科学通报 2014 年 第 59 卷 第 15 期：1417 ~ 1422
论 文 www.scichina.com csb.scichina.com
《中国科学》杂志社 SCIENCE CHINA PRESS

对流和辐射边界条件下轧钢加热炉壁绝热层㶲构形优化

冯辉君[①②③], 陈林根[①②③*], 谢志辉[①②③], 孙丰瑞[①②③]

① 海军工程大学热科学与动力工程研究室, 武汉 430033;
② 海军工程大学舰船动力工程军队重点实验室, 武汉 430033;
③ 海军工程大学动力工程学院, 武汉 430033
* 联系人, E-mail: lgchenna@yahoo.com; lingenchen@hotmail.com

2013-07-29 收稿, 2013-08-07 接受, 2014-04-03 网络版发表
国家重点基础研究发展计划(2012CB720405)、国家自然科学基金(51176203, 51206184)和湖北省自然科学基金(2012FFB06905)资助

摘要 基于绝热过程㶲耗散极值原理, 以㶲耗散率最小为优化目标, 在对流传热和辐射传热边界条件下, 对轧钢加热炉壁平板绝热层进行构形优化, 得到平板绝热层的最优构形. 结果表明: 对流传热边界条件时, 㶲耗散率最小的绝热层最优构形与热损失率最小的绝热层最优构形是明显不同的. 㶲耗散率最小的绝热层最优构形与热损失率最小的绝热层最优构形相比, 㶲耗散率降低了 5.98%, 从而使得其整体绝热性能得到提高. 对流与辐射复合传热边界条件时, 绝热层厚度线性增大的布置方式与等厚度绝热层和厚度线性减小的布置方式相比, 绝热层㶲耗散率分别降低了 16.59%和 39.72%, 从而使得绝热层整体绝热性能大大提高. 存在最佳常系数 $a_{2,\mathrm{opt}}$ 使得绝热层无量纲㶲耗散率取得最小值. 绝热层最小无量纲㶲耗散率和最大温度梯度最小值对应的最佳常系数 $a_{2,\mathrm{opt}}$ 相差不大, 这使得㶲耗散率最小的绝热层最优构形对应的热应力也较小, 从而在提高绝热层整体绝热性能的同时也有助于提高其热安全性. 本文所得结果能从传热优化角度为绝热层的优化设计提供参考.

关键词
构形理论
㶲耗散率
对流传热
对流与辐射复合传热
平板绝热层
广义热力学优化

随着科学技术的高速发展, 强化传热手段在热系统的设计中不断革新, 与之对应的传热优化基础理论也获得了长足进步. 为填补传热优化过程中基本物理量的空白, Guo 等人[1]和李志信等人[2]通过热电比拟定义了描述传递热量能力的新物理量—“㶲”(文献[3]曾称之为热量传递势容)和㶲耗散函数, 提出了“㶲耗散极值原理”, 同时定义了应用于多维导热问题的基于㶲耗散函数的当量热阻, 并从不同角度阐述了㶲的物理意义[4~6]. 此后, 㶲理论成为解决传热优化问题的重要理论, 在传热强化方面得到了十分广泛的应用[7~24].

对于传热强化问题, 给定温度边界条件时往往追求系统传热率或传热不可逆性的最大化; 对于传热学中的另一类重要问题——绝热问题, 给定温度边界条件时则追求系统传热率或传热不可逆性的最小化. 一些学者应用构形理论[25~32]对绝热问题[33~41]进行了大量研究. Bejan[33]建立了轧钢加热炉壁变厚度绝热层模型, 以热损失率最小为优化目标对炉壁绝热层厚度进行了优化, 变厚度绝热层的热损失率比等厚度绝缘层的热损失率降低了 12.5%. 在文献[33]基础上, 李大鹏等人[34]进一步分析了不同炉壁内表面温度分布规律对绝缘层最优厚度的影响. Kang 等人[35]以热损失率最小为优化目标对轧钢加热炉壁多层绝热层进行了构形优化, 结果表明所得各层绝热层最优厚度均与炉壁和环境温差的平方根成正比; 变厚度炉壁绝热层最优构形与等厚度炉壁绝热层相比, 变厚度炉壁绝热层热损失率大大降低. 冯辉君等人[36]以㶲耗散率最小为优化目标, 在等温边界条件

引用格式: 冯辉君, 陈林根, 谢志辉, 等. 对流和辐射边界条件下轧钢加热炉壁绝热层㶲构形优化. 科学通报, 2014, 59: 1417–1422
英文版见: Feng H J, Chen L G, Xie Z H, et al. Constructal entransy optimizations for insulation layer of steel rolling reheating furnace wall with convective and radiative boundary conditions. Chin Sci Bull, 2014, 59, doi: 10.1007/s11434-014-0248-z

