科学通报 2017 年 第 62 卷 第 9 期：944 ~ 950
论 文
《中国科学》杂志社
SCIENCE CHINA PRESS

大尺度有效引力理论与洛仑兹破缺

杨礼想[1], 吴奕暐[1], 魏文叶[1], 薛迅[1*], 阮自强[2]

1. 华东师范大学物理系, 上海 200241;
2. "中央"研究院物理研究所, 台北 11529
* 联系人, E-mail: xxue@phy.ecnu.edu.cn

2016-03-21 收稿, 2016-06-20 修回, 2016-06-21 接受, 2017-01-16 网络版发表
国家自然科学基金(11435005)资助

摘要 微波背景辐射的多普勒效应可能意味着在宇宙学尺度上洛仑兹boost不变性的破缺, 假定洛仑兹对称性从星系尺度上开始部分破缺, 以非常狭义相对理论模型的对称群为例, 构造了其相应的规范理论作为大尺度上的有效引力理论, 发现这些洛仑兹破缺的引力模型共同特征是即使物质源为普通标量物质时, 时空挠率和contortion也一般不会为零, 而广义相对论在这种情况下给出零挠率和零contortion, 时空联络为Levi-Civita 联络. 非零contortion的存在贡献一个等效的能量动量张量分布, 在星系乃至星系团尺度上的静态解中扮演暗物质角色, 在宇宙学尺度上的类Roberson-Walker膨胀解中扮演暗物质与暗能量的角色, 很可能会贡献一部分暗物质、暗能量效应. 以Sim(2)为例, 特别研究了其规范理论的自洽性, 包括Maurer-Cartan方程在Sim(2)上的闭合性和以及由Jacobi恒等式在Sim(2)上导致的第一和第二Bianchi恒等式.

关键词 非常狭义相对论, 有效引力理论, contortion, 洛仑兹破缺, 星系旋转曲线

随着狭义相对论的建立, 一百多年来洛仑兹对称性经历无数检验, 成为物理学中最严格的对称性之一. 但自然界所呈现出的现象却没有洛仑兹对称性, 一方面引力的成团机制破坏了洛仑兹对称性, 另一方面也有物理学家质疑洛仑兹对称性没那么严格, 稍微有点儿破缺, 积累下来就很可观. 在小尺度上排除积累因素, 对洛仑兹对称性的成立没有质疑, 质疑来自量子引力起作用的尺度, 但这方面的现象都是普朗克能标压低的, 现在实验上没有数据支持. 宏观上, 在小于太阳系的尺度上, 洛仑兹对称性经历了严格的检验, 广义相对论是具有局域洛仑兹对称性的理论, 在太阳系范围内, 广义相对论得到了精确检验. 大尺度, 比如达到星系尺度以上, 洛仑兹对称性能否成立, 事实上是没有经过验证的, 相反, 有明显偏离广义相对论和牛顿万有引力理论预言的天文观测, 如星系旋转曲线和宇宙加速膨胀, 比较流行的做法是用暗物质和暗能量解释天文观测对于广义相对论的偏离.

如果除了极早期宇宙, 量子引力曾经起过作用, 主宰宇宙后期的物理规律都是具有局域洛仑兹不变性的, 那么在现在的观测中, 微波背景辐射应该是最具有洛仑兹对称性的实验观测, 因为引力起的作用那时积累的最小(从观测角度来看).

微波背景辐射整体上印证宇宙学原理, 即均匀各向同性, 但其具有微小的各向异性, 这些小的温度涨落展示了生成现在宇宙的大尺度结构, 诸如星系团和暗物质网络的极早期宇宙时空涟漪. 2013年3月21日普朗克探测卫星实验组发布了全巡天CMB图, 展示了来自于宇宙年龄37万年时的深天细微温度涨落, 它们反映了宇宙存在的第一个10^{-30} s的时空涟漪[1].

从CMB的数据可以看到, 我们的本星系团相对

引用格式: 杨礼想, 吴奕暐, 魏文叶, 等. 大尺度有效引力理论与洛仑兹破缺. 科学通报, 2017, 62: 944–950
Yang L X, Wu Y W, Wei W Y, et al. The effective gravitation theory at large scale with Lorentz violation (in Chinese). Chin Sci Bull, 2017, 62: 944–950, doi: 10.1360/N972016-00373

© 2017《中国科学》杂志社

于CMB静止参考系以(369±0.9) km/s的速度沿银经l=263.99±0.14, b=48.26±0.03方向运动, 这个运动导致单极距多普勒效应以及偶极矩各向异性[2,3], 从理论角度看, CMB静止参考系的存在即使在远离任何星系的地方都破坏了洛仑兹协变性. CMB数据还存在低多级矩和其他反常, 诸如非常大尺度的各向异性, 反常排列和非高斯分布等, 其中持续时间最长的争论来自于低–l多级矩: 球谐展开l=2的四级矩振幅与大爆炸预言相比过低, l=3的四级矩与八级矩模式间有无法解释的联系并与黄道面和黄道面与天球赤道两个交点连线有联系, 这个连线也被称为邪恶轴心. CMB观测的这些反常, 有的物理学家认为蕴含着新物理的信息[4].

