角度相关的蒙特卡罗级联减方差方法研究

卢一冉　吕焕文　王雪晴

（中国核动力研究设计院 核反应堆技术全国重点实验室　成都 610213）

摘要　蒙特卡罗方法在屏蔽计算领域被广泛应用，为了解决蒙特卡罗方法计算效率上的问题，蒙特卡罗减方差方法应运而生。现有大部分具有代表性的蒙特卡罗减方差方法，忽略了粒子飞行方向的影响，难以处理各向异性较强的问题。本文提出了一种基于蒙特卡罗前置计算，利用粒子飞行角度信息的减方差方法解决各向异性较强的问题。该方法的核心思想是通过直接计算按空间、能量、角度划分的相空间网格内的粒子通量，评估相空间网格重要性并生成角度相关权窗。为了快速得到减方差参数，采用一种响应因子快速得到通量分布和重要性分布的级联算法，仅需一次蒙特卡罗前置计算得到响应因子，即可快速评估各区域重要性。以具有一定代表性的局部与全局模型为算例进行了对比计算，角度相关级联减方差方法相较于无角度级联方法和MAGIC（Method of Automatic Generation of Importances by Calculation）方法，品质因子（Figure of Merit，FOM）提高了约30%。角度相关级联减方差方法可以有效加快蒙特卡罗粒子输运模拟计算收敛速度，提高计算效率，相较于传统只包含位置、能量维度的权窗方法，角度相关级联减方差方法对于解决各向异性问题有明显的优越性。

关键词　蒙特卡罗，减方差，角度相关，屏蔽计算，级联方法

中图分类号　TL32

DOI: 10.3724/j.0253-3219.2026.hjs.49.250251

CSTR: 32193.14.hjs.CN31-1342/TL.2026.49.250251

Research on angle-dependent Monte Carlo cascade variance reduction method

LU Yiran　LYU Huanwen　WANG Xueqing

(*National Key Laboratory of Nuclear Reactor Technology*, *Nuclear Power Institute of China*, *Chengdu 610213*, *China*)

Abstract　**[Background]** The Monte Carlo method is widely used in the field of shielding calculations. To address the computational efficiency issues of the Monte Carlo method, the Monte Carlo variance reduction method emerged. Most existing representative Monte Carlo variance reduction methods neglect the influence of particle flight direction when assessing importance. **[Purpose]** This study aims to address the issue of strong anisotropy problems by proposing a variance reduction method based on Monte Carlo pre-computation that fully utilizes particle angular information. **[Methods]** The core idea of angle-dependent Monte Carlo cascade variance reduction method involved directly calculating particle flux within phase-space meshes divided by spatial, energy, and angular dimensions, evaluating mesh importance, and generating angle-dependent weight windows. Subsequently, a cascade algorithm leveraging response factors was developed to rapidly obtain flux and importance distributions. By performing a single Monte Carlo pre-computation to acquire response factors, regional importance was efficiently evaluated through the integration of response factors and target responses. Finally, comparative calculations were conducted using representative local and global models. **[Results]** Comparison results show that both local and global issues are handled by the angle-dependent cascade variance reduction method can handle, hence the FOM (Figure of Merit) is improved by about 30% compared with the MAGIC (Method of Automatic Generation of Importances by

第一作者：卢一冉，男，1999年出生，2022年毕业于哈尔滨工业大学，现为硕士研究生，研究领域为辐射防护

通信作者：吕焕文，E-mail：drsi-d70001@npic.ac.cn

收稿日期：2025-06-23，修回日期：2025-10-26

First author: LU Yiran, male, born in 1999, graduated from Harbin Institute of Technology in 2022, master student, focusing on radiation protection

Corresponding author: LYU Huanwen, E-mail: drsi-d70001@npic.ac.cn

Received date: 2025-06-23, revised date: 2025-10-26

Calculation) method. **[Conclusions]** The angle-dependent method can effectively accelerate the convergence speed of Monte Carlo particle transport simulations and improve computational efficiency, showing obvious advantages in solving anisotropic problems.

Key words Monte Carlo, Variance reduction, Angle correlation, Shielding calculation, Cascade method

屏蔽计算是核工程和辐射防护领域中的一个重要问题，旨在评估和优化屏蔽材料对辐射的防护效果。传统的屏蔽计算方法，如确定性方法，在处理复杂几何结构和多组分材料时存在较大的局限性。蒙特卡罗方法作为一种基于随机抽样的数值计算技术，能够灵活地模拟粒子在复杂介质中的传输过程，提供高精度的计算结果。然而，对于包含大块屏蔽和复杂孔道的深穿透问题，粒子很难到达探测器区域，蒙特卡罗方法存在计算效率低、结果收敛难等问题，这限制了其在实际屏蔽计算中的应用[1]。通过引入减方差技术，可以显著提高蒙特卡罗方法在深穿透问题中的计算效率和精度，从而使得复杂屏蔽计算更加可行。

在众多减方差方法中，权窗法是一种十分高效、适用范围广的方法。然而，权窗所需减方差参数的产生，严重依赖于使用者的经验及对模型的判断，并且需要反复迭代尝试产生，而且不同的模型的减方差参数差异较大，一旦模型有所改动，就需要重新计算减方差参数。因此，如何自动化、高效产生减方差参数，是研究的重点。对于现有的减方差方法，主要可以分为确定论方法前置计算得到减方差参数和蒙特卡罗方法前置计算得到减方差参数。确定论前置计算方法有着计算效率上的优势，发展较为成熟，例如 CADIS（Consistent Adjoint Driven Importance Sampling）[2-3]、FW-CADIS（Forward-Weighted Consistent Adjoint Driven Importance Sampling）方法[4-5]、其他基于 CADIS 方法进行的研究[6-7]以及郑华庆等[8]、刘聪等[9]提出的方法等。然而，确定论方法生成减方差参数有难以描述复杂模型，近似处理时会带来较大的误差，并且可能遇到网格划分与后续蒙特卡罗计算不匹配的问题。蒙特卡罗方法生成减方差参数，例如 MAGIC（Method of Automatic Generation of Importances by Calculation）方法[10]及其他类似方法[11-12]等，存在计算速度慢、迭代过程烦琐的问题。同时，上述方法计算减方差参数时均不考虑粒子的飞行方向，处理各向异性较强的问题可能不够理想，而现有的一些包含了角度信息的减方差方法，如 AVATAR（Automatic Variance And Time of Analysis Reduction）方法[13]、Cooper 和 Larsen 的方法[14]、角度相关的 CADIS 方法[15]以及 CADIS-Ω 方法[16-17]都避免直接计算角通量，而是使用标量通量和一个与角度有关的函数的乘积估算角通量，以提高计算效率，然而这些方法有着获取角度信息不充分、适用范围窄、使用难度高、计算效率低等问题，达不到期望的要求。因此，本文提出了一种基于蒙特卡罗前置计算，通过级联方法快速评估重要性并充分利用粒子方向信息生成角度相关权窗的减方差方法。

