0254-6124/2025/45(1)-0189-12 *Chin. J. Space Sci.* 空间科学学报

HE Xiongfeng, LU Wei, XU Nuo, WANG Pengcheng, ZHANG Yonghe, CUI Bing, XIA Yuanqing. Elastic Tube Model Predictive Control for Test Mass Capture for Space-borne Gravitational Wave Detection (in Chinese). *Chinese Journal of Space Science*, 2025, **45**(1): 189–200. CSTR:32142.14.cjss.2024–0009. DOI:10.11728/cjss2025.01.2024–0009

面向空间引力波探测检验质量捕获的弹性管模型预测控制*

贺雄峰[1,2,3] 卢 苇[1,2,3] 许 诺[1,2,3] 王鹏程[1,2,3]
张永合[1,2,3] 崔 冰[4] 夏元清[4]

1(中国科学院微小卫星创新研究院 上海 201304)

2(中国科学院大学 北京 100049)

3(中国科学院卫星数字化重点实验室 上海 201210)

4(北京理工大学自动化学院 北京 100081)

摘 要 在空间引力波探测任务中, 检验质量稳定捕获是航天器进入超稳飞行状态的关键步骤. 该过程存在初始误差大、系统不确定性大、执行约束强等特点. 提出了一种基于弹性管模型预测控制的检验质量捕获控制方法, 基于滚动优化和弹性管道技术的控制结构, 提高捕获成功率, 并且充分补偿卫星对检验质量的耦合干扰; 利用小容差有效集法, 提高在线计算的求解精度, 确保检验质量的高控制精度; 同时基于特征工程方法的最小鲁棒正不变集离线修正方法, 减少基于 Minkowski 求和得到的最小鲁棒正不变集顶点数, 降低了在线计算复杂度. 利用该方法在航天器–双检验质量全自由度仿真平台上进行仿真验证, 结果表明控制效果满足检验质量捕获精度要求, 控制器具有鲁棒性且有效提高了收敛速度, 抑制了平台运动干扰和量测噪声的影响.

关键词 无拖曳控制, 检验质量捕获, 弹性管道模型预测控制, 干扰补偿

中图分类号 V448.22

Elastic Tube Model Predictive Control for Test Mass Capture for Space-borne Gravitational Wave Detection

HE Xiongfeng[1,2,3] LU Wei[1,2,3] XU Nuo[1,2,3] WANG Pengcheng[1,2,3]
ZHANG Yonghe[1,2,3] CUI Bing[4] XIA Yuanqing[4]

1(*Innovation Academy for Microsatellites, Chinese Academy of Sciences, Shanghai* 201304)

2(*University of Chinese Academy of Sciences, Beijing* 100049)

3(*Key Laboratory of Satellite Digitization, Chinese Academy of Sciences, Shanghai* 201210)

4(*School of Automation, Beijing Institute of Technology, Beijing* 100081)

* 国家重点研发计划项目资助 (2021YFC2202600, 2021YFC2202602)

2024-01-10 收到原稿, 2024-12-09 收到修定稿

©The Author(s) 2025. This is an open access article under the CC-BY 4.0 License (https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

Abstract In the space-borne gravitational wave detection missions, test mass capture is critical for the spacecraft to enter the super-stable flight state. This process is characterized by large initial errors, large system uncertainties and strong execution constraints. This paper presents an improved high precision elastic tube model predictive control of test mass capture. A control structure based on rolling optimization and elastic tube technology is proposed to improve the capture success rate and effectively compensate the satellite coupling interference on test mass. The tiny tolerance active set method is proposed to improve the accuracy of online calculation and ensure the high control accuracy of test mass. Meanwhile, this paper proposes an offline correction method for the minimum robust positive invariant set based on feature engineering. It reduces the vertices of the minimum robust positive invariant set based on the Minkowski summation and reduces the online computational complexity. The proposed method is verified by simulations on the space-based double test masses full-freedom simulation platform. The results show that the control performance satisfies the test mass capture accuracy requirement. The controller is robust and the rate of convergence is improved effectively. The effects of platform motion interference and measurement noise are suppressed.

