0254-6124/2011/31(1)-044–07 *Chin. J. Space Sci.* 空间科学学报

Zhao Haisheng, Xu Zhengwen, Wu Jian. Influence of rays at low elevation angles on the ionospheric CT imaging. *Chin. J. Space Sci.*, 2011, **31**(1): 44-50

低仰角射线对电离层 CT 成像的影响分析*

赵海生　许正文　吴　健

(中国电波传播研究所　电波环境特性及模化技术国家级重点实验室　青岛　266107)

摘　要　电离层层析成像 (Computerized Tomography, CT) 是一个有限视角问题, 水平射线的缺失造成 CT 结果垂直分辨率的严重下降. 很多人直观地认为低仰角射线可以弥补水平射线的缺失, 然而本文的理论分析和数值模拟研究结果表明, 低仰角射线对 CT 结果的影响十分微小, 其无法弥补水平射线缺失所带来的垂直分辨率的下降. 模拟结果显示, 增加低仰角射线前后 CT 反演结果几乎没有变化; 而去掉 680 条低仰角射线和高仰角射线后, CT 反演结果差别巨大; 去掉 680 条低仰角射线的 CT 结果与模型吻合很好; 去掉 680 条高仰角射线的 CT 反演结果失真严重, 几乎无法恢复模型的扰动特征.

关键词　电离层层析成像 (CT), 低仰角射线, 有限视角层析, 水平射线, 垂直分辨率

中图法分类号　P 353

Influence of Rays at Low Elevation Angles on the Ionospheric CT Imaging

ZHAO Haisheng　XU Zhengwen　WU Jian

(*National Key Laboratory of Electromagnetic Environment, China Research Institute of Radiowave Propagation, Qingdao* 266107)

Abstract　The ionospheric CT imaging is a limited angle tomography problem. The lack of horizontal rays severely degrades the vertical resolution of the ionospheric CT reconstruction results. Many people intuitively thought that the adverse effects due to the lack of horizontal rays can be compensated by including rays at low elevation angles. However, it is shown by both theoretical analysis and numerical simulation that the influence of rays at low elevation angles on the CT results is too small to mitigate the degradation in vertical resolution due to the lack of horizontal rays. The numerical simulations show that electron density images reconstructed are almost no changes whether consider rays at low elevation angles or not. But, when disregards 680 rays at low elevation angles and 680 rays at high elevation angles at same time, the change is very large. The CT imaging result consists with the model after taking out 680 rays at low elevation angles. But The CT imaging result changes largely comparing with the model and the small-scale structures cannot be discriminated when taking out 680 rays at high elevation angles.

Key words　Ionospheric Computerized Tomography (CT) imaging, Rays at low elevation angles, Limited angle tomography, Horizontal rays, Vertical resolution

---

* 国家自然科学基金项目 (60771050, 60871076) 和中–英国际合作 (NSFC-RS) 研究与交流项目 (60811130211) 共同资助

2009-08-05 收到原稿, 2010-05-21 收到修定稿

E-mail: zhaohaisheng213@163.com

1 引言

层析成像 (Computerized Tomography, CT) 技术较早成功应用于医学和分子生物学领域, 随后扩展到其他很多领域. 1986 年, Austen 等将 CT 技术应用于电离层探测. 其后大量试验结果证明 [1−5], 电离层 CT 技术适合研究电离层不同尺度不均匀性和进行全球电离层环境监测, 同时还适合测量电离层异常变化, 例如赤道异常、中纬槽区、等离子泡、磁暴引起的电离层扰动等. 电离层 CT 技术的主要反演算法有: ART 算法 [6]、MART 算法 [1]、SIRT 算法 [2]、模式辅助直接算法 [7]、直接 Fourier 方法和正交分解方法 [8] 等. 由于受到数据采集系统几何位形结构的限制, 探测数据严重不全. 许多学者认为有限视角和稀疏布站是影响重建结果的重要原因 [9−10]. 为了克服有限视角问题, 有学者提出了外推技术 [8,11]. 虽然外推技术在某种程度上解决了有限视角问题, 但有些时候精度不高. 还有学者提出要充分利用低仰角射线 [12], 认为只要满足如下两个条件的射线均为可用射线: ①从能够同时被至少两个台站接收到信号的卫星位置上引出的射线, ②射线的仰角大于 5°.

