0254-6124/2022/42(6)-1079-10 *Chin. J. Space Sci.* 空间科学学报

LI Wentao, ZHANG Sai, HE Jiabei, DENG Zhoukun, YANG Qiwu, SHANG Xiongjun, ZHOU Qinghua. Parametric Study on Interaction between Superluminous L-O Mode Waves and Radiation Belt Electrons (in Chinese). *Chinese Journal of Space Science*, 2022, **42**(6): 1079–1088. DOI:10.11728/cjss2022.05.210421054

左旋寻常的极光千米波与辐射带高能电子相互作用的参数化研究*

李文涛[1,2,3] 张 赛[1,2,4] 贺佳贝[1,4] 邓舟坤[1,4]
杨奇武[1,4] 商雄军[1,4] 周庆华[1,3,4]

1(长沙理工大学物理与电子科学学院 长沙 410114)

2(中国科学院空间天气学国家重点实验室 北京 100190)

3(腾讯云计算 (长沙) 有限责任公司 长沙 410221)

4(湖南省普通高校重点实验室 近地空间电磁环境监测与建模实验室 长沙 410114)

摘 要 参数化研究了在 L=4.5 外辐射带区域左旋寻常 (Left-hand Ordinary mode, L-O 模) 的极光千米波与高能电子的相互作用，定量计算了左旋寻常的极光千米波在不同峰值频率、传播角分布和纬度分布条件下的弹跳平均投掷角扩散系数、动量扩散系数和投掷角–动量交叉扩散系数。计算结果表明，动量扩散系数一般比投掷角扩散系数大 100 倍左右，说明动量扩散在 L-O 模与电子间的相互作用中起主导作用。随着传播角范围的改变，扩散系数均未发生明显变化，这说明 L-O 模与电子相互作用的扩散系数对传播角范围的依赖性很小。此外，扩散系数会因为 L-O 模纬度分布的改变而发生剧烈变化，该结果与之前得到的纬度分布对右旋奇异的极光千米波的影响是一致的。通过参数化研究结果表明，适当条件下，L-O 模可能会显著影响外辐射带高能电子的动力学过程。

关键词 极光千米波，左旋寻常模，波粒相互作用，扩散系数

中图分类号 P354

Parametric Study on Interaction between Superluminous L-O Mode Waves and Radiation Belt Electrons

LI Wentao[1,2,3] ZHANG Sai[1,2,4] HE Jiabei[1,4] DENG Zhoukun[1,4]
YANG Qiwu[1,4] SHANG Xiongjun[1,4] ZHOU Qinghua[1,3,4]

1(*School of Physics and Electronic Sciences, Changsha University of Science and Technology, Changsha* 410114)

* 国家自然科学基金项目 (42074198，42004141) 和 空间天气学国家重点实验室项目 (202014) 共同资助

2021-04-21 收到原稿，2022-04-21 收到修定稿

E-mail：13467349563@163.com. 通信作者 周庆华， E-mail：zhouqinghua@csust.edu.cn

2(*State Key Laboratory of Space Weather, Chinese Academy of Sciences, Beijing* 100190)

3(*Tencent Cloud Computing (Changsha) Company Limited, Changsha* 410221)

4(*Hunan Province Higher Education Key Laboratory of Modeling and Monitoring on the Near-Earth Electromagnetic Environments, Changsha* 410114)

Abstract The parametric study focuses on the interaction between the superluminous Left-hand Ordinary (L-O) mode waves and radiation belt electrons. Bounce-averaged diffusion rates in pitch angle, momentum and cross are calculated by varying the peak wave frequency, the wave normal angle distribution, and the wave latitudinal distribution. Calculation results show that the momentum diffusion coefficients are generally greater by about 100 times than the pitch angle diffusion coefficients, which suggests that L-O mode waves have a potential for producing acceleration of electrons. With the varying normal angle range, the change of diffusion coefficients is not obvious, and the result indicates that diffusion coefficients of the interaction between L-O mode and electrons have little dependence on the normal angle range. In addition, diffusion coefficients are largely determined by the wave latitudinal distributions, which is consistent with the case of R-X mode waves. These results indicate that L-O mode can obviously affect the dynamic of radiation belt electrons under appropriate conditions.

Key words Auroral Kilometric Radiation (AKR), Left-hand ordinary mode, Wave-particle interaction, Diffusion coefficients

0 引言

极光千米波(Auroral Kilometric Radiation, AKR)是地球磁层等离子体中相速度大于光速的电磁波, 频率在 30～800 kHz, 功率可达 10^7～10^9 W[1-3]。目前, 普遍认为极光千米波是来自磁尾的超热电子(能量 1～10 keV)在极区由于电子回旋注入不稳定性 ECMI(Electron Cyclotron Maser Instability)激发的[4]。空间等离子体中的极光千米波存在三种模式, 即右旋奇异(Right-hand Extraordinary, R-X)模、左旋寻常 (L-O) 模和左旋奇异(Left-hand Extraordinary, L-X)模。极光千米波的产生机制预测地球磁层中的极光千米波主要以 R-X 模为主, 很多观测数据也证实了这一点[4-8]。Summer 等[9] 研究了第一阶共振驱动的极光千米波与辐射带电子的相互作用, 结果表明极光千米波能够对高能电子产生明显加速效应。随后, Xiao 等[10] 构建了包含波磁场分量的极光千米波局地扩散系数表达式。在此基础上, Xiao 等[11,12] 随后使用假设的极光千米波磁场分量参数, 计算了由 15 阶共振驱动的极光千米波弹跳平均扩散系数, 结果表明极光千米波能在一天内对电子产生有效加速, 甚至能将电子能量加速至约 100 倍, 而这些被加速的电子有可能严重威胁航空系统及空间天气。

由于极光千米波的源区位于高度为 1～3 R_e 的高纬极光区[1,3,13], 因此早期对极光千米波的观测主要集中在高纬区域。2015 年 Kurth 等[14] 基于 Van Allen 探测器的数据报道了辐射带低纬区域的极光千米波, 说明产生于极区的极光千米波能够出现在辐射带甚至赤道附近。Xiao 等[15] 利用 3D 射线追踪方法研究了不同地磁条件下极光千米波的传播, 证明在一定条件下极光千米波可以从高纬极区传播至低纬区域甚至赤道区域。2019 年基于 Van Allen 探测器数据的统计结果表明, 辐射带的极光千米波存在于 L 为 3～6.5 和整个磁地方时的广泛区域[16,17]。

由于缺乏高频电磁波磁场分量的观测数据和其他判断电磁波极化的手段, 之前对极光千米波的传播机制及其与电子相互作用的研究主要是基于极光千米波为 R-X 模的假设。虽然 Hanasz 等[18]2003 年在使用 Interball-2 数据研究极光千米波发生率分布的工作中发现磁层高纬区域存在 L-O 模, 但是辐射带的中低纬区域长期以来没有关于 L-O 模的报道, 因此关于辐射带中 L-O 模与电子之间的相互作用尚未被系统性研究。2018 年 Nakamura 等[19] 利用 Arase 卫星观测数据报道了极光千米波极化的研究事例, 发现在