Key words Drag-free control, Test mass capture, Elastic tube model predictive control, Disturbance compensation

0 引言

随着空间科学与航天技术的发展, 空间引力波探测逐渐成为物理学领域的研究热点. 在空间中直接测量中低频引力波信号, 对天文学和基础物理学具有重要意义. 近年来, 全球正在进行空间引力波探测计划, 最具代表性的是欧洲的 LISA (Laser Interferometry Space Antenna) 计划[1], 该计划于 2016 年发射 LISA Pathfinder 技术验证星进行了部分技术验证. 中国开展了空间引力波探测太极计划[2] 和天琴计划[3,4]. 以上计划均期望于 21 世纪 30 年代初探测到引力波信号. 空间引力波探测的原理是由三颗卫星组成正三角形编队, 建立激光链路, 构建超大型空间迈克尔逊激光干涉仪, 利用干涉仪精确测量各卫星中自由悬浮检验质量的间距变化, 以此反演引力波信号. 由于引力波信号极其微弱, 该方案对检验质量的残余加速度有苛刻的要求, 测量频段内的残余加速度必须达到 $10^{-15}\ \mathrm{m\cdot s^{-2}\cdot Hz^{-0.5}}$ 量级.

航天器平台需通过无拖曳控制维持检验质量的超低加速度水平, 而实现高精度无拖曳控制的前提是完成检验质量的机械释放与高精度静电捕获. 在释放过程中, 由于释放机构的运动误差和黏附作用, 检验质量存在较大初始位姿偏差和初始速度, 而静电控制力相对较小. 如何通过有限的静电力使检验质量安全快速达到电极笼中心并保持稳定成为无拖曳控制系统的重要问题. 在 2016 年 LISA Pathfinder 的在轨实验[1] 中, 检验质量释放后初始速度大幅超出预期值 (初始翻滚角速度比预期大了 6.8 倍), 控制系统未能实现安全捕获, 检验质量撞击到电极笼失去部分动能后才被成功捕获.

模型分析与在轨实验表明, 检验质量捕获是在复杂控制约束、较大模型不确定性条件下, 实现多自由度耦合运动状态快速收敛并稳定保持的控制问题. 针对该问题, 国内外已有初步的研究实践. 文献 [1] 表明, LISA Pathfinder 在轨实验中使用了传统的滑模控制方法 (Sliding Mode Control, SMC) 应对系统不确定性和大初始误差, 对检验质量 6 自由度分别进行控制, 取得了部分成功. 文献 [5] 提出了一种理论框架, 确定最佳检验质量释放点并且最小化检验质量相对位移的超调. 文献 [6] 运用基于神经网络的滑模控制设计了捕获控制器并进行仿真验证. 随着控制计算处理能力的增强, 模型预测控制 (Model Predictive Control, MPC) 的策略被引入该问题的解决中. 文献 [7] 设计了常规的 MPC 控制方法, 进行检验质量捕获仿真, 可以达到控制精度要求, 然而存在传统模型预测方法收敛速度较慢的问题. 文献 [8] 在其基础上进行针对性改进, 采用非线性高精度 MPC 方法进行控制设计及仿真验证. 以上研究表明, 传统 MPC 的在线滚动优化框架对该问题有很好的适用性, 但是缺乏针对强干扰与模型不确定性的处理, 制约了控制性能.