下对轧钢加热炉壁单层平板和圆柱体绝热层、多层平板绝热层分别进行了构形优化, 得到了 3 种隔热结构的变厚度绝热层最优构形. 结果表明㶲耗散率最小的绝热层最优构形能有效降低其平均热损失率, 有利于提高其整体绝热性能. Sahin 小组[37~39]研究了对流传热、辐射传热和对流与辐射复合传热边界条件对流体流动的管道外绝热层最优分布的影响, 结果表明不同绝热层边界条件对绝热层最优分布有较大影响. 此外, 一些学者还对立式绝热壁[40,41]和建筑外墙[42~44]进行了绝热优化设计.

本文将以钢铁行业中轧钢加热炉炉壁的保温节能问题为研究背景, 在文献[33,36]加热炉壁平板绝热层模型的基础上, 利用绝热过程的㶲耗散极值原理[36], 以㶲耗散率最小为优化目标, 在对流传热和复合传热边界条件下对轧钢加热炉壁绝热层进行构形优化, 得到不同传热边界条件下绝热层最优构形, 并与等厚度绝热层构形设计进行比较.

1 㶲耗散的定义和绝热过程㶲耗散极值原理

文献[1]中定义了一物体所具有的热量传递的总能力——物理量㶲(E_{vh})

$$E_{vh}=\frac{1}{2}Q_{vh}U_h=\frac{1}{2}Q_{vh}T, \tag{1}$$

式中, $Q_{vh}=Mc_vT$ 为物体的定容热容量, U_h 或 T 是温度, 即热势. 由此得到了单位时间单位体积内㶲的耗散, 称为㶲耗散函数 $\dot{E}_{h\phi}$,

$$\dot{E}_{h\phi}=-\dot{q}\cdot\nabla T, \tag{2}$$

式中, $\dot{q}$ 为热流密度矢量, ∇T 是温度梯度.

整个控制体体积的㶲耗散率 $\dot{E}_{vh\phi}$ 为

$$\dot{E}_{vh\phi}=\int_v\dot{E}_{h\phi}\mathrm{d}v=\int_v|\dot{q}\cdot\nabla T|\,\mathrm{d}v, \tag{3}$$

式中, v 为控制体的体积.

基于㶲耗散率的定义, 对于绝热过程, “㶲耗散极值原理”可表述为[36]: 对于具有一定的约束条件并给定热流(热损失)边界条件时, 当㶲耗散最大时, 则绝热过程最优(平均温差最大); 在给定温度边界条件时, 㶲耗散最小, 则绝热过程最优(平均热损失率最小). 本文将要研究的问题属于给定温度边界条件的绝热问题, 依据绝热过程㶲耗散极值原理, 㶲耗散最小, 则平均热损失率越小, 绝热系统整体绝热性能越优.

2 对流传热边界条件下绝热层构形优化

图 1 为简化的加热炉炉壁模型[33,36], 其典型的应用为钢铁行业的轧钢加热炉. 炉膛内部高温气体加热钢坯的同时向炉壁散发热量, 假设沿 x 轴方向(从低温端 x=0 到高温端 x=L)炉壁内侧的温度分布为 $T(x)$ 且已知. 炉壁外侧布置一层绝热层(导热系数为 k, 厚度为 $t(x)$), 该绝热层起到对炉体的绝热保温作用, 减少炉膛内热量的散失. 绝热层外侧与环境进行对流换热(换热系数为 h, 环境温度为 T_0). 绝热层的宽度为 W, 沿绝热层宽度方向的绝热层横截面积为 A(A=$L\times W$). 图 1(a)和(b)分别为均匀厚度和非均匀厚度的单平板绝热层模型. 假设绝热层长度 L 和宽度 W 均远远大于其厚度 $t(x)$, 则绝热层厚度的变化对其传热方向的影响较小, 绝热层内的导热可近似为一维导热模型[33,36]. 在保持平板绝热层长度 L、宽度 W 和隔热材料总体积恒定的条件下, 可寻求平板绝热层厚度 $t(x)$的最优分布, 使得平板绝热层的整体绝热性能达到最优.