辐射带中不仅存在 R-X 模, 同时也存在 L-O 模。基于此, 本文通过改变 L-O 模的峰值频率 ($\omega_{\rm m}$)、传播角 (θ) 分布和纬度 (λ) 分布, 计算电子弹跳平均扩散系数, 参数化研究 L-O 模与外辐射带高能电子的相互作用。

1 模型介绍

在忽略离子运动及无碰撞的冷等离子体时, 高频斜传播的 L-O 模的色散关系为[9,10,20]

$$\mu^2 = 1 - \frac{\omega_{\rm pe}^2}{\omega^2}\,\Psi^{-1}, \tag{1}$$

$$\Psi = 1 - \frac{|\Omega_{\rm e}|^2\sin^2\theta}{2(\omega^2-\omega_{\rm pe}^2)} + \left\{\left[\frac{|\Omega_{\rm e}|^2\sin^2\theta}{2(\omega^2-\omega_{\rm pe}^2)}\right]^2 + \frac{|\Omega_{\rm e}|^2\cos^2\theta}{\omega^2}\right\}^{1/2}. \tag{2}$$

其中, μ为等离子体的折射率, ω 为波的角频率, $\omega_{\rm pe}$为电子等离子体频率, $\Omega_{\rm e}$为电子回旋频率, θ 为波传播角。根据波的色散关系得到 L-O 模的下截止频率为

$$\omega \geqslant \omega_{\rm p} = \omega_{\rm pe}. \tag{3}$$

电磁波与电子之间的 n 阶谐波回旋共振条件为

$$\omega - k_{\parallel}v_{\parallel} + n\left|\Omega_{\rm e}\right|/\gamma = 0. \tag{4}$$

其中, $k_{\parallel} = k\cos\theta$为波的平行波数; $v_{\parallel} = v\cos\alpha$, v为电子速度, α为电子投掷角; γ为洛伦兹因子。由于极光千米波为超光速波, 由其定义可知相速度$u = \omega/k > c$, 回旋共振阶数 n 只能取负值–1, –2, –3, ···, ∞。

在描述波粒相互作用的准线性扩散方程中, 弹跳平均的投掷角扩散系数、动量扩散系数和交叉投掷角扩散系数$<D_{\alpha\alpha}>$, $<D_{\rm pp}>$, $<D_{\alpha{\rm p}}>=<D_{{\rm p}\alpha}>$具体形式为[21,22]

$$\begin{aligned}
&<D_{\alpha\alpha}> = \frac{1}{T}\int_0^{\lambda_{\rm m}} D_{\alpha\alpha}\frac{\cos\alpha}{\cos^2\alpha_{\rm e}}\cos^7\lambda{\rm d}\lambda,\\
&<D_{\alpha{\rm p}}>=<D_{{\rm p}\alpha}>=\\
&\frac{1}{T}\int_0^{\lambda_{\rm m}} D_{\alpha{\rm p}}\frac{(1+3\sin^2\lambda)^{1/4}}{\cos\alpha_{\rm e}}\cos^4\lambda{\rm d}\lambda,\\
&<D_{\rm pp}> = \frac{1}{T}\int_0^{\lambda_{\rm m}} D_{\rm pp}\frac{(1+3\sin^2\lambda)^{1/2}}{\cos\alpha_{\rm e}}\cos\lambda{\rm d}\lambda.
\end{aligned} \tag{5}$$

式中, 归一化的弹跳时间可以通过$T(\alpha_{\rm e}) \approx 1.30 - 0.56\sin\alpha_{\rm e}$得到, 这里$\alpha_{\rm e}$为电子赤道投掷角; $\lambda_{\rm m}$为 L-O 模存在的最大纬度, $D_{\alpha\alpha}$, $D_{\rm pp}$, $D_{\alpha{\rm p}}= D_{{\rm p}\alpha}$分别为局地的投掷角扩散系数、动量扩散系数及交叉投掷角–动量扩散系数, 其均具有与p^2/t相同的量纲[22-24]。局地扩散系数矩阵 $\boldsymbol{D}$ 的每个元素均可以表示为一个在波的传播角范围内对$X(X=\tan\theta)$的积分和对所有共振阶数 n 的求和, 即

$$\boldsymbol{D} = \sum_{n_1}^{n_2}\int_{X_{\rm l}}^{X_{\rm u}} X{\rm d}X D^{nX}. \tag{6}$$

其中, X_l为传播角正切值的下限, X_u为传播角正切值的上限, 并满足高斯分布。

根据以往研究[10] 可以求得投掷角扩散系数

$$D_{\alpha\alpha}^{nX} = |\Omega_{\rm e}|^2\sum_{\omega}\frac{B_\omega^2}{B_0^2}\frac{p^2}{\gamma^2}\cdot \frac{(\sin^2\alpha + n|\Omega_{\rm e}|/\gamma\omega)^2}{4\pi v_{\parallel}^2(1+X^2)N(\omega)}\frac{\omega^2 g(X)\left|\Phi_{n,k}\right|^2}{\left|v_{\parallel}-\partial\omega/\partial k\right|_X}. \tag{7}$$

其中, B_0为背景磁场强度, ω取所有共振频率, $|\Phi_{n,k}|^2$与波的色散关系相关, $N(\omega)$则是一个使得每单位频率的波能量等于B_ω^2的归一化因子, 后两个量在之前的研究中已经得到[22,25]。而交叉及动量局地扩散系数与$D_{\alpha\alpha}^{nX}$的关系如下:

$$\begin{aligned}
&D_{\alpha{\rm p}}^{nX} = D_{{\rm p}\alpha}^{nX} = -D_{\alpha\alpha}^{nX}\left(\frac{\sin\alpha\cos\alpha}{\sin^2\alpha + n|\Omega_{\rm e}|/\gamma\omega}\right),\\
&D_{\rm pp}^{nX} = D_{\alpha\alpha}^{nX}\left(\frac{\sin\alpha\cos\alpha}{\sin^2\alpha + n|\Omega_{\rm e}|/\gamma\omega}\right)^2.
\end{aligned} \tag{8}$$

为了计算局地扩散系数, 假设超光速波的频率功率谱B_ω^2 符合标准高斯分布, 参数包括峰值频率 $\omega_{\rm m}$、半宽带$\delta\omega$、上截止频率$\omega_{\rm u}$和下截止频率$\omega_{\rm l}$, 其表达式如下:

$$B^2(\omega) = \begin{cases} A^2\exp\{-\left[(\omega-\omega_{\rm m})/\delta\omega\right]^2\}, & \omega_{\rm l}\leqslant\omega\leqslant\omega_{\rm u};\\ 0, & \text{otherwise.}\end{cases} \tag{9}$$