马赫原理是爱因斯坦构建广义相对论时借鉴过的一个哲学猜想, 具体是说局域惯性标架由大尺度物质分布确定, 马赫原理可以更一般地陈述为: 局域物理规律由宇宙的大尺度结构确定. 马赫原理虽不足为凭, 但也为我们思考大尺度上洛仑兹对称性的问题提供了参考.

总结CMB的观测数据的各向异性、多普勒效应、偶极矩反常和邪恶轴心等现象, 断言在大尺度上局域洛仑兹对称性破缺是很合理的猜想. 另一方面, 通常局域被认为是很小尺度的时空, 但一个物理学上有意义的局域的大小事实上也与感兴趣的物理现象有关, 大尺度引力现象的局域可以与电磁现象的局域有着极大的差异.

20世纪90年代中期起, 关于洛仑兹对称性破缺的理论研究和实验探索就方兴未艾. 1997年Coleman和Glashow[5]讨论了用不变矢量描述由于存在微波背景辐射静止系导致的boost不变性的破缺. Colladay和Kostelecký[6]将可能的洛仑兹破缺效应纳入标准模型的框架, 建立了所谓洛仑兹破缺的标准模型拓展理论框架

2006年, Cohen与Glashow[7]提出了非常狭义相对论的理论模型, 将洛仑兹破缺与CP破缺联系到了一起. 他们发现为描述所有已观测的物理现象, 用洛仑兹群的真子群与时空平移群的半直积作为局域对称群也许就足够了, 条件是这种真子群加入P、T或CP之一就能扩张成完整的洛仑兹群. 假定物理局域对称群是洛仑兹群的子群, 当CP守恒时, 整个时空对称群就表现为整个洛仑兹群, 但如果CP是破缺的, 局域对称群连同分立对称群就不是整个洛仑兹群, 这样洛仑兹破缺就与CP破缺联系到了一起. 满足这样要求的Lorentz群子群为: E(2), HOM(2)与SIM(2). Lorentz李代数6个生成元, 可以标记为3个转动(J_x, J_y, J_z)与3个赝转动(K_x, K_y, K_z). 非常狭义相对论的4个子群是由生成元$T_1=K_x+J_y$, $T_2=K_y-J_x$, J_z和K_z生成的, 见表1.

1 引力的规范理论

自20世纪50年代开始至70年代末随着杨振宁, Mills的SU(2)规范理论的提出, Utiyama[8]也考虑了非紧致李群, 洛仑兹群的规范理论, 后来经过Sciama[9], Kibble[10], Ne'eman, Trautman[11]和Hehl等人[12]的发展, 建立了比较完善的以局域洛仑兹群和局域庞加莱群为规范群的规范理论, 并且发现, 洛仑兹规范理论正好可以给出爱因斯坦引力理论. 爱因斯坦在建立广义相对论时, 锁定了等效原理, 作为概念上能从狭义相对论跨越到广义相对论的桥梁. 等效原理可以这样来表述, 在每个时空点上都允许通过选取参考系来消除引力效应, 在这样的参考系中, 时空局域平直, 这样的参考系即所谓自由落体参考系. 这些参考系的坐标轴取向从一个时空点到另外一个当然是任意变化的, 所以每个时空局域都有独立的洛仑兹不变性. 就一个一般的时空流形而言, 局域平直坐标系, 或者自由降落坐标系不可能是全局坐标系, 其坐标一般为非完整坐标, 从局域平直坐标到一般完整坐标的变换由四标架(tetrad或者vierbein)描述, 时空由四标架场刻画. 在每个时空点局域, 物理学由狭义相对论描述, 我们可以由对平直非完整坐标的相对论场的拉格朗日密度, 得到局域的各种场的动力学, 在有引力的情况下, 局域洛仑兹不变性就必须由洛仑兹规范场的引入来保证, 这个规范场表现为联络. 在局域洛仑兹变换 $x^\mu \to \Lambda^\mu{}_\nu x^\nu$ 下, 如果物质场ψ按洛仑兹群表示$U(\Lambda(x))$变换, 即 $\psi \xrightarrow{x^\mu \to \Lambda^\mu{}_\nu x^\nu} U\left(\Lambda(x)\right)\psi$,