因此, 本文使用鲁棒 MPC 的结构提升控制性能, 鲁棒 MPC 中基于管道的 MPC 方法 (Tube MPC) 具有较强的抗干扰性, 在航空航天领域应用广泛. 文献 [9] 将管道技术应用于卫星姿态控制, 验证了该方法的抗干扰能力. 文献 [10] 成功将该方法应用于卫星编队控制, 解决了模型失配导致的不确定性问题. 文献 [11] 在挠性航天器姿态控制和主动振动控制中成功应用了 Tube MPC. 但是典型的 Tube MPC 方法仍具有一定保守性且难以适应高精度要求. 弹性管道模型预测控制[12] (Elastic Tube Model Predictive Control, ETMPC) 方法可以降低算法的保守性, 但是 ETMPC 在高精度无拖曳控制中直接应用会面临精度不够且计算量大的问题. 首先, MPC 应用在无拖曳控制中需要高精度且快速的滚动优化求解器, 而常规的求解器不能满足要求; 其次, 由于 ETMPC 的弹性管特点, 因此, 传统的最小鲁棒正不变集 (minimum Robust Positively Invariant Set, mRPI) 近似计算方法[13] 得到的顶点数较多, 导致过高的在线计算量, 不利于 ETMPC 在线实施.

基于上述分析, 本文基于 ETMPC 结构, 提出了一种改进型检验质量多自由度捕获控制方法. 一方面, 针对该结构提出了小容差有效集法的在线求解方法, 即在常规有效集法的基础上设计适合应用背景的容差指标, 提高滚动优化模块的求解精度, 保证检验质量高精度控制要求; 另一方面, 提出了 mRPI 修正的离线计算方法, 即基于 Minkowski 求和的传统计算方法, 在该方法上根据 mRPI 的顶点特征对其进行离线优化, 在不显著改变 mRPI 特征的情况下, 大幅降低最小鲁棒正不变集顶点数, 进一步确保了 ETMPC 在线计算的实时性. 将所设计的捕获控制器代入单航天器双检验质量全自由度仿真系统, 进行性能对比验证. 仿真结果表明, 本文方法的平均收敛时间快于传统 MPC 和 SMC, 在具有常值偏差时相比 SMC 具有更好的鲁棒性, 同时该捕获策略对系统的噪声水平和模型失配导致的不确定性均具有抑制作用.

1 动力学模型及控制模型离散化

1.1 航天器检验质量耦合动力学模型

引力波探测航天器是一类多刚体耦合系统, 卫星单星包含航天器本体、2 个检验质量 (分别记为 TM1 和 TM2) 和可以 1 维转动的望远镜, 共 19 自由度 (航天器本体 6 自由度, 2 个检验质量共 12 自由度, 望远镜转动 1 自由度). 检验质量释放过程如图 1 所示, 卫星处于常规姿轨控阶段, 两个检验质量之间自然解耦.

每个航天器中两望远镜系统呈 60°夹角, 各安装一个惯性传感器, 动力学模型基于图 2 的 5 个基本坐标系建立, 即卫星本体坐标系 (O_{b})、电极笼坐标系 (O_{T1} 和 O_{T2}) 和检验质量坐标系 (O_{TM1} 和 O_{TM2}).

在图 2 所示坐标系中对单星建立 19 自由度动力学模型, 经线性化后, 得到线性动力学模型[14] 为:

$$\begin{cases} \boldsymbol{M}_{\mathrm{s}}\ddot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{M}_{\mathrm{s}}\boldsymbol{L}_{\mathrm{s}}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}_{\mathrm{s}}u + \boldsymbol{F}_{\mathrm{s}}\boldsymbol{d}, \\ \boldsymbol{y} = \boldsymbol{H}_{\mathrm{s}}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{D}_{\mathrm{u}}\boldsymbol{u} + \boldsymbol{D}_{\mathrm{d}}\boldsymbol{d} + \boldsymbol{v}. \end{cases} \tag{1}$$

