·短 文·

北京地区磁暴频谱及能量的分配因子

白彤霞 张玉敏 祁贵仲
詹志佳 封长华
(国家地震局地球物理研究所)

摘 要

本文利用北京、青光、昌黎地磁台 1973—1977 年 80 个磁暴资料,借助快速付里叶变换的方法,把时间域里的磁暴转化到频率域中,以频谱的形式表现出来,用频率为参量把不同类型的磁暴进行了相互间的比较和分析;研究了磁暴在频率域中的特性. 得出了局部地区磁暴频谱的一般特征;并发现在周期 0.5—6.8 小时范围内,磁暴能量具有恒定的分配因子. 这对探讨磁暴源的物理特性以及日地关系的研究都是有意义的.

一、引 言

磁暴是地磁场强烈变化的一种扰动,早为人们所观测与研究[2].

由于频谱分析具有能在频率域中处理问题的独特功能,因此在地磁研究中,谱分析也显示了极其重要的作用.不少作者用付里叶变换将地磁场的变化从时间域转换到频率域,研究了地磁谱整体的频率结构及其时空分布[3,4].

磁暴变化形态十分复杂,有着非常丰富的频谱成分,包含从几分钟到 100 小时以上变化周期的频带范围. 因此在频率域中研究磁暴的表现特征,对进一步探索磁暴的物理机制、日地关系等等也是很有意义的.

本文应用快速付里叶变换分析了小区域范围内多个磁暴事件的资料,得到了北京周围局部地区磁暴的频谱成分以及在频率域中磁暴能量分配的有意义的结果.

二、资 料 选 取

本文选取了北京、青光、昌黎三个地磁台(台站位置如表 1) 1973—1977 年的 80 个磁暴(青光台 73 年资料不全),平均每月选取 1—2 个. 这些磁暴的类型列于表 2. 所选用的磁暴大部分是中等强度的磁暴;持续时间大部分为 1—3 天;主要是缓始型的.

三、处 理 方 法

本文采用基于 Cooley-Tukey 算法的 FFT 计算程序[1].

本文于 1983 年 7 月 14 日收到.

表 1　各台的地磁坐标和地理坐标

坐标 / 台	地理坐标		地磁坐标	
	经度	纬度	经度	纬度
北京	116°10′E	40°02′N	185.7°	28.7°
青光	117°01′E	39°12′N	186.5°	27.9°
昌黎	119°03′E	39°43′N	188.2°	28.4°

表 2　所选用磁暴的类型与强度

时间 / 类型	1973 年	1974 年	1975 年	1976 年	1977 年	总计		百分比
总个数	18	22	18	10	12	80		
… ms	11	12	11	4	6	44	55	68.8%
… s	4	2	3	2		11		
SC ms	3	4	4	3	5	19	25	31.3%
SC m		2		1	1	4		
SC s		2				2		
K = 5	4	4	4	3	1	16		20.0%
K = 6	11	14	13	6	9	53		66.3%
K = 7	3	2	1	1	2	9		11.3%
K = 8		2				2		2.5%

注：1.日期与时间用世界时 (UT).
2.磁暴类型：SC 为急始；…为缓始.
3.活动程度：中常 (m)，中烈 (ms)，强烈 (s).

1.离散付里叶变换

鉴于磁暴在时间上的有限性以及计算机数据处理的离散性，磁暴谱分析用离散付里叶变换公式：

$$F(\omega_j)=\frac{2}{N}\sum_{n=0}^{N-1}f(t_n)e^{-i\omega_j t_n}. \tag{1}$$

其中 $\omega_j=\frac{2\pi}{T}j$, $j=0,1,2,\cdots,\frac{N}{2}$; $t_n=n\cdot\Delta T$, $T=N\cdot\Delta T$, $n=0,1,2,\cdots,N-1$; F 为磁暴谱，$f(t_n)$ 为第 n 个点的磁暴采样值，T 为磁暴持续时间(小时)，N 为采样数据的总个数，ΔT 是采样时间间隔.