其中A^2为归一化因子, 由下式给出:

$$A^2 = \frac{2}{\pi^{1/2}\delta\omega}|B_{\rm t}|^2\left[{\rm erf}\left(\frac{\omega_{\rm u}-\omega_{\rm m}}{\delta\omega}\right) + {\rm erf}\left(\frac{\omega_{\rm m}-\omega_{\rm l}}{\delta\omega}\right)\right]^{-1}. \tag{10}$$

式中, $|B_{\rm t}|^2 = (B_{\omega})^2 g(X)$为波的振幅。假设波的传播角 $g(X)$同样满足具有半宽带X_{ω}和峰值$X_{\rm m}$的高斯分布[22], 即

$$g(X) = \begin{cases} \exp\left[-\left(\dfrac{X-X_{\rm m}}{X_{\omega}}\right)^2\right], & X_{\rm l}\leqslant X\leqslant X_{\rm u};\\ 0, & \text{otherwise.}\end{cases} \tag{11}$$

2 数值结果与分析

此前对极光千米波的研究表明, 在一定条件下极光千米波能够从高纬极区传播进入辐射带的低纬区

域,甚至到达低纬赤道附近。在这些区域,辐射带中的高能电子会与极光千米波发生回旋共振,这可能引起高能电子的显著加速,从而导致空间天气灾害的发生。Xiao 等[11] 曾针对 R-X 模的极光千米波对辐射带电子的动力学演化进行了系统的参数化研究。以此为参考,这里通过计算 L-O 模在不同的峰值频率(ω_m)、传播角 (θ) 分布和波纬度 (λ) 分布情况下,辐射带电子的弹跳平均扩散系数,对 L-O 模与辐射带电子的相互作用进行参数化研究。

分析中假设是在强磁暴($K_P=5$)期间的 L-O 模与高能电子发生阶数 n 为–1～15 的回旋共振作用,其发生区域为 L=4.5 的外辐射带区域。在磁暴发生期间,等离子层顶会向地球压缩,导致所选区域的等离子体密度变低(这里选取的等离子体密度参数 $\omega_{pe}^2/\Omega_e^2=2.0$,电子数密度 $n_0=\omega_{pe}^2\varepsilon_0 m_e/e^2=2.0\Omega_e^2\varepsilon_0 m_e/e^2$,其中$\varepsilon_0$为介电常数,$m_e$为电子质量,$e$为电子电荷量值)[26];极光千米波的波幅度在磁暴时可以达到 0.1 nT 左右[27],这里选取 L-O 模的幅度 B_t=0.1 nT。根据既有研究结果,极光千米波的传播路径十分倾斜[9,28],且目前缺少辐射带关于极光千米波传播角的具体观测数据。为使模拟结果更加准确,这里选取较大的 L-O 模传播角范围作为计算扩散系数的参数。采用的参数具体如下:X_l=tan5°,X_u=tan89°,X_m=tan60°,X_ω=tan50°。选择的频率参数为$\omega_l/(2\pi)=10$ kHz,$\omega_u/(2\pi)=500$ kHz,$\delta\omega/(2\pi)=100$ kHz。同时假设 L-O 模存在于沿着整个磁场线的所有纬度,具有恒定的波幅$B_t=0.1$ nT。

2.1 波的不同峰值频率对辐射带电子的影响

为研究峰值频率 ω_m对 L-O 模与辐射带电子相互作用的影响,分别考虑 $\omega_m/(2\pi)=150$ kHz,250 kHz和350 kHz三种情况。

从图 1 中可以明显发现,当峰值频率为 150 kHz 时,1 MeV 以下能量电子的有效扩散系数($>10^{-9}$ s^{-1})覆盖了整个投掷角范围,扩散系数随着电子能量的增

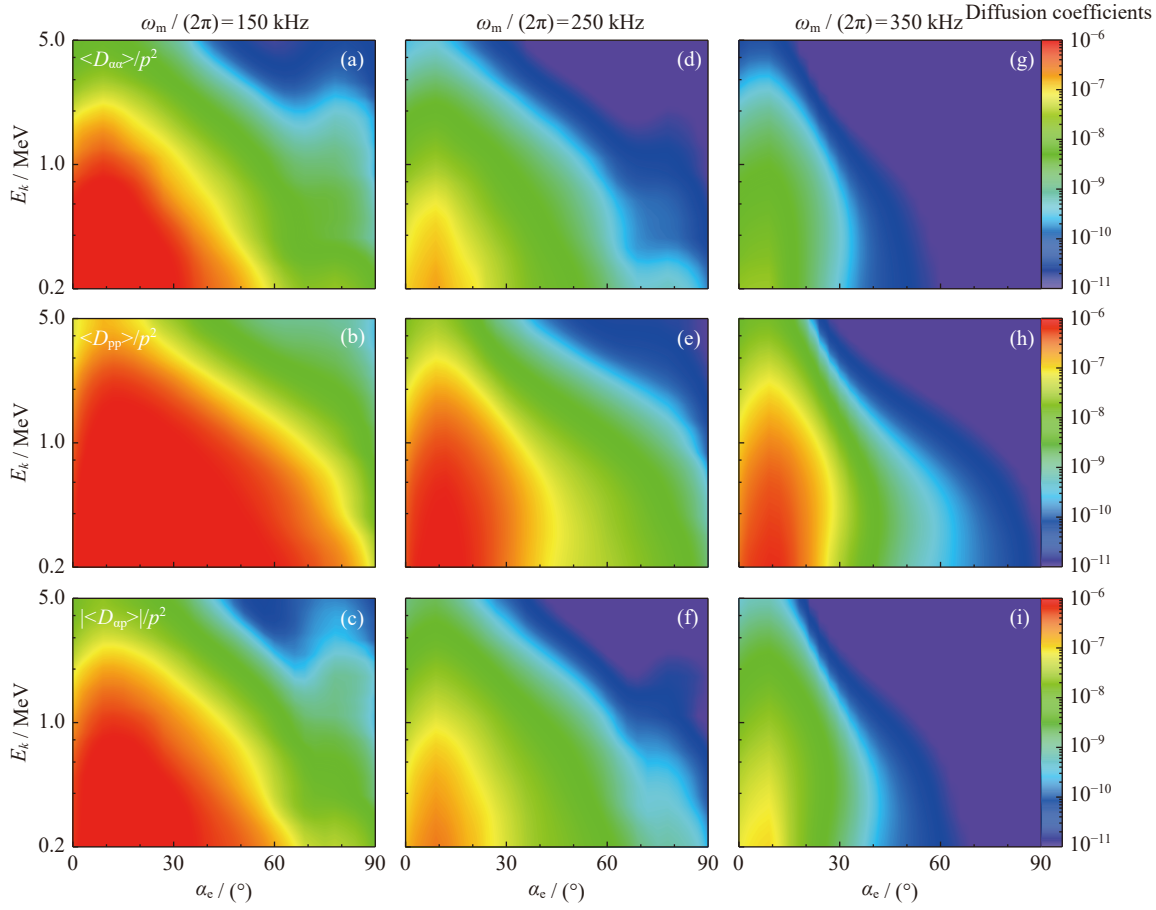


图 1 不同峰值频率的投掷角(上)、动量(中)及投掷角–动量交叉(下)弹跳平均扩散系数 2D 结果

Fig. 1 2D bounce-averaged diffusion coefficients of pitch angle (top), momentum (middle), and cross (bottom)