图 1(b)中变厚度平板绝热层 dx 长度内的热流平衡方程为

$$k\frac{T(x)-T_\mathrm{b}}{t}\cdot W\mathrm{d}x=h(T_\mathrm{b}-T_0)\cdot W\mathrm{d}x, \tag{4}$$

式中, T_b 为绝热层外表面温度. 由式(4)可得绝热层外表面温度 T_b 和总热损失率[33]分别为

$$T_\mathrm{b}=\frac{hT_0t+kT(x)}{k+ht}, \tag{5}$$

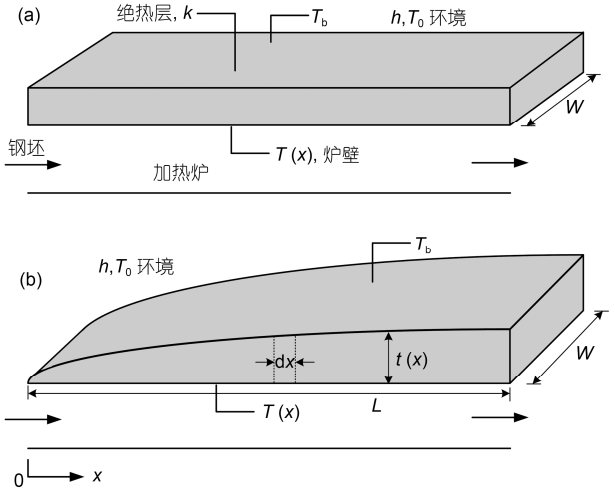

图 1 平板绝热层炉壁模型[33,36]

$$q=\frac{A}{L}\int_0^L k\frac{T(x)-T_\mathrm{b}}{t}\mathrm{d}x. \tag{6}$$

由式(3)和(6)可得图1(b)中变厚度平板绝热层的㶲耗散率为

$$\dot{E}_{vh\phi}=\frac{A}{L}\int_0^L\left[T(x)-T_0\right]\cdot k\frac{T(x)-T_\mathrm{b}}{t}\mathrm{d}x. \tag{7}$$

绝热层隔热材料总体积约束为

$$V=\frac{A}{L}\int_0^L t(x)\mathrm{d}x=\text{常数}. \tag{8}$$

在式(8)的约束条件下可求得㶲耗散率最小下的绝热层最优构形，由式(7)和(8)可建立对应的拉格朗日函数

$$\Phi=k[T(x)-T_0]\cdot\frac{T(x)-T_\mathrm{b}}{t}+\lambda t. \tag{9}$$

假设炉壁温度沿 x 轴方向线性分布，即

$$T(x)=\frac{x}{L}(T_L-\gamma T_0)+\gamma T_0, \tag{10}$$

式中，T_L 为出口处炉壁温度，γ 为入口处炉壁无量纲温度.

将式(10)代入式(9)，令 $\partial\Phi/\partial t=0$ 代入式(8)可得绝热层最优构形为

$$t_\mathrm{opt}=\frac{Ak(\gamma T_0-T_L)(L-2x)+2hV[LT_0(\gamma-1)+(T_L-\gamma T_0)x]}{AhL[(\gamma-2)T_0+T_L]}. \tag{11}$$

将式(10)和(11)代入式(7)可得绝热层的最小㶲耗散率为

$$\dot{E}_{vh\phi,m}=\frac{kA^2[(\gamma-2)T_0+T_L]^2}{4(Ak/h+V)}. \tag{12}$$

当 t=V/A 时，可得图1(a)的等厚度绝热层㶲耗散率为

$$\dot{E}_{vh\phi,c}=\frac{kA^2\left[(\gamma^2-3\gamma+3)T_0^2+(\gamma-3)T_0T_L+T_L^2\right]}{3(Ak/h+V)}. \tag{13}$$

比较式(12)和(13)可知，当入口处炉壁无量纲温度γ=1.10，T_L/T_0=4.94(出口处炉壁温度为 T_L=1200℃，环境温度为 T_0=25℃[35])时，㶲耗散率最小的变厚度绝热层与等厚度绝热层相比，其㶲耗散率降低了23.14%，且该值随着γ的增大而减小、随着 T_L/T_0 的增大而增大. 由此可见，对流传热边界条件下采用变厚度的绝热层整体绝热性得到明显提高.