表 1 非常狭义相对论的 4 个子群

Table 1 Four subgroups of very special relativity

群	生成元	代数
$T(2)$	T_1, T_2	$[T_1, T_2]=0$
$E(2)$	T_1, T_2, J_z	$[T_1, T_2]=0$, $[T_1, J_z]=-iT_2$, $[T_2, J_z]=iT_1$
$HOM(2)$	T_1, T_2, K_z	$[T_1, T_2]=0$, $[T_1, K_z]=iT_1$, $[T_2, K_z]=iT_2$
$SIM(2)$	T_1, T_2, J_z, K_z	$[T_1, T_2]=0$, $[T_1, J_z]=-iT_2$, $[T_2, J_z]=iT_1$ $[J_z, K_z]=0$, $[T_1, K_z]=iT_1$, $[T_2, K_z]=iT_2$

为使理论具有局域洛仑兹不变性, 闵氏时空拉氏量 $\mathscr{L}\left(\partial_\mu\psi,\cdots\right)$ 需要变为 $\mathscr{L}\left(\mathscr{D}_\mu\psi,\cdots\right)$, 协变导数算符为 $\mathscr{D}_\mu=\partial_\mu-\dfrac{\mathrm{i}}{2}A_\mu^{ab}S_{ab}$, 其中 S_{ab} 为洛仑兹群生成元, $A_\mu=\dfrac{1}{2}A_\mu^{ab}S_{ab}$ 是洛仑兹规范场或者洛仑兹联络.

当计入局域庞加莱变换时, 四标架场 h_μ^a 满足 $\eta_{ab}=g_{\mu\nu}h_a{}^\mu h_b{}^\nu$ 和 $g_{\mu\nu}=\eta_{ab}h_\mu^a h_\nu^b$, 是局域平移变换的规范场. 曲率和挠率扮演洛仑兹联络和四标架场的场强角色, 即Maurer-Cartan方程

$$\left[\mathscr{D}_a,\mathscr{D}_b\right]=T_{ab}^p\mathscr{D}_p+\frac{\mathrm{i}}{2}R_{ab}^{pq}S_{pq}.$$

对规范场 A_μ^{ab}, 规范不变的作用量, 可以选取Yang-Mills作用量, 也可以选取Hilbert-Einstein作用量, Yang-Mills作用量量纲为–4, 耦合常数无量纲, 不能给出牛顿引力极限, 而采用Hilbert-Einstein作用量则可以证明, 它就是广义相对论. 对于时空局域平移的规范场, 其作用量也可以采用Yang-Mills作用量, Hehl讨论了这样的理论. 但是无论洛仑兹群还是庞加莱群都是非紧致李群, Yang-Mills作用量给出的理论由于其哈密顿量不正定, 不是个有良好定义的理论.

如果采用爱因斯坦作用量 $S_E=\dfrac{1}{16\pi G}\int \mathrm{d}^4x hR_{ab}^{ab}$, $h=\det\left(h_\mu^a\right)$, 对洛仑兹联络做变分得到过于联络的一个约束 $\mathscr{D}_\nu\left(h\left(h_a^\nu h_b^\mu-h_a^\mu h_b^\nu\right)\right)=0$, 这意味着联络是Levi-civita联络

$$\Gamma_{\nu\mu}^\rho=\frac{1}{2}g^{\rho\lambda}\left(g_{\mu\lambda,\nu}+g_{\nu\lambda,\mu}-g_{\mu\nu,\lambda}\right).$$

对4-标架场的变分则给出爱因斯坦场方程

$$R_c^a-\frac{1}{2}\delta_c^a R=0.$$

如果存在物质场, 这个理论一般不是没有挠率的理论, 标量源给出零挠率理论而旋量源则给出非零挠率, 作为宏观引力源, 由于都是标量物质, 所以相应的引力就是挠率为零的引力理论也就是广义相对论.

2 Sim(2)群的规范理论

要描述一个局域Sim(2)不变的理论、引力, 只需将局域变换限制在Sim(2)上即可,

$$\psi\xrightarrow{x^\mu\to\Lambda_\nu^\mu x^\nu}U\left(\Lambda(x)\right)\psi,\ \Lambda(x)\in\mathrm{Sim}(2).$$

在Sim(2)情形, 因为

$$\begin{aligned}A_\mu=&\frac{1}{2}A_\mu^{ab}S_{ab}\\=&A_\mu^{10}S_{10}+A_\mu^{20}S_{20}+A_\mu^{30}S_{30}+A_\mu^{12}S_{12}+A_\mu^{23}S_{23}+A_\mu^{31}S_{31}\\=&\frac{1}{2}\left(A_\mu^{10}+A_\mu^{31}\right)T_1+\frac{1}{2}\left(A_\mu^{10}-A_\mu^{31}\right)\left(S_{10}-S_{31}\right)\\&+\frac{1}{2}\left(A_\mu^{20}+A_\mu^{23}\right)\left(S_{20}+S_{23}\right)+\frac{1}{2}\left(A_\mu^{20}-A_\mu^{23}\right)T_2\\&+A_\mu^{30}K_3+A_\mu^{12}J_3,\end{aligned}$$

