层子力的饱和性

胡　宁

（北京大学物理系）

任何层子力模型都必须满足实验所要求的下述“饱和条件”：只存在有一对层子-反层子结合成的介子态和由三个层子结合成的重子态．在层子质量M很重的情况下，为着使重子和介子同时具有比M小得很多的质量，层子-层子位阱 V_{qq} 必须为层子-反层子位阱 $V_{q\bar{q}}$ 的一半，并且

$$V_{qq} \approx \frac{1}{2} V_{q\bar{q}} \approx M , \tag{1}$$

但是关系(1)尚未排除层子和反层子个数不同于重子和介子的其它类型的结合态的存在．通常认为 Nambu 的“色”胶子模型[1]满足了这个饱和条件，本文将指出情况并不如此简单．

先考虑介子的情况．介子中层子和反层子满足下面 Bethe-Salpeter 方程

$$\left(i\gamma p + \frac{1}{2}\gamma P + M\right)\chi(p, P)\left(i\gamma p - \frac{1}{2}i\gamma P + M\right)$$

$$= \frac{1}{2\pi i}\int \Gamma U(\mathbf{p}, \mathbf{p}')\chi(p, P)\Gamma d^4p' , \tag{2}$$

式中 $\gamma p = \sum_{\mu=1}^{4} \gamma_\mu p_\mu$，$p$ 和 P 分别代表层子和反层子的相对动量和总动量，Γ 代表作用顶点的 Dirac 矩阵．在质心系中($P_4 = iP_0 = im$, $\mathbf{P} = 0$)，引入[2]

$$\chi = \frac{1}{H_p - \frac{1}{2}m - p_0}\varphi(\mathbf{p}) - \varphi(\mathbf{p})\frac{1}{H_{-p} + \frac{1}{2}m - p_0} ,$$

(2)式变为

$$H_{\mathbf{p}}\varphi(\mathbf{p}) - \varphi(\mathbf{p})H_{-\mathbf{p}} - m\varphi(\mathbf{p})$$

$$= \int d^3p' U(\mathbf{p}, \mathbf{p}')\frac{1}{2E_{p'}}\gamma_4\Gamma[H_{\mathbf{p}'}\varphi(\mathbf{p}') - \varphi(\mathbf{p}')H_{-\mathbf{p}'}]\Gamma\gamma_4 , \tag{3}$$

$$H_{\mathbf{p}} = \boldsymbol{\alpha}\cdot\mathbf{p} + \gamma_4 M ,$$

$\varphi(\mathbf{p})$ 是 4×4 矩阵形式的层子-反层子波函数．(3)式左边是通常二体薛定谔方程的形式，但右边比不用 B-S 方程得出的结果复杂得多．为方便起见，可把(3)式右边写成 $\gamma_4\Gamma V\varphi\Gamma\gamma_4$．$V$ 是(3)式中的积分算符．在通常的非相对论近似下，它将代表坐标空间的位阱，同时 $\varphi(\mathbf{p})$ 可写为

本文 1977 年 12 月 27 日收到．

$$\varphi_1(\mathbf{p}) = \begin{pmatrix} 0 & g \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \tag{4}$$

g 是 2×2 矩阵，它代表波函数的大分量. 在上式中量级为 M^{-1} 的小分量已被略去. 我们曾经指出[2]，在量级为M的超强作用 (1) 式的情况下，至少对于 $\Gamma = \gamma_5$ 作用，(3)式的非相对论近似解不是(4)式的形式，而是下面两种形式之一

$$\varphi_+(\mathbf{p}) = \begin{pmatrix} 0 & g \\ g & 0 \end{pmatrix}, \qquad \varphi_-(\mathbf{p}) = \begin{pmatrix} 0 & g \\ -g & 0 \end{pmatrix}. \tag{5}$$