中国正在论证的地震电磁试验卫星的一个重要任务是利用三频信标的 CT 技术探测电离层小尺度扰动. 该卫星是距地面高度约 500 km 的低轨卫星, 低仰角射线比较多. 鉴于低仰角射线精度不高和对有限视角问题的考虑, 需要找到两者之间的折中办法. 但是在模拟低轨卫星 CT 成像的过程中意外发现, 似乎低仰角射线对 CT 结果影响不大. 经过深入研究找出了问题出现的原因.

2 问题的提出

卫星信标信号到达地面接收台站的传播路径是一条射线, 其与地面台站处地球切平面的夹角称为射线仰角. 仰角较小的射线称为低仰角射线, 仰角较大的射线称为高仰角射线, 仰角为直角的射线称为垂直射线, 与水平面平行的射线称为水平射线. 由于接收台站一般不能空中布站, 加上地面曲率因素, 在卫星信标 CT 成像过程中水平射线缺失.

对 GPS 卫星 CT 算法的研究中, 出于对低仰角射线数量及卫星过境时间的考虑, 一般不考虑低仰角射线对 CT 结果的影响. 而距地面 500 km 的地震电磁卫星则不同, 采用该卫星进行 CT 成像研究的过程中发现, 低仰角射线数量非常可观, 约占总数的 1/4. 根据经验占总数 1/4 的低仰角射线将对 CT 重建结果的垂直分辨率产生显著影响. 为了深入研究低仰角射线在低轨卫星 CT 成像中的作用, 我们进行了模拟研究, 把 2003 年 11 月 12 日 12:00 UT 的 IRI2007 模型作为背景, 在两个驼峰区之间加入两个扰动, 以此作为电离层电子密度的真实分布, 用 MART 算法, 区分为考虑低仰角射线和不考虑低仰角射线两种情况, 进行 CT 重建. 其反演参数选取如下.

时间: 2003 年 11 月 12 日 12:00 UT.

高度范围: 100∼500 km.

卫星纬度跨越: −2°∼22°N (不考虑低仰角射线), −10° ∼ 30°N (考虑低仰角射线).

反演区域纬度跨越: 2°∼18°N.

经度: 120° E.

网格划分: 每个网格垂直 10 km, 纬度跨越 0.5°.

台站设置: 位于 5°N 到 15°N 之间, 沿 120° E 经线每隔 2° 布设一个台站, 共 6 个台站.

TEC 采样间隔: 约 0.064° (每隔 0.064° 一次 TEC 采样).

迭代初值: 2003 年 6 月 12 日 12:00 UT 时刻 IRI2007 模型算得的电子密度分布.

反演结果如图 1 和图 2 所示. 从图 1 和图 2 可以看出, 考虑低仰角射线前后反演结果没有明显变化, 垂直分辨率低的问题没有得到根本改变, 由迭代初值引起的反演结果图像下移现象也没有改变, 这是造成反演结果误差的重要原因之一.

误差比较结果示于图 3. 考虑低仰角射线之前的均方根误差为 $2.3262 \times 10^{11}\,\mathrm{m}^{-2}$, 考虑低仰角射线之后的均方根误差为 $2.3058 \times 10^{11}\,\mathrm{m}^{-2}$. 从图 3 可以看出, 考虑低仰角射线前后误差分布和大小几乎没有改变. 分析认为, 出现这种问题可能是初值或场景选择过于局限造成的, 本文又采用了其他不同的电子密度分布背景和迭代初值进行了反演, 结果与上述情况相同. 考虑低仰角射线对反演结果影响不大.

