

基于物理信息神经网络求解电推进器放电腔中不可压缩气体弥散问题

吴梅起^{1,2} 郑金星² 刘海洋² 陆玉东² 柯茂林^{1,2} 杜宜凡^{1,2} 吴涛^{1,2}
史佳明²

1(中国科学技术大学 合肥 230026)

2(中国科学院合肥物质科学研究院等离子体物理研究所 合肥 230031)

摘要 人工智能时代的来临使得神经网络与深度学习在不同学科领域中得到了应用。本研究提出了一种基于深度神经网络的方法,用物理信息驱动的神经网络解决二维 Navier-Stokes 方程求解问题,并对整个物理系统进行建模。为了方便传统计算流体力学(Computational Fluid Dynamics, CFD)数值计算,采用推进剂通入稀薄气体空腔这一经典问题来代替真空中的不可压缩气体流动问题,以满足传统 CFD 方法的连续性介质假设。在本文所提出的方法中,将 Navier-Stokes 方程与基于物理信息神经网络(Physics-Informed Neural Networks, PINN)相结合,将物理信息嵌入神经网络,使结果更符合物理定律,建模性能更强。另外此研究引入了基于域分解思想的扩展物理信息神经网络(eXtended Physics-Informed Neural Network, XPINN)方法,试图改进 PINN 建模效果。结果表明本文提出的基于 PINN 的气体扩散场建模方法有以下优点:1)与传统的 CFD 方法相比,该方法与 FLUENT 求解结果误差较小,可以得到比较准确的数值结果;2)比纯数据驱动的神经网络方法建模预测精度和物理一致性;3)可以求解偏微分方程(Partial Differential Equations, PDEs)逆问题;4)基于域分解思想的 XPINN 的建模性能要比普通 PINN 方法表现更优秀。

关键词 流场模拟, Navier-Stokes 方程, 数据驱动方法, 物理信息神经网络

中图分类号 TP39

DOI: 10.3724/j.0253-3219.2026.hjs.49.250152

CSTR: 32193.14.hjs.CN31-1342/TL.2026.49.250152

Solution for incompressible gas dispersion in an electric thruster discharge cavity based on physics-informed neural networks

WU Meiqi^{1,2} ZHENG Jinxing² LIU Haiyang² LU Yudong² KE Maolin^{1,2} DU Yifan^{1,2} WU Tao^{1,2}
SHI Jiaming²

1(University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

2(Institute of Plasma Physics, Hefei Institutes of Physical Science, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031, China)

Abstract [Background] The advent of the Artificial Intelligence (AI) era has led to the application of neural networks and deep learning in different disciplines. [Purpose] This study aims to solve incompressible gas dispersion

国家自然科学基金重点项目(No.52437001)、中国科学院重点部署项目(No.KGFZD-145-23-53)资助

第一作者: 吴梅起, 男, 1997 年出生, 2019 年毕业于石河子大学, 现为硕士研究生, 研究领域为物理信息神经网络在电推进技术中的应用

通信作者: 郑金星, E-mail: jxzheng@ipp.ac.cn

收稿日期: 2025-04-03, 修回日期: 2025-05-06

Supported by Key Project of National Natural Science Foundation of China (No.52437001), the Key Research Program of Chinese Academy of Sciences (No.KGFZD-145-23-53)

First author: WU Meiqi, male, born in 1997, graduated from Shihezi University in 2019, master student, focusing on physics-informed neural networks in electric propulsion technology applications

Corresponding author: ZHENG Jinxing, E-mail: jxzheng@ipp.ac.cn

Received date: 2025-04-03, revised date: 2025-05-06

problem in an electric thruster discharge cavity using deep neural network-based approach with a physical information-driven neural network. **[Methods]** First of all, the traditional Computational Fluid Dynamics (CFD) numerical calculations were facilitated and the classical problem of propellant passing into a thin gas cavity was used to replace the incompressible gas flow problem in vacuum to satisfy the continuum medium assumption of the traditional CFD method. Then, the Navier-Stokes equations were combined with Physics-Informed Neural Networks (PINN) to embed physical information into the networks to ensure that the results were more consistent with the laws of physics to enhance the modeling performance. Subsequently, based on the idea of domain decomposition, the XPINN method was proposed to improve the modeling effect of PINN. Finally, predicted results of PINN and XPINN were compared with those of FLUENT simulation. **[Results]** Comparison results show that the method proposed in this paper has the following advantages: 1) Compared with the traditional CFD method, the PINN-based gas diffusion field modeling method has less error with the FLUENT solution results, and more accurate numerical results can be obtained; 2) The predictive accuracy and physical consistency of PINN-based gas diffusion field modeling approach outperform the purely data-driven neural network approach; 3) It can solve the Partial Differential Equations (PDEs) inverse problem; 4) The modeling performance of XPINN based on the idea of domain decomposition is stronger than that of the ordinary PINN method. **[Conclusions]** This study demonstrates that the results of PINN method are close to those of traditional CFD methods, while the eXtended Physics-Informed Neural Network (XPINN) method based on the idea of domain decomposition improves the solution of the ordinary PINN.

Key words Flow field simulation, Navier-Stokes equations, Data-driven approach, Physics-informed neural network

神经网络与深度学习已经深入科学计算到工程技术的各个方面,在信息时代受益于神经网络与深度学习技术的科学领域包括:蛋白质空间结构预测、材料辅助设计和流场模拟。但通常这些问题可获得的数据较多,需要很大的数据库来帮助更好求解。对于复杂物理系统,包括在航空航天领域中稀薄空气下工作的推进器来说,其可获取信息少,测量数据难度大,被归结为小数据问题。尤其考虑到推进器在深空探测时只是太空中微不足道的点。

尽管我们很难获取较多数据,但我们仍然有办法描述此类问题。Lu等^[1]系统地研究了电推进系统中的物理模型控制方程。对控制方程的深入了解可以指导我们更好地将实际问题转化为数学问题。我们建立了推进剂射入稀薄空气环境过程中的连续性方程、动量/能量守恒方程等,用以量化流动过程中的不确定性。对气体弥散过程的理解可以帮助我们建立更好的数据驱动的机器学习模型,并通过一系列约束条件对物理模型进行补充,所获结果作为先验信息对神经网络的训练提供辅助。

基于物理信息神经网络(Physics-Informed Neural Networks, PINN)的原理是将物理知识整合到神经网络中,通过训练神经网络从控制方程的残差项中构建损失函数,使损失函数最小化,从而实现偏微分方程(Partial Differential Equations, PDEs)的近似解^[2]。首先构建一个具有输出结果的神经网络代理模型 $NN(x)$,然后将其放入PDEs约束下进行微

分和算术运算;然后根据初始条件、边界条件和网络定义损失函数,其中损失函数项包括初始条件损失(Initial Condition loss, IC loss)、边界条件损失(Boundary Condition loss, BC loss)和PDEs损失。最后,通过优化损失函数来训练神经网络,最终得到最优的模型参数。

PINN的思想最早是在1994年提出的,当时Cheng等^[3]使用神经网络求解用于等离子体流体模拟中电场计算的二维泊松方程。后来,PINN在2017年被Raissi等^[4-5]重新提出。此后,PINN得到了快速发展。传统的数值方法一般以物理知识为基础,是目前各类偏微分方程求解的最广泛使用的方法。然而,当被解决的问题的维度增加时,容易出现难以解决的维度灾难问题。此外,解的值只在网格点上计算,而在非网格点上容易引入误差。对于单纯数据驱动的神经网络方法,需要大量的数据来训练和适应神经网络,以获得理想的结果。然而,对于某些领域,神经网络与深度学习方法会存在数据缺乏和数据噪声等问题,仅基于数据拟合的可解释性并不是很好。基于物理信息驱动的神经网络与深度学习方法用计算域中随机选择的采样点求解偏微分方程,并通过最小化损失函数来保证计算域中所有的随机采样点尽可能地满足约束条件,从而大大减少数值结果的误差积累,计算出期望的结果^[5]。此外,由于增加了物理条件的约束,这种方法也提高了神经网络与深度学习在面对不同问题时的通用性。