由式(6)可得热损失率最小时的绝热层最优构形为

$$t_\mathrm{opt}=-\frac{k}{h}+\frac{3}{2}\left(\frac{k}{h}+\frac{V}{A}\right)\times\frac{(T_L-\gamma T_0)\left[(\gamma-1)T_0+(T_L-\gamma T_0)x/L\right]^{1/2}}{\left[(T_L-T_0)^{3/2}-T_0^{3/2}(\gamma-1)^{3/2}\right]}. \tag{14}$$

由式(11)和(14)可知，㶲耗散率最小的绝热层最优构形与热损失率最小的绝热层最优构形是明显不同的. 计算表明，当γ=1.10 和 T_L/T_0=4.94 时，㶲耗散率最小的绝热层最优构形与热损失率最小的绝热层最优构形相比，㶲耗散率降低了 5.98%，也即绝热层平均热损失率($\dot{E}_{vh\phi,\mathrm{m}}/(T_L-T_0)$)也减少了 5.98%. 热损失率最小的绝热层最优构形并不能反映绝热层的整体绝热性能，而㶲耗散率最小的绝热层最优构形是绝热层平均热损失率最小化的体现，反映了其整体绝热性能，其温度梯度场比热损失率最小的温度梯度场更均匀. 因此，本文㶲耗散率最小的绝热层构形优化使得其整体绝热性能得到提高. 当$\gamma\to1.0$，且 $h\to\infty$ 时，对流传热边界条件下炉壁绝热层模型转化为文献[36]等温边界条件下炉壁绝热层模型，本文结果转化为文献[36]所得相应结果.

3 复合传热边界条件下绝热层构形优化

第 2 节对对流传热边界条件下的平板绝热层进行了构形优化，在实际中绝热层外表面可能与环境发生辐射换热. 在辐射传热边界条件下，图 1(b)中变厚度平板绝热层 dx 长度内的热流平衡方程为

$$k\frac{T(x)-T_\mathrm{b}}{t}\cdot W\mathrm{d}x=\varepsilon\sigma(T_\mathrm{b}^4-T_0^4)\cdot W\mathrm{d}x, \tag{15}$$

式中，黑度系数ε为0.8[38]，σ为史蒂芬-波尔兹曼常数.

为简化计算，假设绝热层厚度与其位置呈线性关系[38]，即

$$t(x)=a_1+a_2x, \tag{16}$$

式中，a_1 和 a_2 为常系数. 由式(8)可得

$$a_1=\frac{V}{A}-\frac{a_2L}{2}. \tag{17}$$

式(7), (10), (15)和(16)可分别无量纲化为

$$\tilde{E}_{vh\phi}=\frac{\dot{E}_{vh\phi}}{T_0^2kW}=\int_0^1[\tilde{T}(\xi)-1]\cdot\frac{\tilde{T}(\xi)-\tilde{T}_\mathrm{b}}{\tilde{t}}\mathrm{d}\xi, \tag{18}$$

$$\tilde{T}(\xi)=\xi[\tilde{T}(1)-\gamma]+\gamma, \tag{19}$$

$$b_1(\tilde{T}_\mathrm{b}^4-1)=\frac{[\tilde{T}(\xi)-\tilde{T}_\mathrm{b}]}{\tilde{t}}, \tag{20}$$

$$\tilde{t}=\tilde{t}_\mathrm{ave}+a_2(\xi-0.5), \tag{21}$$

式中，t_ave (t_ave=V/A)为绝热层平均厚度，且 $\xi=x/L$，$\tilde{t}=t/L$，$\tilde{T}=T/T_0$，$b_1=T_0^3\,\varepsilon\sigma L/k$.

对于对流换热和辐射换热同时存在的复合传热情形，式(20)对应的热流平衡方程为

$$b_1(\tilde{T}_b^4-1)+\frac{hL}{k}(\tilde{T}_b-1)=\frac{\left[\tilde{T}(\xi)-\tilde{T}_b\right]}{\tilde{t}}. \quad (22)$$

当 h=0 时, 式(22)的热流平衡方程简化为式(20)的热流平衡方程.

由式(18)~(22)可以看出, 无量纲燃耗散率 $\tilde{\dot{E}}_{vh\phi}$ 与无量纲平均绝热层厚度 $\tilde{t}_{ave}$, 常系数 a_2 和入口处炉壁无量纲温度 γ 有关. 式(18)~(22)很难通过直接代入法求得无量纲燃耗散率, 本文将方程进行离散化处理后通过数值计算方法进行求解. 计算中取绝热层长度 L=30 m[35]、导热系数 k=0.2047 W/(m K)[35]、绝热层平均厚度 t_{ave}=0.4 m[35]、环境温度 T_0=25℃、对流传热系数 h=10 W/(m^2 K)[37]、入口处炉壁无量纲温度 γ=1.1、出口处炉壁无量纲温度 $\tilde{T}(1)=4.94$. 在分析绝热层绝热性能时, 无特殊注明的情况下, 以上参数均保持假定值不变.

