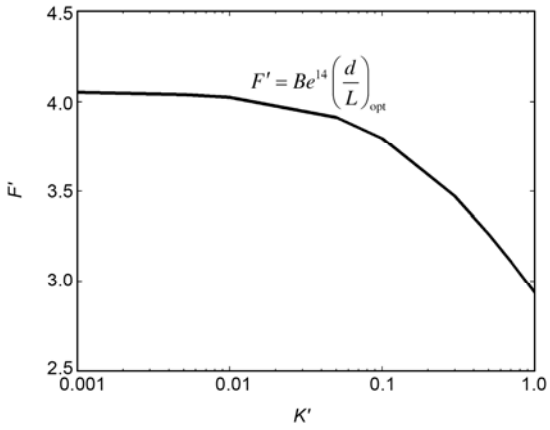

图 5 最优管道直径比率$(d/L)_{\rm opt}$(文献[27])

式(31)和(33)中, 下标“m”和“mm”分别指无量纲当量热阻一次和二次最小化.

3 不同优化目标的比较

基于最大温差最小得到的最优管道直径 $d_{\rm opt}$ 由下式确定[27]:

$$\frac{3.057Be^{2/3}}{128}\left(\frac{d}{L}\right)_{\rm opt}^{8/3}+\frac{K'Be}{128}\left(\frac{d}{L}\right)_{\rm opt}^{4}=1, \tag{34}$$

式中, $K'=\frac{k_f}{2k_s}\left(\frac{\ln\phi^{-1/2}}{1-\phi}-\frac{1}{2}\right)$. 求解式(34)可得[27]

$$Be^{1/4}\left(\frac{d}{L}\right)_{\rm opt}=F'(K'), \tag{35}$$

式中, F'为关于 K'函数, 如图 5 所示. 基于最大温差最小的最优管道直径和相应的无量纲当量热阻分别为

$$\left(\frac{d}{L}\right)_{\rm opt}=F'Be^{-1/4}, \tag{36}$$

$$\tilde{R}_{h,t}=\frac{16Be^{-1/2}}{\phi(1-\phi)F'^2}. \tag{37}$$

表 1 给出了本文基于㶲耗散率最小和文献[27]基于最大温差最小时的最优构形. 文献[27]的结果表明, 换热通道的体积在整个产热体中占比ϕ越大越好, 或者说, D/d 越小越好. 也就是说, 基于最大温差最小时, 更好的构形设计意味着产热材料所占体积相对较小, 且总的产热率一定时单位体积的产热率相对较大. 本文基于㶲耗散率最小时, 则具有最佳构形设计, 即$\phi_{\rm opt}=1/2$ 或$(D/d)_{\rm opt}=\sqrt{2}$.

表 1 不同优化目标下的优化结果

优化目标	$(d/L)_{\rm opt}$	$(D/d)_{\rm opt}$	$\tilde{R}_h$	$\Delta\tilde{\bar{T}}$
㶲耗散率最小(本文)	$FBe^{-1/4}$	$\sqrt{2}$	$64Be^{-1/2}/F^2$	$64Be^{-1/2}/F^2$
最大温差最小(文献[27])	$F'Be^{-1/4}$	越小越好	$\frac{16Be^{-1/2}}{\phi(1-\phi)F'^2}$ a)	$\frac{16Be^{-1/2}}{\phi(1-\phi)F'^2}$ a)

a) 根据文献[27]的结果推导出

为了便于比较, 不妨设 k_f/k_s=1/5, ϕ= 1/5, 则本文中 K=0.02, 而文献[27]中 K'=0.05, 分别根据图 4 和图 5 进一步得到 F = 3.571, F' = 3.914. 计算表明, 分别基于两种优化目标得到的最优构形是明显不同的. 基于㶲耗散率最小的管道直径要小于基于最大温差最小的管道直径. 两种优化目标优化后的单元体圆柱的截面如图 6 所示. 显然, 与基于最大温差最小比较, 基于㶲耗散率最小的圆柱单元体数量更多, 计算表明, 后者的数量是前者的 18 倍. 与基于最大温差最小的优化结果相比较, 基于㶲耗散率最小的当量

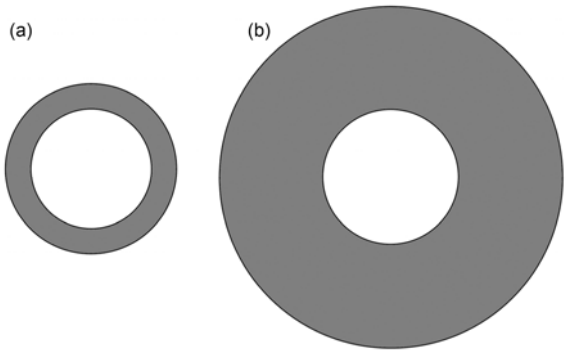

图 6 两种优化目标下的最优构形(单元体圆柱截面图)

(a) 㶲耗散率最小; (b) 最大温差最小

热阻降低了 23.12%, 传递相同热量(给定发热体的发热量)所需的传热温差更小. 这是因为, 从本质上看, 基于㶲耗散极值原理获得的最优结果应该是最优的, 均匀产热体的整体传热性能明显得到了提高.