最近,基于PINN的方法被越来越多地用于解决偏微分方程所确定的物理系统。如,求解流体力学领域中经典的圆柱绕流问题^[6];求解一维非线性薛定谔方程确定的量子力学系统,包括光纤和/或波导中的非线性波传播、玻色-爱因斯坦凝聚体和等离子体波^[2];求解描述相分离过程的Allen - Cahn方程^[7]。

目前的物理信息神经网络将物理知识嵌入神经网络中,减少了传统神经网络方法对大量数据的依赖,不需要大量的数据来适应物理方程的约束,就能获得比较满意的结果^[2]。目前,物理信息神经网络已经在很多科学与工程计算领域得到应用,同时提出了一系列优化方法,并取得了积极的效果。

例如,Jin等^[8]提出NSFnet,可以直接模拟和维持瞬态湍流至1 000 s;NSFnet可以比数值模拟方法CFD求解器更好地解决逆问题。Mishra等^[9]提出了一种基于PINN的新型深度学习算法,用于模拟辐射传输的逆问题;该算法高效准确,缓解了维度灾难,降低了计算成本。Ni等^[10]提出了一种新颖的物理信息残差网络(Physics-Informed Residual Network,PIResNet),用于学习嵌入在训练和测试数据中的基础物理信息,从而为不完备数据集提供和物理系统一致的解决方案。张伟伟等^[11]提出了一个机器学习框架,应用于湍流模型中不确定度的量化以及模型的改进和构建。Amini等^[12]提出了一种PINN方法来解决多相场逆问题,采用了适用于PINN的控制方程的无量纲形式,并提出了针对热-流体-机械问题的耦合偏微分方程的顺序训练,其效果在单相和多相流多孔介质问题中得到验证。Lou等^[13]提出的玻尔兹曼-BGK公式解决正向和反向问题,使PINN能够模拟连续和稀薄状态下的流动。Mao等^[14]提出使用PINN来近似定义高速空气动力流的欧拉方程的解。

对于向只有稀薄气体的电推进器放电腔中通入不可压缩流体这一同样由Navier-Stokes方程定义的流体力学问题,国内外的研究甚少。

本文对稀薄气体情况下的二维Navier-Stokes方程进行了概述,使用传统CFD方法,以获得偏微分方程的数值解^[15-18]。然后讨论了建立用物理信息驱动的神经网络方法,该方法描述了基于深度学习的PINN方法,与全连接神经网络代理模型比较。最后,在总结本文的工作之前,先比较了人工神经网络(Artificial Neural Network,ANN)和PINN,讨论了ANN的局限性、改进领域,以及这项工作对磁等离子体推进器(Magnetoplasma dynamic Thruster,MPDT)技术发展的意义。

1 传统数值方法的求解理论

有必要说明为获得我们感兴趣的连续性,动量和质量守恒方程所作出的假设。将推进剂射入稀薄气体这一问题模拟为二维Navier-Stokes方程问题,并利用传统CFD方法得到了该问题的数值解:

1)假设推进剂(氩气(Ar))是各向同性,在低马赫数下的不可压缩的理想气体,且流动是二维的;

2)仅有单相流动;

3)最初真空腔内均匀充满了较稀薄的Ar(< 1 Pa),但仍然满足连续性介质假设;

4)存在局部热平衡;

5)不考虑重力因素,根据这些假设二维Navier-Stokes方程可写为:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + S_x \quad (2)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + S_y \quad (3)$$

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \mu \Phi_v \quad (4)$$

$$\Phi_v = 2 \left(\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right) + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \quad (5)$$

式中: ρ 是气体密度; u 是气体在 x 方向速度分量; v 是气体在 y 方向速度分量; p 是气体压强; Φ_v 为黏性耗散函数; c_p 为定压比热容。式(1)中认为Ar满足理想气体状态方程,气体压强 p 满足式(6):

$$p = \rho R T \quad (6)$$

式中: $R = 208.11 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ 是Ar气体常数; T 是气体开尔文温度。

为了使方程封闭,需要引入气体热容方程式(7):

$$e = c_v T + \frac{1}{2} (v_x^2 + v_y^2) \quad (7)$$

式中: e 是单位体积气体总能量; v_x 是气体在 x 方向速度分量; v_y 是气体在 y 方向速度分量; $c_v = 521.25 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}$ 是气体定容比热容。

采用ANSYS FLUENT 2022 R1软件进行了数值模拟,网格由FLUENT meshing生成,压力-速度耦合的求解方法认为当数值结果的偏差<2%时,即

$$\left| \frac{(\Delta v^{m+1} - \Delta v^m)}{\Delta v^m} \right| \leq 2\%, \text{模型与网格无关, 详见表 1.}$$

表 1 网格无关性检验
Table 1 Grid-independence test

	网格一	网格二	网格三	2~3 偏差
	Mesh 1	Mesh 2	Mesh 3	2~3 deviations
网格数	35 472	38 952	43 325	—
Mesh number				
出口速度	340.26	432.18	440.07	0.53%
Exit velocity / m·s ⁻¹				

从数值模拟结果中提取空间坐标 (x, y) 、场变量 (u, v, p, ρ, T) 和边界条件参数作为输入来训练 PINN 模型, 仿真结果如图 1 所示。

2 利用纯数据驱动的神经网络求解理论与实验

偏微分方程是包含未知多元函数及其偏导数的方程, 用神经网络拟合 PDEs 主要通过最小化其输出

的代理理解与仿真(或实验)数据之间的 MSE 损失函数, 通过反向传播更新神经网络参数, 以使神经网络输出的代理理解与仿真(或实验)数据拟合度更高。由于该工作中实验数据仍然较少, 所以直接使用仿真数据。为方便实验, 本工作中均使用稳态求解方法, 训练神经网络的损失函数设计为 MSE, 如下:

$$\text{Loss} = \text{MSE} = \frac{1}{N_{\text{Data}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{Data}}} |\hat{p}(x^i, y^i) - p^i|^2 \quad (8)$$

图 2(a~b)分别为 FLUENT 仿真出的及纯数据驱动的神经网络模型预测的 u 速度场, 图 3 为纯数据驱动的全连接神经网络训练过程的 Loss 下降曲线, 但是纯数据驱动的方法在实际运用中有以下缺陷^[19]: 1) 纯数据驱动的方法需要大量且尽量均匀分布于物理系统各处的数据, 因此对训练数据的要求很高, 无法满足数据集条件可能使神经网络训练收敛得很慢, 甚至无法收敛; 2) 没有很好地嵌入物理信息。即使网络收敛, 由于神经网络模型的黑盒性, 从数据中学习的信息不一定符合物理规律, 可能导致建模失败。

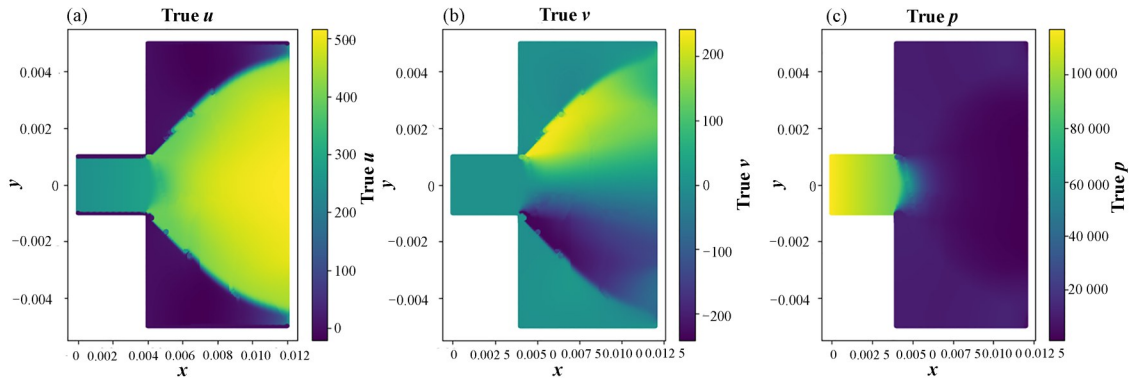


图 1 FLUENT 流场仿真结果(彩图见网络版) (a) 纯 u , (b) 纯 v , (c) 纯 p
Fig.1 Simulation results of FLUENT flow field (color online) (a) Pure u , (b) Pure v , (c) Pure p