要限制在Sim(2)上, 只需设置约束条件

$$A_\mu^{10}-A_\mu^{31}=0,\ A_\mu^{20}+A_\mu^{23}=0$$

即可. 取作用量

$$S_E=\frac{1}{16\pi G}\int \mathrm{d}^4x h\left(R_{ab}^{ab}+\lambda_1^\mu\left(A_\mu^{10}-A_\mu^{31}\right)+\lambda_2^\mu\left(A_\mu^{20}+A_\mu^{23}\right)\right),$$

对洛仑兹联络做变分得到过于联络的一个约束

$$\begin{aligned}-\mathscr{D}_\nu\left(h\left(h_a^\nu h_b^\mu-h_a^\mu h_b^\nu\right)\right)+\lambda_1^\mu h\left(\delta_a^1\delta_b^0-\delta_a^3\delta_b^1\right)\\+\lambda_2^\mu h\left(\delta_a^2\delta_b^0-\delta_a^2\delta_b^3\right)=0.\end{aligned}$$

由此乘子 $\lambda_i{}^\mu$ 可以解出来, 得到约束方程,

$$\lambda_1^\mu h=\mathscr{D}_\nu\left(h\left(h_1^\nu h_0^\mu-h_1^\mu h_0^\nu\right)\right)=-\mathscr{D}_\nu\left(h\left(h_3^\nu h_1^\mu-h_3^\mu h_1^\nu\right)\right),$$

$$\lambda_2^\mu h=\mathscr{D}_\nu\left(h\left(h_2^\nu h_0^\mu-h_2^\mu h_0^\nu\right)\right)=\mathscr{D}_\nu\left(h\left(h_2^\nu h_3^\mu-h_2^\mu h_3^\nu\right)\right),$$

连同另外两个约束方程,

$$\mathscr{D}_\nu\left(h\left(h_3^\nu h_0^\mu-h_3^\mu h_0^\nu\right)\right)=0$$

和

$$\mathscr{D}_\nu\left(h\left(h_1^\nu h_2^\mu-h_1^\mu h_2^\nu\right)\right)=0.$$

将自旋联络分解为无挠部分与contorsion的和 $A_{bc}^a=\tilde{A}_{bc}^a+K_{bc}^a$, 其中 $\tilde{A}_{bc}^a=\dfrac{1}{2}\left(f_{bc}^a+f_{cb}^a-f_{bc}^a\right)$ 而 $K_{bc}^a=\dfrac{1}{2}\left(T_{bc}^a+T_{cb}^a-T_{bc}^a\right)$. 类似局域洛仑兹规范得到Levi-civita联络的推导, 在现在的情况下可以证明contorsion K_c^{ab} 有8个独立分量, 可以取为 $K_0^{10}, K_1^{10}, K_2^{10}, K_0^{20}, K_0^{30}, K_1^{30}, K_2^{30}, K_0^{12}$, 8个约束方程可以最终化简为

$$\begin{aligned}&2f_{10}^0+f_{31}^0-f_{30}^1+f_{10}^3=0,\\&f_{10}^1+f_{31}^1=0,\\&f_{12}^0-f_{20}^1+f_{12}^3-f_{10}^2+f_{23}^1-f_{31}^2=0,\\&f_{30}^1+f_{31}^0+f_{10}^3+2f_{31}^3=0,\\&2f_{20}^0-f_{30}^2+f_{20}^3-f_{12}^0=0,\\&f_{10}^2+f_{31}^2+f_{12}^0+f_{12}^3+f_{20}^1-f_{23}^1=0,\\&f_{23}^2-f_{20}^2=0,\\&f_{03}^2+f_{23}^0+2f_{23}^3-f_{20}^3=0.\end{aligned}$$

作用量对4-标架场的变分给出 $R_c^a-\frac{1}{2}\delta_c^a R=0$. 由于时空中运动的物体运动方程为测地线方程，只有联络的对称部分对测地线方程有贡献，借助自选联络的分解，曲率也可以做分解

$$R_{ab}^{mn}=\tilde{R}_{ab}^{mn}+R_{Kab}^{mn}+R_{CKab}^{mn},$$

其中 $\tilde{R}_{ab}^{mn}$ 和 R_{Kab}^{mn} 分别是无挠联络和contorsion构成的曲率，

$$R_{Kab}^{mn}\equiv\left(h_a^\nu h_b^\mu-h_a^\mu h_b^\nu\right)\left(\partial_\nu K_\mu^{mn}+K_{e\nu}^m K_\mu^{en}\right),$$

而 R_{CKab}^{mn} 是两者的交叉项

$$R_{CKab}^{mn}\equiv\left(h_a^\nu h_b^\mu-h_a^\mu h_b^\nu\right)\left(\tilde{A}_{e\nu}^m K_\mu^{en}+K_{e\nu}^m\tilde{A}_\mu^{en}\right).$$