加而逐渐减小。随着波的峰值频率从 150 kHz 增大到 350 kHz, 投掷角、动量以及交叉扩散系数覆盖的投掷角区域逐渐减小。同时, 从图 1 中可以得知, 对于三种峰值频率的 L-O 模与电子相互作用, 有效的动量扩散系数覆盖的投掷角范围均大于投掷角扩散系数覆盖范围。

图 2 表明, 在小投掷角区域($< 30°$), 峰值频率为 150 kHz 的 L-O 模对 1 MeV 的电子, 动量扩散系数比投掷角扩散系数约高 10 倍; 但是在大投掷角处($> 60°$), 动量扩散系数比投掷角扩散系数高约 100 倍, 这说明 L-O 模对电子的主要作用是导致其动量扩散, 因此 L-O 模具有加速电子的可能。图 3 给出了 1 MeV 能量电子的投掷角扩散系数与动量扩散系数的对比, 研究表明, 对于这三种不同峰值频率的 L-O 模, 扩散系数均随投掷角的增大而下降, 特别是在峰值频率为 250 kHz 和 350 kHz 时, 随着投掷角的增大, 扩散系数的下降更为迅速。此外, 对比分析三种频率的扩散系数, 可以发现弹跳平均扩散系数会随着峰值频率的增加而降低。这是因为在其他条件不变的情况下, L-O 模与电子共振时, 共振频率大多集中在较低频率且不会随峰值频率变化, 当峰值频率增加时, 这些共振频率会越远离峰值频率, 共振能量将减弱, 使得扩散系数减小, 这与 R-X 模的情况较为相似[11]。

2.2 波的不同传播角分布对辐射带电子的影响

此前针对准线性散射率对亚光速合声波传播角分布情况的敏感性研究发现, 散射率对高能量波的传播角分布相对不敏感[29]。2007 年 Xiao 等[28] 基于射线追踪技术针对极光千米波传播路径的研究发现, 极光千米波初始传播角的不同会在一定程度上影响其传播路径。

为研究不同传播角对 L-O 模与辐射带电子间相互作用的影响, 选取了 4 组不同 L-O 模传播角分布范围进行计算与分析。这 4 组范围分别是: 完整传播角范围 $5°<\theta<89°$, 中等及大的传播角范围 $25°<\theta<89°$, 大传播角范围 $45°<\theta<89°$, 中等传播角范围 $45°<\theta<65°$。计算采用的波的传播角参数均与 2.1 节中一致。在 4 种传播角范围的计算中采用的 L-O 模峰值频率均为 $\omega_m/(2\pi) = 150$ kHz。

图 4 给出的是在 4 种不同 L-O 模传播角分布情况下的二维电子弹跳平均扩散系数。从情况 1～3 可以明显看出, 在最小传播角不同而最大传播角相同的条件下, 三种情况之间的扩散系数没有明显差异。图 4 中, 情况 4 采用的最小传播角与情况 3 是一致

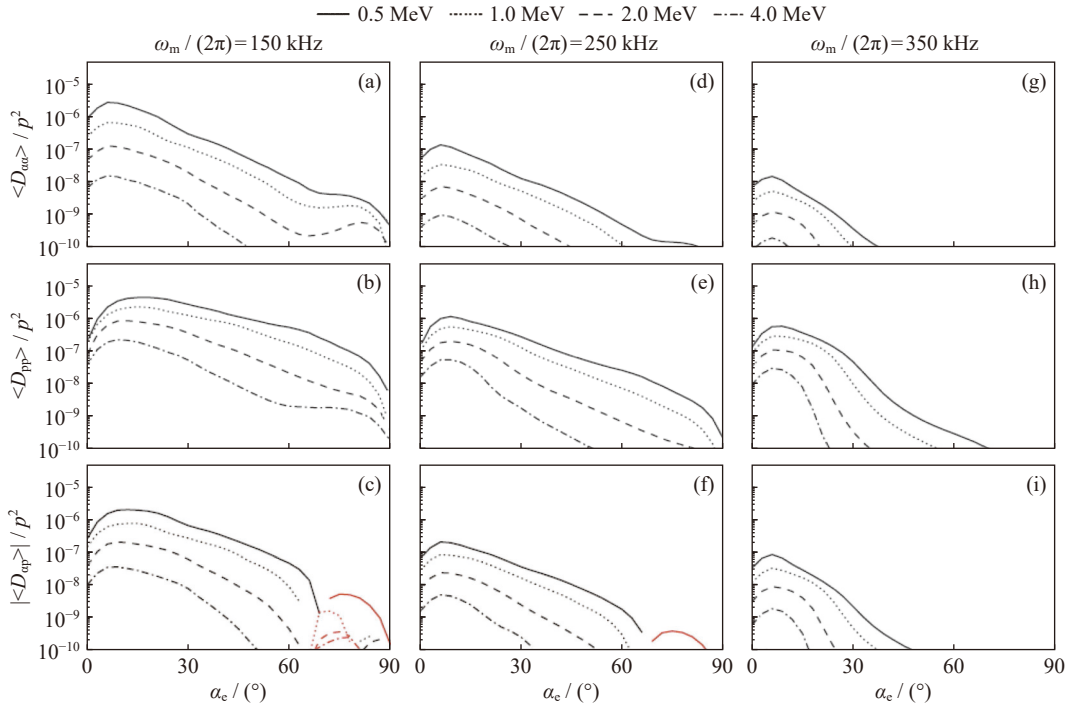


图 2 不同峰值频率的投掷角（上）、动量（中）及投掷角–动量交叉（下）弹跳平均扩散系数 1D 结果

Fig. 2 1D bounce-averaged diffusion coefficients of pitch angle (top), momentum (middle), and cross (bottom)