4 结论

本文将㶲耗散极值原理与构形理论相结合, 对通过强迫对流换热冷却的均匀产热体重新进行了构形优化, 根据渐近线相交原理得到了基于㶲耗散率最小的最优管间距和最优管道直径(表 1). 基于㶲耗散率最小与基于最大温差最小的最优构形和优化结果明显不同. 对于前者, $\phi_{opt} = 1/2$ 或$(D/d)_{opt}= \sqrt{2}$; 对于后者, ϕ 越大越好或 D/d 越小越好. 数值计算表明, 前者的最优构形极大地降低了当量热阻, 明显改善了均匀产热体的整体传热性能. 基于㶲耗散率这个物理量定义的当量热阻(平均热阻)反映了系统整体传热性能, 即当量热阻越小, 则散热性能越好, 结构体内的平均温度越低, 传热效率越高. 文献[27]基于最大温差最小得到的最优构形表明了强迫对流换热时系统的极限温度(安全温度), 并不能反映其整体散热性能. 而本文基于㶲耗散率最小得到的最优构形反映了其整体散热性能. 相对于前者, 后者的最优构形更能有效地提高系统的整体散热性能. 一般来说, 工程上对散热体进行构形设计时, 在材料安全温度下应尽量选择对应㶲耗散率(当量热阻)最小的构形设计. 本文的工作和所得结果丰富了构形理论和㶲耗散极值原理, 拓展了㶲耗散极值原理的应用范围, 显示了其应用价值, 具有一定的意义.

参考文献

1 Bejan A. Street network theory of organization in nature. J Adv Trans, 1996, 30: 85–107
2 Bejan A. Shape and Structure, from Engineering to Nature. Cambridge: Cambridge University Press, UK, 2000
3 Bejan A. Constructal-theory network of conducting paths for cooling a heat generating volume. Trans ASME, J Heat Transfer, 1997, 40: 799–816
4 周圣兵, 陈林根, 孙丰瑞. 构形理论: 广义热力学优化的新方向之一. 热科学与技术, 2004, 3: 283–292
5 Bejan A, Lorente S. The Constructal Law (La Loi Constructale). Paris: L' Harmatan, 2005
6 Bejan A, Lorente S, Miguel A, et al. Along with Constructal Theory. UNIL FGSE Workshop Series No. 1, Hernandez J and Cosinschi M, eds., University of Lausanne, Faculty of Geosciences and the Environment, Switzerland, 2006
7 Bejan A, Merkx G. Constructal Theory of Social Dynamics. New York: Springer, 2007
8 Bejan A, Lorente S. Design with Constructal Theory. New Jersey: Wiley, 2008
9 Bejan A, Lorente S, Miguel A, et al. Constructal Human Dynamics, Security & Sustainability. Amsterdam: IOS Press, 2009
10 伍文君, 陈林根, 孙丰瑞. 导热优化的"树网"构造法的改进. 中国科学 E 辑: 技术科学, 2006, 36: 773–781
11 周圣兵, 陈林根, 孙丰瑞. 基于构形理论的"体-点"导热熵产生最小化. 热科学与技术, 2007, 6: 294–299
12 Wu W J, Chen L G, Sun F R. On the "area to point" flow problem based on constructal theory. Energy Convers Mgmt, 2007, 48: 101–105
13 Zhou S B, Chen L G, Sun F R. Optimization of constructal volume-point conduction with variable cross-section conducting path. Energy Convers Mgmt, 2007, 48: 106–111
14 周圣兵, 陈林根, 孙丰瑞. 基于三角形单元体的气-固反应器构形优化. 中国科学 E 辑: 技术科学, 2008, 38: 764–772
15 谢志辉, 陈林根, 孙丰瑞. 基于热流与强度复合目标的立式绝热壁构形优化. 中国科学: 技术科学, 2011, 41: 809–820
16 Xiao Q H, Chen L G, Sun F R. Constructal optimization for "disc-to-point" heat conduction without the premise of optimized last-order construct. Int J Therm Sci, 2011, 50: 1031–1036
17 Bejan A. Entropy Generation Minimization. New York: Wiley, 1996
18 Chen L G, Wu C, Sun F R. Finite time thermodynamic optimization or entropy generation minimization of energy systems. J Non-Equibri Thermodyn, 1999, 24: 327–359
19 Guo Z Y, Li D Y, Wang B. A novel concept for convective heat transfer enhancement. Int J Heat Mass Transfer, 1998, 41: 2221–2225
20 过增元. 对流换热的物理机制及其控制: 速度场与热流场的协同. 科学通报, 2000, 45: 2118–2122
21 过增元, 魏澍, 程新广. 换热器强化的场协同原理. 科学通报, 2003, 48: 2324–2327
22 Guo Z Y, Tao W, Shah R K. The field synergy (coordination) principle and its applications in enhancing single phase convective heat transfer. Int J Heat Mass Transfer, 2005, 48: 1797–1807
23 陈群, 任建勋, 过增元. 流体流动场协同原理及其在减阻中的应用. 科学通报, 2008, 53: 489–492
24 刘伟, 刘志春, 过增元. 对流换热层流流场的物理量协同与传热强化分析. 科学通报, 2009, 54: 1779–1785