1 包含角度维度的权窗构建

为了解决各向异性较强的问题，需要对同一位置、同一能量、不同飞行方向的粒子的重要性进行评估。现有的权窗通常仅根据空间或空间和能量划分网格，认为空间和能量上近似的一类粒子具有相同的重要性，忽略了粒子飞行方向带来的影响。为了更加准确地反映给定位置的重要性，充分利用角度信息进行减方差操作，在按照位置和能量划分网格的基础上，增加方向维度，将各个网格进一步划分为若干角度区间，本文将这种按照位置、能量、粒子飞行方向和粒子类型划分的区间称为相空间网格。各个相空间网格的重要性，不仅可以反映不同空间位置、能量区间粒子的贡献，还能反映不同飞行方向粒子的贡献，因此，按照相空间网格生成的权窗可以更加高效地指导粒子向感兴趣的区域输运。

对于相空间网格，需要将粒子的飞行方向划分成若干角度区间，为了更加直观地表示这些角度区间，可以用多面体面每个面的法向量代表一个方向，划分形成若干角度区间，例如，采用立方体面的法向量，便将粒子的飞行方向划分成 6 个区间。如果需要更高的划分精度，可用正八面体、正十二面体、正二十面体等多边形面的法向量划分角度区间，可以根据所求问题灵活选择。

2 响应因子的定义与获取

为了生成权窗，需要评估各个相空间网格的重要性。为了高效地计算得到各个相空间网格的重要性，同时避免现有蒙特卡罗前置计算方法需要反复迭代的缺点，本文采用一种基于响应因子级联计算的方法。

2.1 响应因子定义

所谓响应因子，是指来自某相空间中的某一物

理量对其他相空间中另一物理量的贡献。在减方差计算方法中，响应因子的定义可分为面流量响应和体注量率响应两大类[18-20]。面流量响应方法利用粒子面流量之间的响应关系进行计算，存在界面数量过多导致的响应矩阵过于庞大、所需计算资源多、前置计算效率低等问题。为了避免此问题，本研究采用体注量率对响应关系进行计算。此类方法需要利用相邻相空间网格粒子体注量率之间的响应关系进行计算，该响应关系即本研究中使用的响应因子。对于两相邻相空间网格a和b，若已知相空间网格a的注量率ϕ_{a}（$\mathrm{n\cdot cm^{-2}\cdot s^{-1}}$），以及相空间网格a对相空间网格b的响应因子$f_{\mathrm{a}\to\mathrm{b}}$，则可估算来自相空间网格a的粒子在相空间网格b产生的注量率$\phi_{\mathrm{a}\to\mathrm{b}}$（$\mathrm{n\cdot cm^{-2}\cdot s^{-1}}$）：

$$\phi_{\mathrm{a}\to\mathrm{b}} = f_{\mathrm{a}\to\mathrm{b}} \cdot \phi_{\mathrm{a}} \tag{1}$$

除相空间网格之间的响应因子以外，为了评估源对相空间网格的响应，本研究还使用了源响应因子的概念。源响应因子是指在某相空间网格出生的粒子，在该相空间网格内产生注量率的平均值。在具体使用时，若已知某源相空间网格q的源强S_{q}以及该相空间网格的源响应因子g_{q}，则可以估算源在相空间网格q内产生的注量率$\phi_{\mathrm{src}\to\mathrm{q}}$（$\mathrm{n\cdot cm^{-2}\cdot s^{-1}}$）：

$$\phi_{\mathrm{src}\to\mathrm{q}} = g_{\mathrm{q}} \cdot S_{\mathrm{q}} \tag{2}$$

2.2 响应因子的获取

为了得到响应因子，需要进行蒙特卡罗模拟计算，并记录模拟过程中的粒子径迹长度。

首先，需根据问题模型的网格划分，设置均匀分布在各个相空间网格的源，指定粒子数进行前置输运模拟计算，确保各个相空间都有一定数量的粒子出生，在出生相空间网格及其相邻相空间网格产生计数。

其次，需在模拟过程中对粒子进行标记，对于某一相空间网格内产生径迹的粒子，可以区分粒子来源，分别记录来自不同相空间网格的粒子留下的径迹长度，用于生成对应相空间网格的响应因子。

模拟中对于每个相空间网格，记录该相空间网格内不同来源的粒子在本相空间网格产生的径迹长度，即可计算响应因子。例如，对于某源相空间网格q，在该相空间网格出生的粒子数为N_{q}（在响应因子计算过程中认为所有粒子出生权重均为1），可以计算得到相空间网格q的源响应因子g_{q}为：

$$g_{\mathrm{q}} = \frac{\phi_{\mathrm{src}\to\mathrm{q}}}{N_{\mathrm{q}}} \tag{3}$$

对于两相邻相空间网格a和b，记录每个粒子在相空间网格a和b留下的径迹长度，对于第n个粒子，若该粒子经过相空间a，则第n个粒子在相空间网格a内产生的注量率为$\phi_{\mathrm{a},n}$，粒子离开相空间网格a，直接进入相空间网格b后产生的注量率为$\phi_{\mathrm{a}\to\mathrm{b},n}$，则由第$n$个粒子的径迹得到的相空间网格a对相空间网格b的响应因子$f_{\mathrm{a}\to\mathrm{b},n}$为：

$$f_{\mathrm{a}\to\mathrm{b},n} = \frac{\phi_{\mathrm{a}\to\mathrm{b},n}}{\phi_{\mathrm{a},n}} \tag{4}$$

模拟结束后，统计得到响应因子。对于相邻相空间网格a和b，相空间网格a对相空间网格b的响应因子$f_{\mathrm{a}\to\mathrm{b}}$为：

$$f_{\mathrm{a}\to\mathrm{b}} = \frac{\sum\limits_{n\in U_{\mathrm{a}}} f_{\mathrm{a}\to\mathrm{b},n}}{N_{\mathrm{a}}} \tag{5}$$

式中：U_{a}是经过相空间网格a的粒子的集合，即$f_{\mathrm{a}\to\mathrm{b},n}$存在的粒子；$N_{\mathrm{a}}$是集合$U_{\mathrm{a}}$的粒子数。