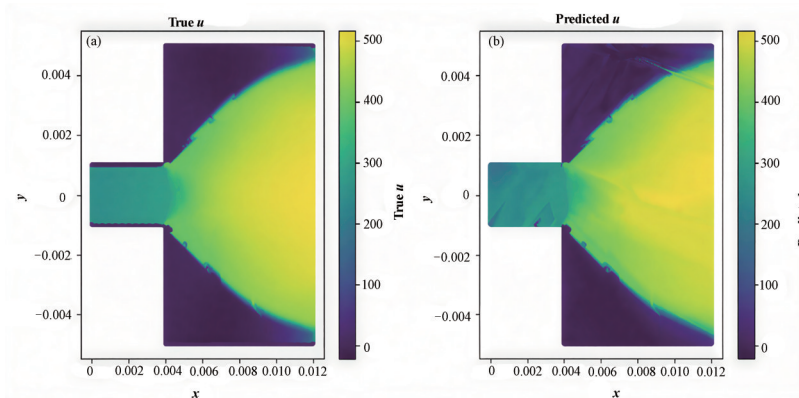


图 2 (a) FLUENT 仿真出的 u 速度场与(b)纯数据驱动的神经网络模型预测的 u 速度场(彩图见网络版)
Fig.2 (a) u velocity field simulated by FLUENT and (b) u velocity field predicted by a purely data-driven neural network model (color online)

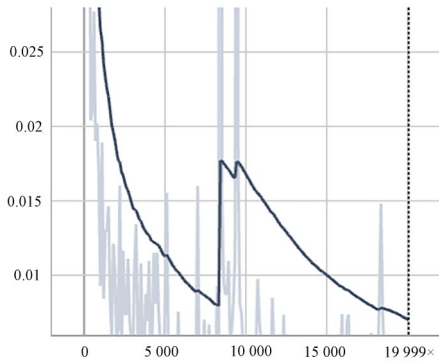


图3 纯数据驱动的全连接神经网络训练20 000 epochs的 Loss下降曲线

Fig.3 Purely data-driven Loss descent curves for fully connected neural networks trained for 20 000 epochs

将在下节引入PINN来求解物理信息驱动的神神经网络,试图解决以上问题。

3 基于物理信息驱动的神经网络方法求解理论与实验

3.1 PINN求解理论

利用PINN求解二维Navier-Stokes方程的原理如图4所示。PINN通过将Navier-Stokes方程嵌入到神经网络的损失函数中,将来自仿真和PDEs的信息进行整合,损失函数主要分为三部分^[4-5]:

- 1) BC loss: 针对微分函数的边界情况进行训练;
- 2) PDEs loss: 针对定义域内的情况进行训练;
- 3) 数据损失(Data loss): 代理理解与流场数据间的MSE损失。

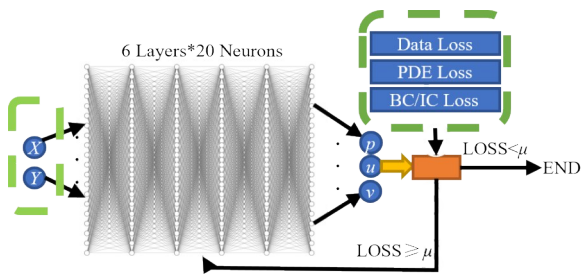


图4 PINN的训练流程

Fig.4 The training process of PINN

首先,建立一个深度神经网络 $NN(\mathbf{X})$,其中 $\mathbf{X}$ 是深度神经网络的输入张量,以获得Navier-Stokes方程的代替解 u 。然后,将 u 代入Navier-Stokes方程的物理信息约束。构建Navier-Stokes方程以获得PDEs损失,并应用初始和边界条件约束以获得初始

和边界条件损失。最后,通过最小化损失函数来训练神经网络,直到获得的损失小于阈值。式(9)为PINN的损失函数的范式。

$$\text{Loss} = w_f \text{MSE}_{\text{Data}} + w_b \text{MSE}_{\text{PDE}} + w_{bc} \text{MSE}_{\text{BC}} \quad (9)$$

式中:

$$\text{MSE}_{\text{Data}} = \frac{1}{N_{\text{Data}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{Data}}} |\hat{p}(x^i, y^i) - p^i|^2 \quad (10)$$

$$\text{MSE}_{\text{PDE}} = \frac{1}{N_f} \sum_{j=1}^{N_f} |f(x_j^i, y_j^i)|^2 \quad (11)$$

$$\text{MSE}_{\text{BC}} = \frac{1}{N_{\text{BC}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{BC}}} |\hat{p}(x_{\text{BC}}^i, y_{\text{BC}}^i) - p_{\text{BC}}^i|^2 \quad (12)$$

式中: w_f 、 w_b 、 w_{bc} 分别为PDEs loss、Data loss和BC loss的权重,这3个参数用以自适应调整,以获得较好的训练速度与模型效果^[20]。

3.2 实验

本次实验采用CFD稳态求解数据,即使用时间无关的Navier-Stokes方程作为控制方程,PINN拟合CFD稳态求解数据。表2是PINN训练过程的参数。

表2 神经网络训练参数
Table 2 Neural network training parameters

指标 Metrics	值 Value
隐藏层数 Number of hidden layers	6
每层神经元数 Number of neurons per layer	20
数据集大小 Dataset size	84 660
迭代次数 Epoch	20 000
优化器 Optimizer	Adam
学习率 Learning rate	0.1

由于PINN和Navier-Stokes方程本身的局限性,本文把几何模型抽象为两个矩形的组合,以使PINN能够更好地收敛。图5是使用单卡RTX 4090显卡训练神经网络过程中loss函数收敛过程,图6~8为PINN方法预测的场与FLUENT仿真结果对比。Loss在0.005~0.01,数据拟合效果较好;对比预测的

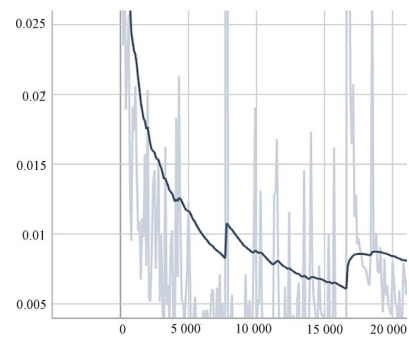


图5 Loss函数收敛过程

Fig.5 Convergence process of the Loss function

场与仿真的场,发现预测的流场与仿真结果的差异 已经很小。

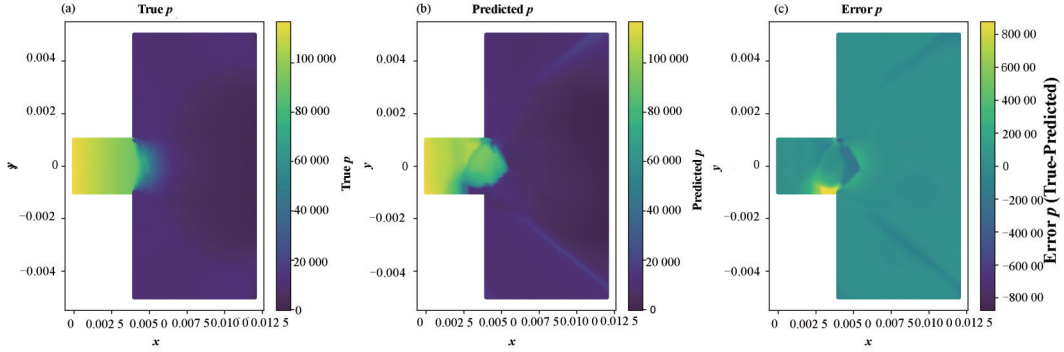


图6 仿真案例中的压力场(a)与PINN方法所预测的压力场(b)及误差场(c)(彩图见网络版)
Fig.6 Pressure field in the simulation case (a), pressure field predicted by the PINN method (b) and error (c) (color online)