其中, 系统状态 $\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{R}^{19}$ 的 19 自由度包括卫星基座的位移 $\boldsymbol{r}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{b}}$ 和姿态角 $\boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{b}}$, 检验质量 TM1 的相对位移 $\boldsymbol{r}_{\mathrm{T1,TM1}}^{\mathrm{T1}}$ 和相对姿态 $\boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{T1,TM1}}^{\mathrm{T1}}$, 检验质量 TM2 的相对位移 $\boldsymbol{r}_{\mathrm{T2,TM2}}^{\mathrm{T2}}$ 和相对姿态 $\boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{T2,TM2}}^{\mathrm{T2}}$ 以及望远镜旋转角角度 $\boldsymbol{\alpha}$, 这里的上角标代表坐标系, 下角标表示向量的指向, 例如 $\boldsymbol{r}_{\mathrm{T1,TM1}}^{\mathrm{T1}}$ 表示电极笼质心指向检验质量 TM1 的质心在坐标系 O_{T1} 中的表示; 系统输入 $\boldsymbol{u} \in \boldsymbol{R}^{19}$ 包括作用在卫星基座的控制力 $\boldsymbol{f}_{\mathrm{SC,cont}}^{\mathrm{b}}$ 和力矩 $\boldsymbol{T}_{\mathrm{SC,cont}}^{\mathrm{b}}$, 作用在检