3 级联计算得到减方差参数

3.1 正向注量率级联

系统中的正向注量率分布代表了粒子到达各个区域的难易程度，因此，正向注量率分布是用于评估重要性的重要指标。为了得到减方差参数，需要根据响应因子，通过级联计算快速得到系统中各区域正向注量率估算值。

计算问题中粒子源所在相空间网格称为源相空间网格。对于某源相空间网格q，源相空间网格q的源强为S_{q}，源响应因子为g_{q}，则源相空间网格q处源产生的注量率$\Delta\phi_{\mathrm{src}\to\mathrm{q}}$可表示为：

$$\Delta\phi_{\mathrm{src}\to\mathrm{q}} = S_{\mathrm{q}} \cdot g_{\mathrm{q}} \tag{6}$$

计算得到所有源相空间网格处源产生的注量率，将这些注量率作为第零轮级联的新增注量率，从这些已知注量率的源相空间网格出发，开始第一轮级联。

对于每轮级联，依次遍历本轮需要级联的相空间网格，即上一轮级联中获得了新增注量率的相空间网格，用相空间网格上一轮新增注量率分别乘以对应的响应因子，得到在本轮级联中，由该相空间网格的粒子发出的粒子，在其相邻若干相空间网格中产生的注量率。记本轮级联轮次为i，需要级联的某相空间网格集合为X_i，对于任意属于集合X_i的相空间网格x，在上轮级联中获得的新增通联为$\Delta\phi_{\mathrm{x},i-1}$，记集合$X_i$内所有相空间网格的相邻相空间网格的集合为$Y_i$，对于任意属于集合$Y_i$的相空间网格y，其在本轮级联中获得的新增注量率为$\Delta\phi_{\mathrm{y},i}$，有如下关系：

$$\Delta\phi_{\mathrm{y},i} = \sum_{x\in X_i} \Delta\phi_{\mathrm{x},i-1} \cdot f_{\mathrm{x}\to\mathrm{y}} \tag{7}$$

待本轮级联完毕后，将在本轮级联中获得了新增注量率的相空间网格作为下一轮需要级联的相空间网格，开始下一轮级联。当某相空间网格在某一轮级联中获得的新增注量率，远小于该相空间网格当前所获得的新增注量率之和，则认为该相空间网格注量率收敛，不再作为下一轮需要级联的网格，如图1所示。重复上述过程直到所有相空间网格的注量率收敛，假设经过k轮级联所有相空间网格注量率收敛，对于任意相空间网格z，其预估注量率ϕ_z为其在各轮级联中获得的新增注量率之和：

$$\phi_z = \sum_{i=0}^{k} \Delta\phi_{z,i} \tag{8}$$

3.2 反向重要性级联

得到正向注量率分布后，即可根据所求问题，选取适合的方式评估重要性。若所求问题是局部问题，则从探测器所在相空间网格出发，类似于正向注量率级联，根据响应因子通过级联方法逐级获取所有相空间网格重要性分布，将这个过程称为反向重要性级联。

反向重要性级联的起点是探测器所在相空间网格，任意探测器所在的相空间网格的重要性I，由所求响应R和探测器截面$\sigma(\vec{r}, E, \Omega)$确定：

$$I = \frac{\sigma(\vec{r},E,\Omega)}{R} \tag{9}$$

例如，若所求响应是相空间粒子注量率，则重要性为：

$$I = \frac{1}{\phi(\vec{r},E,\Omega)} \tag{10}$$

式中：$\phi(\vec{r}, E, \Omega)$是探测器所在相空间网格在正向注量率级联中计算得到的预估注量率。

计算得到所有探测器所在相空间网格的重要性，接着从这些已知重要性的探测器所在相空间网格出发，开始第一轮重要性级联。

对于每轮级联，在上一轮级联中更新了重要性的相空间网格，为本轮需要级联的相空间网格。对于本轮需要级联的某相空间网格x，在上轮级联中获得的新的重要性为I_x，记相空间网格x的相邻相空间网格的集合为Y_x，对于所有属于集合Y_x的相空间网格y，其重要性为I_y（当I_y未知时，取I_y=0），执行如下操作：

