其中 d^* 是 $G(x^*)$ 的最大与最小特征值之比.

定理 2 若 f 是正定二次函数，则凸 Broyden 算法类中任一算法与上二非精确搜索之一相结合时产生的点列 $\{x_k\}$ 线性收敛于最小点 x^*，特别 DFP 与 BFGS 算法产生的 $\{x_k\}$ 超线性收敛于 x^*.

殆 Broyden 算法即将 Broyden 的调整公式改为 $\bar{B}_{k+1} = B_{k+1}^{\text{Broyden}} + \nu_k h(x_k) I$，$\nu_k$ 为参数，$h(x)$ 为实函数.

定理 3 若条件 2°、3°、4°、5° 成立，则殆 DFP 算法，即用 $\bar{B}_{k+1} = \left(I - \frac{\delta_k r_k^T}{\delta_k^T r_k}\right)^T \bar{B}_k \left(I - \frac{\delta_k r_k^T}{\delta_k^T r_k}\right) + \frac{r_k r_k^T}{\delta_k^T r_k} + C(\|g_k\| + \|g_{k+1}\|)(\|\bar{B}_k\|_F + 1) I$ 代替 DFP 公式所得的算法与上二非精确搜索之一相结合时产生的点列 $\{x_k\}$ 收敛，且超线性收敛于最优点 x^*. 这里 C 为充分大的正常数.

吴士泉
（曲阜师范学院运筹研究所）

超越函数零点 Kuhn 算法收敛的一个充分条件

多项式零点的 Kuhn 算法，已经实际用于复平面上超越函数的零点计算（中山大学学报，1981，3：15—21）. 本文给出 Kuhn 零点算法收敛的一个充分条件，并由此得到关于一类连续函数零点分布的结果.

记复数 z 平面为 C. 设 $f: C \to C$ 连续. 以 f 取代下文中的 p 为目的函数，就可将以 $z_0 \in C$ 为中心寻找 n 阶多项式 $p(z) = z^n + a_1 z^{n-1} + \cdots + z_n$ 全部 n 个零点的 Kuhn 多项式求根算法修改为试图在 z_0 附近寻找 f 的 n 个零点的 Kuhn 零点算法. 我们证明了如下的定理：

定理 1 设 $f: C \to C$ 连续，并有自然数 n、复数 z_0 和非零复数 a 使得 $\lim_{|z|\to\infty} af(z)/(z - z_0)^n = 1$，则以 $af(z)$ 为目的函数的 Kuhn 零点算法的 n 个计算点列都有子序列收敛到 f 的零点. 如果有 $R > 0$ 使得 $|z - z_0| > R$ 蕴涵 $|1 - af(z)/(z - z_0)^n| < 4/5$ 和 f 在 $|z - z_0| \leqslant R$ 内只有孤立零点，则 n 个计算点列都收敛到 f 的零点.

定理 2 设 f, n, z_0, a 同定理 1，并有 $r > 0$ 使得 $|z - z_0| > r$ 蕴涵 $|1 - af(z)/(z - z_0)^n| < \sqrt{3}/2$，那末 f 在 $G: |z - z_0| \leqslant r$ 内的零点的代数个数不少于 n.

王则柯
（中山大学数学系，广州）

有序树的一个计数问题

在先前的一篇文章里，我们得到了下述结果：令 $\Omega_{m,n}$ 为具 m 个内点、n 个叶子的有序树所成的集合，并令 $O_{m,n} = |\Omega_{m,n}|$，则对所有 $m, n \geqslant 1$，有

$$O_{m,n} = O_{n,m}.$$

作为推论，具 n 个节点的有序树的平均叶子数为 $\frac{n}{2}$（对于 $n > 1$），具有 n 个节点的结构不同的有序树的总叶子数为

$$\frac{n}{2} \cdot \frac{1}{n}\binom{2n-2}{n-1} = \frac{1}{2}\binom{2n-2}{n-1}.$$

在这里，我们将为 $O_{m,n}$ 给出一个递推公式和一个显式表达式.

定理 1 令 $O_{i,j} = 0$，其中 $i \leqslant 0$，$j > 1$. 则对于所有 $m, n \geqslant 1$，下列递推公式成立：

$$O_{m,n} = \sum_{i=1}^{n} O_{m-i,i}\binom{2m-2+n-i}{n-i}. \quad (1)$$

定理 2 对所有 $m, n \geqslant 1$，

$$O_{m,n} = \frac{1}{n}\binom{m+n-1}{n-1}\binom{m+n-2}{n-1}. \quad (2)$$

我们知道，$O_{m,n}$ 的生成函数为

$$O(x, y) = \frac{1 + y - x - \sqrt{(1-x-y)^2 - 4xy}}{2}, \quad (3)$$

所以，有

定理 3 函数(3)的 MacLaurin 级数为

$$O(x, y) = \sum_{m,n\geqslant 1} \frac{1}{n}\binom{m+n-1}{n-1}\binom{m+n-2}{n-1} x^m y^n + y.$$

王振宇
（武汉数字工程研究所）