3 原因分析

3.1 低仰角射线与高仰角射线在 CT 过程中权重不同

经过分析发现, 不同的射线对 CT 结果影响的权

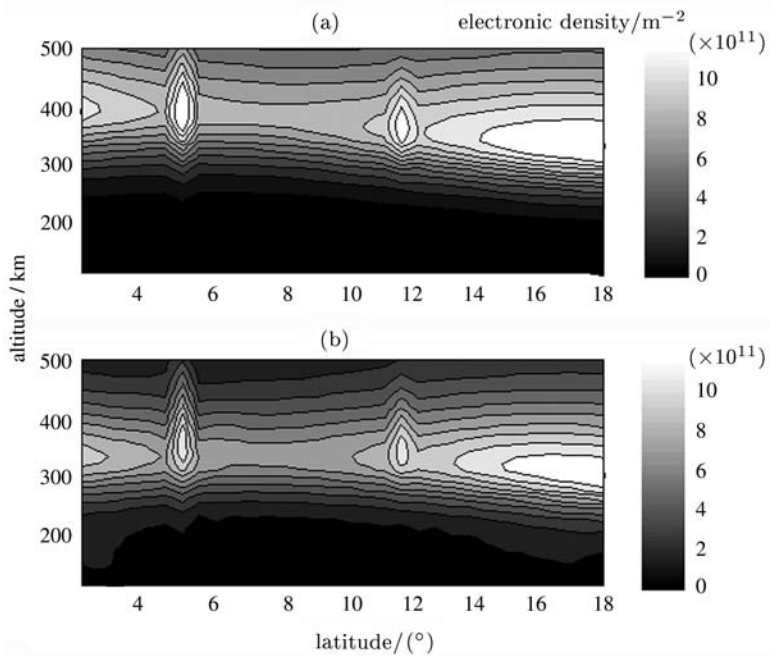


图 1 不加低仰角射线时的反演结果. (a) 模型, (b) 反演结果

Fig. 1 Reconstruction after taking out rays at low elevation angles. (a) model, (b) reconstruction

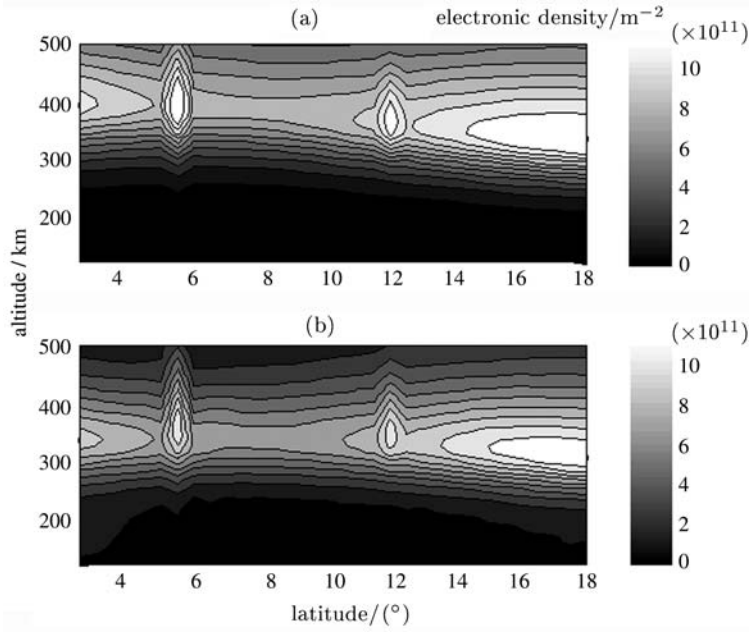


图 2 加低仰角射线时的反演结果. (a) 模型, (b) 反演结果

Fig. 2 Reconstruction of considering rays at low elevation angles. (a) model, (b) reconstruction

重是不同的, 低仰角射线的权重远低于高仰角射线. 图 4 所示为电离层 CT 成像的几何位形, 为了清晰起见, 图 4 中省略了部分台站和射线, 仅画出 5 个地面台站和 9 个卫星采样点. 设地球半径为 6371 km, 卫星高度为 500 km, 采样间隔为 1 s, 若假设射线 DR 与地球相切, 射线 AR 为垂直射线, 那么通过计算

得到, $\angle ARB \approx 5\angle CRD$. 卫星信标 CT 成像是扇束 CT 成像问题, 同一扇束射线间的夹角决定其相关性. $\angle ARB \approx 5\angle CRD$ 说明射线 DR 与 CR 的相关性远大于 BR 与 AR. 相关性越大造成 CT 方程组的病态越严重, 对解的贡献越小. 因此低仰角射线 DR 与 CR 对 CT 结果的贡献小于 BR 与 AR. 下面对扇束射线间角分布如何影响 CT 成像结果的分辨率作进一步分析.