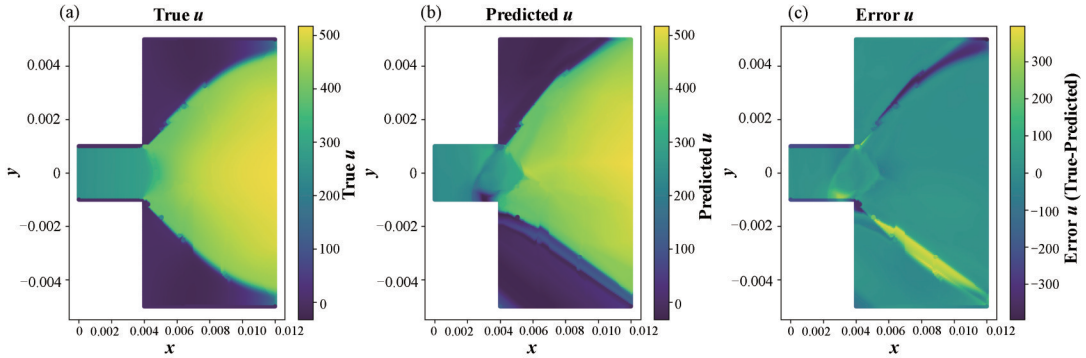


图7 仿真案例中的 u 速度场(a)与PINN方法所预测的 u 速度场(b)以及误差场(c)(彩图见网络版)
Fig.7 The u -velocity field in the simulation case (a), the u -velocity field predicted by the PINN approach (b) and the error field (c) (color online)

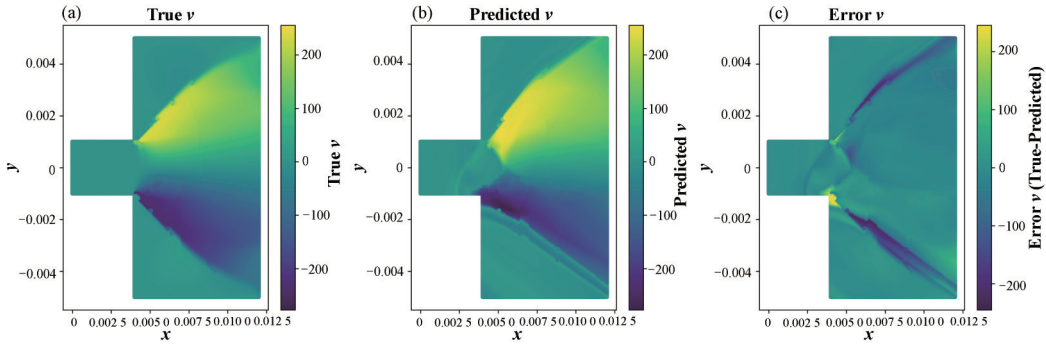


图8 仿真案例中的 v 速度场(a)与PINN方法所预测的 v 速度场(b)及误差值场(c)
Fig.8 The v -velocity field in the simulation case (a), the v -velocity field predicted by the PINN method (b) and the error field (c) (color online)

3.3 利用PINN方法求解逆问题

Navier-Stokes 方程中存在一些未知参数,但是除了偏微分方程和边界条件之外,我们需要更多一点的物理场的实验或仿真数据。从工程实现的角度来看,PINN解决逆向问题和解决正向问题采用类似的方法^[20-21]。解决正向问题和逆向问题的唯一区别是本文在损失函数式(9)中添加了一个额外的损

失项。

一般地, Loss 函数可表示为:

$$\text{Loss}(\theta, \lambda; T) = w_f \text{MSE}_{\text{Data}} + w_b \text{MSE}_{\text{PDE}} + w_{bc} \text{MSE}_{\text{BC}} \pm w_l L_i(\theta, \lambda; T_i) \quad (13)$$

式中:

$$L_i(\theta, \lambda; T_i) = \frac{1}{|T_i|} \sum_{x \in T_i} \|f(\hat{u}, x)\|_2^2 \quad (14)$$

对于未知参数如雷诺数(Re),可以在代码中将其定义为pytorch张量计算框架nn.Parameter,即神经网络的一个参数,这样在优化过程中会自动更新修正。由图9(a)雷诺数约在55处趋于稳定,符合物理系统中根据式(15)计算出的实际情况。

$$Re = \frac{\rho v d}{\mu} \quad (15)$$

式中: v 、 ρ 、 μ 分别为流体的流速、密度与黏性系数; d 为特征长度。

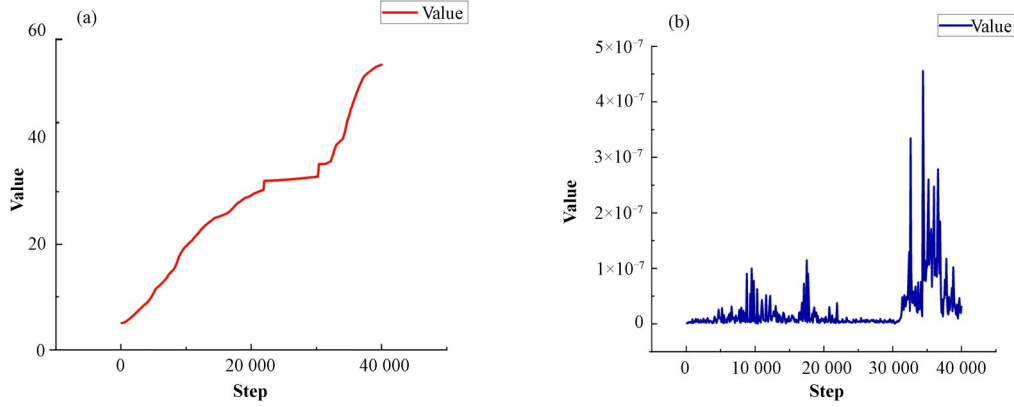


图9 雷诺数收敛曲线(a)与修正雷诺数的训练过程中Loss下降曲线(b)

Fig.9 The Reynolds number convergence curve (a), the Loss decline curve during training with modified Reynolds number (b)

4 基于扩展物理信息神经网络(XPINN)

4.1 XPINN 求解理论

基于扩展物理信息神经网络(eXtended Physics-Informed Neural Network, XPINN)是在传统PINN的基础上发展而来的扩展方法^[22]。传统PINN通过将物理方程(如控制方程、边界条件、初始条件等)的残差嵌入损失函数中,使神经网络在没有大量标注数据的情况下也能捕捉物理规律。然而,当面对大规模、高维、几何复杂或多物理耦合的问题时,单个全局网络往往难以高效捕捉局部细节,训练过程中容易出现梯度消失、优化困难以及精度不足等问题。

XPINN的核心思想为域分解:将整个求解区域划分为多个较小的子域,在每个子域内独立构建和训练一个局部神经网络,再通过接口条件将这些局部解拼接成全局解。这样既降低了每个子网络的拟合难度,也增强了并行计算能力,从而在整体上提高了解的精度和训练效率。