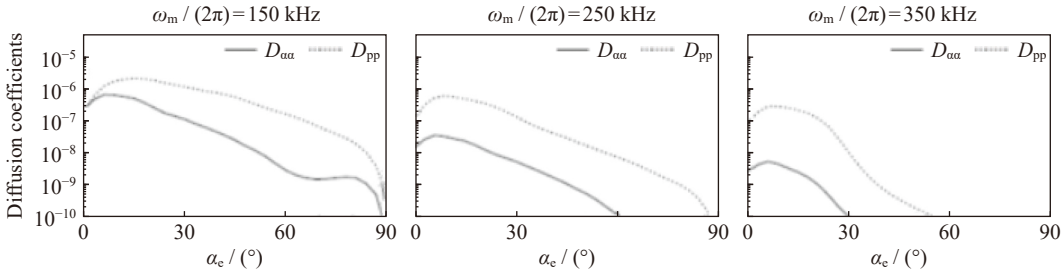


图 3 能量为 1 MeV 的投掷角扩散系数（$D_{\alpha\alpha}$）与动量扩散系数（D_{pp}）的对比

Fig. 3 Comparison of the pitch angle diffusion coefficient ($D_{\alpha\alpha}$) and momentum diffusion coefficient (D_{pp}) with energy of 1 MeV

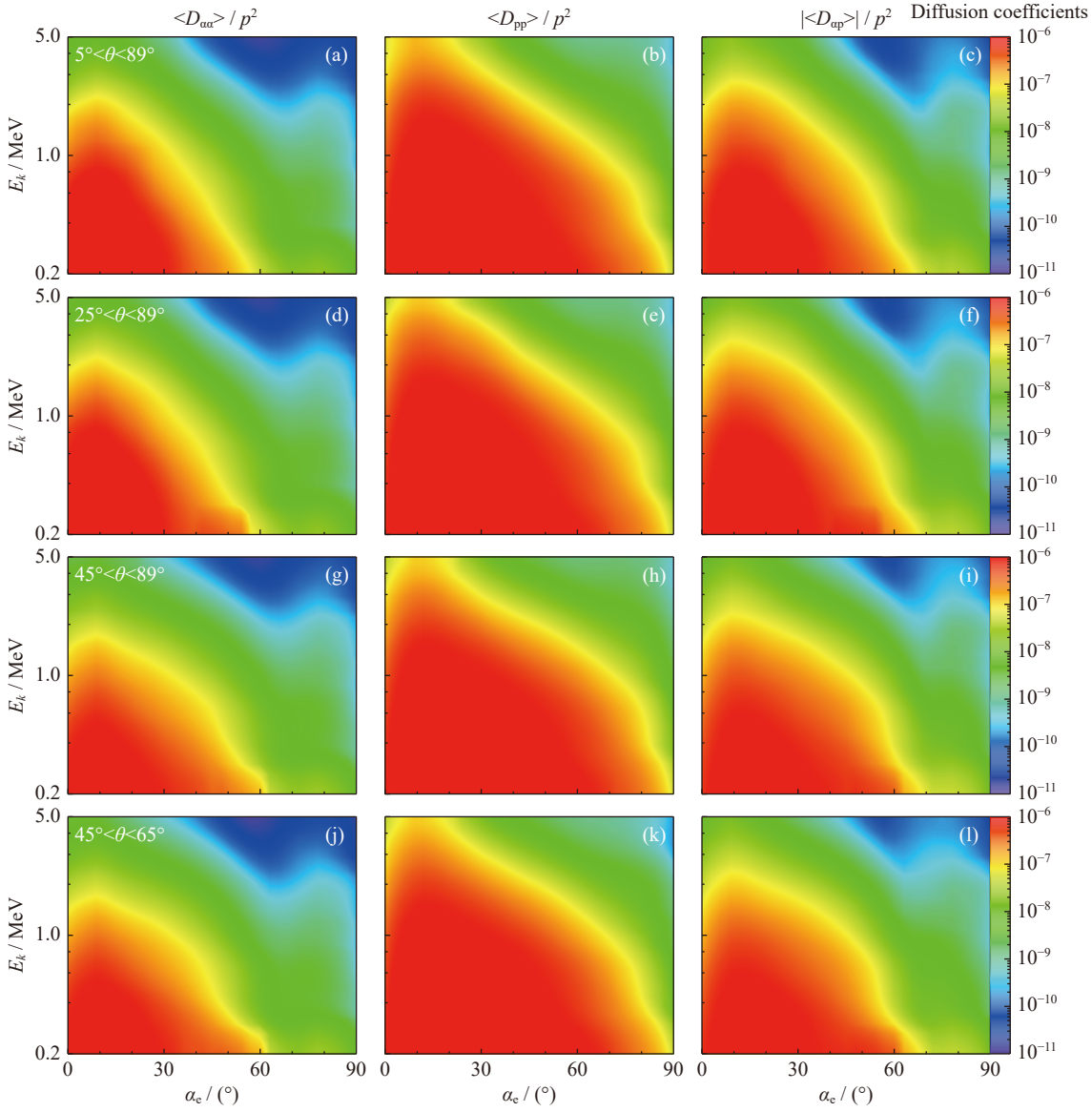


图 4 不同传播角分布的投掷角（左）、动量（中）及投掷角–动量交叉（右）弹跳平均扩散系数 2D 结果

Fig. 4 2D bounce-averaged diffusion coefficients of pitch angle (left), momentum (middle), and cross (right) for different wave normal angle distributions

的, 最大传播角则与前三种情况不同, 但是可以发现情况 4 的扩散系数与前三种情况未发生较大变化, 因此可从图 4 中得到在峰值传播角及半宽带不变的情况下, 传播角范围对 L-O 模与电子相互作用的扩散系数影响很小。

图 5 是与图 4 对应的一维扩散系数, 与图 4 类似, 在最小传播角不同而最大传播角相同的条件下(情况 a～c), 三种情况的扩散系数没有明显差异。在最大传播角变小后(情况 j～l), 扩散系数相比前三种情况同样未发生明显变化, 同样也能说明在峰值传播角及半宽带不变的情况下, L-O 模与电子相互作用的扩散系数对传播角范围的依赖较弱。

2.3 波的不同纬度分布对辐射带电子的影响

既有研究结果表明, 波存在的纬度分布会影响其与粒子之间的相互作用[30,31], R-X 模对电子的动力学影响会随着纬度的不同而发生变化, 高纬的 R-X 模会导致电子投掷角散射, 而在赤道附近或者低纬处, 则会有效加速电子[32-34]。

为了探究不同纬度分布对 L-O 模与辐射带电子相互作用的影响, 同样选择三个具有代表性的 L-O 模纬度分布范围计算扩散系数: 所有纬度区域(λ>0°), 中高纬度区域(λ>20°), 高纬区域(λ>40°)。在此计算中采用的 L-O 模的峰值频率同样为$\omega_m/(2\pi)$ = 150 kHz。