由此，引力场方程 $R_c^a-\frac{1}{2}\delta_c^a R=0$ 可以写成

$$\tilde{R}_c^a-\frac{1}{2}\delta_c^a\tilde{R}=8\pi G\left(T_{Sim(2)}\right)_c^a,$$

其中

$$\left(T_{\mathrm{Sim}(2)}\right)_c^a=\frac{1}{8\pi G}\left(\frac{1}{2}\delta_c^a\left(R_K+R_{CK}\right)-\left(R_{Kc}{}^a+R_{CKc}^a\right)\right).$$

这样物体受到的引力由联络无挠部分提供，其曲率方程形式上满足一个能动张量为 $T_{\mathrm{sim}(2)}$ 的物质分布所产生的引力场方程，所以 $T_{\mathrm{sim}(2)}$ 为洛仑兹破缺效应提供的等效物质分布，它由物质分布引起，可以看作大尺度上物质分布表现出小尺度不具有的暗效应，可能会对暗物质有所贡献. 值得一提的是，如果全空间没有物质分布，$T_{\mathrm{sim}(2)}$ 也是恒为零的，闵氏时空依然为真空解.

对物质场分布 S_M 部分，设物质场作用量变分为

$$\delta S_M=\int \mathrm{d}^4 x h\left(\frac{1}{2}\delta h_a^c\left(T_M\right)_c^a+\delta A_\mu^{ab}\left(C_M\right)_{ab}^\mu\right),$$

完整的引力场方程为

$$\tilde{R}_c^a-\frac{1}{2}\delta_c^a\tilde{R}=8\pi G\left(T_{\mathrm{Sim}(2)}+T_M\right)_c^a,$$

约束条件

$$A_\mu^{10}-A_\mu^{31}=0,\ A_\mu^{20}+A_\mu^{23}=0.$$

导致联络满足的约束方程为

$$\begin{aligned}&\mathscr{D}_\nu\left(h\left(h_1^\nu h_0^\mu-h_1^\mu h_0^\nu\right)\right)+\mathscr{D}_\nu\left(h\left(h_3^\nu h_1^\mu-h_3^\mu h_1^\nu\right)\right)\\&\qquad=16\pi G\left[\left(C_M\right)_{10}^\mu+\left(C_M\right)_{31}^\mu\right],\\&\mathscr{D}_\nu\left(h\left(h_2^\nu h_0^\mu-h_2^\mu h_0^\nu\right)\right)-\mathscr{D}_\nu\left(h\left(h_2^\nu h_3^\mu-h_2^\mu h_3^\nu\right)\right)\\&\qquad=16\pi G\left[\left(C_M\right)_{20}^\mu-\left(C_M\right)_{23}^\mu\right],\end{aligned}$$

$$\mathscr{D}_\nu\left(h\left(h_3^\nu h_0^\mu-h_3^\mu h_0^\nu\right)\right)=16\pi G\left(C_M\right)_{30}^\mu,$$

$$\mathscr{D}_\nu\left(h\left(h_1^\nu h_2^\mu-h_1^\mu h_2^\nu\right)\right)=16\pi G\left(C_M\right)_{12}^\mu.$$

这个引力理论即使引力源是标量物质，其挠率一般来说也是非零的，非平庸的挠率等效地贡献一个叠加到物质分布之上的等效能动张量场，表现出了在大尺度上物质分布具有暗效应，可能会提供部分的暗物质.

3 Sim(2)规范理论的自洽性分析

为得到描述一个局域Sim(2)不变的引力理论，我们借助了约束 $A_\mu^{10}-A_\mu^{31}=0,\ A_\mu^{20}+A_\mu^{23}=0$，使Sim(2)规范势取值在Sim(2)代数上而非洛仑兹代数上，亦即协变导数为

$$\mathscr{D}_\mu=\partial_\mu-i\left(A_\mu^{10}T_1+A_\mu^{20}T_2+A_\mu^{12}J_3+A_\mu^{20}K_3\right).$$

需要验证Maurer-Cartan方程在Sim(2)上依然成立，以及Bianchi恒等式对于Sim(2)联络的曲率和挠率依然成立. 对于Sim(2)联络易证曲率2形式的确只取值在Sim(2)代数上

$$\begin{aligned}&R_{ab}^{pq}S_{pq}\\&=2\left(h_a^\nu h_b^\mu-h_a^\mu h_b^\nu\right)\left[\left(\partial_\mu A_\nu^{10}+A_\mu^{12}A_\nu^{20}-A_\mu^{10}A_\nu^{30}\right)T_1\right.\\&\left.\quad+\left(\partial_\mu A_\nu^{20}-A_\mu^{12}A_\nu^{10}-A_\mu^{20}A_\nu^{30}\right)T_2+\partial_\mu A_\nu^{12}J_3+\partial_\mu A_\nu^{30}K_3\right].\end{aligned}$$