图 2 和 3 分别给出了常系数 a_2 对绝热层无量纲厚度 $\tilde{t}$ 和无量纲外表面温度 $\tilde{T}_b$ 与位置 ξ 关系的影响. 从图 2 可以看出, 当 a_2<0 时, 绝热层无量纲厚度 $\tilde{t}$ 随着位置 ξ 的增大而减小; 当 a_2>0 时, 则相反. 从图 3 可以看出, 当 ξ<0.5 时, 绝热层无量纲外表面温度 $\tilde{T}_b$ 随着常系数 a_2 的增大而增大. 由于 a_2>0 时入口处绝热层厚度较小, 而 a_2<0 时入口处绝热层厚度较大, 所以在给定温度边界下 a_2>0 时的绝热层外表面温度比 a_2<0 时的绝热层外表面温度高. 当 ξ>0.5 时, 结论则相反. 此外, 通过比较辐射传热边界条件和复合传热边界条件下的绝热层外表面温度可知, 由于复合传热边界条件下的绝热层散热性能更强, 该条件下的绝热层外表面温度更低.

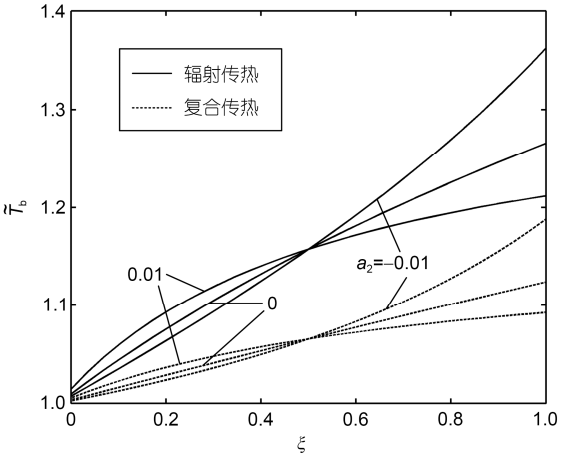

图 3 a_2 对 $\tilde{T}_b$ 与 ξ 关系的影响

图 4 给出了不同传热边界条件下常系数 a_2 对无量纲燃耗散率 $\tilde{\dot{E}}_{vh\phi}$ 与绝热层无量纲平均厚度 $\tilde{t}_{ave}$ 关系的影响. 从图中可以看出, 当常系数 a_2 一定时, 随着绝热层厚度的增大, 绝热层燃耗散率降低, 其整体绝热性能明显提高. 当绝热层平均厚度一定时, 随着常系数 a_2 的增大($a_2<2\tilde{t}_{ave}$), 绝热层燃耗散率降低; 当 $\tilde{t}_{ave}=0.01$ 时, a_2=0.01 时的绝热层性能与 a_2=0 和 a_2=−0.01 的绝热层性能相比, 复合传热边界条件下的绝热层燃耗散率分别降低了 16.59%和 39.72%, 由此可见绝热层厚度随其位置线性增大的布置方式使得绝热层整体绝热性能大大提高. 此外, 通过比较辐射传热边界条件和复合传热边界条件下的绝热层燃耗散率可知, 复合传热边界条件下的绝热层燃耗散率更大.