平行束中心切片定理表明 (见图 5), 某图像 $f(x,y)$ 在视角为 ϕ 时的投影 $\mathrm{d}(p,\phi)$ 的一维 Fourier 变换, 对应图像 RN 的二维 Fourier 变换 $F(k_x,k_y)$ 在 ϕ 角方向上的一个切片. 切片与 k_x 轴的交角为 ϕ, 切片通过坐标原点, 且每条射线根据其与原点的距离对应切片上的点, 即对应点到原点的距离与该射线到原点的距离相等.

扇形束射线的发出点称为焦点, 焦点到原点连线与 x 轴正方向的夹角称为焦点角, 焦点到原点的距离称为焦点距. 扇形束中心切片定理表明, 某图像 $f(x,y)$ 在焦点角为 ϕ, 射线束相邻两条射线间的夹角为 γ, 焦点距为 OR 时的投影 $\mathrm{d}(\gamma,\phi)$ 的一维 Fourier 变换, 对应图像 $f(x,y)$ 的二维 Fourier 变换 $F(k_x,k_y)$ 上的一个圆. 空间域中每条射线根据其

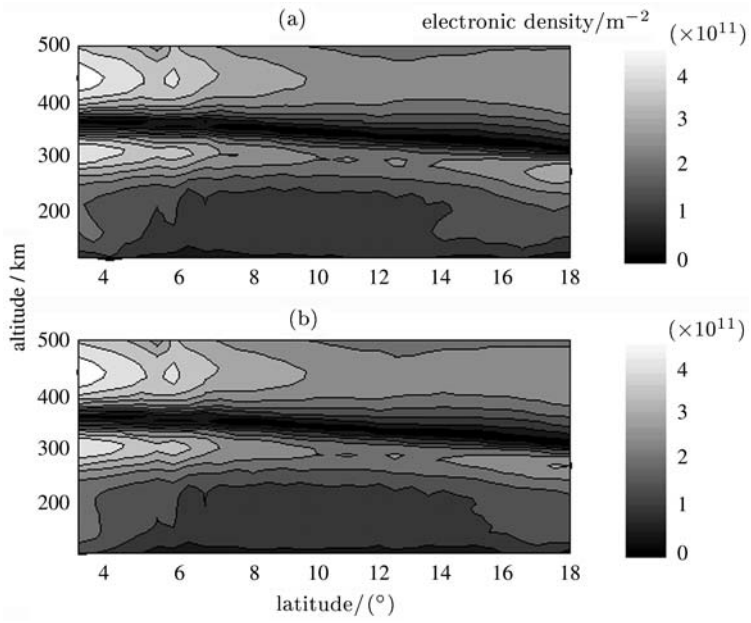


图 3 误差比较. (a) 不考虑低仰角射线时的误差, (b) 考虑低仰角射线时的误差

Fig. 3 Difference image between the original image and the reconstructions. (a) considering rays at low elevation angles, (b) taking out rays at low elevation angles