考虑挠率的贡献后，得到在sim(2)代数上满足Maurer-Cartan方程

$$\left[\mathscr{D}_a,\mathscr{D}_b\right]=T_{ab}^p\mathscr{D}_p+\frac{\mathrm{i}}{2}R_{ab}^{pq}S_{pq}.$$

下面再考察Bianchi恒等式，由Jacobi恒等式

$$\left[\mathscr{D}_m,\left[\mathscr{D}_n,\mathscr{D}_p\right]\right]+\left[\mathscr{D}_p,\left[\mathscr{D}_m,\mathscr{D}_n\right]\right]+\left[\mathscr{D}_n,\left[\mathscr{D}_p,\mathscr{D}_m\right]\right]=0$$

及Maurer-Cartan方程，可以得到限制在Sim(2)上的第一Bianchi恒等式

$$\begin{aligned}&\mathscr{D}_d T_{bc}^a+\mathscr{D}_c T_{db}^a+\mathscr{D}_b T_{cd}^a\\&=R_{bcd}^a+R_{dbc}^a+R_{cdb}^a+T_{bd}^e T_{ec}^a+T_{dc}^e T_{eb}^a+T_{cb}^e T_{ed}^a\end{aligned}$$

和Bianchi第二恒等式

$$\mathscr{D}_\nu R_{b\rho\mu}^a+\mathscr{D}_\mu R_{b\nu\rho}^a+\mathscr{D}_\rho R_{b\mu\nu}^a=0$$

依然成立.

4 局域Hom(2)和E(2)对称的引力理论

对于Hom(2)群约束条件变为

$$A_c^{10}-A_c^{31}=0,\ A_c^{20}+A_c^{23}=0, A_c^{12}=0.$$

Contorsion K_c^{ab} 的24个分量可以约化为12个独立

分量, 比如取为

$$K_0^{10}, K_1^{10}, K_2^{10}, K_0^{20}, K_1^{20}, K_0^{30}, K_1^{30}, K_2^{30}, K_0^{12}, K_1^{23}, K_3^{23}, K_1^{31}.$$

12个约束方程在物质场自旋角动量张量C_M=0的情况下约化为

$$\begin{aligned}
&K_0^{10} - K_3^{31} = 2f_{10}^0 + f_{31}^0 - f_{30}^1 + f_{10}^3,\\
&K_1^{20} + K_1^{23} = \frac{1}{2}\left(f_{20}^1 - f_{12}^0 + f_{10}^2 - f_{23}^1 - f_{12}^3 + f_{31}^2\right),\\
&K_0^{20} + K_3^{23} = 2f_{20}^0 - f_{23}^0 - f_{30}^2 + f_{20}^3,\\
&K_0^{12} = \frac{1}{2}\left(-f_{12}^0 - f_{20}^1 + f_{10}^2\right),\\
&K_2^{30} = \frac{1}{2}\left(2f_{20}^0 - f_{23}^0 - f_{30}^2 + f_{20}^3 - 2f_{12}^1\right),\\
&K_1^{30} = \frac{1}{2}\left(2f_{10}^0 + f_{31}^0 - f_{30}^1 + f_{10}^3 + 2f_{12}^2\right),
\end{aligned}$$

和

$$\begin{aligned}
&f_{10}^0 + f_{31}^0 + f_{10}^3 + f_{31}^3 = 0,\\
&f_{10}^1 - f_{31}^1 = 0,\\
&f_{20}^1 - f_{23}^1 + f_{10}^2 + f_{31}^2 = 0,\\
&f_{20}^0 - f_{23}^0 + f_{20}^3 - f_{23}^3 = 0,\\
&f_{23}^2 - f_{20}^2 = 0,\\
&3f_{23}^1 - 2f_{20}^1 + f_{31}^2 - f_{12}^3 = 0.
\end{aligned}$$

类似地, E(2)群约束条件变为

$$A_c^{10} - A_c^{31} = 0,\ A_c^{20} + A_c^{23} = 0,\ A_c^{30} = 0.$$

Contorsion K_c^{ab} 的24个分量可以约化为12个独立分量, 比如取为

$$K_0^{10}, K_1^{10}, K_2^{10}, K_3^{10}, K_0^{20}, K_2^{20}, K_3^{20}, K_0^{30}, K_1^{30}, K_2^{30}, K_0^{12}, K_1^{31}.$$