图 5 给出了复合传热边界条件下入口处炉壁无

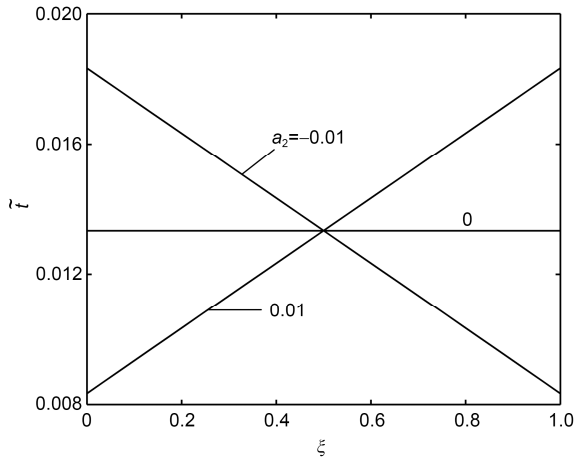

图 2 a_2 对 $\tilde{t}$ 与 ξ 关系的影响

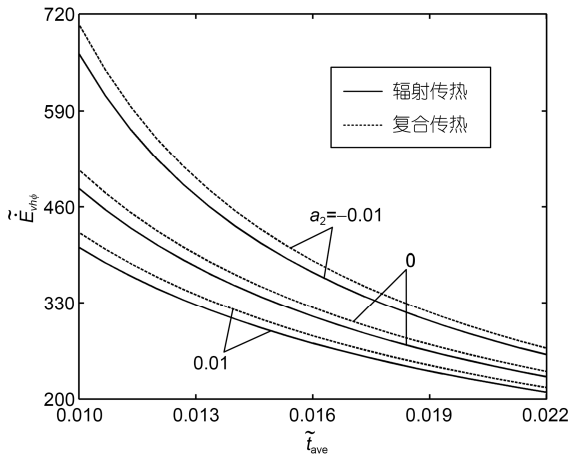

图 4 a_2 对 $\tilde{\dot{E}}_{vh\phi}$ 与 $\tilde{t}_{ave}$ 关系的影响

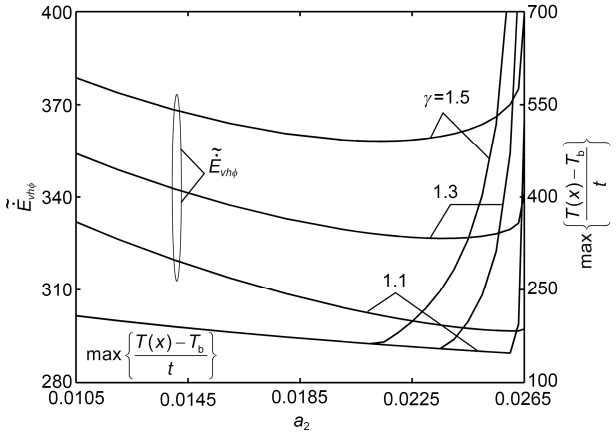

图 5　γ对 $\tilde{\dot{E}}_{vh\phi}$ 和 $\max\{[T(x)-T_b]/t\}$与 a_2 关系的影响

量纲温度γ对绝热层无量纲熵耗散率 $\tilde{\dot{E}}_{vh\phi}$ 和最大温度梯度 $\max\{[T(x)-T_b]/t\}$与常系数 a_2 关系的影响. 从图中可以看出, 当常系数 a_2 一定时, 随着无量纲温度γ的增大, 炉壁平均温度和绝热层热流均增大, 绝热层无量纲熵耗散率 $\tilde{\dot{E}}_{vh\phi}$ 也相应增大. 当无量纲温度γ一定时, 随着常系数a_2的增大, $\tilde{\dot{E}}_{vh\phi}$ 和 $\max\{[T(x)-T_b]/t\}$ 均先减小后增大. 当γ=1.1 时, 存在最佳常系数 $a_{2,opt}$=0.0261 使得绝热层无量纲熵耗散率取得最小值 $\tilde{\dot{E}}_{vh\phi,m}=296.6$, 对应的最大温度梯度为 149.7 K/m; 计算表明, 存在最佳常系数 $a_{2,opt}$=0.0160 使得绝热层无量纲热损失率($\tilde{q}=q/(T_0kW)$)取得最小值 $\tilde{q}_m$ =133.3, 对应的最大温度梯度为 181.1 K/m. 此时, 熵耗散率最小的绝热层最优构形与热损失率最小的绝热层最优构形相比, 其熵耗散率降低了 5.48%, 而热损失率提高了 9.83%. 此外, 随着无量纲温度γ的增大, 熵耗散率最小和热损失率最小的最佳常系数 $a_{2,opt}$ 均减小. 从图 5 可以进一步看出, 绝热层熵耗散率最小值和最大温度梯度最小值对应的最佳常系数 $a_{2,opt}$ 相差不大; 与最大温度梯度最小的绝热层最优构形相比, 熵耗散率最小的最大温度梯度仅提高了 1.70%, 而热损失率最小的最大温度梯度提高了 23.03%. 由此可知, 熵耗散率最小的绝热层最优构形虽然使得热损失率有所提高, 但熵耗散率最小的绝热层最优构形是绝热层平均热损失率最小化的体现, 本质上熵耗散率最小的绝热层温度梯度场比热损失率最小的温度梯度场更均匀; 同时, 熵耗散率最小的绝热层最大温度梯度也大大减小, 使得其对应的热应力较小. 因此, 本文熵耗散率最小的绝热层最优构形在提高绝热层整体绝热性能的同时也提高了其热安全性.