设全局求解域为 Ω ,XPINN将 Ω 划分为 N 个不同的子域 $\{\Omega_q\}_{q=1}^N$,满足式(16):

$$\Omega = \bigcup_{q=1}^N \Omega_q \quad (16)$$

在每个子域上,构造一个局部神经网络 $u_{\tilde{\theta}_q}(\mathbf{z})$,其中 $\tilde{\theta}_q$ 表示该网络的参数, $\mathbf{z}$ 为空间变量。全局近似解可以表示为:

$$u_{\tilde{\theta}}(\mathbf{z}) = \sum u_{\tilde{\theta}_q}(\mathbf{z}) \cdot 1_{\Omega_q}(\mathbf{z}) \quad (17)$$

式中: $1_{\Omega_q}(\mathbf{z})$ 为指示函数,当 $\mathbf{z} \in \Omega_q$ 时取值为1,否则为0。

这种分解的优势在于每个子域内的函数较为简单,神经网络可以更容易地拟合局部解,同时可以利用现代硬件对各子域并行训练,大大提升计算效率。本文中按照流场边界,将计算域分成两个部分。

在域分解的框架下,除了需要在每个子域内部满足物理方程外,还必须在相邻子域的公共边界上施加接口条件,以保证全局解的连续性和物理一致性。常见的接口条件包括:

1) 解的连续性:在公共边界上,各子域解的值应保持一致或满足一定的平均匹配要求;

2) 通量(残差)连续性:对于涉及流量或能量传递的物理问题,需要保证相邻子域上的通量或梯度在公共边界处一致,而XPINN通过灵活的接口设计避免了繁琐的法向计算。

XPINN的损失函数通常由以下几部分组成。

1) 物理残差损失:在每个子域内,利用自动微分计算神经网络输出在控制方程中的残差;

2) 边界条件损失:在全局或局部边界上,确保神经网络输出满足给定的边界条件;

3) 接口条件损失:在子域公共边界上,通过构造适当的误差项,约束相邻子域的局部解在接口处保持一致。本文接口损失使用MSE损失。

整体来说,XPINN的总损失可以写作:

$$\text{Loss} = \sum_{q=1}^N \left(\text{Loss}_{\text{res}}^{(q)} + \text{Loss}_{\text{bc}}^{(q)} + \text{Loss}_{\text{interface}}^{(q)} \right) \quad (18)$$

式中:

$$\begin{aligned} \text{Loss}_{\text{interface}}^{(q)} &= \text{MSE} \left(\tilde{\Theta}_q; \left\{ \mathbf{x}_{I_q}^{(i)} \right\}_{i=1}^{N_{I_q}} \right) \\ &= \sum_{q'} \left(\frac{1}{N_{I_q}} \sum_{i=1}^{N_{I_q}} \left| F_{\tilde{\Theta}_q}(\mathbf{x}_{I_q}^{(i)}) - F_{\tilde{\Theta}_{q'}}(\mathbf{x}_{I_q}^{(i)}) \right|^2 \right) \end{aligned} \quad (19)$$

式中: N_{I_q} 为域分解后子域的个数; $F_{\tilde{\Theta}_q}$ 为子域在接口处的局部解, Loss中每一项均通过适当的加权(如权重因子)来平衡训练过程中不同损失项的重要性。

4.2 实验结果分析

在压力场预测中(结果如图(10)所示),XPINN较好地重现了真实压力场的整体分布,尤其在低压区域与真实值高度一致。然而,在中心高压区($x \approx 0, y \approx -0.002 \sim 0.002$),预测值高估了真实压力,误差为10 000~40 000 Pa,显示出模型在高梯度区域的局限性。

速度场预测中(u 和 v 分量,结果分别为图(11)和图(12)),XPINN方法成功学习了流场的对称性和主要趋势。例如, u 速度场的钟形分布和 v 速度场的振荡特征均被较好重现,但峰值区域存在偏差: u 值峰值低估为20~50, v 值振荡幅度略有过大且不够平滑。

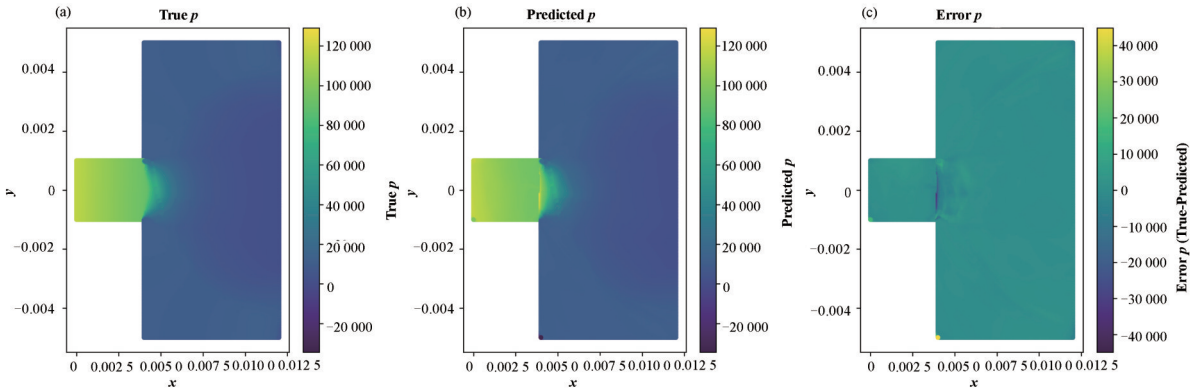


图10 XPINN预测的压力场与误差图(彩图见网络版)

(a) 仿真结果中(实际值)的压力场,XPINN预测的压力场(b)及误差场(c)

Fig.10 Pressure field vs. error plot for XPINN prediction (color online)

(a) Pressure field in simulation results (actual values), Pressure field predicted by XPINN (b) and error field (c)

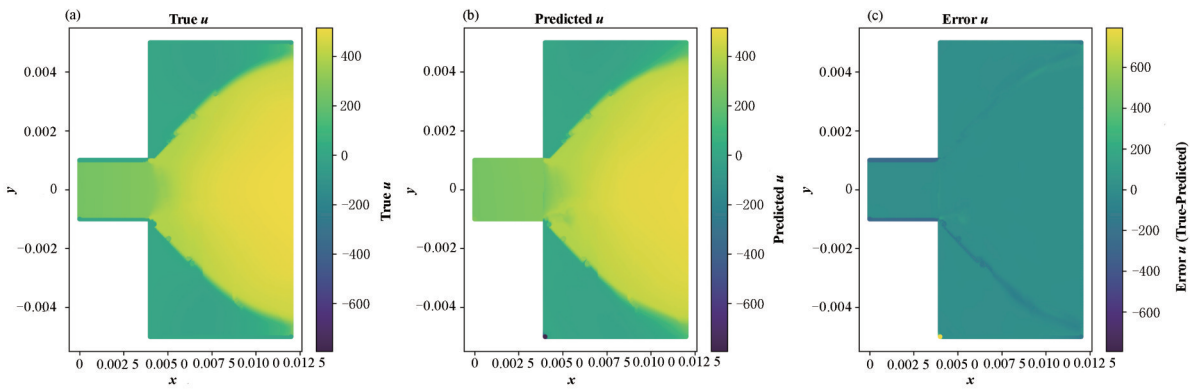


图11 XPINN预测的 u 速度场与误差图(彩图见网络版)

(a) 仿真结果中(实际值)的 u 速度场,XPINN预测的 u 速度场(b)及误差场(c)

Fig.11 XPINN predicted u -velocity field vs. error plot (color online)

(a) The u velocity field in the simulation results (actual values), The u velocity field predicted by XPINN (b) and the error field (c)