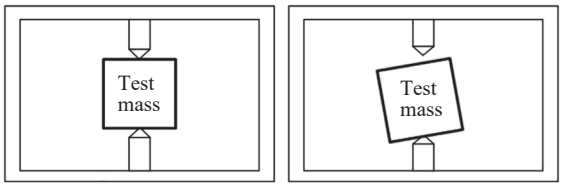


图 1 检验质量释放过程

Fig. 1 Test mass release phase

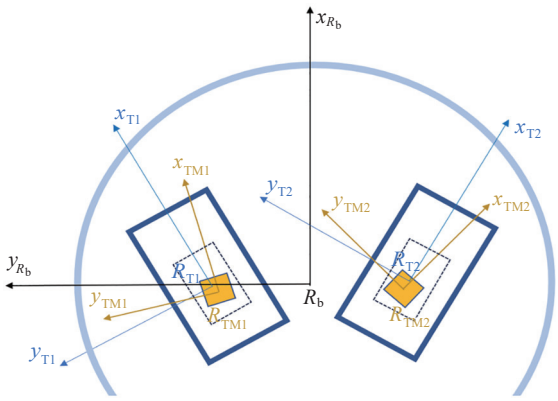


图 2 坐标系定义

Fig. 2 Definition of coordinate system

验质量 TM1 上的控制力 $\boldsymbol{f}^{\mathrm{T1}}_{\mathrm{TM11,cont}}$ 和力矩 $\boldsymbol{T}^{\mathrm{T1}}_{\mathrm{TM1,cont}}$，作用在检验质量 TM2 上的控制力 $\boldsymbol{f}^{\mathrm{T2}}_{\mathrm{TM2,cont}}$ 和力矩 $\boldsymbol{T}^{\mathrm{T2}}_{\mathrm{TM2,cont}}$ 以及作用在望远镜上的控制力 $\boldsymbol{f}^{\mathrm{b}}_{\mathrm{SC,T2}}$，这里上角标表示坐标系，下角标表示力或力矩的作用对象和作用性质，下文相同；$\boldsymbol{y}\in\boldsymbol{R}^{16}$ 为系统输出；$\boldsymbol{v}\in\boldsymbol{R}^{16}$ 为系统量测噪声；$\boldsymbol{M}_{\mathrm{s}}\in\boldsymbol{R}^{19\times19}$ 为系统的质量矩阵；$\boldsymbol{L}_{\mathrm{s}}\in\boldsymbol{R}^{19\times19}$ 为系统的刚度矩阵；矩阵 $\boldsymbol{B}_{\mathrm{s}}$，$\boldsymbol{F}_{\mathrm{s}}$，$\boldsymbol{D}_{\mathrm{u}}$，$\boldsymbol{D}_{\mathrm{d}}$ 为卫星的系统参数矩阵；系统干扰 $\boldsymbol{d}\in\boldsymbol{R}^{25}$ 包括作用在卫星的干扰力 $\boldsymbol{f}^{\mathrm{b}}_{\mathrm{SC,dist}}$ 和力矩 $\boldsymbol{T}^{\mathrm{b}}_{\mathrm{SC,dist}}$ 以及检验质量上的干扰力 $\boldsymbol{f}^{\mathrm{T1}}_{\mathrm{TM1,dist}}$，$\boldsymbol{f}^{\mathrm{T1}}_{\mathrm{TM1,ext}}$，$\boldsymbol{f}^{\mathrm{T2}}_{\mathrm{TM2,dist}}$，$\boldsymbol{f}^{\mathrm{T2}}_{\mathrm{TM2,ext}}$ 和力矩 $\boldsymbol{T}^{\mathrm{T1}}_{\mathrm{TM1,dist}}$，$\boldsymbol{T}^{\mathrm{T1}}_{\mathrm{TM1,ext}}$，$\boldsymbol{T}^{\mathrm{T2}}_{\mathrm{TM2,dist}}$，$\boldsymbol{T}^{\mathrm{T2}}_{\mathrm{TM2,ext}}$. 推力器是无拖曳卫星的主要执行机构，推力器的推力精度直接决定了卫星的控制精度，因此推力噪声是影响卫星平台稳定的重要因素. 此外，在深空中太阳光压的摄动仅次于引力作用，太阳光压及其辐照波动也会影响卫星平台的稳定性. 由于卫星对检验质量施加静电控制力并且卫星与检验质量存在刚度耦合，以上作用在卫星平台上的干扰将会耦合到检验质量上. 虽然可通过无拖曳回路对上述干扰进行抑制，但是还存在检验质量的直接扰动源，即热量波动、静态磁力干扰和轴间串扰. 最后，静电悬浮装置在施加静电控制力和测量检验质量相对位姿时，会对检验质量引入执行噪声和测量噪声.

假设无拖曳卫星已经到达既定轨道并释放检验质量，基于式 (1) 对单检验质量相对位置和姿态进行动力学建模，模型线性化和近似解耦后得到:

$$\ddot{\boldsymbol{r}}_{\mathrm{T,TM}}=\frac{1}{m}\left(\boldsymbol{f}_{\mathrm{c}}+\boldsymbol{f}_{\mathrm{d}}+\boldsymbol{f}_{\mathrm{e}}\right)-\boldsymbol{R}_{\mathrm{b,T}}\ddot{\boldsymbol{r}}_{\mathrm{i,b}}+\left(\boldsymbol{R}_{\mathrm{b,T}}\boldsymbol{r}_{\mathrm{b,T}}\times\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{i,b}}+\boldsymbol{r}_{\mathrm{T,TM}}\times\boldsymbol{R}_{\mathrm{b,T}}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{i,b}}\right),\tag{2}$$

$$\boldsymbol{I}_{\mathrm{TM}}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{T,TM}}+\boldsymbol{I}_{\mathrm{TM}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{b,T}}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{i,b}}=\boldsymbol{T}_{\mathrm{c}}+\boldsymbol{T}_{\mathrm{d}}+\boldsymbol{T}_{\mathrm{e}}.\tag{3}$$

其中，$\boldsymbol{f}_{\mathrm{c}}$，$\boldsymbol{f}_{\mathrm{d}}$，$\boldsymbol{f}_{\mathrm{e}}$ 分别为检验质量受到的控制力、扰动力和外部力；$\boldsymbol{T}_{\mathrm{c}}$，$\boldsymbol{T}_{\mathrm{d}}$，$\boldsymbol{T}_{\mathrm{e}}$ 分别为控制力矩、扰动力矩和外部力矩；$\boldsymbol{R}_{\mathrm{b,T}}$ 为卫星基座到望远镜的坐标系转移矩阵；$\boldsymbol{r}_{\mathrm{T,TM}}$ 为检验质量相对于电极笼的位移；$\boldsymbol{I}_{\mathrm{TM}}$ 为检验质量的惯量，m 为检验质量的质量，$\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{T,TM}}$ 为检验质量相对于电极笼的角加速度，$\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{i,b}}$ 为卫星基座相对于惯性坐标系的角加速度.

