科学通报
第40卷 第9期 CHINESE SCIENCE BULLETIN 1995年5月

相对论磁化等离子体的关联性质*

陆全康

(复旦大学李政道物理学综合实验室和等离子体研究室，上海 200433；中国科学院物理研究所，北京 100080；
中国科学院理论物理研究所，北京 100080)

关键词 相对论磁化等离子体 裸粒子格林函数

文献[1]给出计算相对论等离子体关联函数的方法．本文给出磁化等离子体的相对论裸粒子格林函数．如图1所示，均匀外磁场 $\boldsymbol{B}_0$ 沿 Z 轴．动量分布函数的一般形式为 $f_{\alpha_0}=f_{\alpha_0}(p_\perp,\ p_{/\!/})$，$f_{\alpha_0}$ 为第 α 种粒子的定态分布函数．裸粒子 T 对函数 f_{α_0} 的扰动即为裸粒子格林函数，其解析表式为

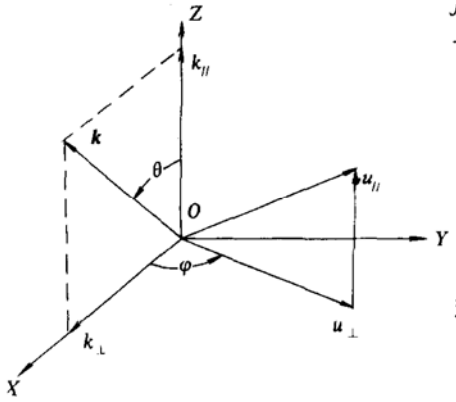

图1 参考坐标系

$$f_{\alpha T}(\boldsymbol{r},\ \boldsymbol{p},\ t)=-\frac{e_T e_\alpha}{2\pi^2}\int \mathrm{d}\boldsymbol{k}\,\mathrm{e}^{i(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}+ik_\perp a_\alpha\sin\varphi-\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}_{T0}+k_\perp a_T\cos\beta_T)}$$

$$\cdot\sum_n\sum_m \frac{\mathrm{e}^{-in\varphi-im\beta_T}(-i)^m\mathrm{e}^{-i[\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{u}_T]_m^T t}}{[\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{u}_T]_m^T([\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{u}_T]_m^T-[\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{u}_\alpha]_n^\alpha)}\boldsymbol{A}_n^\alpha\cdot\mathscr{D}^{-1}\cdot\boldsymbol{I}_m^T, \quad (1)$$

式中

$$[\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{u}_T]_m^T\equiv k_{/\!/}u_{T/\!/}+im\Omega_T,$$
$$[\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{u}_\alpha]_n^\alpha\equiv k_{/\!/}u_{\alpha/\!/}+in\Omega_\alpha, \quad (2)$$

$$\Omega_T=\frac{e_T B_0}{m_T c}\left(1-\frac{u_T^2}{c^2}\right)^{1/2},\ a_T=\frac{u_{T\perp}}{\Omega_T}, \quad (3)$$

$$\Omega_\alpha=\frac{e_\alpha B_0}{m_\alpha c}\left(1-\frac{u_\alpha^2}{c^2}\right)^{1/2},\ a_\alpha=\frac{u_{\alpha\perp}}{\Omega_\alpha}. \quad (4)$$

$$\boldsymbol{A}_n^\alpha=\begin{pmatrix} V\left(\frac{n}{k_\perp a_\alpha}\right)J_n(k_\perp a_\alpha)\\ V\,iJ_n'(k_\perp a_\alpha)\\ WJ_n(k_\perp a_\alpha)\end{pmatrix},\quad \boldsymbol{I}_m^T=\begin{pmatrix} u_{T\perp}\left(\frac{m}{k_\perp a_T}\right)J_m(k_\perp a_T)\\ iu_{T\perp}J_m'(k_\perp a_T)\\ u_{T/\!/}J_m(k_\perp a_T)\end{pmatrix}, \quad (5)$$

$$V=\frac{k_{/\!/}u_\perp}{[\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{u}_T]_m^T}\frac{\partial f_{\alpha_0}}{\partial p_{/\!/}}+\left(1-\frac{k_{/\!/}u_{/\!/}}{[\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{u}_T]_m^T}\right)\frac{\partial f_{\alpha_0}}{\partial p_\perp}, \quad (6)$$

1994-06-06 收稿，1995-01-06 收修改稿
* 国家科委"八六三"高科技项目和国家自然科学基金资助项目

$$W=\frac{-k_{\perp}}{k_{/\!/}}\left(\frac{n}{k_{\perp}a_{\alpha}}\right)V+\frac{\partial f_{\alpha 0}}{\partial p_{/\!/}}, \tag{7}$$

$$\mathscr{D}=-\frac{k^2c^2}{([\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{u}_T]_m^T)^2}\boldsymbol{I}+\frac{c^2}{([\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{u}_T]_m^T)^2}\boldsymbol{kk}+\boldsymbol{I}+\sigma, \tag{8}$$

$$\sigma=-\sum_{\alpha}n_{\alpha}e_{\alpha}^2\sum_{n=-\infty}^{\infty}\int \mathrm{d}\boldsymbol{p}\frac{\boldsymbol{S}_n}{i([\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{u}_{\alpha}]_n^{\alpha}-[\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{u}_T]_m^T)}, \tag{9}$$

$$\boldsymbol{S}_n=\begin{pmatrix} u_{\perp}\left(\frac{nJ_n}{k_{\perp}a_{\alpha}}\right)^2V & iu_{\perp}\left(\frac{n}{k_{\perp}a_{\alpha}}\right)J_nJ_n'V & u_{\perp}\left(\frac{n}{k_{\perp}a_{\alpha}}\right)J_n^2W \\ -iu_{\perp}\left(\frac{n}{k_{\perp}a_{\alpha}}\right)J_nJ_n'V & u_{\perp}(J_n')^2V & -iu_{\perp}J_nJ_n'W \\ u_{/\!/}\left(\frac{n}{k_{\perp}a_{\alpha}}\right)J_n^2V & iu_{/\!/}J_nJ_n'V & u_{/\!/}J_n^2W \end{pmatrix} \tag{10}$$