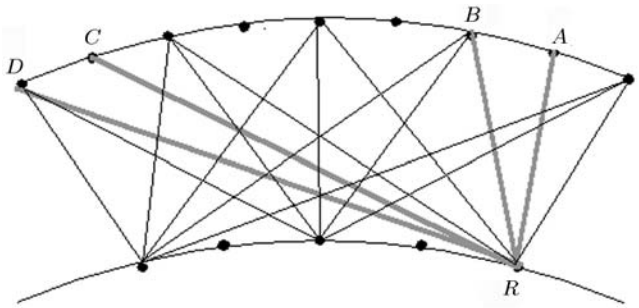


图 4 电离层层析射线几何位形

Fig. 4 Geometry of ionospheric CT imaging

到原点的距离均对应圆上的一个点, 通过原点和圆心的直线 R_1O_1 与圆交于 R_1 与 k_x 轴的交角为 ϕ, 圆上相邻两个对应点与 R_1 的连线所成的角为 γ. 如果在射线 RM 附近加入小间角射线 RN (相当于低仰角射线), 那么 RN 在谱域上对应的点就会与 RM 在谱域上对应的点极为接近 (见图 6), 在进行二维 Fourier 反变换中, RN 所对应点起的作用非常微小, 相当于过采样.

由此可见, 低仰角射线并不能代替水平射线, 射线仰角越小, 其对 CT 结果的影响就越有限, 企图通过增加低仰角射线的数目来弥补水平射线缺失的想法是行不通的.

3.2 其他重要原因

考虑低仰角射线必定要增大卫星纬度跨越, 从本文第 2 节的模拟可以看到, 不考虑低仰角射线时卫星纬度跨越为 24°, 考虑低仰角射线时卫星纬度跨越为 40°. 这样在增加射线数目的同时也增加了初值区域, 通常认为电离层 CT 是高度不适定性问题, 算法对初值十分敏感, 增加了初值的区域也就意味着增加了误差.

低仰角射线, 在反演区内的长度与在反演区外的长度之比往往较小, 反演区外的部分主要靠初值决定, 误差较大, 这样就造成整条射线上的电子密度误差过大, 影响反演精度.

4 数值模拟

为了证明以上分析的正确性, 分别在 CT 过程中抽掉相同数目的低仰角射线和高仰角射线, 进行比较模拟试验. 模拟过程除迭代初值选取 2003 年 12 月 12 日 12:00 UT 时刻的电子密度分布以外, 其他参数的选择均与本文第 2 节的模拟试验相同, 模拟过程中分别抽掉 680 条低仰角射线和 680 条高仰角射线进行比较研究.