$$I_y = \max(I_y, I_x \cdot f_{y\to x}) \tag{11}$$

对于本轮需要级联的相空间网格，依次寻找其

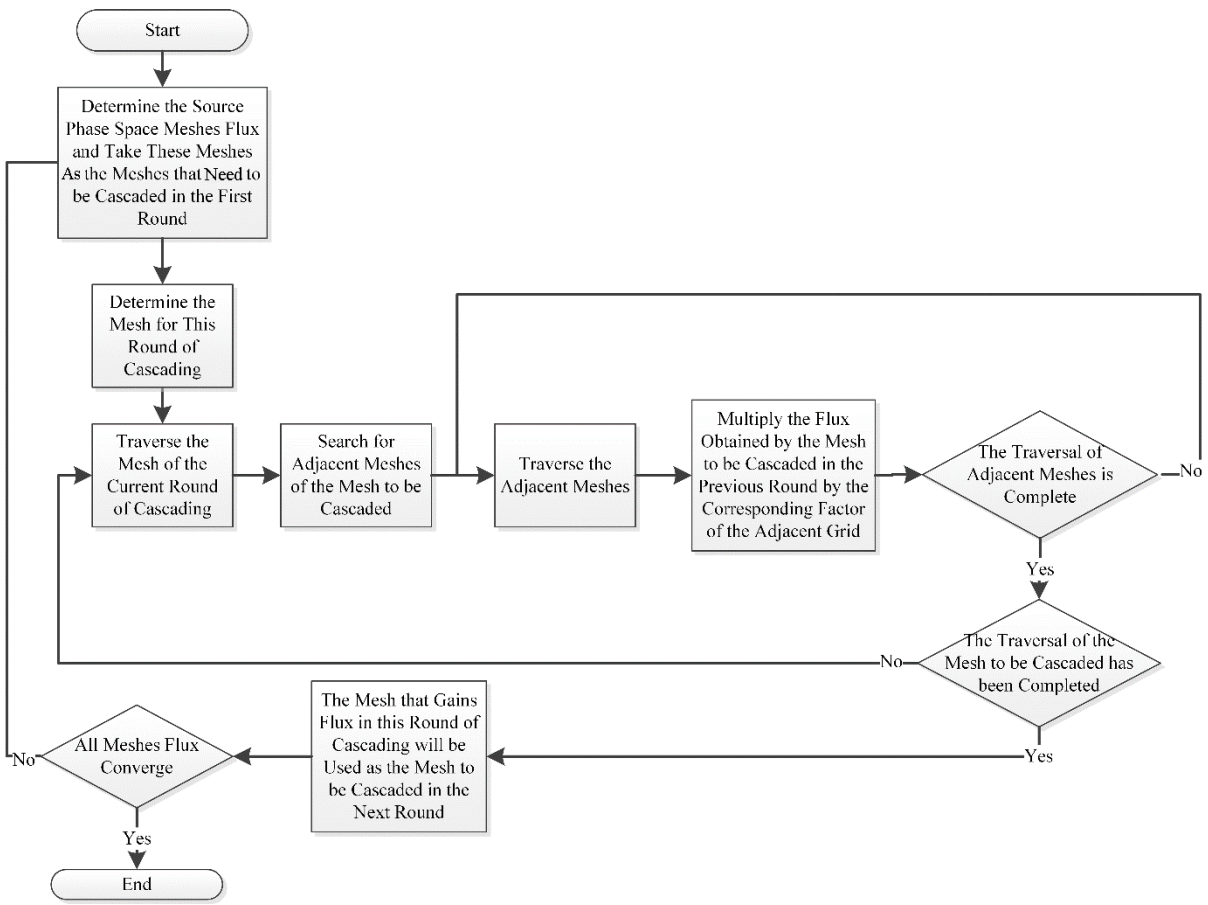


图1 正向级联过程流程图
Fig.1 Flowchart of forward cascading process

相邻相空间网格，并执行上述操作，待本轮需要级联的相空间网格级联完毕后，在本轮级联中重要性获得更新的相空间网格作为需要级联的相空间网格开始新一轮级联。这一过程表示相空间网格的重要性按照粒子输运的规律传递：粒子难以传播的路径，重要性下降速度更快；当有多条路径可以得到相空间网格的重要性时，取其中重要性最大的一条路径，避免重要性高的相空间网格在反向重要性级联过程中获得了较低的重要性，确保粒子在重要的相空间网格内分裂足够的数量。重复以上过程逐级级联，待所有相空间网格的重要性保持不变后，便得到了局部问题的重要性分布，可根据重要性分布生成权窗。

若所求问题是全局问题，则可以使用正向注量率级联得到的全局预估注量率分布，结合希望得到的响应，计算各相空间网格重要性。例如，所求问题是全局注量率分布，则取正向注量率级联中获得的各个相空间网格的预估注量率的倒数，作为各个相空间网格的重要性，粒子难以到达的区域拥有更高的重要性，使粒子更充分地分裂，对探测器产生响应。以此，便得到了全局问题的重要性分布，可根据重要性分布生成权窗。

3.3 计算源偏倚

获取全局重要性分布后，即可使用重要性的倒数作为权窗中心值，考虑到源偏倚和输运偏倚之间的耦合关系，避免粒子在出生处过度分裂，可以进行源偏倚，使源相空间网格的权窗中心值等于源粒子权重，表示为上述权窗中心值乘以一个归一化参数，于是对于任意源相空间网格q（q∈Q，Q为所有源相空间网格的集合），有如下关系成立：

$$w_{\mathrm{q}}' = \frac{c_{\mathrm{w}}}{I_{\mathrm{q}}} = \frac{S_{\mathrm{q}}}{S_{\mathrm{q}}'} \tag{12}$$

式中：w_{q}'为相空间网格q偏倚后源粒子权重，即权窗中心值；c_{w}为权窗归一化参数；I_{q}为相空间网格q的重要性；S_{q}为相空间网格q处的源强；S_{q}'为偏倚后源强。由式（12）易得：

$$c_{\mathrm{w}} \cdot S_{\mathrm{q}}' = I_{\mathrm{q}} \cdot S_{\mathrm{q}} \tag{13}$$

由于c_{w}是一个常数，则：

$$\sum_{\mathrm{q} \in Q} c_{\mathrm{w}} \cdot S_{\mathrm{q}}' = c_{\mathrm{w}} \cdot \sum_{\mathrm{q} \in Q} S_{\mathrm{q}}' \tag{14}$$

并且所有源相空间网格源强之和为1，即：

$$\sum_{\mathrm{q} \in Q} S_{\mathrm{q}}' = 1 \tag{15}$$

将式（15）代入式（14）可得：

$$\sum_{\mathrm{q} \in Q} c_{\mathrm{w}} \cdot S_{\mathrm{q}}' = c_{\mathrm{w}} \tag{16}$$

将式（13）代入式（16）可计算得到权窗归一化参数：

$$c_{\mathrm{w}} = \sum_{\mathrm{q} \in Q} I_{\mathrm{q}} \cdot S_{\mathrm{q}} \tag{17}$$

得到权窗归一化参数后，对于任意源相空间网格q，可计算得到偏倚后的源强：

$$S_{\mathrm{q}}' = \frac{I_{\mathrm{q}} \cdot S_{\mathrm{q}}}{c_{\mathrm{w}}} \tag{18}$$

对于任意相空间网格，其重要性为I，用重要性的倒数乘以权窗归一化参数即可得到权窗中心值：

$$w_{\mathrm{center}} = \frac{c_{\mathrm{w}}}{I} \tag{19}$$

计算得到所有相空间网格的权窗中心值后，即可由此生成权窗。

4 方法应用与验证

4.1 方法程序实现

为了实现包含粒子飞行方向信息的减方差方法，需基于蒙特卡罗程序进行开发并开展计算分析。现有的蒙特卡罗屏蔽计算程序如MCNP、SuperMC、JMCT、MCShield等程序无法实现本方法所需功能。

OpenMC是麻省理工学院于2011年开发的一款开源蒙特卡罗中子与光子输运模拟软件，广泛应用于核工程、辐射防护、核医学等领域，具有开源的特性并且提供了灵活的可扩展Python接口。由于本研究的重点在于提出一种减方差方法并验证其有效性，需考虑程序开发的难度与效率，因此选择在OpenMC程序上进行二次开发，利用Python语言编写本方法所需功能模块并与OpenMC程序耦合，以实现本方法。

根据前文所述，本方法需要划分为相空间网格，首先需将问题模型所在空间划分为若干规则化区域，再根据能量和粒子飞行角度，继续划分得到相空间网格。OpenMC不具备网格划分功能，因此需开发区域划分模块。由于将所求问题模型划分为了若干子区域，在粒子输运的过程中，除了考虑粒子与实际问题模型表面相交，还需考虑粒子与划分得到的虚拟相空间网格边界的相交，同时，粒子在输运过程中需要记录相关信息，如标记粒子来源等，以及粒子在输运前根据权窗执行分裂或赌过程。粒子需要高度定制化的输运过程以满足本方法的需要，因此需开发处理粒子输运模块替代OpenMC执行相关过程。由于将所求问题模型划分为了若干子区域，当粒子输运到所处区域边界时，需额外根据粒子所在