25 刘伟, 刘志春, 黄素逸. 湍流换热的场物理量协同与传热强化分析. 科学通报, 2010, 55: 281–288
26 李志信. 过增元. 对流传热优化的场协同理论. 北京: 科学出版社, 2010
27 Ordonez J C. Integrative energy-systems design: System structure from thermodynamic optimization. Doctoral Disseration. Durham: Duke University, 2003
28 Bello-Ochende T, Bejan A. Fitting the duct to the “body” of the convective flow. Int J Heat Mass Transfer, 2003, 46: 1693–1701
29 Matos R S, Vargas J V C, Laursen T A, et al. Optimally staggered finned circular and elliptic tubes in forced convection. Int J Heat Mass Transfer, 2004, 47: 1347–1359
30 Matos R S, Laursen T A, Vargas J V C, et al. Three-dimensional optimization of staggered finned circular and elliptic tubes in forced convection. Int J Therm Sci, 2004, 43: 477–487
31 Walsh E J, Grimes R. Constructal theory of the minimum requirements for forced convection cooling solutions. In: Proc 2005 ASME Summer Heat Transfer Confer., July 17–22, 2005, San Francisco, California, USA
32 Muzychka Y S. Constructal design of force convection cooled microchannel heat sinks and heat exchangers. In:ASME Int Conference on Microchannels and Minichannels, June 13–15, 2005, Toronto, Ontario, Canada
33 Robbe M, Sciubba E. Derivation of the optimal internal cooling geometry of a prismatic slab: Comparison of constructal and non-constructal geometries. Energy, 2009, 34: 2167–2174
34 Kim S, Lorente S, Bejan A. Dendritic vascularization for countering intense heating from the side. Int J Heat Mass Transfer, 2008, 51: 5877–5886
35 Kim S, Lorente S, Bejan A. Transient behavior of vascularized walls exposed to sudden heating. Int J Therm Sci, 2009, 48: 2046–2052
36 Rocha L A O, Lorente S, Bejan A. Tree-shaped vascular wall designs for localized intense cooling. Int J Heat Mass Transfer, 2009, 52: 4535–4544
37 Wang K M, Lorente S, Bejan A. The transient response of vascular composites cooled with grids and radial channels. Int J Heat Mass Transfer, 2009, 52: 4175–4183
38 Guo Z Y, Zhu H Y, Liang X G. Entransy—A physical quantity describing heat transfer ability. Int J Heat Mass Transfer, 2007, 50: 2545–2556
39 过增元, 程新广, 夏再忠. 最小热量传递势容耗散函数原理及其在导热优化中的应用. 科学通报, 2003, 48: 21–25
40 韩光泽, 朱宏晔, 程新广, 等. 导热与弹性系统及导电的相似性. 工程热物理学报, 2005, 26: 1022–1024
41 韩光泽, 过增元. 导热能力损耗的机理及其数学表述. 中国电机工程学报, 2007, 27: 98–102
42 朱宏晔, 陈泽敬, 过增元. 熵耗散极值原理的电热模拟实验研究. 自然科学进展, 2007, 17: 1692–1698
43 柳雄斌, 过增元, 孟继安. 换热器中的熵耗散与热阻分析. 自然科学进展, 2008, 18: 1186–1190
44 陈群, 任建勋. 对流换热过程的广义热阻及其与熵耗散的关系. 科学通报, 2008, 53: 1730–1736
45 柳雄斌, 孟继安, 过增元. 换热器参数优化中的熵产极值和熵耗散极值. 科学通报, 2008, 52: 3026–3029
46 柳雄斌, 过增元. 换热器性能分析新方法. 物理学报, 2009, 58: 4766–4771
47 吴晶, 梁新刚. 熵耗散极值原理在辐射换热优化中的应用. 中国科学 E 辑: 技术科学, 2009, 39: 272–277
48 胡腾, 闵敬春, 宋耀祖. 膜换湿过程吸附热对传热过程的影响分析. 中国科学 E 辑: 技术科学, 2009, 39: 1725–1729
49 程雪涛, 徐向华, 梁新刚. 温度场与温度梯度场的均匀化. 中国科学 E 辑: 技术科学, 2009, 39: 1730–1735
50 王松平, 陈清林, 张冰剑, 等. 强化单项对流换热的一般理论指导原则. 中国科学 E 缉: 技术科学, 2009, 39: 1949–1957
51 陈群, 任建勋, 过增元. 质量积耗散极值原理及其在空间站通风排污过程优化中的应用. 科学通报, 2009, 54: 1606–1612
52 王松平, 陈清林, 张冰剑. 熵传递方程及其应用. 科学通报, 2009, 54: 2247–2251
53 夏少军, 陈林根, 孙丰瑞. 换热器熵耗散最小优化. 科学通报, 2009, 54: 2240–2246
54 郭江峰, 程林, 许明田. 熵耗散数及其应用. 科学通报, 2009, 54: 2998–3002
55 陈林, 陈群, 李震, 等. 溶液除湿性能分析和优化的湿阻法. 科学通报, 2010, 55: 1174–1181
56 郭江峰, 许明田, 程林. 换热器设计中的熵耗散均匀性原则. 中国科学: 技术科学, 2010, 40: 671–676
57 夏少军, 陈林根, 孙丰瑞. 液-固相变过程熵耗散最小化. 中国科学: 技术科学, 2010, 40: 1521–1529
58 Xia S J, Chen L G, Sun F R. Optimal paths for minimizing entransy dissipation during heat transfer processes with generalized radiative heat transfer law. Appl Math Modell, 2010, 34: 2242–2255
59 Guo Z Y, Liu X B, Tao W, et al. Effectiveness-thermal resistance method for heat exchanger design and analysis, Int J Heat Mass Transfer, 2010, 53: 2877–2884
60 魏曙寰, 陈林根, 孙丰瑞. 基于矩形单元体的以熵耗散最小为目标的“体点”导热构形优化. 中国科学 E 辑: 技术科学, 2009, 39: 278–285
61 Wei S H, Chen L G, Sun F R. Constructal entransy dissipation minimization for “volume-point” heat conduction based on triangular element. Therm Sci, 2010, 14: 1075–1088