图 6 给出的是在三种不同 L-O 模纬度分布情况下, 电子二维弹跳平均投掷角、动量及投掷角–动量交叉扩散系数。从图 6(a)～(c) 可以清晰发现, 在纬度分布为所有纬度区域时, 有效扩散系数覆盖了整个投掷角范围。然而随着纬度分布变为中高纬区域后, 扩散系数会移动到较小的投掷角区域(<60°)如图 6(d)～(f) 所示。到了高纬区域时, 扩散系数只存在于 30°以内的投掷角区域, 如图 6(g)～(i) 所示。同时, 随着波存在纬度范围的减小, 扩散系数会有一个

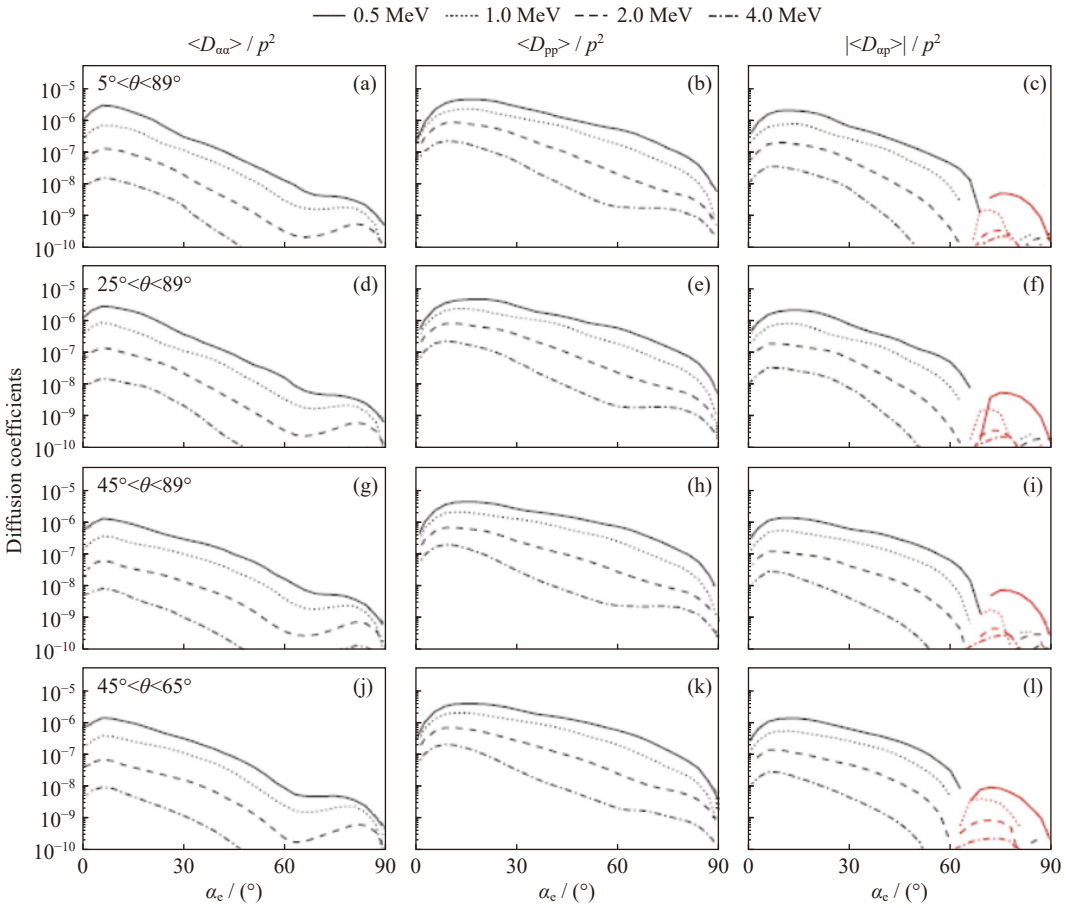


图 5 不同传播角分布的投掷角(左)、动量(中)及投掷角–动量交叉(右)弹跳平均扩散系数 1D 结果

Fig. 5 1D bounce-averaged diffusion coefficients of pitch angle (left), momentum (middle), and cross (right) for different wave normal angle distributions

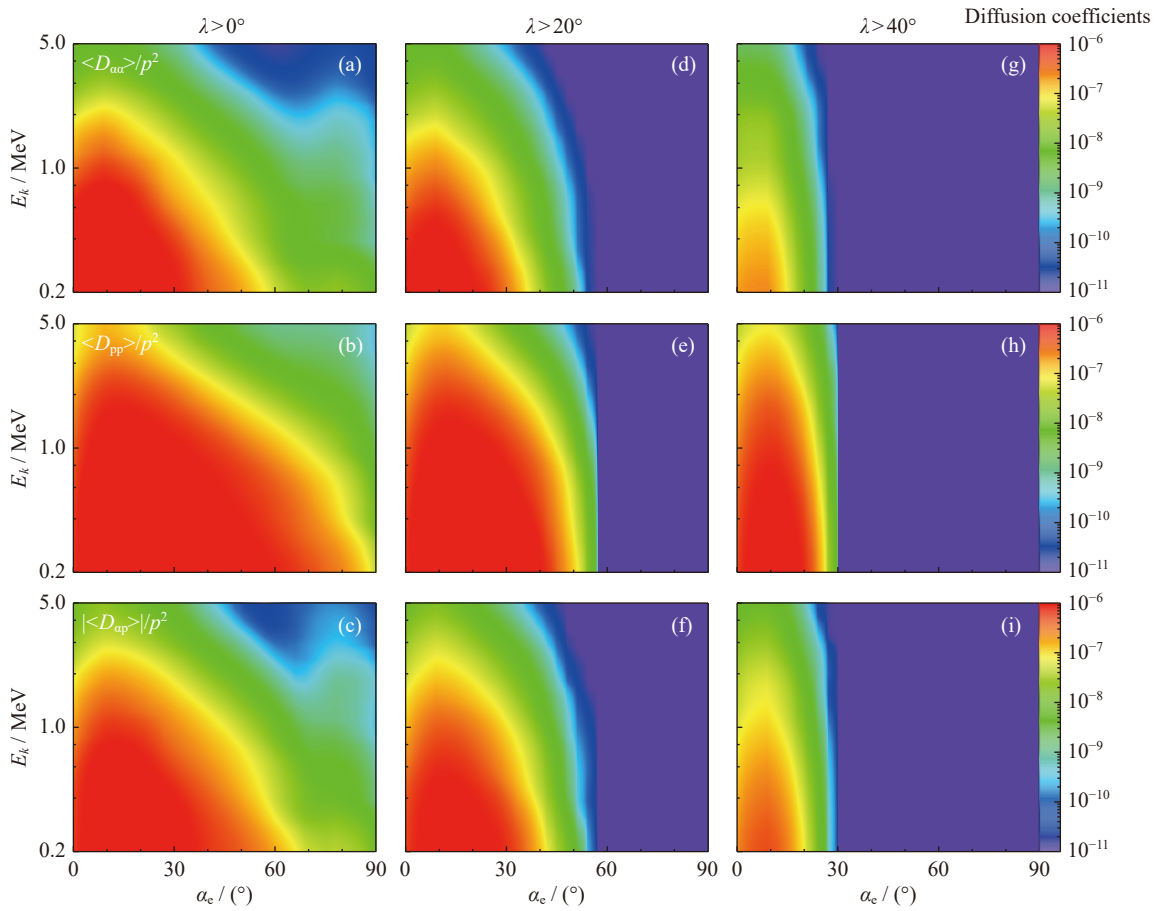


图 6 不同纬度分布的投掷角（上）、动量（中）及投掷角–动量交叉（下）弹跳平均扩散系数 2D 结果

Fig. 6 2D bounce-averaged diffusion coefficients of pitch angle (top), momentum (middle), and cross (bottom) for different wave latitudinal distributions