这里 $\boldsymbol{r}$ 和 $\boldsymbol{p}$ 为粒子位置和动量，$\boldsymbol{u}$ 为速度；脚标 α 表示第 α 种粒子，T 表示作为格林函数点源的裸粒子；e 为粒子电荷量，m 为粒子静质量；$\boldsymbol{B}_0$ 为环境磁场强度；c 为真空光速；Ω 为相对论粒子回旋频率；J_n 为第 n 阶 Bessel（函数；$f_{\alpha 0}(p_{\perp},\ p_{/\!/})$ 为定态分布函数；n 与 m 均为整数，$\beta_T=\varphi_0-\pi/2$，即 β_T 为裸粒子围绕磁力线运动的初位相.

当动量分布函数为各向同性分布时，则有

$$f_{\alpha T}(\boldsymbol{r},\ \boldsymbol{p},\ t)=2e_{\alpha}e_T\int \mathrm{d}\boldsymbol{k}\mathrm{e}^{i(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}-\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}_{T_0}-[\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{u}_T]_m^T t)}$$
$$\cdot\sum_m\sum_n\left\{\frac{[J_m(k_{\perp}a_T)]^2[J_n(k_{\perp}a_{\alpha})]^2\left[\boldsymbol{k}\cdot\frac{\partial f_{\alpha 0}}{\partial \boldsymbol{p}}\right]_n^{\alpha}}{D(\boldsymbol{k},\ -i[\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{u}_T]_m^T)([\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{u}_{\alpha}]_n^{\alpha}-[\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{u}_T]_m^T)}\right. \tag{11}$$
$$\left.-\frac{[\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{u}_T]_m^T}{c^2}u_{T\perp}\frac{\partial f_{\alpha 0}}{\partial p_{\perp}}\frac{J_n(k_{\perp}a_{\alpha})J_n'(k_{\perp}a_{\alpha})J_m(k_{\perp}a_T)J_m'(k_{\perp}a_T)}{\wedge(\boldsymbol{k},\ -i[\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{u}_T]_m^T)([\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{u}_{\alpha}]_n^{\alpha}-[\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{u}_T]_m^T)}\right\},$$

其中

$$\left[\boldsymbol{k}\cdot\frac{\partial f_{\alpha 0}}{\partial \boldsymbol{p}}\right]_n^{\alpha}=\frac{n}{a_{\alpha}}\frac{\partial f_{\alpha 0}}{\partial p_{\perp}}+k_{/\!/}\frac{\partial f_{\alpha 0}}{\partial p_{/\!/}}, \tag{12}$$

$$D(\boldsymbol{k},\ -i[\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{u}_T]_m^T)=1-\sum_{\alpha}\frac{4\pi n_{\alpha}e_{\alpha}^2}{k^2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\int \mathrm{d}\boldsymbol{p}\frac{[J_n(k_{\perp}a_{\alpha})]^2\left[\boldsymbol{k}\cdot\frac{\partial f_{\alpha 0}}{\partial \boldsymbol{p}}\right]_n^{\alpha}}{[\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{u}_{\alpha}]_n^{\alpha}-[\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{u}_T]_m^T} \tag{13}$$

和

$$\wedge\ (\boldsymbol{k},\ -i[\boldsymbol{k}\cdot\ \boldsymbol{u}_T]_m^T)=k^2-\left(\frac{[\boldsymbol{k}\cdot\ \boldsymbol{u}_T]_m^T}{c}\right)^2$$

$$+\sum_\alpha 4\pi n_\alpha e_\alpha^2\left(\frac{[\boldsymbol{k}\cdot\ \boldsymbol{u}_T]_m^T}{c}\right)^2\sum_{n=-\infty}^{\infty}\int \mathrm{d}\boldsymbol{p}u_{\alpha\perp}\frac{\partial f_{\alpha_0}}{\partial p_\perp}\ \frac{[J_n'(k_\perp\ a_\alpha)]^2}{[\boldsymbol{k}\cdot\ \boldsymbol{u}_\alpha]_n^\alpha-[\boldsymbol{k}\cdot\ \boldsymbol{u}_T]_m^T}\ . \tag{14}$$

许多实际情况，如磁层等离子体[2]与磁约束等离子体的很多区域，动量分布确实各向同性．有些区域有少许偏离，可用扰动方法计算格林函数的近似表式．

参　考　文　献

1　Lu Quan-kang (陆全康), Relativistic nude particle Green function and collision integral. Science in China, Series A, 1994, 37(10):1 241～1 252

2　陆全康，吴京生．电子回旋激射不稳定性——一种射电机制．上海：交通大学出版社，1991