FFT 计算程序要求采样数据总个数 N 满足 $N=2^m$ (m 为正整数). 实际采样中，一般是不满足的. 本文用补零的方法使实际采样个数与补零的个数之和 N_{10} 满足 $N_{10}=2^m$. 为了使不同持续时间的磁暴频谱能够在同一个频率成分上进行比较，需将所有磁暴延长到一样长，本文取 $N_{10}=2^{10}$. 经变换后，实际用的 FFT 计算公式为：

$$F_i = \frac{2}{N}\sum_{n=0}^{N-1} f(n\cdot\Delta T)e^{-i2\pi n_i/N_{10}}. \tag{2}$$

采样间隔 ΔT 理论上要求越小越好,文中取 $\Delta T = 10$ 分钟. 此时,可分辨的最高频率(奈奎斯特频率)为 $f_c = \frac{1}{2\Delta T} = 8.33\times10^{-4}$ 赫兹,截止周期为 $T_c = 20$ 分钟; 频率的分辨率是 $\Delta f = \frac{1}{N\cdot\Delta T}$.

补零后将在低频端引起虚假频谱成份,而实际有效频谱的低频端仍为 $\frac{1}{T}$. 把补零后的 FFT 计算结果与未补零的递推法的结果进行了比较,表明除了长周期部分因补零出现的一段假频外,其余部分的频谱振幅在相应的周期上是完全重合的. 补零前后,对频率上限并无影响.

2. 频谱斜率与截距的计算

图 1 是双对数坐标上的磁暴频谱幅度与频率的关系图(以北京台为例). 从图中可发现尽管各个磁暴频谱峰值出现的频率位置是随机的,但在可靠的频率段内,幅度随频率而衰减的速度却具有某种一致的趋势,即呈线性形式,一般有 $F\sim T^b$ 的关系[4]. 尤其在 0.5—6.8 小时的周期范围内,线性趋势最为明显. 频谱振幅 F 对周期 T 的这种线性关系可近似表示为:

$$F = cT^b. \tag{3}$$

(3) 式两边取对数

$$\lg F = a + b\lg T. \tag{4}$$

其中 $a = \lg c$ 为谱的截距, b 为谱的斜率[3].

用加权最小二乘拟合方法计算了周期 6.8($n = 25$)—0.5 小时 ($n = 340$) 之间频谱成分的斜率. 计算公式为:

$$Q = \sum_{i=1}^{N}(y_i - (a + bx_i))^2\cdot W_i, \tag{5}$$

要求

$$\frac{\partial Q}{\partial a}\to 0,\ \frac{\partial Q}{\partial b}\to 0,\ \left(N = \frac{N_{10}}{2}\right),$$

其中 W_i 为权重. 为突出可靠频率部分,采用 $W_i = e^{-iR}$, 参数 R 经 10 次试算后取 $R = 0.01$, 从而计算出 a 和 b.

3. 精度分析

(1) 分析方法固有的误差

数据窗的影响: 就整个地磁场来说,选取磁暴相当于用有限数据窗 (这里是矩形窗) 把地磁场截断了. 这样算出的谱实际上是加权平均谱,使之产生了称为吉卜斯现象的高频波动,造成附加频率分量亦即"泄漏"效应,这是付氏分析所固有的.

由于采样间隔不是足够小,在高频端引起混迭效应. 量图时取 10 分钟均值,等于进行了一次低通人工滤波,对混迭效应有所改善.

为满足 FFT 计算要求的 $N = 2^m$ 而进行的补零延长改变了频率的下限,从而产生

了低频附加成分，这是虚假成分(见图 2)．

以上各种偏差都发生在高频端和低频端，中间是最可靠部分．因为截止周期为 $T_c = 20$ 分钟，则可靠频谱周期为 $T = T_c \cdot 5/4 = 0.41$ 小时．现在算出的谱共有 512 个，周期为 170.7—0.3 小时．分析时只取 6.8—0.5 小时之间的 316 个谱，是可靠的．而且由于误差的随机性，在做统计分析时，高频端的精度还会有所提高．