以上讨论的是层子-反层子系统. 对于两个层子的系统相应的 B-S 方程为

$$\left(i\gamma p + \frac{1}{2}i\gamma P + M\right)\chi(p,P)\left(-i\gamma^T p + \frac{1}{2}i\gamma^T P + M\right)$$

$$= -\frac{1}{2\pi i}\int \Gamma U(\mathbf{p},\mathbf{p}')\chi(p',P)\Gamma^T d^4p', \tag{6}$$

γ^T 和 Γ^T 代表 γ_μ 和 Γ 的置换矩阵. (6)式右边多一负号是因为当反层子换成层子时，作用顶点的放出和吸收算符的次序必须改变，(2)和(6)式的其它差别是由于按照通常习惯，反层子的4-动量取为$p - \frac{1}{2}P$，换成层子后4-动量应取为$\frac{1}{2}P - p$. 引入

$$\chi = \frac{1}{H_{\mathbf{p}} - \frac{1}{2}m - p_0}\phi(\mathbf{p}) + \phi(\mathbf{p})\frac{1}{H^T_{-\mathbf{p}} - \frac{1}{2}m + p_0}, \tag{7}$$

(6)式变为

$$H_p\phi(\mathbf{p}) + \phi(\mathbf{p})H^T_{-p} - m\phi(\mathbf{p})$$

$$= -\int d^3p U(\mathbf{p},\mathbf{p}')\frac{1}{2E_p}\gamma_4\Gamma[H_{\mathbf{p}'}\phi(\mathbf{p}') + \phi(\mathbf{p}')H^T_{-\mathbf{p}'}]\Gamma^T\gamma_4, \tag{8}$$

(8)式的右边也可写成 $\pm\gamma_4\Gamma V\phi\Gamma^T\gamma_4$. 为着比较(8)和(4)式引入

$$\phi = \varphi_c\gamma_4\gamma_2, \tag{9}$$

$\gamma_4\gamma_2$ 代表电荷共轭算符. 利用关系

$$\gamma_4\gamma_2 H^T_{-\mathbf{p}} = -H_{\mathbf{p}}\gamma_4\gamma_2, \tag{10}$$

(8)式变为

$$H_{\mathbf{p}}\varphi_c(\mathbf{p}) - \varphi_c(\mathbf{p})H_{\mathbf{p}} - m\varphi_c(\mathbf{p}) = -\int d^3p' U(\mathbf{p},\mathbf{p}')\frac{1}{2E_{p'}}\gamma_4\Gamma$$

$$[H_{\mathbf{p}'}\varphi_c(\mathbf{p}') - \varphi_c(\mathbf{p}')H_{p'}](\pm\Gamma\gamma_4), \tag{11}$$

式中$(\pm\Gamma\gamma_4)$的符号同于 $\gamma_4\gamma_2\Gamma\gamma_4 = \pm\Gamma\gamma_4\gamma_4\gamma_2$ 的符号. 当 $\Gamma = 1$，即作用为标量耦合时应取负号. 这时(11)式和(3)式的右边符号相同，表明对于标量作用层子-层子位阱和层子-反层子位阱具有相同的符号，和予期一致. 这也表明在(6)式右边积分前面引入负号是正确的. (11)式中作用于 φ_c 右边的哈密顿算符是 H_p 而不是(3) 式中的 H_{-p}，这是由于在通常费曼图中反层子和层子的4-动量差一个符号.