5 讨论

在本研究中,我们提出了一种基于PINN的二

维真空不可压缩气体气流问题的求解方法,并对气流工质的扩散过程进行了综合评价和分析。通过图13~14可知:本研究提出的方法与传统的数值方法

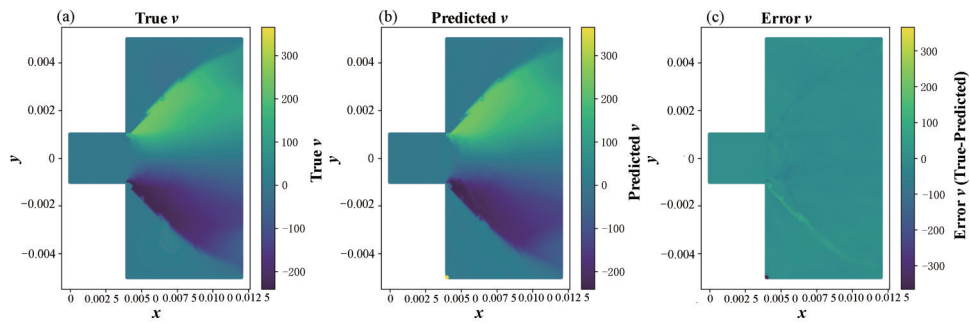


图12 XPINN 预测的 v 速度场与误差图(彩图见网络版)

(a) 仿真结果中(实际值)的 v 速度场,XPINN 预测的 v 速度场(b)及误差场(c)

Fig.12 Plot of v -velocity field vs. error for XPINN prediction (color online)

(a) The v velocity field in the simulation results (actual values), The v velocity field predicted by XPINN (b) and the error field (c)

相比,其求解结果已经接近传统的数值方法;通过与纯数据驱动预测的气流场的对比,发现在同样的训练轮数(训练 20 000 epochs 为例)下 PINN 方法预测的气流场更加准确。图 13 和图 14 是纯数据驱动、物理信息驱动预测的场与仿真出的场的对比,表 3 为 PINN 方法预测出的流场值与仿真结果的平均相对误差(Mean Relative Error, MRE)值,分析发现纯数据驱动的方法求解效果没有物理信息驱动的方法好。

表3 PINN 方法预测出的流场与仿真结果的 MRE 值
Table 3 MRE of the flow field predicted by the PINN method versus the simulation results

流场 Flow field	MRE / %
u	0.024 5
v	0.052 6
p	0.043 6

本研究中基于 PINN 的 Navier-Stokes 方程的解法是尝试将该方法用于 MPDT 阴阳极之间放电腔气压的研究,根据帕邢定律^[17,23-26],MPDT 放电腔气压

与放电电压直接相关,Ar 气体的帕邢放电曲线如图 15 所示。在本研究中,基于 PINN 的方法比传统的数值方法在研究二维放电腔中气体弥散问题求解方面取得了更好的数值结果。在传统的数值方法中,需要划分为一定数量的网格/单元,所要解决的偏微分方程被离散到这些网格/单元中。在每个网格/单元中求解离散性偏微分方程,得到每个网格/单元中方程的近似解,然后将所有网格/单元的解汇总,得到最终结果^[18]。相比之下,基于 PINN 的求解方法,只需要在计算域中随机选择采样点,并通过最小化损失函数确保计算域中所有随机采样点尽可能满足约束条件^[19]。传统数值方法的误差主要来自网格单元的局部近似所产生的局部误差和全局近似所产生的全局误差^[22]。基于 PINN 的方法是基于优化损失函数时产生的误差,以尽可能满足采样点的约束条件^[27]。由于误差来源不同,在某些条件下,基于 PINN 的方法可能比传统数值方法的误差更小,从而获得更精确的数值结果。

XPINN 在模拟主要物理特征方面表现优异,在

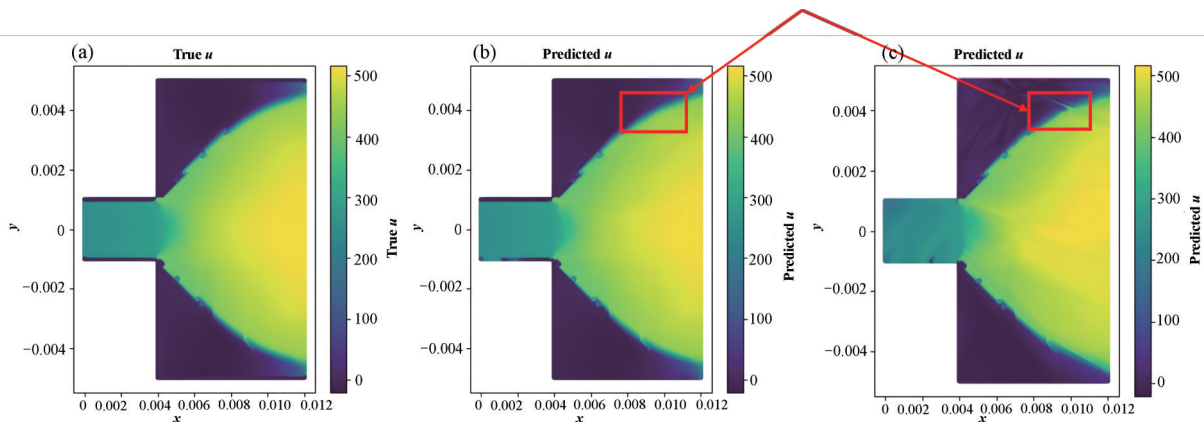


图13 u 速度场的 FLUENT 仿真结果(a)、PINN 方法预测结果(b)及纯数据驱动方法(c)建模预测的结果(彩图见网络版)

Fig.13 The u -velocity field simulated by FLUENT (a), predicted by the PINN method of modeling (b) and the purely data-driven method of modeling (c) (color online)

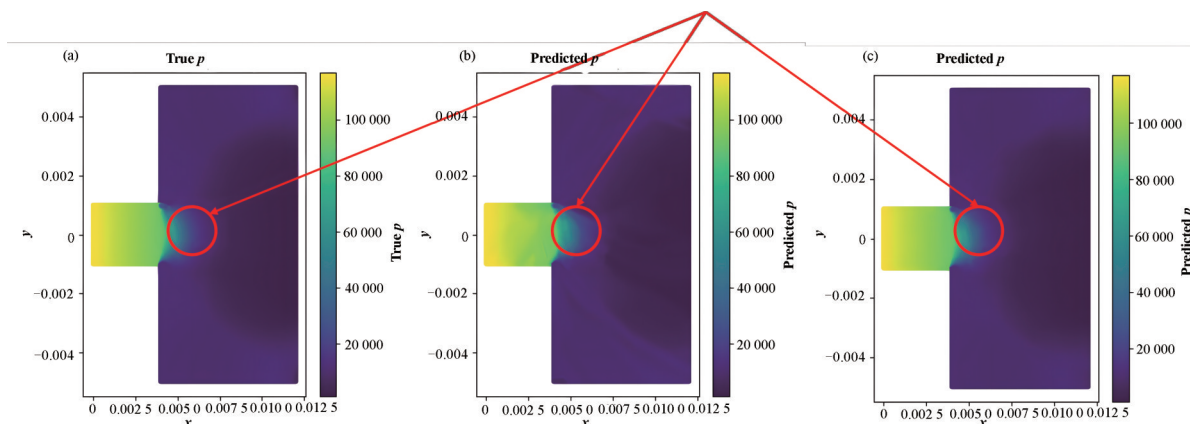


图14 p 压力场的 FLUENT 仿真结果(a), PINN 方法预测结果(b)以及纯数据驱动方法建模预测的结果(c)(彩图见网络版)
Fig.14 The p -pressure field simulated by FLUENT (a), predicted by the PINN method of modeling (b) and the purely data-driven method of modeling (c) (color online)