(2) 磁暴中其他成分的影响

磁暴中除了 *Dst* 为其主要成份外，还有日变化、长期变化等等，都迭加在磁暴上进行分析．但由于磁暴持续时间较短，这些影响可忽略．

(3) 数字化带来的误差

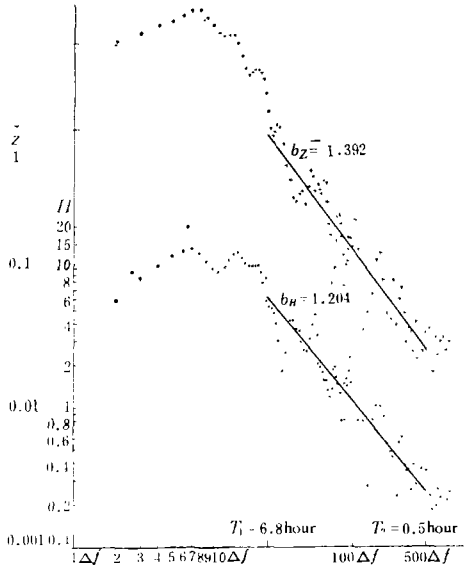
主要包括数字离散化时的量图误差和磁照图本身由于滚筒不均匀、时号线不等间距、记录线宽度不均匀等等带来的误差．这些尚难做定量分析．

四、结 果 分 析

1. 磁暴频谱的一般特性

图 2 给出了磁暴频谱形态特征．图中大于磁暴持续时间 T 的频谱成分是补零引起的虚假成分，没有任何意义．

由图 2 可见北京、青光、昌黎三个台 H (水平)分量频谱的幅度与相位相当一致．而 Z (垂直) 分量在周期小于 3.5 小时时，青光台的幅度比北京、昌黎台略大些，各台相位的一致性比 H 分量差些．这些结果与文献 [5] 一致．在给定的频率上，H 分量幅度比 Z 分量大．频谱的最大峰值一般出现在基频到 24 小时周期范围内，主要反映了磁暴主相的变化；之后，随频率的增高，振幅呈线性衰减，当周期为 1—0.5 小时时，振幅只有零点几伽玛．各个磁暴谱的相位随频率的变化差异很大，没有规律性．