12个约束方程在物质场自旋角动量张量C_M=0的情况下约化为

$$\begin{aligned}
&K_0^{10} - K_3^{10} = \frac{1}{2}\left(-2f_{10}^0 - f_{31}^0 + f_{30}^1 - f_{10}^3\right),\\
&K_3^{20} - K_0^{20} = \frac{1}{2}\left(2f_{20}^0 - f_{23}^0 - f_{30}^0 + f_{20}^3\right),\\
&K_1^{10} - K_1^{31} = f_{23}^2 - f_{20}^2,\\
&K_0^{30} = f_{30}^0,\\
&K_1^{30} = \frac{1}{2}\left(f_{31}^0 - f_{30}^1 - f_{10}^3\right),\\
&K_2^{30} = \frac{1}{2}\left(-f_{20}^3 - f_{23}^0 - f_{30}^2\right),
\end{aligned}$$

和

$$\begin{aligned}
&f_{10}^0 + f_{31}^0 + f_{10}^3 + f_{31}^3 = 0,\\
&f_{10}^1 + f_{31}^1 - f_{20}^2 + f_{23}^2 = 0,\\
&f_{20}^1 - f_{23}^1 + f_{10}^2 + f_{31}^2 = 0,\\
&f_{20}^0 - f_{23}^0 + f_{20}^3 - f_{23}^3 = 0,\\
&f_{12}^0 + f_{12}^3 = 0,\\
&f_{30}^0 + f_{10}^1 + f_{31}^1 + f_{30}^3 = 0.
\end{aligned}$$

5 总结和展望

在Sim(2)的情形, 相较广义相对论, 理论增加了8个contorsion的独立分量需要求解, 同时也增加了8个约束方程, 比广义相对论的求解难度增加了不少. 由于约束条件是针对一组特定的4-标架场, 这相当于规范理论中的固定规范下给出的规范条件, 在求解具体问题时, 首先需要通过局域洛仑兹转动找到满足约束条件的4-标架场, 这在实际求解时具有很大的难度, 是制约求得最简单的牛顿极限下contorsion解的形式的最大障碍. Hom(2)和E(2)的情形类似, 不过独立的contorsion变量增加到了12个, 约束条件也增加到12个. 在宇宙学尺度上boost对称性完全破缺, 但在星系及以上大尺度上boost对称性可能没有完全破缺, 我们借助非常狭义相对论的对称性, 探讨了洛仑兹对称性在大尺度上部分破缺为非常狭义相对论对称群的情况, 用规范原理构造了相应的引力理论. 发现所有的非常狭义相对论局域对称引力理论都具有非平庸的挠率, 相应的contorsion可能贡献暗物质效应.

首先需要具体地求解出球对称和柱对称引力源的外围引力场以确认我们的猜测, 验证我们的理论, 具体地给出这里引力理论所预言的星系旋转曲线.

另外, 除了静态度规的求解, 满足宇宙学原理的类Robertson-Walker类型的度规解也可以去求解, 在这种情况下, 宇宙介质引起的contorsion贡献其能动张量场作为呈展效应展现为宇宙介质的暗效应, 其对于宇宙膨胀解的影响也许可以解释暗能量的来源.

探讨这里提出的洛仑兹部分破缺的大尺度有效引力模型与有质量引力模型可能的关系, 比如自由度问题, BD鬼的问题[13,14]以及Zhakaharov不连续性[15]等等问题, 另外Deser和Woodard等人[16]的非局域引力与洛仑兹破缺之间的关系.

洛仑兹对称性是如何破缺的? 是在某些大尺度上逐级破缺还是依赖连续参数逐渐破缺, 洛仑兹破缺的根源是什么? 是否小尺度上的破缺在大尺度上的累积. 天文观测对于爱因斯坦和牛顿引力理论的

偏离是否全部来自于洛仑兹对称性在大尺度上的破缺, 如何构造一个与模型无关的机制来说明这点.

洛仑兹破缺的有效引力理论与超越标准模型新物理之间的关系也是很值得探讨的.

参考文献

1 Ade P A R, Aghanim N, Alves M I R, et al. Planck 2013 results. I. Overview of products and scientific results. Astron Astrophys, 2014, 571: A1

2 Aghanim N, Armitage-Caplan C, Arnaud M, et al. Planck 2013 results. XXVII. Doppler boosting of the CMB: Eppur si muove. Astron Astrophys, 2014, 571: A27

3 Ade P A R, Aghanim N, Alves M I R, et al. Planck 2015 results. XVI. Isotropy and statistics of the CMB. Astron Astrophys, 2015, arXiv:1506.07135 [astro-ph.CO]

4 Kogut A, Lineweaver C, Smoot G F, et al. Dipole anisotropy in the COBE differential microwave radiometers first-year sky maps. Astrophys J, 1993, 419: 1–6