图 3 为无拖曳控制系统的整体结构，图中引力参考传感器 (Gravitational Reference Sensor, GRS) 为包裹检验质量的空腔，其中的静电悬浮装置既能作为执行机构施加静电控制力，又能作为测量机构. 无拖曳卫星到达预定轨道后，会将机械锁紧的检验质量释放并捕获，随后进行激光建链，接着不断切换控制模式以逐级提高控制精度，最后保持在科学测量模式. 检验质量的释放与捕获是指夹紧机构将检验质量释放后，GRS 通过静电力控制检验质量在电极笼中心并对齐电极笼姿态，因此图中的 Reference 分别是卫星的导引律和电极笼坐标系原点. 同时，卫星平台和检验质量在无拖曳控制回路中均会引入未知干扰，作用在卫星上的空间干扰主要为太阳光压，这里在卫星位姿控制中对其进行开环补偿；作用在检验质量上的干扰主要为卫星平台耦合干扰、环境噪声和 GRS 引入的测量噪声与执行噪声.

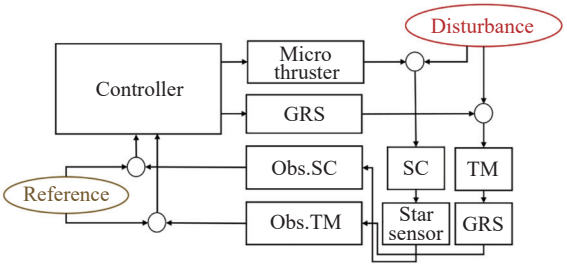


图 3 无拖曳控制系统工作原理

Fig. 3 Diagram of the drag-free control system principle

1.2 控制模型离散化

检验质量和无拖曳卫星之间具有刚度耦合，当检验质量和无拖曳卫星之间的位置和姿态具有偏差时，这些耦合会引起加速度扰动. 对同一自由度下的刚度耦合进行建模分析，将较小的轴间耦合视为干扰. 基于式 (2) 和式 (3) 的动力学方程，考虑刚度耦合得到标称模型如下:

$$\begin{cases}\ddot{\boldsymbol{r}}_{\mathrm{T,TM}}=\dfrac{1}{m}\boldsymbol{f}_{\mathrm{c}}+\boldsymbol{k}\boldsymbol{r}_{\mathrm{T,TM}},\\ \ddot{\boldsymbol{\alpha}}_{\mathrm{T,TM}}=\dfrac{1}{I_{\mathrm{TM}}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{c}}+\boldsymbol{k}\boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{T,TM}}.\end{cases}\tag{4}$$

其中，m 为检验质量的质量，I_{TM} 为检验质量的转动惯量，$\boldsymbol{r}_{\mathrm{T,TM}}$ 为检验质量线位移，$\boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{T,TM}}$ 为检验质量角位移，$\boldsymbol{k}$ 为耦合刚度系数矩阵. 定义状态 $\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}}:=[r_{\mathrm{T,TM}},\dot{r}_{\mathrm{T,TM}}]^{\mathrm{T}}$，建立单轴检验质量位移的连续时间状态空间方程如下:

$$\dot{\boldsymbol{x}}_{\mathrm{r}}=\begin{bmatrix}0&1\\k&0\end{bmatrix}\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}}+\begin{bmatrix}0\\\dfrac{1}{m}\end{bmatrix}f_{\mathrm{c}}.\tag{5}$$

同理定义状态 $\boldsymbol{x}_{\alpha}:=[\alpha_{\mathrm{T,tm}},\dot{\alpha}_{\mathrm{T,tm}}]^{\mathrm{T}}$，得到单轴姿