北京 (Beijing)，1974. 3. 31—1974. 4. 2

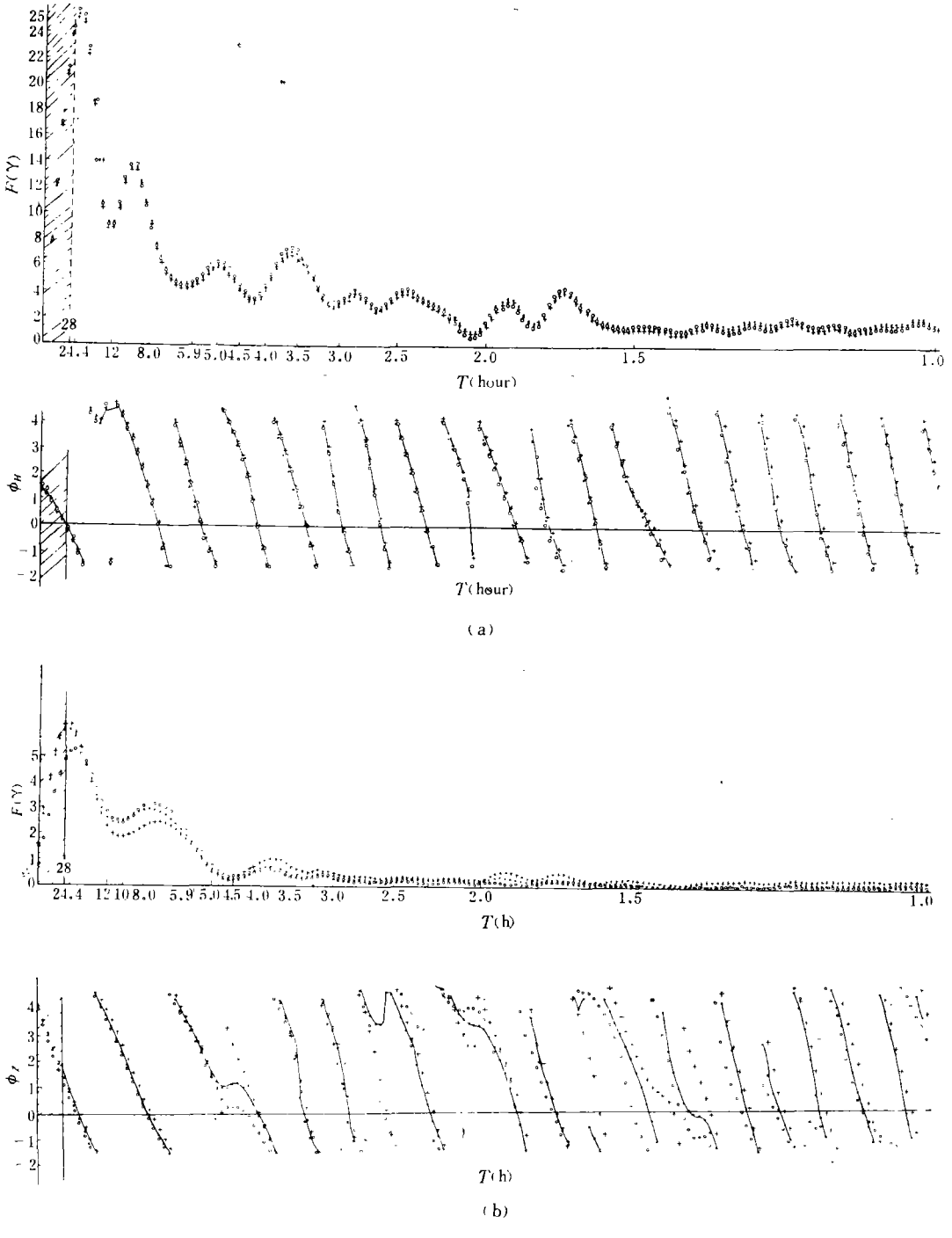
● H　　+ Z

图 1　磁暴频谱斜率特性图

Fig. 1　Logarithmic Coordinate, The feature of spectral slopes

由图 1 可见在 $T_1 = 6.8$—$T_2 = 0.5$ 小时周期范围内，频谱振幅和周期有良好的线性关系．在这段频率范围内计算出的频谱斜率其标准误差最大不超过 0.07，平均为 0.05(见表 3)．图 3 给出各台频谱斜率及其离散情况；表 4 列出了各台斜率的年均值及年均值的标准误差．

这些图和表表明，无论是 H 分量还是 Z 分量，各台的频谱斜率离散性很小，其值相当稳定．



(a) H (b) Z

1974. 9. 26—1974. 9. 27, $T = 28$hours, $N = 168$, $N_{10} = 1024$

● 北京 (Beijing), ＋ 青光 (Qing Guang), ○ 昌黎 (Chang Li) ▨ 附加成份 (additional component part)

图 2 磁暴频谱形态图

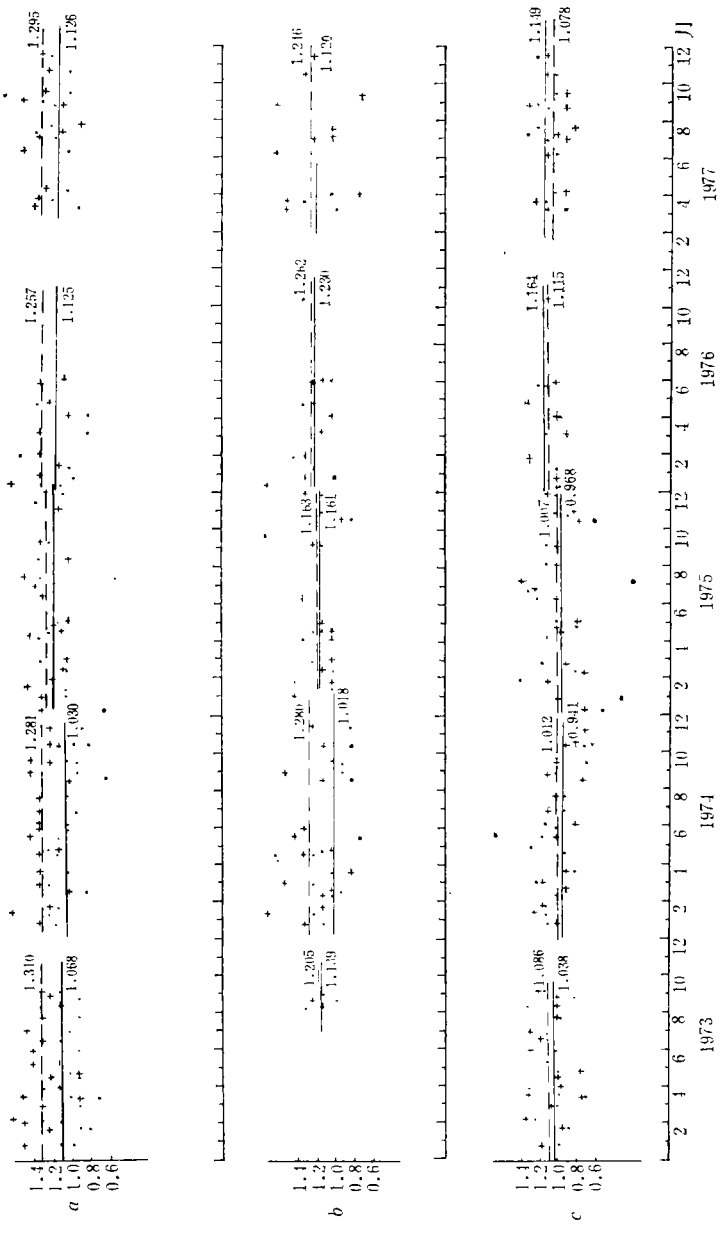
Fig. 2 The general nature of the geomagnetic storm spectral component amplitudes F