5 Coleman S R, Glashow S L. High-energy tests of Lorentz invariance. Phys Rev D, 1999, 59: 116008

6 Colladay D, Kostelecký A V. Lorentz-violating extension of the standard model. Phys Rev D, 1998, 58: 116002

7 Cohen A G, Glashow S L. Very special relativity. Phys Rev Lett, 2006, 97: 021601

8 Utiyama R. Invariant theoretical interpretation of interaction. Phys Rev, 1956, 101: 1597–1607

9 Sciama D W. Recent Developments in General Relativity (Festschrift for Infeld). Oxford: Pergamon, 1962. 415

10 Kibble T W B. Lorentz invariance and the gravitational field. J Math Phys, 1961, 2: 212–221

11 Ne'eman Y. "Gravity, Groups, and Gauges," General relativity and gravitation. In: Held A, ed. 100 years after the birth of Albert Einstein. New York: Plenum Press, 1980. 1: 309; Trautman A. Fiber Bundles, Gauge Fields, and Gravitation. ibid, 287

12 Hehl F W, von der Heyde P, Kerlick G D, et al. General relativity with spin and torsion: Foundations and prospects. Rev Mod Phys, 1976, 48: 393–416

13 Boulware D G, Deser S. Can gravitation have a finite range? Phys Rev D, 1972, 6: 3368–3382

14 van Dam H, Veltman M J G. Massive and mass-less Yang-Mills and gravitational fields. Nucl Phys B, 1970, 22: 397–411

15 Zakharov V I. Linearized gravitation theory and the graviton mass. JETP Lett, 1970, 12: 312–314

16 Deser S, Woodard R P. Observational viability and stability of nonlocal cosmology. J Cosmol Astropart Phys, 2013, 11: 36

Summary for “大尺度有效引力理论与洛仑兹破缺”

The effective gravitation theory at large scale with Lorentz violation

YANG LiXiang[1], WU YiWei[1], WEI WenYe[1], XUE Xun[1*] & YUAN Tzu-Chiang[2]

[1] *Department of Physics, East China Normal University, Shanghai 200241;*
[2] *Institute of Physics, Academia Sinica, Taipei 11529*
* Corresponding author, E-mail: xxue@phy.ecnu.edu.cn

The Doopler effect of CMB (cosmic microwave background) may indicates the Lorentz boost violation at the cosmological scale. It is revealed that there are some anomalies in the low-l multipole expansion of the CMB spectrum in the obeservation of Planck, which are not consistent with LCDM model, the standard model of cosmology. A famous one is the existence of the axis of evil. Combining the the anomalies exhibited by the low-l multipole expansion of the CMB observation, we propose that the Lorentz symmetry may start to be violated partly from the scale of galaxy and the boost invariance is violated eventrully at the cosmological scale. We take the symmetry groups of very special relativity as the examples to illustrate the Lorentz violation effect on the large scale gravity by constructing the corresponding gauge theories as the effective large scale gravitation theories. The estimated symmetry groups for very special relativity are Sim(2), Hom(2) and E(2) which are all constructed by adding generators to the T(2) group, a 2-parameter subgroup of Lorentz group. We first review the gauge principle approach to the construction of gravitation theory based on the equivalence principle which indicates the local Lorentz invariance. The choice of dynamics of the spacetime gauge theory based on the gauge principle and the Newtonian limit at the weak coupling limit reveals that the local Lorentz invariant theory is a theory with torsion in general case. However in the case of scalar matter source, the theory is exactly the theory of general relativity with Leci-Civita connection and zero torsion. We investigate the gauge approaches for all the very special relativity cases, Sim(2), Hom(2) and E(2) as well as the case of T(2). We find that these gravitation theories share a common feather, the non-trivial distribution of space-time torsion and the contortion, which contribute an effective enegy momentum dirtribution addition to the ordinary matter souce distribution even for the case of scalar matter source, while general relativity predicts the zero torsion and contortion and space-time connection as the Levi-Civita connection in this case. To restrict the theory with a local Lorentz subgroup, one need to postpone constrain conditions on the Lorentz gauge potentials which is similar to the gauge fixing condition in the ordinary internal gauge theory. In the Sim(2) case, there needs 8 constrain conditions. The equations of motion for the gauge fields finally reduce the independent Kontortion components from 24 to 8, which is consistent with the 8 constrain equations in addition to the equation of motion for the gravitation field. The numbers of independent Kontortion components is 12 for the cases of Hom(2) and E(2) and 16 for the case of T(2), while there are 12 and 16 constrain equations in addition to the gravitation field equations respectively. The non-zero distribution of contortion may be regarded as the dark matter effect in the static case at the galaxy or the galaxy cluster scale and both the dark matter and dark energy effect in the case of expanding Robertron-Walker like solution at the cosmoligical sacle. We investigate the self consistence of the gauge theories in the Sim(2) case by examining the closure of Maurer-Cartan equation within the Sim(2) algebra and the first and second Bianchi identities induced by Jacobi identity of the Sim(2) gauge theory.

very special relativity, effective gravitation theory, contortion, Lorentz violation, galaxy rotation curve

doi: 10.1360/N972016-00373