4　结论

本文以熵耗散率最小为优化目标, 基于绝热过程的熵耗散极值原理, 在对流传热和辐射传热边界条件下, 对轧钢加热炉壁平板绝热层进行了构形优化, 得到了平板绝热层的最优构形. 结果表明: 对流传热边界条件时, 熵耗散率最小的绝热层最优构形与热损失率最小的绝热层最优构形是明显不同的. 当γ=1.10 和 T_L/T_0=4.94 时, 熵耗散率最小的绝热层最优构形与热损失率最小的绝热层最优构形相比, 熵耗散率降低了 5.98%, 从而使得其整体绝热性能得到提高. 当 $\gamma\to1.0$, 且 $h\to\infty$ 时, 对流传热边界条件下炉壁绝热层模型转化为文献[36]等温边界条件下炉壁绝热层模型. 复合传热边界条件时, 当位置ξ<0.5 时, 绝热层无量纲外表面温度 $\tilde{T}_b$ 随着常系数 a_2 的增大而增大. 当ξ>0.5 时, 结论则相反. 当常系数 a_2 一定时, 随着绝热层厚度的增大, 绝热层熵耗散率降低, 其整体绝热性能明显提高. 当 $\tilde{t}_{ave}=0.01$ 时, a_2=0.01 时的绝热层性能与 a_2=0 和 a_2=−0.01 的绝热层性能相比, 绝热层熵耗散率分别降低了 16.59%和 39.72%, 由此可见绝热层厚度随其位置线性增大的布置方式使得绝热层整体绝热性能大大提高. 当无量纲温度γ一定时, 随着常系数 a_2 的增大, $\tilde{\dot{E}}_{vh\phi}$ 和 $\max\{[T(x)-T_b]/t\}$ 均先减小后增大; 当入口处炉壁无量纲温度γ=1.1 时, 存在最佳常系数 $a_{2,opt}$=0.0261 使得绝热层无量纲熵耗散率取得最小值 $\tilde{\dot{E}}_{vh\phi,m}=296.6$. 绝热层最小无量纲熵耗散率和最大温度梯度最小值对应的最佳常系数 $a_{2,opt}$ 相差不大, 这使得熵耗散率最小的绝热层最优构形对应的热应力也较小, 从而在提高绝热层整体绝热性能的同时也提高了其热安全性. 实际绝热层设计过程中, 可采用熵耗散率最小的绝热层最优构形设计方案, 以使得绝热层整体绝热性能达到最优.

参考文献

1　Guo Z Y, Zhu H Y, Liang X G. Entransy—A physical quantity describing heat transfer ability. Int J Heat Mass Transfer, 2007, 50: 2545–2556