表 3　频谱斜率的标准误差

台 \ 时间 \ 分量	1973 年		1974 年		1975 年		1976 年		1977 年	
	H	*Z*	*H*	*Z*	*H*	Z	*H*	Z	*H*	Z
北　京	0.053	0.042	0.043	0.035	0.047	0.042	0.066	0.039	0.046	0.046
青　光	0.046	0.015	0.049	0.032	0.054	0.040	0.053	0.031	0.048	0.045
昌　黎	0.050	0.048	0.041	0.039	0.047	0.046	0.064	0.049	0.046	0.046

表 4　磁暴频谱斜率的年均值及其标准误差

台 \ 时间 \ 分量	1973 年				1974 年				1975 年				1976 年				1977 年			
	b_H	σ	b_Z	σ	b_H	σ	b_Z	σ	b_H	σ	b_Z	σ	b_H	σ	b_Z	σ	b_H	σ	b_Z	σ
北　京	1.068	0.15	1.310	0.18	1.030	0.15	1.281	0.13	1.157	0.19	1.220	0.15	1.125	0.21	1.257	0.16	1.126	0.13	1.295	0.18
青　光	1.139	0.14	1.205	0.05	1.018	0.16	1.280	0.22	1.161	0.16	1.163	0.15	1.230	0.18	1.262	0.19	1.120	0.14	1.246	0.32
昌　黎	1.038	0.16	1.086	0.19	0.947	0.21	1.012	0.14	0.968	0.31	1.007	0.18	1.164	0.17	1.115	0.13	1.149	0.12	1.078	0.14



(a) 北京 (Beijing), (b) 青光 (Qing Guang), (c) 昌黎 (Chang Li)

● H, +Z, ——H 分量斜率年均值 (The averages of spectral slope year by year for H),

---Z分量斜率年均值 (The averages of spectral slope year by year for Z)

图 3 各台磁暴频谱的斜率

Fig. 3 The spectral slopes of magnetic stom at three observatories

从以上结果可看出：（1）H分量斜率介于0.8—1.2，平均为1.1左右；Z分量斜率介于0.9—1.4，平均为1.2左右．Z分量斜率比H分量略大，说明Z分量频谱随频率的衰减速度更快些．（2）斜率年均值的标准误差约为0.2．（3）三个台H、Z分量相应的斜率相当一致，其斜率差异不超过0.2．

2.磁暴能量分配对谱的频率依赖性

根据巴什瓦能量公式

$$\int_{-\infty}^{\infty}|f(t)|^2dt=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}F^2(\omega)d\omega=\int_{-\infty}^{\infty}F^2(f)df,\tag{6}$$

而 $f(t)=\int_{-\infty}^{\infty}F(f)e^{2\pi ift}df$，所以，(6)式代表$f(t)$的总能量是由所有频率分量$F(f)e^{2\pi ift}df$所贡献的能量 $F^2(f)df$ 之和．