态的连续时间状态空间方程为

$$\dot{\boldsymbol{x}}_{\mathrm{i}}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ k & 0\end{bmatrix}\boldsymbol{x}_{\alpha}+\begin{bmatrix}0\\ \dfrac{1}{I_{\mathrm{TM}}}\end{bmatrix}T_{\mathrm{c}}. \tag{6}$$

对式 (5) 和式 (6) 分别采用零阶保持法进行离散化, 有

$$x_{k+1}=A_{\mathrm{d}}x_k+B_{\mathrm{d}}u_k. \tag{7}$$

其中, $A_{\mathrm{d}}=\mathrm{e}^{AT}, B_{\mathrm{d}}=\int_0^T\mathrm{e}^{A\tau}B\mathrm{d}\tau$, T为抽样时间, 状态和输入的下角标表示时刻.

检验质量在被控制和量测过程中都会带来噪声, 执行和量测噪声的传递函数参见文献 [15]. 卫星在轨过程中, 其受到的外界干扰会耦合到检验质量上, 综合考虑量测噪声和执行噪声的影响以及卫星的耦合干扰力, 可以得到一个确定边界的干扰并将其定义为w_k, 综上得到实际系统模型为

$$x_{k+1}=A_dx_k+B_du_k+w_{k.} \tag{8}$$

其中x_k, u_k分别为实际状态和实际输入, 同时必须满足约束集合$\boldsymbol{X}$, $\boldsymbol{U}$, $\boldsymbol{W}$, 其定义如下:

$$\boldsymbol{X}:=\{x\in\boldsymbol{R}^2:Gx\leqslant\mathbf{1}\}, \tag{9}$$

$$\boldsymbol{U}:=\{u\in\boldsymbol{R}^1:Hu\leqslant\mathbf{1}\}, \tag{10}$$

$$\boldsymbol{W}:=\{w\in\boldsymbol{R}^2:Dw\leqslant\mathbf{1}\}. \tag{11}$$

2 基于 ETMPC 的捕获控制器设计

ETMPC 是将标称系统与实际系统分离, 通过控制每一条边都能伸缩的状态集合到达稳定区域并保证实际状态始终在状态集合中, 从而实现快速且稳定的检验质量捕获, 如图 4 所示.

2.1 ETMPC 工作原理

定义如下标称系统:

$$z_{k+1}=A_dz_k+B_dv_k. \tag{12}$$

式中, $z_k\in\boldsymbol{R}^2$为标称状态, $v_k\in\boldsymbol{R}^1$为标称输入, 下角标表示时刻. 被控对象的实际状态 x需要收敛到标称状态z, 而z需要尽可能收敛到参考轨迹, 因此控制律定义为

$$u=v+K(a)(x-z). \tag{13}$$

式中$K(a)$为状态反馈增益矩阵且须满足$A_k=A_d+B_dK(a)$严格稳定. 定义状态误差$s=x-z$, 将式

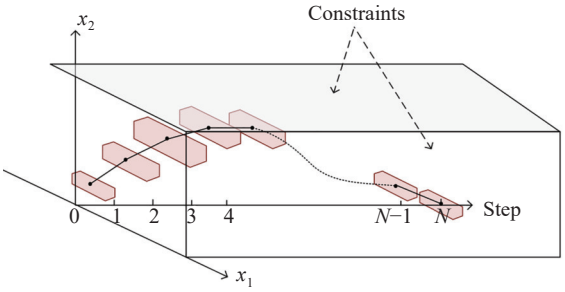


图 4 弹性管道原理

Fig. 4 Diagram of the elastic tube

(8) 减去式 (12) 得到误差的状态方程为

$$s_{k+1}=A_ks_k+w_k. \tag{14}$$

定义误差系统的鲁棒不变集为

$$S(\boldsymbol{a}):=\{x\in\boldsymbol{R}^2:Cx\leqslant\boldsymbol{a}\}. \tag{15}$$

式中, $a\in\boldsymbol{R}^{q_s}, q_s$为鲁棒不变集顶点数, $S(\boldsymbol{a})$也称为弹性管道, 而矢量$\boldsymbol{a}$为伸缩矢量, 其每一个元素控制弹性管道每一条边的放缩.