位置判断粒子离开当前区域后应进入的区域，因此需开发与区域划分模块配套的处理粒子迁移模块。当粒子需要发生碰撞时，需将上述处理粒子输运模块得到的粒子碰撞前状态传输给OpenMC程序以得到碰撞结果，开发处理粒子碰撞模块来完成这一过程。除此以外，本程序需实现现有蒙特卡罗计算程序无法实现的根据粒子飞行角度区间计数，因此还需开发新的计数器模块。

综上所述，根据蒙特卡罗模拟粒子输运过程，主要开发的模块有区域划分模块、处理粒子输运模块、处理粒子碰撞模块、处理粒子迁移模块以及计数器模块。最终实现基于该计算平台，可依据前文方法原理构建权窗，并通过权窗指导的蒙特卡罗粒子输运模拟计算，验证减方差方法的计算效率提升效果。

4.2 效果验证

品质因子（Figure of Merit，FOM），是相对误差的平方与花费时间的乘积的倒数，综合考虑了计算的准确度与消耗的时间，常用于量化评价减方差方法的效果，是评价蒙特卡罗减方差计算方法效率的公认指标[21]。为了验证本方法效果，分别使用本文提出的方法及其他方法进行计算，包括不使用减方差技巧直接计算、使用无角度信息权窗的级联减方差方法以及MAGIC方法，对比同一台机器计算得到的各方法的品质因子比较计算效率。对于较好的效果，应具有较低的相对误差和较短的计算时间，得到较高的FOM值。在实际蒙特卡罗计算中，往往需要通过一次计算，同时得到多个计数目标的结果，需要所有计数结果收敛后，模拟才会终止。因此对于有多个计数的问题，需要通过比较各计数器结果中最小的FOM值来评价计算的效率。

本节以具有一定代表性的两个模型作为算例，分别设置局部以及全局问题进行计算，此外还计算了FNG SiC实验基准题，验证本方法的效果。

4.2.1 局部问题

对于区域中有空腔的问题，粒子在空腔内几乎不发生碰撞，所以空腔内的粒子以及即将进入空腔的粒子，若粒子的飞行方向指向探测器区域，则对探测器产生响应的可能性很大，反映到重要性分布上则是空腔内网格以及空腔周围网格，特定角度区间的粒子具有较高的重要性，而其他角度区间的粒子重要性较低。

有一长宽高均为25 cm的立方体区域，其中有一由长方体构成的L型空腔，相对位置与尺寸如图2所示。空腔内部充满密度为0.000 5 g·cm^{-3}的空气，立方体其余部分充满密度为1 g·cm^{-3}的水。令立方体*XYZ*坐标最小的顶点处为坐标系原点，如图2所示建立坐标系，在坐标（7.5 cm，12.5 cm，2.5 cm）处有一单能各向同性中子源，发射的中子能量为14 MeV。

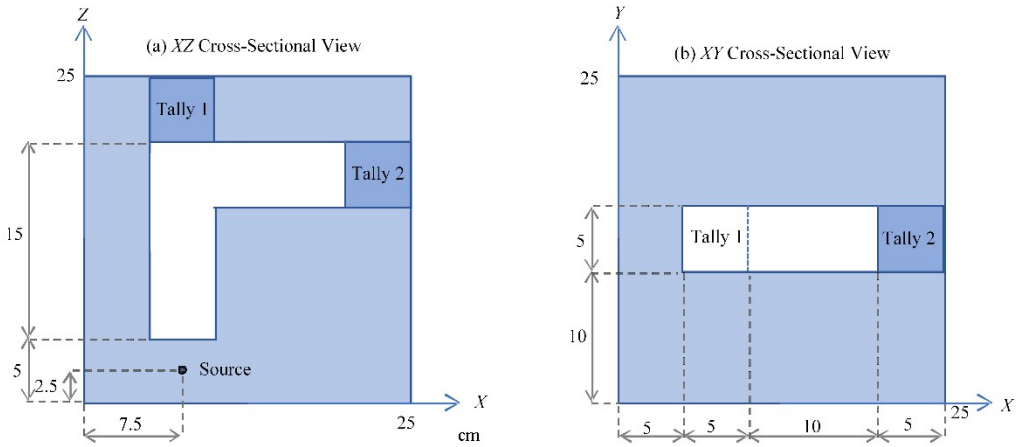


图2 局部问题模型示意图
Fig.2 Schematic diagram of local problem model

分别记录如图2所示边长为5 cm立方体计数区域内，能量大于1 MeV的中子注量率。利用本文中提出的级联方法，分别生成不包含角度信息的各向同性权窗，以及包含角度信息的权窗进行计算，得到计算结果与直接计算以及使用同样是纯蒙特卡罗方法的MAGIC方法的结果进行比较。计算结果如表1所示。

比较各方法计算得到的最小FOM值，如图3所示。

可以看出，由于MAGIC方法的目标是使全局收敛均匀，在处理局部多探测器问题时，虽然可以使两探测器间收敛情况更为一致，但是FOM值却明显降低。本文提出的利用级联方法生成的权窗，在使两不同位置探测器收敛情况更为一致的情况下，对

表1　局部问题计算结果
Table 1　Result of local problem

计算位置 Calculate location	计算目标 Calculation target	直接计算 Direct calculation	MAGIC	无角度权窗 Angle-independent cascade method	有角度权窗 Angle-dependent cascade method
Tally 1	结果 Result / $n\cdot cm^{-2}\cdot s^{-1}$	$3.682\ 0\times10^{-2}$	$3.565\ 3\times10^{-2}$	$3.665\ 2\times10^{-2}$	$3.656\ 8\times10^{-2}$
	相对误差 Relative error	$1.563\ 3\times10^{-2}$	$2.042\ 1\times10^{-2}$	$1.395\ 8\times10^{-2}$	$1.474\ 7\times10^{-2}$
Tally 2	结果 Result / $n\cdot cm^{-2}\cdot s^{-1}$	$1.494\ 2\times10^{-2}$	$1.507\ 2\times10^{-2}$	$1.492\ 6\times10^{-2}$	$1.495\ 4\times10^{-2}$
	相对误差 Relative error	$2.448\ 4\times10^{-2}$	$1.721\ 2\times10^{-2}$	$1.622\ 6\times10^{-2}$	$1.591\ 5\times10^{-2}$