如上所述，$F=cT^b$（见(3)式），即

$$F=cf^{-b},\tag{7}$$

因此，在0.5—6.8小时的周期段内的磁暴能量为

$$E=c^2\int_{f_1}^{f_2}f^{-2b}df.\tag{8}$$

由图3和表3可见，在所考虑的频段内（f_1—f_2）所有磁暴的斜率b具有相当好的一致性．就其平均状态来说，斜率的最大误差不超过0.2．既然斜率b近似为常量，则磁暴能量就是一个仅受频谱频率制约的量了．且(8)式可积

$$E=\int_{f_1}^{f_2}|f(t)|^2dt=c^2\int_{f_1}^{f_2}f^{-2b}df=\frac{c^2}{-2b+1}(f_2^{-2b+1}-f_1^{-2b+1}).$$

由此可见，由于斜率b的一致性，在所考虑的频率段内，磁暴能量对频率的分配律是一致的．其能量的频率因子均为 $\int_{f_1}^{f_2}f^{-2b}df$．

五、讨　论

1.综上所述，北京、青光、昌黎台的磁暴谱的幅度与相位相当一致，没有明显的空间差异．也没有发现任何与时间有关的系统变化．磁暴谱的幅度随频率的增加呈线性衰减，但相位随频率却没有规律性．在周期为0.5—6.8小时的范围内，磁暴频谱的斜率b与磁暴形态、持续时间、分量、时间、空间均无明显关系，其数值相当稳定；而截距a却是一个随机量，其数值随磁暴不同而不同，可在1.0—3.5之间变化．

以上结果是从小区域范围内的台站资料得到的．因为其台站所局限的空间范围只有300公里左右，所以这个结果只反映了局部地区的情况．利用更大范围地磁台站的磁暴资料，分析其频谱特征，不仅对于检验上述结果，而且对于磁暴本身的研究都是很有意义的．

2.在周期0.5—6.8小时的范围内，磁暴频谱的斜率b是一个与磁暴本身形态无关的量，近似为常数，反映了磁暴能量在此频段内具有恒定的分配因子．而不同磁暴的能量差异性则表现为磁暴频谱的截距a是一个随机量．本文所得到的在频率域中磁暴能量分配

的结果，反映了磁暴源的哪些物理特性，受源的什么因素控制，无疑是值得探索的问题．而且，磁暴与太阳活动、太阳风速度、行星际物理状态均有密切关系，因此，综合分析磁暴、太阳活动的各种指数、太阳风速度、行星际各种参数的频谱特性及其相关性，对进一步探讨磁暴的物理机制与日地关系的研究，也许会提供有意义的线索．

参 考 文 献

[1] 布赖姆，E. O. 快速付里叶变换，上海科技出版社，1979.
[2] 詹贤鋆，地震地磁观测与研究，第2卷，第1期，第10页，1981.
[3] Campbell, W. H., *J. G. G.*, Vol. 28, p. 481, 1976.
[4] Campbell, W. H., *J. G. R.*, Vol. 81, p. 1369, 1976.
[5] 祁贵仲等，中国科学，第7期，第870页，1981.

The Frequency Spectra and the Energy Distribution Factor of Magnetic Storm at Beijing Areas

Bai Tong-xia Zhang Yu-min Qi Qui-zhong
Zhan Zhi-jia Feng Chang-hua
(*Institute of Geophysics State Seismological Bureau*)

Abstract

In this paper, 80 magnetic storms during 1973—1977 are analyzed by means of the Fast Fourier Transform (FFT). The data were selected from the three observatories of Beijing, Qing Guang and Chang Li.

It is get the general nature of the magnetic storm spectral components by the dispersion formula of FFT in some local areas. It is find the spectral features are nearly the same at the three observatories. The storm spectral amplitude decreases with increasing frequenecy and are linear in the logarithmic coordinate. This linear trend is obvious especially for the period range from 0.5 hours to 6.8 hours.

It is calculated the spectral slopes b in this period range by means of the weighted least square fitting method, and the storm energy utilizing the parsval energy equation. All the spectral slopes of magnetic storm are close to each other. So the energy partitioning law for frequency of storm spectra is consistent.

The above result is of value to a further study of the physical mechanism of magnetic storms, the physical nature of storm source, and the solar-terrestical relationship.