数量级左右的减小。

图 7 是与图 6 对应的不同能量电子的一维扩散系数。如图 7(a)～(c) 所示，当纬度分布为整个纬度区域时，在整个投掷角区域中，扩散系数变化较为平缓。但是在中高纬度区域，扩散系数在投掷角为 50°附近会急剧下降，如图 7(d)～(f) 所示。而在高纬区域，在投掷角为 25°时扩散系数急剧下降，如图 7(g)～(i) 所示。这说明纬度分布对 L-O 模与电子之间的相互作用有着较大影响，L-O 模存在的纬度变化会导致电子动力学过程发生剧烈变化。

3 结论

通过使用 L-O 模 3 组不同的峰值频率参数、4 组不同的传播角分布参数以及 3 组不同的纬度分布参数，分别计算了电子弹跳平均的投掷角、动量及投掷角–动量扩散系数，探讨了不同参数的 L-O 模对辐射带中高能电子的影响。得到结论如下。

（1）随着 L-O 模峰值频率的增加，有效扩散系数覆盖的投掷角范围会逐渐减小，并且扩散系数也会逐渐减小。这可能是由于对电子弹跳平均扩散系数的影响主要来自波高斯分布的峰值频率附近的根，而共振频率大多集中在较低的波频率附近。此外，动量扩散系数均大于投掷角扩散系数与交叉扩散系数，最大高出约 100 倍，这说明 L-O 模对电子的主要影响是导致其动量扩散，也证明 L-O 模可能会对电子进行有效加速。

（2）在 L-O 模的峰值传播角及半宽带不变，最大传播角相同时，其与电子相互作用的扩散系数之间没有明显差异。在最大传播角相同而最小传播角不同时，扩散系数同样没有发生较大变化，说明 L-O 模与电子相互作用的扩散系数与传播角范围之间没有很

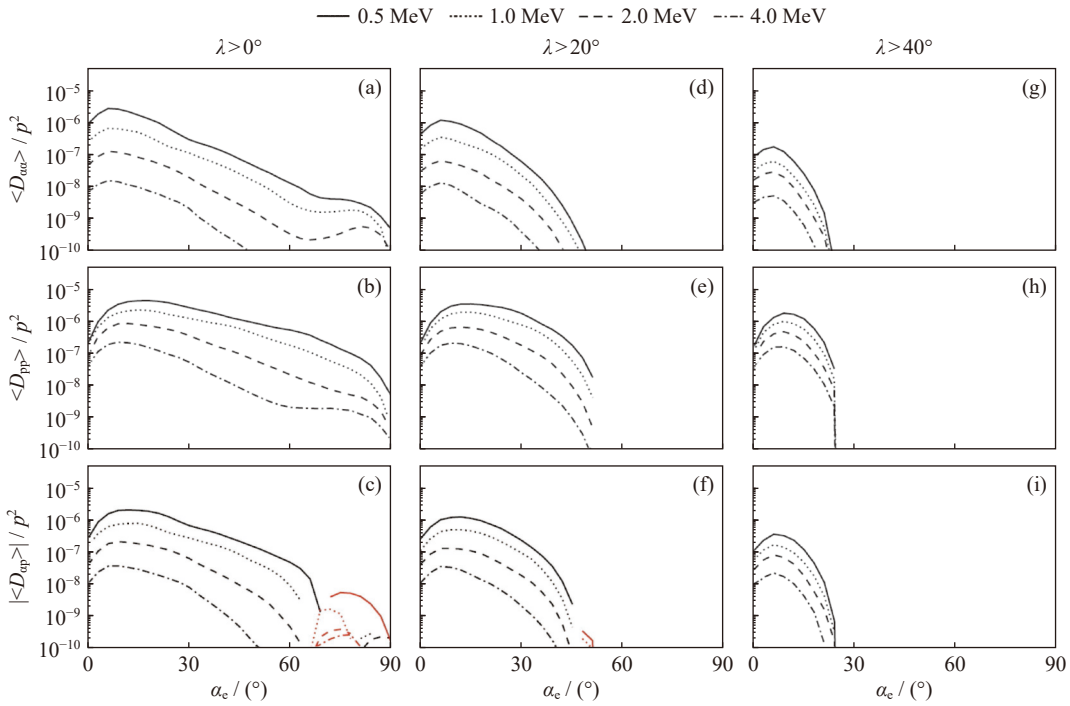


图 7 不同纬度分布的投掷角（上）、动量（中）及投掷角–动量交叉（下）弹跳平均扩散系数 1D 结果

Fig. 7 1D bounce-averaged diffusion coefficients of pitch angle (top), momentum (middle), and cross (bottom) for different wave latitudinal distributions

密切的联系。

(3)当纬度分布为整个纬度区域时，在所有投掷角范围内，扩散系数的变化较为平缓。但是在纬度分布为中高纬区域时，扩散系数在投掷角 50°附近会急剧下降。而在高纬区域，在投掷角为 25°时扩散系数急剧下降。这说明纬度同样会对 L-O 模与电子之间的相互作用造成较大影响，L-O 模的纬度分布变化会对其与电子的相互作用过程发生显著影响。

需要指出的是，Denton 等[35]2002 年的研究工作发现，电子密度沿磁力线会随纬度的升高而增加，在 L=4.5 的磁力线上，L-O 模分布的维度范围内电子密度变化不大(例如纬度 50°处的电子密度是赤道处的 1.76 倍)。在采用上述计算参数的情况下，场向密度变化对扩散系数的影响较小。为突出 L-O 模的频率、传播角和分布纬度等特性在与电子相互作用中的影响这一重点，同时也为了减少计算量，这里没有讨论场向密度变化对扩散系数的影响，这方面研究将在今后工作中开展。同时，计算采用了假设的波谱参数，进一步的工作将基于卫星对 L-O 模波的观测数据，研究其与辐射带电子的相互作用。

参考文献

[1] GURNETT D A. The earth as a radio source: terrestrial kilometric radiation[J]. *Journal of Geophysical Research: Research*, 1974, **79**(28): 4227-4238