62 Wei S H, Chen L G, Sun F R. Constructal entransy dissipation minimization for “volume-point” heat conduction without the premise of optimized last-order construct. Int J Energy, 2010, 7: 627–639
63 魏曙寰, 陈林根, 孙丰瑞. 基于㶲耗散率最小的离散和连续变截面导热通道构形优化. 中国科学: 技术科学, 2010, 40: 1189–1200
64 魏曙寰, 陈林根, 孙丰瑞. 以㶲耗散最小为目标的电磁体多学科构形优化. 中国科学 E 辑: 技术科学, 2009, 39: 1606–1613
65 Wei S H, Chen L G, Sun F R. Constructal complex-objective optimization of electromagnet based on magnetic induction and maximum temperature difference. Rev Mexi Fis, 2010, 56: 245–250
66 谢志辉, 陈林根, 孙丰瑞. 以㶲耗散最小为目标的空腔几何构形优化. 中国科学 E 辑: 技术科学, 2009, 39: 1949–1957
67 谢志辉, 陈林根, 孙丰瑞. T 形腔㶲耗散最小构形优化. 科学通报, 2009, 54: 2605–2612
68 Xie Z H, Chen L G, Sun F R. Geometry optimization of T-shaped cavities according to constructal theory. Math Comp Modell, 2010, 52: 1538–1546
69 谢志辉, 陈林根, 孙丰瑞. T 形肋㶲耗散率最小与最大热阻最小构形优化的比较研究. 中国科学: 技术科学, 2011, 41: 962–970
70 肖庆华, 陈林根, 孙丰瑞. 基于㶲耗散率最小的“盘点”导热构形优化. 科学通报, 2010, 55: 2427–2437
71 肖庆华, 陈林根, 孙丰瑞. 基于㶲耗散率和流阻最小的冷却流道构形优化. 中国科学: 技术科学, 2011, 41: 251–261
72 肖庆华, 陈林根, 孙丰瑞. 基于㶲耗散率最小的伞形柱状肋片构形优化. 中国科学: 技术科学, 2011, 41: 365–373
73 肖庆华, 陈林根, 孙丰瑞. 基于单元体外形变化的㶲耗散最小导热构形优化. 科学通报, 2011, 56:1401–1410
74 Xiao Q H, Chen L G, Sun F R. Constructal design for a steam generator based on entransy dissipation extreme principle. Sci China Technol Sci, 2011, 54: 1462–1468