φ_c 将作为一个因子在重子波函数中代表两个层子的波函数. 在超强作用下，φ_c 的非相对论解取下面两种形式之一[3]:

$$\varphi_{c+}(\mathbf{p}) = \begin{pmatrix} 0 & g_c \\ g_c & 0 \end{pmatrix}, \qquad \varphi_{c-}(\mathbf{p}) = \begin{pmatrix} 0 & g_c \\ -g_c & 0 \end{pmatrix}, \tag{12}$$

而不取下面的形式

$$\varphi_{c1}(\mathbf{p}) = \begin{pmatrix} 0 & g_c \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \tag{13}$$

表 1 给出在 $\Gamma = \gamma_4$, $\Gamma = \gamma_i (i = 1, 2, 3)$ 和 $\Gamma = \gamma_5$ 三种情况下 $\gamma_4 \Gamma V_{q\bar{q}} \varphi \Gamma \gamma_4$ 和 $\gamma_4 \Gamma V_{qq} \varphi_c (\pm \Gamma \gamma_4)$ 的值. 当 $\Gamma = \gamma_i$ 时应对 $i = 1, 2, 3$ 求和. 比较(3)和(11)式给出

$$V_{q\bar{q}} = \mp V_{qq} = V, \tag{14}$$

V_{qq} 前面的符号和 $\gamma_4\gamma_2\Gamma\gamma_4 = \pm\Gamma\gamma_4\gamma_4\gamma_2$ 所取符号相反.

表 1

	$\Gamma = \gamma_4$	$\Gamma = \gamma_i$	$\Gamma = \gamma_5$
φ_1	$V\varphi_1$	b	b
φ_+	$V\varphi_+$	$\sum_{i=1}^{3} \sigma_i V \varphi_+ \sigma_i$	$-V_5\varphi_+$
φ_-	$V\varphi_-$	$-\sum_{i=1}^{3} \sigma_i V \varphi_- \sigma_i$	$V_5\varphi_-$
φ_{c1}	$-V\varphi_{c1}$	b	b
φ_{c+}	$-V\varphi_{c+}$	$\sum_{i=1}^{3} \sigma_i V \varphi_{c+} \sigma_i$	$V_5\varphi_{c+}$
φ_{c-}	$-V\varphi_{c-}$	$-\sum_{i=1}^{3} \sigma_i V \varphi_{c-} \sigma_i$	$-V_5\varphi_{c-}$

b 代表只有由 φ_1 或 φ_{c1} 到 $\varphi_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ g & 0 \end{pmatrix}$ 或 $\varphi_{c2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ g_c & 0 \end{pmatrix}$ 的跃迁.

我们注意到(14)式不满足(1)式. 为着给出(1)式, Nambu 引入八种胶子, 属于"色自由度" SU_3 群的 8 维表示. 这八种胶子通过 SU_3 矩阵 λ_i 和层子作用, 有的造成层子间的吸引力, 有的造成层子间的排斥力, 但当胶子是矢量场时, 所有这些力的总和满足(1)式. 胶子必须是矢量粒子的原因是为着满足(1)式, 每一种胶子所造成的层子-层子位阱 V_{qq} 和层子-反层子位阱必须符号相反. 对于通常的非相对论近似解 φ_1 和 φ_{c1}, 层子只通过 $\Gamma = \gamma_4$ 和矢量胶子作用, 从表 1 可以看到, 当 $\Gamma = \gamma_4$ 时上述位阱的符号相反条件是满足了的. 但给出的激发态质量谱与实验不符[2]. 解出 $\Gamma = \gamma_4$ 作用的波函数应是 φ_+ 或 φ_-, 而不是 φ_1. 这时表 1 给出的 $\Gamma = \gamma_i$ 作用就不能略去, $\Gamma = \gamma_i$ 所给出的位阱是自旋有关的. 对于角动量为零的 0^- 介子 $\sum_{i=1}^{3} \sigma_i V \varphi_\pm \sigma_i = 3V\varphi_\pm$, 对于角动量为 1 的 1^- 介子 $\sum_{i=1}^{3} \sigma_i V \varphi_\pm \sigma_i = -V\varphi_\pm$. 这说明 0^- 介子和 1^- 介子位阱深度将有很大的差别. 这将使质量比 M 小得多的 0^- 介子和 1^- 介子的解不能同时存在. 根据上面的讨论, 我们认为矢量胶子的假定是不能接受的. 由于它不能同时给出 0^- 介子和 1^- 介子, 是否满足饱和条件, 也就没有意义. 胶子场如果不是矢量场, 也就难以把它看作是非阿贝尔规范场了.