于收敛情况较差的 Tally 2 位置，显著提高了 FOM 值，角度相关级联方法得到的 FOM 值是直接计算的约 2.5 倍，是无角度级联方法的约 1.3 倍，是 MAGIC 方法的约 4 倍。

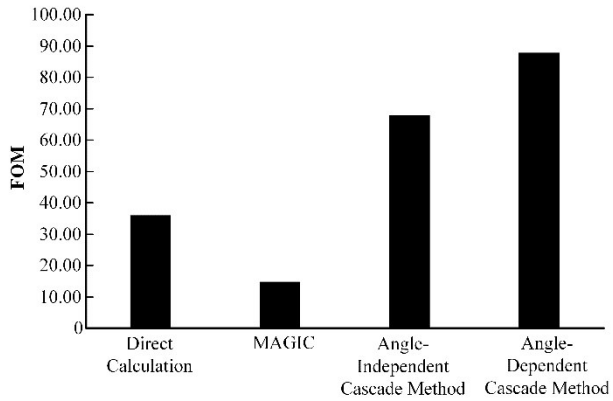


图3　局部问题 FOM 值对比图
Fig.3　Comparison chart of FOM for local problem

4.2.2　全局问题

对于粒子需按特定路径飞行才能到达探测器区域的问题，粒子易飞离系统或被通道边界的屏蔽材料吸收，因此对于通道内的粒子，只有沿着通道飞行的粒子才具有较高的重要性，其他飞行方向的粒子重要性较低。不同方向粒子重要性差异较大，属于各向异性较强的问题，下文构建一个此类问题的模型进行计算。

有一长宽高均为 25 cm 的立方体区域，内有一块长宽高分别为 15 cm、25 cm、20 cm 的长方体屏障，设置其材料为 2.4 $g\cdot cm^{-3}$ 的 ^{10}B，粒子进入后有很大可能被吸收，尺寸如图 4 所示。立方体其余部分充满密度为 1 $g\cdot cm^{-3}$ 的水。立方体 *XYZ* 坐标最小的顶点处为坐标系原点，如图 4 所示建立坐标系，在坐标为（2.5 cm，12.5 cm，2.5 cm）处有一单能单向中子源，发射的中子能量为 10 000 eV，方向为 *Z* 轴正方向。

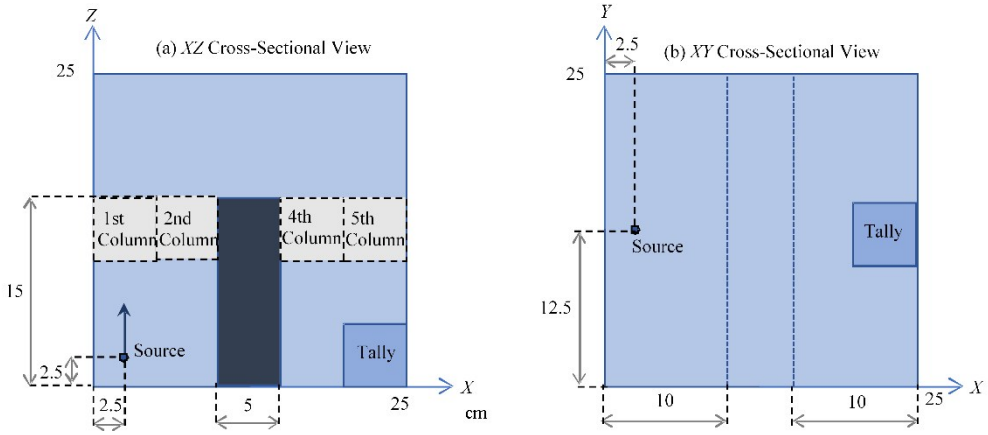


图4　全局问题模型示意图
Fig.4　Schematic diagram of global problem model

将全局问题模型划分为 5×5×5 共 125 个立方体网格，记录每个立方体网格内的中子注量率。取包含立方体中心的 *XY* 截面的 5×5 共 25 个网格，观察各个网格计算结果 FOM 值分布，比较每列网格计算结果 FOM 值的最大值与最小值如图 5 所示（其中第三列是屏蔽材料所在区域，不进行比较）。

可以看出，利用权窗方法可以使每列的最大 FOM 值和最小 FOM 值更为接近，表明了全局收敛情况更加均匀。比较每列最小的 FOM 值，可以看出，无角度级联方法与 MAGIC 方法取得相似的效果，在粒子难以到达的模型深处，本文提出的角度相关级联方法，相较于直接计算 FOM 值从 0.01 提高到 10~20，是直接计算的 100~200 倍，相较于 MAGIC 方法和无角度级联方法，FOM 值提高了约 30%。

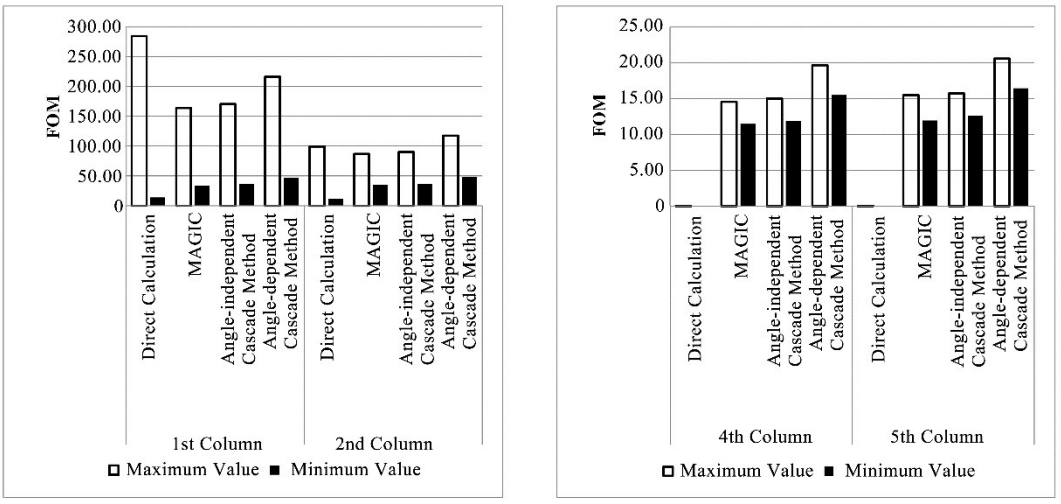


图5　全局问题FOM值对比图
Fig.5　Comparison chart of FOM for global problem

4.2.3　FNG SiC基准实验

碳化硅陶瓷基复合材料是聚变反应堆的候选结构材料，有关的开发研究在欧洲聚变技术项目中进行，该基准实验的目的是验证碳和硅的截面数据[22]。实验装置几何结构如图6所示，由多块烧结碳化硅组成（半径45.72 cm，厚度71.12 cm），距离14 MeV FNG中子源5.3 cm。有4个不同穿透深度的实验位置，用于放置不同种类的探测器，所使用的碳化硅的平均密度为3.158 g·cm^{-3}，主要杂质为硼（重量百分比为0.19%）、铝（重量百分比为0.79%）和铁（重量百分比为0.14%）。