2 李志信, 过增元. 对流传热优化的场协同理论. 北京: 科学出版社, 2010
3 过增元, 程新广, 夏再忠. 最小热量传递势容耗散原理及其在导热优化中的应用. 科学通报, 2003, 48: 21–25
4 韩光泽, 朱宏晔, 程新广, 等. 导热与弹性系统及导电的相似性. 工程热物理学报, 2005, 26: 1022–1024
5 韩光泽, 过增元. 导热能力损耗的机理及其数学表述. 中国电机工程学报, 2007, 27: 98–102
6 朱宏晔, 陈泽敬, 过增元. 熵耗散极值原理的电热模拟实验研究. 自然科学进展, 2007, 17: 1692–1698
7 陈林根. 熵理论及其应用的进展. 科学通报, 2012, 57: 2815–2835
8 Chen Q, Liang X G, Guo Z Y. Entransy theory for the optimization of heat transfer—A review and update. Int J Heat Mass Transfer, 2013, 63: 65–81
9 柳雄斌, 孟继安, 过增元. 换热器参数优化中的熵产极值和熵耗散极值. 科学通报, 2008, 52: 3026–3029
10 魏曙寰, 陈林根, 孙丰瑞. 基于矩形单元体的以熵耗散最小为目标的"体点"导热构形优化. 中国科学 E 辑: 技术科学, 2009, 39: 278–285
11 Guo Z Y, Liu X B, Tao W Q, et al. Effectiveness-thermal resistance method for heat exchanger design and analysis. Int J Heat Mass Transfer, 2010, 53: 2877–2884
12 李秦宜, 陈群. 平板太阳能集热器传热性能的熵理论优化. 科学通报, 2011, 56: 2819–2826
13 谢志辉, 陈林根, 孙丰瑞. T 形肋熵耗散率最小与最大热阻最小构形优化的比较研究. 中国科学: 技术科学, 2011, 41: 962–970
14 肖庆华, 陈林根, 孙丰瑞. 强迫对流换热冷却的产热体熵耗散率最小构形优化. 科学通报, 2011, 56: 2032–2039
15 Chen L G, Wei S H, Sun F R. Constructal entransy dissipation rate minimization of a disc. Int J Heat Mass Transfer, 2011, 54: 210–216
16 Guo J F, Huai X L. Optimization design of recuperator in a chemical heat pump system based on entransy dissipation theory. Energy, 2012, 41: 335–343
17 Xu M T. Variational principles in terms of entransy for heat transfer. Energy, 2012, 44: 973–977
18 程雪涛, 王文华, 梁新刚. 基于广义传热定律的传热与热功转换优化. 中国科学: 技术科学, 2012, 42: 1179–1187
19 Chen L G, Xiao Q H, Xie Z H, et al. T-shaped assembly of fins with constructal entransy dissipation rate minimization. Int Comm Heat Mass Transfer, 2012, 39: 1556–1562
20 冯辉君, 陈林根, 孙丰瑞. 基于熵耗散率最小的叶形肋片构形优化. 中国科学: 技术科学, 2012, 42: 456–466
21 冯辉君, 陈林根, 谢志辉, 等. 基于熵理论的 H 型多尺度换热器构形优化. 中国科学: 技术科学, 2013, 43: 169–177
22 周兵, 程雪涛, 梁新刚. 斯特林循环输出功率优化分析. 中国科学: 技术科学, 2013, 43: 97–105
23 Chen Q. Entransy dissipation-based thermal resistance method for heat exchanger performance design and optimization. Int J Heat Mass Transfer, 2013, 60: 156–162
24 Cheng X T, Zhang Q Z, Xu X H, et al. Optimization of fin geometry in heat convection with entransy theory. Chin Phys B, 2013, 22: 020503
25 Bejan A. Shape and Structure, from Engineering to Nature. Cambridge: Cambridge University Press, 2000
26 Reis A H. Constructal theory: From engineering to physics, and how flow systems develop shape and structure. Appl Mech Rev, 2006, 59: 269–282
27 Bejan A, Lorente S. Design with Constructal Theory. New Jersey: Wiley, 2008
28 Bejan A, Lorente S. The constructal law and the evolution of design in nature. Phys Life Rev, 2011, 8: 209–240
29 Bejan A, Zane P J. Design in Nature. New York: Doubleday, 2012
30 陈林根. 构形理论及其应用的研究进展. 中国科学: 技术科学, 2012, 42: 505–524
31 Rocha L A O, Lorente S, Bejan A. Constructal Law and the Unifying Principle of Design. Berlin: Springer, 2013
32 Bejan A, Lorente S. Constructal law of design and evolution: Physics, biology, technology, and society. J Appl Phys, 2013, 113: 151301
33 Bejan A. How to distribute a finite amount of insulation on a wall with nonuniform temperature. Int J Heat Mass Transfer, 1993, 36: 49–56
34 李大鹏, 陈林根, 孙丰瑞. 管状表面绝热层布置的优化. 电站系统工程, 1995, 11: 29–31
35 Kang D H, Lorente S, Bejan A. Constructal distribution of multi-layer insulation. Int J Energy Res, 2013, 37: 153–160
36 冯辉君, 陈林根, 谢志辉, 等. 基于熵耗散极值原理的轧钢加热炉壁绝热构形优化. 中国科学: 技术科学, 2012, 42: 1377–1387
37 Kalyon M, Sahin A Z. Application of optimal control theory in pipe insulation. Numer Heat Transfer, Part A, 2002, 41: 391–402
38 Sahin A Z. Optimal insulation of ducts in extraterrestrial applications. Int J Energy Res, 2004, 28: 195–203
39 Sahin A Z, Kalyon M. Maintaining uniform surface temperature along pipes by insulation. Energy, 2005, 30: 637–647
40 Lorente S, Bejan A. Combined 'flow and strength' geometric optimization: Internal structure in a vertical insulating wall with air cavities and prescribed strength. Int J Heat Mass Transfer, 2002, 45: 3313–3320
41 谢志辉, 陈林根, 孙丰瑞. 基于热流与强度复合目标的立式绝热壁构形优化. 中国科学: 技术科学, 2011, 41: 809–820
42 Al-Sanea S A, Zedan M F. Improving thermal performance of building walls by optimizing insulation layer distribution and thickness for same thermal mass. Appl Energy, 2011, 88: 3113–3124
43 Ekici B B, Gulten A A, Aksoy U T. A study on the optimum insulation thicknesses of various types of external walls with respect to different materials, fuels and climate zones in Turkey. Appl Energy, 2012, 92: 211–217
44 Kayfeci M, Keçebaş A, Gedik E. Determination of optimum insulation thickness of external walls with two different methods in cooling applications. Appl Therm Engng, 2013, 50: 217–224