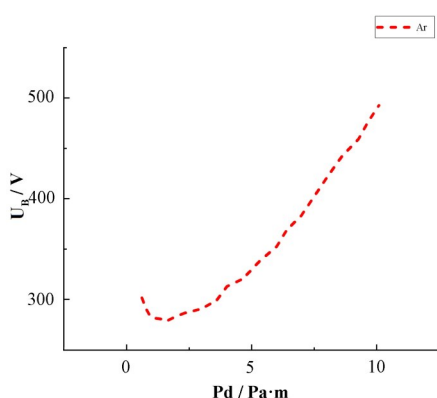


图15 Ar 气体的帕邢曲线
Fig.15 Paschen's curve of Ar gas

局部细节和高梯度区域的精度要比普通 PINN 方法性能更高。XPINN 的优势在于通过域分解降低了计算复杂度,并行训练提升了效率,其灵活性使其在复杂几何问题中具有广泛潜力。实验结果显示,XPINN 在流场边界的拟合度上优于传统 PINN 方法,图 16 误差量化对比直观反映了性能提升。图 16 (a1~c1) 为普通 PINN 方法产生的误差场,图 16 (a2~c2) 是 XPINN 方法产生的误差场,可以看到有误差的区域变小,误差值降低。

6 结语

本研究提出了一种基于 PINN 的二维稀薄气体空腔中气流工质扩散问题的求解方法,与传统的数值方法相比,本研究提出基于 PINN 的建模方法,气体工质扩散过程的模拟与传统方法的误差已经很小,可以取得较好的预测结果,可以有效地进行稀薄气体空腔中气体工质扩散过程分析,实现了对稀薄

气体空腔中气体工质扩散过程的动态认识,有利于对 MPDT 阴阳极间工质扩散过程的分析。结果表明:1)本研究提出的基于 PINN 二维真空 Ar 气体弥散建模方法的建模效果已经接近传统的数值方法,误差在可接受的范围内,可以获得比较准确的结果;2)基于 PINN 二维真空 Ar 气体弥散建模方法的建模效果要比纯数据驱动的神经网络方法好;3)PINN 方法可以通过神经网络的训练过程不断修正 PDEs 中的参数,最终解决 PDEs 的逆问题;4)基于域分解的 XPINN 方法建模性能比普通 PINN 方法有所提升。今后,将针对基于 PINN 的二维气流场求解问题,收集更多的气体扩散相关实验数据,以获得更准确的数值预测结果。此外,我们的工作将为未来通过深度神经网络建立 MHD 方程组的求解模型奠定工作基础。

作者贡献声明 吴梅起负责研究思路、模型训练及文章撰写;郑金星负责课题指导及项目的监督管理;刘海洋、陆玉东对文章进行审阅指导;柯茂林、杜宜凡负责流体仿真计算及数据工程;吴涛、史佳明负责实验结果处理。

参考文献

- 1 Lu C, Xia G Q, Sun B, *et al.* Confinement characteristic of primary electrons with the variation of channel width in the discharge chamber of annular ion thruster[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2021, **34**(5): 79 - 92. DOI: 10.1016/j.cja.2020.10.026.
- 2 Raissi M, Perdikaris P, Karniadakis G E. Physics-informed neural networks: a deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations[J]. Journal of Computational

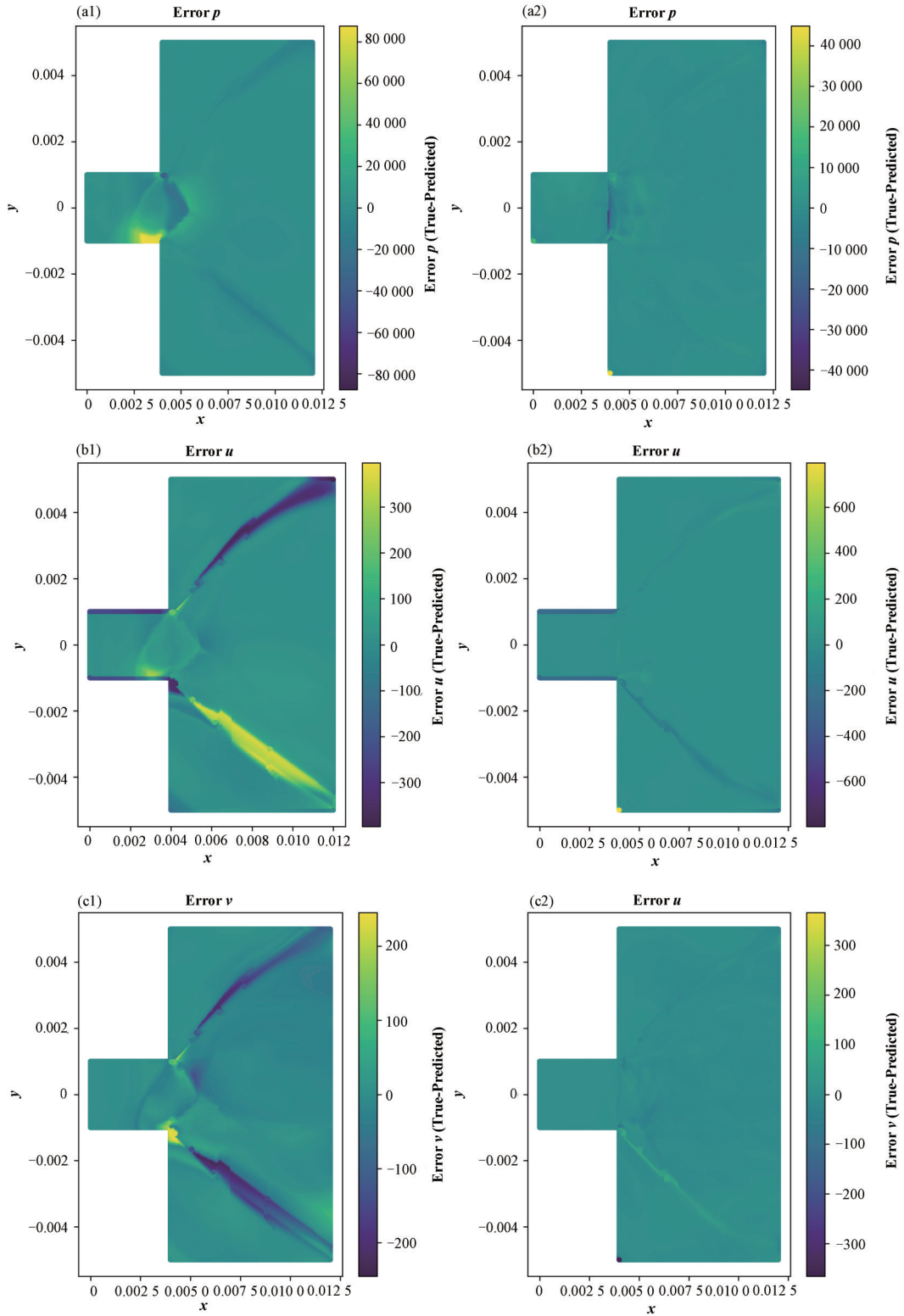


图16 XPINN和普通PINN方法关于 p 、 u 、 v 的误差场对比(彩图见网络版)
普通PINN预测压力场的误差场(a1),普通PINN预测 u 速度场的误差场(b1),普通PINN预测 v 速度场的误差场(c1);XPINN预测压力场的误差场(a2),XPINN预测 u 速度场的误差场(b2),XPINN预测 v 速度场的误差场(c2)

Fig.16 Comparison of p , u , v error fields between XPINN and ordinary PINN methods (color online)

The error field for the pressure field predicted by the standard PINN (a1), the error field for the u velocity field predicted by the standard PINN (b1), and the error field for the v velocity field predicted by the standard PINN (c1), the error field for the pressure field predicted by the XPINN (a2), the error field for the u velocity field predicted by the XPINN (b2), and the error field for the v velocity field predicted by the XPINN (c2)