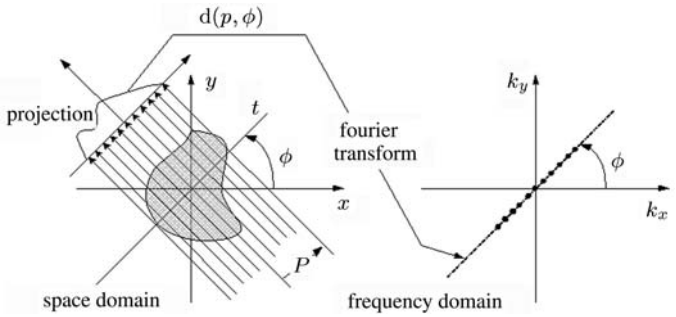


图 5 平行束中心切片定理

Fig. 5 Sketch map of center slice theorem of parallel bundle

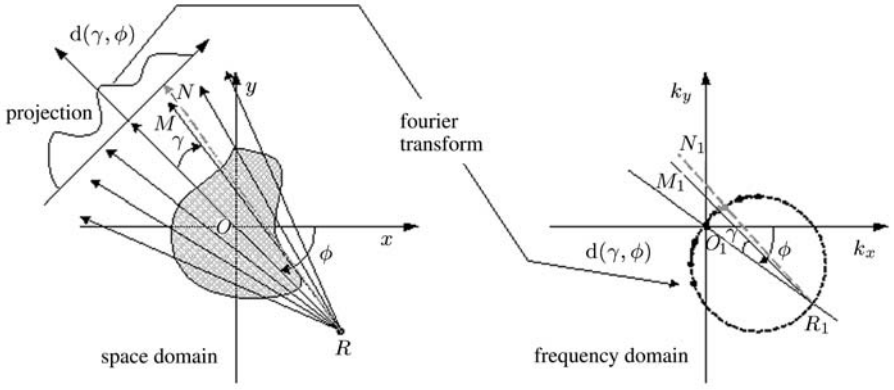


图 6 扇形束中心切片定理

Fig. 6 Sketch map of center slice theorem of sector bundle

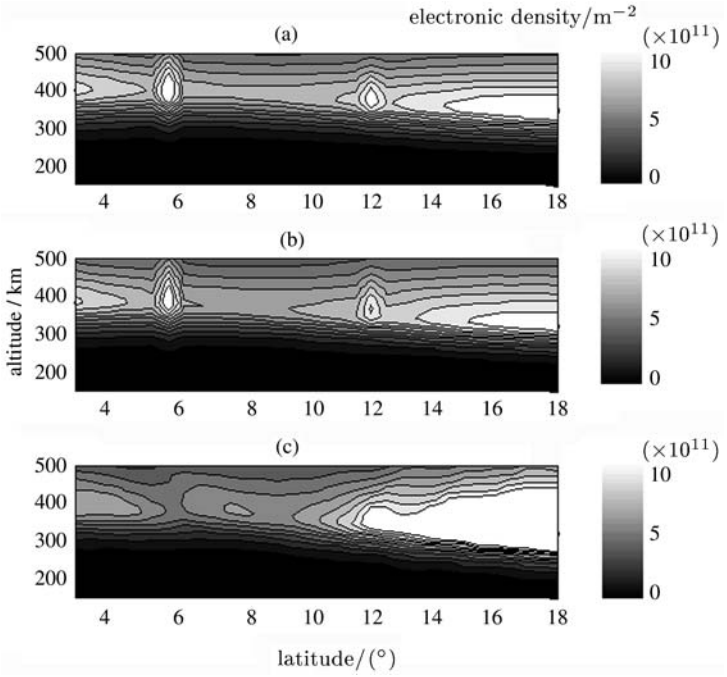


图 7 CT 结果比较. (a) 模型, (b) 抽掉 680 条低仰角射线的结果, (c) 抽掉 680 条高仰角射线的结果

Fig. 7 Result of CT imaging. (a) model, (b) taking out 680 rays at low elevation angles, (c) taking out 680 rays at high elevation angles

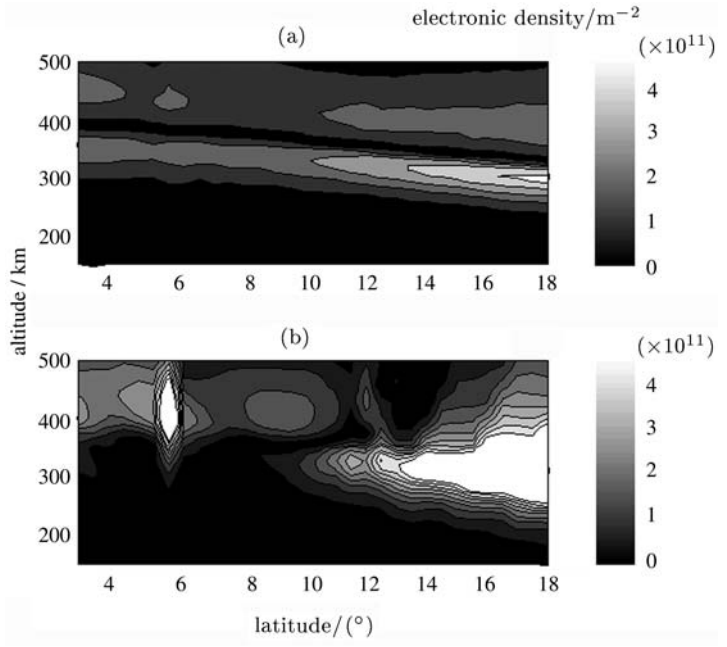


图 8 误差比较. (a) 抽掉 680 条低仰角射线的结果, (b) 抽掉 680 条高仰角射线的结果

Fig. 8 Difference image between the original image and the reconstructions. (a) taking out 680 rays at low elevation angles, (b) taking out 680 rays at high elevation angles

从图 5 和图 6 可以看出, 抽掉 680 条低仰角射线后的 CT 结果能较好反映模型的结构和扰动; 抽掉相同数量的高仰角射线后的 CT 成像结果严重失真, 模型的结构和扰动基本上不能得到重现, 反演误差也严重放大. 结果还表明, 高仰角射线在 CT 成像中的权重大于低仰角射线, 也证明了本文分析的正确性.