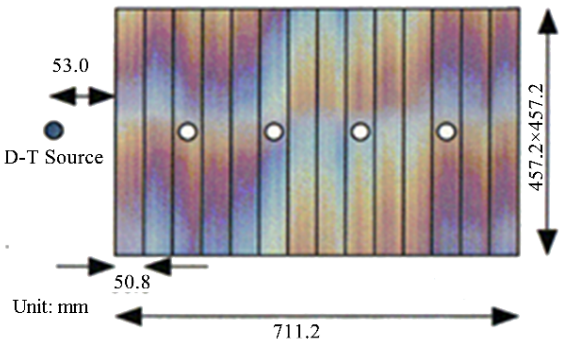


图6　FNC SiC基准实验模型示意图（彩图见网络版）
Fig.6　Schematic diagram of FNC SiC benchmark experimental model (color online)

本研究在4个实验位置设置4个中子注量率探测器，通过比较FOM验证减方差方法的有效性。将4个实验位置按离源由近到远称为位置一到位置四，4个位置能量区间为（1.221 4~1.419 1）×10^7 eV，计算结果如表2所示。

表2　FNC SiC基准实验计算结果
Table 2　Results of FNC SiC benchmark experiment

位置 Position	计算目标 Calculation target	直接计算 Direct calculation	MAGIC	无角度权窗 Angle-independent cascade method	有角度权窗 Angle-dependent cascade method
位置一	结果Result / n·cm^{-2}·s^{-1}	4.100 59×10^{-5}	3.851 29×10^{-5}	3.991 43×10^{-5}	4.026 38×10^{-5}
Position 1	相对误差Relative error	1.761 89×10^{-2}	6.406 63×10^{-2}	1.796 40×10^{-2}	5.602 00×10^{-2}
位置二	结果Result / n·cm^{-2}·s^{-1}	2.596 28×10^{-6}	2.907 59×10^{-6}	2.709 74×10^{-6}	2.807 84×10^{-6}
Position 2	相对误差Relative error	5.913 40×10^{-2}	1.055 28×10^{-1}	5.987 42×10^{-2}	1.182 33×10^{-1}
位置三	结果Result / n·cm^{-2}·s^{-1}	2.439 83×10^{-7}	2.826 36×10^{-7}	2.815 42×10^{-7}	2.518 29×10^{-7}
Position 3	相对误差Relative error	1.510 69×10^{-1}	1.341 01×10^{-1}	1.295 08×10^{-1}	9.795 32×10^{-2}
位置四	结果Result / n·cm^{-2}·s^{-1}	4.368 71×10^{-8}	3.116 75×10^{-8}	3.280 33×10^{-8}	3.044 37×10^{-8}
Position 4	相对误差Relative error	3.704 11×10^{-1}	1.738 24×10^{-1}	9.153 15×10^{-2}	8.054 64×10^{-2}

由表2可以看出，在穿透较浅区域，直接计算的效果与使用本研究提出的包含角度信息的权窗计算效果相近；在穿透较深的区域，直接计算难以收敛，使用本文提出的权窗方法可以使计算的相对误差显著降低，同时可以得到收敛情况更为平均的结果。

对于最难收敛的4处位置的探测器，计算结果FOM值对比如图7所示。

利用本文提出的利用级联方法生成的包含角度信息的权窗进行计算，FOM值是直接计算的约20倍，是无角度级联方法的约两倍，相较于MAGIC方

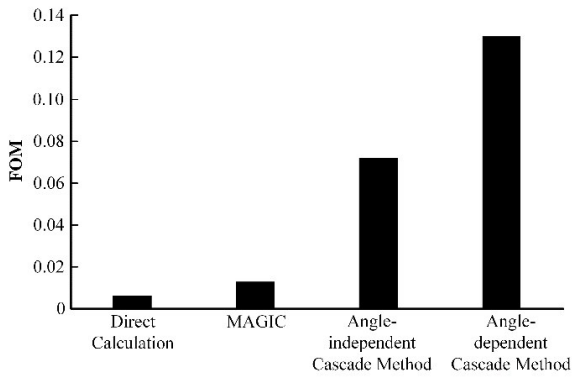


图7 FNC SiC基准实验FOM值对比
Fig.7 Comparison chart of FOM for FNC SiC benchmark experimental

法，本方法得到的FOM值提高了约10倍，充分说明了本方法可以有效提高计算效率，减少计算时间。

5 结语

本文提出了一种通过一次蒙特卡罗前置计算即可生成减方差参数，并充分利用粒子飞行方向信息的蒙特卡罗减方差方法，详细论述了本方法的方法原理与计算流程。基于OpenMC程序编写了区域划分模块、粒子输运模块、粒子碰撞模块、粒子迁移模块以及计数器模块实现本算法。以计算区域内有空腔的问题、粒子需按特定路径飞行才能到达探测器区域的问题以及FNG SiC基准实验问题为算例进行了计算，对比计算结果发现，本文提出的包含信息的权窗对于局部问题，可以显著提高较难收敛处的品质因子，相较于无角度级联方法，FOM值最大提高约1倍；对于全局问题，本文提出的包含角度信息的权窗也可以使全局FOM值更加均匀，相较于MAGIC方法和无角度级联方法，FOM值提高了约30%。本方法可以有效加快蒙特卡罗粒子输运模拟计算收敛速度，提高计算效率，相较于传统只包含位置、能量维度的权窗方法，本方法对于解决各向异性问题有明显的优越性。

本文采用自行编写的程序进行验证计算，目前处于方法原理的早期理论验证阶段。由于程序功能以及算力有限，对问题模型具有一定限制，因此尚未对大规模复杂问题开展验证。未来可以拓展程序的功能，兼容更为复杂的模型，验证本方法对于大规模复杂问题的有效性。

作者贡献声明 卢一冉负责角度相关权窗、减方差参数获取相关研究，验证算法所用程序编写，文章撰写；吕焕文负责论文整体设计，技术路线、理论研究指导，对文章作批评性审阅；王雪晴负责级联算法相关研究。

参考文献

1 Booth T E, Hendricks J S. Importance estimation in forward Monte Carlo calculations[J]. Nuclear Technology - Fusion, 1984, **5**(1): 90 – 100. DOI: 10.13182/fst84-a23082.