如果把 Nambu 的属于 SU_3 表示的八种矢量胶子换成属于相同表示的八种赝标胶子[4]. 从表 1 的最右列我们看到为着满足上述位阱的符号条件, 当 V 具有确定的符号时, 重子和介子态的解必须是下面两种组合中的一种:

$$\varphi = \varphi_+, \quad \varphi_c = \varphi_{c+}, \tag{15}$$

$$\varphi = \varphi_-, \quad \varphi_c = \varphi_{c-}. \tag{16}$$

如果改变V的符号，上面两组中本来代表束缚态解的组也将换成另一组．这个情况中的位阱是与自旋算符σ无关的，因而保证了SU_6对称性，也就同时给出0^-和1^-介子的解．

除掉以上所讨论的色SU_3的8种胶子外，我们还可以只引入两种胶子，分别通过SU_3矩阵λ_3和λ_8和层子作用[5]．这也同样导致饱和性．另外，我们还可同时引入$\Gamma=\gamma_4$和$\Gamma=\gamma_5$两种作用，满足下面条件

$$V_5\approx\frac{3}{2}M,\qquad V_4\approx-\frac{1}{2}M, \tag{17}$$

V_5和V_4分别代表$\Gamma=\gamma_5$和$\Gamma=\gamma_4$作用的位阱．在这个情况下，胶子不再通过SU_3矩阵λ_i和层子作用．为着保证φ和φ_c的位阱都是吸引的，对于正值和负值的V_5应分别选取不同于(15)和(16)式的两组*

$$\varphi=\varphi_+,\quad \varphi_c=\varphi_{c-}, \tag{18}$$

$$\varphi=\varphi_-,\quad \varphi_c=\varphi_{c+}. \tag{19}$$

(17)式所给出的$\Gamma=\gamma_4$作用是一个独立的作用，没有把胶子看作是矢量场，因此不需要同时引入$\Gamma=\gamma_i$作用．这个作用的协变形式可以是$\sum_{\mu=1}^{4}\gamma_\mu P_\mu$，在质心系中化为$\gamma_4$型，协变形式也可以是$\sum_{\mu=1}^{4}\gamma_\mu p_\mu^{(i)}/M$，$p_\mu^{(i)}$代表和胶子作用的层子$i$的4-动量，在非相对论近似下也变为$\gamma_4$型．我们注意到胶子的传播函数就含有$\sum_{\mu=1}^{4}\gamma_\mu P_\mu$，这个协变量在等效位阱中出现完全是可能的．

本文一个重要结论是，胶子场看来不可能是很多人所期望的非阿贝尔规范场．必须指出，以上结果都是在M很大因而满足(1)式的作用是超强作用条件下得出的．如果不假定M很大，作用也不是超强，那么非相对论近似解将是通常的(4)和(13)式的形式，而不是(5)和(12)式的形式．但在这个情形下，Nambu 模型将不再满足饱和性条件，因除掉三个层子结合成的重子和一对正反层子结合成的介子外，还会出现其它类型的实验没有观察到的结合态，其中一种是由两个层子组成的束缚态．这个态的m值$\approx M$，当M不大时，这个态应能被观察到．

参　考　文　献

[1] Nambu, Y., *Prelude in Theoretical Physics*，参阅 Han, N. & Nambu, Y., *Phys. Rev.*, **139B** (1965), 1006.
[2] 胡宁，物理学报，**25**(1976), 494, 65.
[3] 胡宁，层子模型里介子和重子的波动方程，待发表．
[4] 胡宁，科学通报，**23**(1978),3,129.
[5] 李综、卞震、习成，物理学报，**24**(1975), 372.

(21)* 详细的讨论见文献[3]．