[2] HANASZ J, SCHREIBER R, PICKETT J, *et al*. Pulsations of auroral kilometric radiation at Pc1 frequencies[J]. *Geophysical Research Letters*, 2008, **35**(15): L15819

[3] KURTH W S, BAUMBACK M M, GURNETT D A. Direction-finding measurements of auroral kilometric radiation[J]. *Journal of Geophysical Research: Research*, 1975, **80**(19): 2764-2770

[4] WU C S, LEE L C. A theory of the terrestrial kilometric radiation[J]. *The Astrophysical Journal*, 1979, **230**: 621-626

[5] CALVERT W. The signature of auroral kilometric radiation on Isis 1 ionograms[J]. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 1981, **86**(A1): 76-82

[6] CALVERT W. The auroral plasma cavity[J]. *Geophysical Research Letters*, 1981, **8**(8): 919-921

[7] GURNETT D A, SHAWHAN S D, SHAW R R. Auroral hiss, Z mode radiation, and auroral kilometric radiation in the polar magnetosphere: DE 1 observations[J]. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 1983, **88**(A1): 329

[8] HASHIMOTO K, CALVERT W. Observation of the Z mode with DE 1 and its analysis by three-dimensional ray tracing[J]. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 1990, **95**(A4): 3933-3942

[9] SUMMERS D, THORNE R M, XIAO F L. Gyroresonant

acceleration of electrons in the magnetosphere by superluminous electromagnetic waves[J]. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 2001, **106**(A6): 10853-10868

[10] XIAO F L, HE H Y, ZHOU Q H, *et al*. Relativistic diffusion coefficients for superluminous (auroral kilometric radiation) wave modes in space plasmas[J]. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 2006, **111**(A11): A11201

[11] XIAO F L, SU Z P, CHEN L X, *et al*. A parametric study on outer radiation belt electron evolution by superluminous R-X mode waves[J]. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 2010, **115**(A10): A10217

[12] ZHANG S, SHANG X J, HE Y H, *et al*. Dominant roles of high harmonics on interactions between AKR and radiation belt relativistic electrons[J]. *Geophysical Research Letters*, 2020, **47**(16): e2020GL088421

[13] HUFF R L, CALVERT W, CRAVEN J D, *et al*. Mapping of auroral kilometric radiation sources to the aurora[J]. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 1988, **93**(A10): 11445-11454

[14] KURTH W S, DE PASCUALE S, FADEN J B, *et al*. Electron densities inferred from plasma wave spectra obtained by the Waves instrument on Van Allen Probes[J]. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 2015, **120**(2): 904-914

[15] XIAO F L, ZHOU Q H, SU Z P, *et al*. Explaining occurrences of auroral kilometric radiation in Van Allen radiation belts[J]. *Geophysical Research Letters*, 2016, **43**(23): 11971-11978

[16] ZHAO W L, LIU S, ZHANG S, *et al*. Global occurrences of auroral kilometric radiation related to suprathermal electrons in radiation belts[J]. *Geophysical Research Letters*, 2019, **46**(13): 7230-7236

[17] ZHANG S, LIU S, LI W T, *et al*. A concise empirical formula for the field-aligned distribution of auroral kilometeric radiation based on Arase satellite and Van Allen Probes[J]. *Geophysical Research Letters*, 2021, **48**(8): e2021GL092805

[18] HANASZ J, PANCHENKO M, DE FERAUDY H, *et al*. Occurrence distributions of the auroral kilometric radiation ordinary and extraordinary wave modes[J]. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 2003, **108**(A11): 1408

[19] NAKAMURA Y, FUKUDA S, SHIBANO Y, *et al*. Exploration of energization and radiation in geospace (ERG): challenges, development, and operation of satellite systems[J]. *Earth Planets and Space*, 2018, **70**(1): 102

[20] STIX T H. Waves in Plasmas[M]. 2 nd ed. New York: American Institute of Physics, 1992.

[21] LYONS L R, WILLIAMS D J. Quantitative Aspects of Magnetospheric Physics[M]. Dordrecht Boston: Springer, 1984.

[22] GLAUERT S A, HORNE R B. Calculation of pitch angle and energy diffusion coefficients with the PADIE code[J]. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 2005, **110**(A4): A04206

[23] SUMMERS D, NI B B. Effects of latitudinal distributions of particle density and wave power on cyclotron resonant diffusion rates of radiation belt electrons[J]. *Earth, Planets and Space*, 2008, **60**(7): 763-771

[24] SUMMERS D. Quasi-linear diffusion coefficients for field-aligned electromagnetic waves with applications to the magnetosphere[J]. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 2005, **110**(A8): A08213

[25] LYONS L R. Pitch angle and energy diffusion coefficients from resonant interactions with ion–cyclotron and whistler waves[J]. *Journal of Plasma Physics*, 1974, **12**(3): 417-432

[26] SUMMERS D, THORNE R M. Relativistic electron pitch-angle scattering by electromagnetic ion cyclotron waves during geomagnetic storms[J]. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 2003, **108**(A4): 1143

[27] ERGUN R E, CARLSON C W, MCFADDEN J P, *et al*. FAST satellite wave observations in the AKR source region[J]. *Geophysical Research Letters*, 1998, **25**(12): 2061

[28] XIAO F L, CHEN L J, ZHENG H N, *et al*. A parametric ray tracing study of superluminous auroral kilometric radiation wave modes[J]. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 2007, **112**(A10): A10214

[29] SHPRITS Y Y, NI B. Dependence of the quasi-linear scattering rates on the wave normal distribution of chorus waves[J]. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 2009, **114**(A11): A11205

[30] THORNE R M, O'BRIEN T P, SHPRITS Y Y, *et al*. Timescale for MeV electron microburst loss during geomagnetic storms[J]. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 2005, **110**(A9): A09202

[31] SUMMERS D, NI B B, MEREDITH N P. Timescales for radiation belt electron acceleration and loss due to resonant wave-particle interactions: 2. Evaluation for VLF chorus, ELF hiss, and electromagnetic ion cyclotron waves[J]. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 2007, **112**(A4): A04207

[32] XIAO F L, THORNE R M, SUMMERS D. Higher-order gyroresonant acceleration of electrons by superluminous (AKR) wave-modes[J]. *Planetary and Space Science*, 2007, **55**(10): 1257-1271

[33] LI W, SHPRITS Y Y, THORNE R M. Dynamic evolution of energetic outer zone electrons due to wave-particle interactions during storms[J]. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 2007, **112**(A10): A10220

[34] XIAO F L, SU Z P, ZHENG H N, *et al*. Modeling of outer radiation belt electrons by multidimensional diffusion process[J]. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 2009, **114**(A3): A03201

[35] DENTON R E, GOLDSTEIN J, MENIETTI J D, *et al*. Magnetospheric electron density model inferred from Polar plasma wave data[J]. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 2002, **107**(A11): 1386