2 Wagner J C, Haghighat A. Automatic variance reduction for Monte Carlo shielding calculations with the discrete ordinates adjoint function[C]//Mathematical Methods and Supercomputing for Nuclear Applications. Saratoga Springs, New York, American Nuclear Society, October 5-9, 1997, **1**: 67.

3 Wagner J C, Haghighat A. Automated variance reduction of Monte Carlo shielding calculations using the discrete ordinates adjoint function[J]. Nuclear Science and Engineering, 1998, **128**(2): 186 – 208. DOI: 10.13182/NSE98-2.

4 Wagner J C, Blakeman E D, Peplow D E. Forward-weighted CADIS method for global variance reduction[J]. Transactions of the American Nuclear Society, 2007, **97**: 630 – 633.

5 Wagner J C, Blakeman E D, Peplow D E. Forward-weighted CADIS method for variance reduction of Monte Carlo calculations of distributions and multiple localized quantities[C]//Proceedings of the 2009 International Conference on Advances in Mathematics, Computational Methods, and Reactor Physics. Saratoga Springs, New York, 2009.

6 郑琪, 沈炜, 贺清明, 等. 基于NECP-MCX的蒙特卡罗-确定论耦合及权窗网格粗化方法研究[J]. 核动力工程, 2021, **42**(2): 202 – 207. DOI: 10.13832/j. jnpe. 2021.02.0202.
ZHENG Qi, SHEN Wei, HE Qingming, *et al*. Research on hybrid Monte Carlo-deterministic and weight-window mesh-coarsening method based on NECP-MCX[J]. Nuclear Power Engineering, 2021, **42**(2): 202 – 207. DOI: 10.13832/j.jnpe.2021.02.0202.

7 Shu H L, Cao L Z, He Q M, *et al*. Study on unstructured mesh – based Monte Carlo/deterministic coupled particle transport calculation method[J]. Nuclear Science and Engineering, 2024, **198**(11): 2209 – 2229. DOI: 10.1080/00295639.2023.2295065.

8 郑华庆, 李斌, 宋婧, 等. 基于自动网格划分与权窗平滑的自适应减方差方法[J]. 核技术, 2016, **39**(9): 090502. DOI: 10.11889/j.0253-3219.2016.hjs.39.090502.

ZHENG Huaqing, LI Bin, SONG Jing, *et al*. Adaptive variance reduction method based on automatic mesh generating and weight window smoothing[J]. Nuclear Techniques, 2016, **39**(9): 090502. DOI: 10.11889/j.0253-3219.2016.hjs.39.090502.

9 刘聪, 张斌, 张亮, 等. S_N共轭函数用于蒙特卡罗粒子输运自动减方差的研究[J]. 计算物理, 2018, **35**(5): 535–544. DOI: 10.19596/j.cnki.1001-246x.7735.
LIU Cong, ZHANG Bin, ZHANG Liang, *et al*. Application of S_N adjoint function on automated variance reduction for Monte Carlo particle transport calculation [J]. Chinese Journal of Computational Physics, 2018, **35**(5): 535–544. DOI: 10.19596/j.cnki.1001-246x.7735.

10 Davis A, Turner A. Comparison of global variance reduction techniques for Monte Carlo radiation transport simulations of ITER[J]. Fusion Engineering and Design, 2011, **86**(9–11): 2698–2700. DOI: 10.1016/j.fusengdes.2011.01.059.

11 van Wijk A J, van den Eynde G, Hoogenboom J E. An easy to implement global variance reduction procedure for MCNP[J]. Annals of Nuclear Energy, 2011, **38**(11): 2496–2503. DOI: 10.1016/j.anucene.2011.07.037.

12 Pan Q Q, Lyu H W, Tang S Q, *et al*. MAGIC-GPS global variance reduction method for large-scale shielding calculation[J]. Nuclear Engineering and Design, 2023, **414**: 112581. DOI: 10.1016/j.nucengdes.2023.112581.

13 van Riper K A, Urbatsch T J, Soran P D. AVATAR-Automatic variance reduction in Monte Carlo calculations [R]. Los Alamos National Laboratory (LANL), Los Alamos, NM (United States), 1997.

14 Cooper M A, Larsen E W. Automated weight windows for global Monte Carlo particle transport calculations[J]. Nuclear Science and Engineering, 2001, **137**(1): 1–13. DOI: 10.13182/NSE00-34.

15 Peplow D E, Mosher S W, Evans T M. Consistent adjoint driven importance sampling using space, energy, and angle[R]. Oak Ridge National Laboratory (ORNL), Oak Ridge, TN (United States), 2012.

16 Munk M. FW/CADIS- Ω: an angle-informed hybrid method for neutron transport[D]. Berkeley: University of California, 2017.

17 张秦, 张斌, 王悦. 角度相关共轭函数的蒙卡自动减方差算法研究[J]. 核科学与技术, 2024, **12**(3): 139–150. DOI: 10.12677/nst.2024.123015.
ZHANG Qin, ZHANG Bin, WANG Yue. Research on Monte Carlo automatic variance reduction algorithm for angle-dependent conjugate function[J]. Nuclear Science and Technology, 2024, **12**(3): 139–150. DOI: 10.12677/nst.2024.123015.

18 Rathkopf J A, Martin W R. The finite element response matrix method for the solution of the neutron transport equation[J]. Progress in Nuclear Energy, 1986, **18**(1–2): 237–250. DOI: 10.1016/0149-1970(86)90030-2.

19 Leppänen J. Response matrix method–based importance solver and variance reduction scheme in the serpent 2 Monte Carlo code[J]. Nuclear Technology, 2019, **205**(11): 1416–1432. DOI: 10.1080/00295450.2019.1603710.

20 王雪晴. 蒙特卡罗屏蔽深穿透计算的弥散源级联减方差方法研究[D]. 成都: 中国核动力研究设计院, 2024.
WANG Xueqing. Research on the diffuse source cascade variance reduction method for Monte Carlo deep penetration shielding calculations[D]. Chengdu: Nuclear Power Institute of China, 2024.

21 Lux I, Koblinger L. Monte Carlo particle transport methods: neutron and photon calculations[M]. Boca Raton, Francis: CRC Press, 1991.

22 Kodeli I, Milocco A, Ortego P, *et al*. 20 years of SINBAD (shielding integral benchmark archive and database) [J]. Progress in Nuclear Science and Technology, 2014, **4**: 308–311. DOI: 10.15669/pnst.4.308.