- Physics, 2019, **378**: 686 – 707. DOI: 10.1016/j. jcp. 2018.10.045.
- 3 Cheng L, Illarramendi E A, Bogopolsky G, *et al.* Using neural networks to solve the 2D Poisson equation for electric field computation in plasma fluid simulations[EB/OL]. 2021: arXiv: 2109.13076. <https://arxiv.org/abs/2109.13076>.
- 4 Raissi M, Perdikaris P, Karniadakis G E. Physics informed deep learning (Part I): data-driven solutions of nonlinear partial differential equations[EB/OL]. 2017: arXiv: 1711.10561. <https://arxiv.org/abs/1711.10561>.
- 5 Raissi M, Perdikaris P, Karniadakis G E. Physics informed deep learning (Part II): data-driven discovery of nonlinear partial differential equations[EB/OL]. 2017: arXiv: 1711.10566. <https://arxiv.org/abs/1711.10566>.
- 6 苑光耀, 王俊淞, 赵玄烈, 等. 基于PINN的二维剪切流圆柱绕流场重构[J]. 力学学报, 2025, **57**(2): 436 – 452. DOI: 10.6052/0459-1879-24-417.
YUAN Guangyao, WANG Junsong, ZHAO Xuanlie, *et al.* Reconstruction of the flow field around a cylinder in a two-dimensional shear flow based on PINN[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2025, **57** (2): 436 – 452. DOI: 10.6052/0459-1879-24-417.
- 7 Karniadakis G E, Kevrekidis I G, Lu L, *et al.* Physics-informed machine learning[J]. Nature Reviews Physics, 2021, **3**(6): 422 – 440. DOI: 10.1038/s42254-021-00314-5.
- 8 Jin X W, Cai S Z, Li H, *et al.* NSFnets (Navier-Stokes flow nets): Physics-informed neural networks for the incompressible Navier-Stokes equations[J]. Journal of Computational Physics, 2021, **426**: 109951. DOI: 10.1016/j.jcp.2020.109951.
- 9 Mishra S, Molinaro R. Physics informed neural networks for simulating radiative transfer[J]. Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, 2021, **270**: 107705. DOI: 10.1016/j.jqsrt.2021.107705.
- 10 Ni Q, Ji J C, Halkon B, *et al.* Physics-Informed Residual Network (PIResNet) for rolling element bearing fault diagnostics[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2023, **200**: 110544. DOI: 10.1016/j. ymssp. 2023.110544.
- 11 张伟伟, 朱林阳, 刘溢浪, 等. 机器学习在湍流模型构建中的应用进展[J]. 空气动力学学报, 2019, **37**(3): 444 – 454. DOI: 10.7638/kqdlxxb-2019.0036.
ZHANG Weiwei, ZHU Linyang, LIU Yilang, *et al.* Progresses in the application of machine learning in turbulence modeling[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2019, **37**(3): 444 – 454. DOI: 10.7638/kqdlxxb-2019.0036.
- 12 Amini D, Haghighat E, Juanes R. Inverse modeling of nonisothermal multiphase poromechanics using physics-informed neural networks[J]. Journal of Computational Physics, 2023, **490**: 112323. DOI: 10.1016/j. jcp. 2023. 112323.
- 13 Lou Q, Meng X H, Karniadakis G E. Physics-informed neural networks for solving forward and inverse flow problems *via* the Boltzmann-BGK formulation[J]. Journal of Computational Physics, 2021, **447**: 110676. DOI: 10.1016/j.jcp.2021.110676.
- 14 Mao Z P, Jagtap A D, Karniadakis G E. Physics-informed neural networks for high-speed flows[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2020, **360**: 112789. DOI: 10.1016/j.cma.2019.112789.
- 15 Courant, R., Friedrichs, K. O., & Lewy, H. Über die partiellen Differenzengleichungen der mathematischen Physik[J]. Mathematische Annalen, 1928, **100**(1), 32 – 74. DOI: 10.1007/BF01448839.
- 16 马明生, 龚小权, 邓有奇, 等. 一种适用于非结构网格的间断 Galerkin 有限元 LU-SGS 隐式方法[J]. 西北工业大学学报, 2016, **34**(5): 754 – 760.
MA Mingsheng, GONG Xiaoquan, DENG Youqi, *et al.* An implicit LU-SGS scheme for the discontinuous Galerkin method on unstructured grids[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2016, **34**(5): 754 – 760.
- 17 Babich L, Loiko T V. Generalized paschen's law for overvoltage conditions[J]. IEEE Transactions on Plasma Science, 2016, **44**(12): 3243 – 3248. DOI: 10.1109/TPS. 2016.2629022.
- 18 Chorin A J. Numerical solution of the navier-stokes equations[J]. Mathematics of Computation, 1968, **22** (104): 745 – 762. DOI: 10.2307/2004575.
- 19 Cuomo S, Di Cola V S, Giampaolo F, *et al.* Scientific machine learning through physics – informed neural networks: where we are and what's next[J]. Journal of Scientific Computing, 2022, **92**(3): 88. DOI: 10.1007/ s10915-022-01939-z.
- 20 Lu L, Meng X H, Mao Z P, *et al.* DeepXDE: a deep learning library for solving differential equations[J]. SIAM Review, 2021, **63**(1): 208 – 228. DOI: 10.1137/ 19m1274067.
- 21 Coppola G, Capuano F, de Luca L. Discrete energy-conservation properties in the numerical simulation of the

- navier – stokes equations[J]. Applied Mechanics Reviews, 2019, **71**: 010803. DOI: 10.1115/1.4042820.
- 22 Jagtap A D, Em Karniadakis G. Extended physics-informed neural networks (X): a generalized space-time domain decomposition based deep learning framework for nonlinear partial differential equations[J]. Communications in Computational Physics, 2025, **28**(5): 2002 – 2041. DOI: 10.4208/cicp.oa-2020-0164.
 - 23 Zheng J X, Song Y T, Zhou C L, *et al.* Experimental study on paschen discharge in helium for high voltage cryogenic insulation material[J]. Journal of Fusion Energy, 2014, **33**(5): 594 – 599. DOI: 10.1007/s10894-014-9717-2.
 - 24 唐卓尧, 郑金星, 刘海洋, 等. 磁等离子体推进器阳极半径对阳极功率沉降的影响[J]. 核技术, 2024, **47**(5): 050009. DOI: 10.11889/j.0253-3219.2024.hjs.47.050009. TANG Zhuoyao, ZHENG Jinxing, LIU Haiyang, *et al.* Influence of anode radius on anode power deposition of Megneto Plasma Dynamic thruster[J]. Nuclear Techniques, 2024, **47**(5): 050009. DOI: 10.11889/j.0253-3219.2024.hjs.47.050009.
 - 25 王洛麒, 郑金星, 刘海洋, 等. 基于挠性梁结构的电推进器推力测量方法研究[J]. 核技术, 2024, **47**(5): 050010. DOI: 10.11889/j.0253-3219.2024.hjs.47.050010. WANG Luoqi, ZHENG Jinxing, LIU Haiyang, *et al.* Thrust measurement methods for electric propulsion based on flexible beam structure[J]. Nuclear Techniques, 2024, **47**(5): 050010. DOI: 10.11889/j.0253-3219.2024.hjs.47.050010.
 - 26 谢杰, 奚维斌, 郑金星, 等. EAST装置TF馈线新阈值热稳定性分析[J]. 核技术, 2023, **46**(10): 100601. DOI: 10.11889/j.0253-3219.2023.hjs.46.100601. XIE Jie, XI Weibin, ZHENG Jinxing, *et al.* Thermal stability analysis of EAST toroidal field feeder under new threshold[J]. Nuclear Techniques, 2023, **46**(10): 100601. DOI: 10.11889/j.0253-3219.2023.hjs.46.100601.
 - 27 Nabian M A, Gladstone R J, Meidani H. Efficient training of physics-informed neural networks via importance sampling[J]. Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, 2021, **36**(8): 962 – 977. DOI: 10.1111/mice.12685.