5 结论

在数值模拟基础上结合数学推导, 证明了在低轨卫星电离层 CT 成像的过程中各条射线的权重不同, 低仰角射线的权重相对较小.

射线权重不同体现了 CT 算法的一个重要特征, 因此降低仰角射线区, 增加高仰角区的采样频率, 进行合理的不均匀采样, 使基函数的选择尽可能体现物理对象的实际状态, 可以使方程的数量大大减少, 问题的病态程度大为降低, 这对提高计算速度, 增加解的稳定性和准确性具有参考意义.

本文结论证明了一个事实, 低仰角射线无法弥补水平射线的缺失, 若要从根本上提高 CT 结果的垂直分辨率, 只有依靠其他方法, 如掩星技术.

参考文献

[1] Raymund T D, Austen J R, Franke S J, *et al.* Application of computerized tomography to the investigation of ionospheric structures [J]. *Radio Sci.*, 1990, **25**(5):771-789

[2] Pryse S E, *et al.* Tomographic imaging of the ionospheric mid-latitude trough [J]. *Ann. Geophys.*, 1993, **11**:144-149

[3] Fougere P F. Ionospheric radio tomography using maximum entropy, I theory and simulation studies [J]. *Radio Sci.*, 1995, **30**(3):429-444

[4] Xu Jisheng, Ma Shuying, Wu Xiongbin. Low-latitudinal ionospheric effects during a moderate storm by tomographic imaging [J]. *Chin. J. Geophys.*, 2000, **43**(2):145-151. In Chinese (徐继生, 马淑英, 吴雄斌. 一次中强磁暴期间低纬电离层响应的 CT 成像 [J]. 地球物理学报, 2000, **43**(2):145-151)

[5] Xu Jisheng, Wu Xiongbin, Ma Shuying. Ionosphere structure and the disturbance CT imaging at the equator anomaly area of East Asia [J]. *Sci. China: E*, 2000, **30**(2):164-172. In Chinese (徐继生, 吴雄斌, 马淑英. 东亚赤道异常区电离层结构与扰动的 CT 成像 [J]. 中国科学: E, 2000, **30**(2):164-172)

[6] Austen J R, Franke S J, Liu C H. Ionospheric imaging using computerized tomography [J]. *Radio Sci.*, 1988, **23**:299-307

[7] Raymund T D, Bresler Y, Anderson D N, Daniell R E. Model-assisted inospheric tomography:A new algorithm [J]. *Radio Sci.*, 1994, **29**:1493-1512

[8] Na H, Lee H. Orthogonal decomposition technique for ionospheric tomography [J]. *Int. J. Imag. Sys. Tech.*, 1991, **5**:354-365

[9] Yeh K C, Raymund T D. Limitations of ionospheric imaging by tomography [J]. *Radio Sci.*, 1991, **26**:1361-1380

[10] Fremouw E J, Secan J A, Howe B M. Application of stochastic inverse theory to ionospheric tomography [J]. *Radio Sci.*, 1992, **27**:721-732

[11] Xu Zhengwen, Wu Jian, Cao Chong. The wavelet extrapolation technique used in transform reconstruction for computerized ionospheric tomography [J]. *Chin. J. Space Sci.*, 1999, **19**(2):114-120. In Chinese (许正文, 吴健, 曹冲. 电离层 CT 变换重建方法中的小波外推技术 [J]. 空间科学学报, 1999, **19**(2):114-120)

[12] Wu Xiongbin. Low-latitude ionospheric CT test and algorithm [D]. Wuhan: Wuhan University, 1999. In Chinese (吴雄斌. 低纬电离层 CT 试验与算法 [D]. 武汉: 武汉大学, 1999)