在时刻 k, 对于任意满足约束的有界扰动w_k, 如果误差状态s_k在$S(a_k)$内且满足式 (16) 的约束, 则时刻 k+1 的误差状态s_{k+1}一定在$S(a_{k+1})$内.

$$\begin{aligned}&Az_k+Bv_k\oplus(A+BK)S(a_k)\oplus\boldsymbol{W}\\ &\subseteq z_{k+1}\oplus S(a_{k+1}).\end{aligned} \tag{16}$$

式中$\oplus$表示 Minkowski 和运算, 假设给定集合 P, $Q\subset\boldsymbol{R}^n$, 则 Minkowski 和定义为

$$P\oplus Q=\{p+q|p\in P,q\in Q\}. \tag{17}$$

显然, 如果当前时刻 (时刻 0) 的初始误差状态s_0在$S(a_0)$内, 并且之后每个时刻都满足式 (16) 的约束, 则从时刻 0 到预测视野时刻N的误差状态都处于鲁棒不变集中. 因此, 引入初始误差状态约束

$$x\in z_0\oplus S(a_0). \tag{18}$$

式中 x为当前时刻实际状态. 综上, 每一时刻实际状态和实际输入一定处于鲁棒不变集中, 可得

$$x_k\in z_k\oplus S(a_k), \tag{19}$$

$$u_k\in v_k\oplus K(a_k)S(a_k). \tag{20}$$

因此, 只需要保证鲁棒不变集始终在约束空间$\boldsymbol{X}$和$\boldsymbol{U}$中, 即可保证实际状态和实际输入满足约束式 (9) 和式 (10), 鲁棒不变集的约束为

$$z_k\oplus S(a_k)\subseteq\boldsymbol{X}, \tag{21}$$

$$v_k \oplus K\left(a_k\right) S\left(a_k\right) \subseteq \boldsymbol{U}. \tag{22}$$

为了使时刻 N 中伸缩矢量 $\boldsymbol{a}_N$ 能够收敛到 $\mathbf{1}$, 标称状态 z_N 收敛到参考轨迹, 根据系统情况设计合适的 F_z 和 F_a, 设计终端约束:

$$F_z z_N + F_a \boldsymbol{a}_N - F_{\mathrm{a}} \cdot \mathbf{1} \leqslant \mathbf{1}. \tag{23}$$

式中 $F_z \in \boldsymbol{R}^{q_{\mathrm{f}} \times 2}$, $F_a \in \boldsymbol{R}^{q_{\mathrm{f}} \times q_{\mathrm{s}}}$, q_{f} 参考具体设计.

ETMPC 的控制结构如图 5 所示, 初始化时离线计算模块将利用本文提出的离线计算方法计算高维矩阵并存储, 随后提供给在线计算模块. 在线计算模块运用高精度有效集法在线求解带约束的有限时域二次规划问题. 结合 v_0 和 z_0 以及增益矩阵 $\boldsymbol{K}\left(a_0\right)$, 应用控制律

$$u = v_0 + K\left(a_0\right)\left(x - z_0\right). \tag{24}$$

由静电悬浮装置执行控制力并测量检验质量状态. 将测量得到的状态反馈给在线计算模块, 再次求解优化问题, 重复上述步骤从而完成闭环控制.

2.2 基于小容差有效集法的优化问题求解

应用文献 [12] 中的方法将 2.1 节中的约束线性化, 构建得到离散 ETMPC 的优化问题, 即最小化优化函数, 有

$$\begin{aligned} J = \sum_{k=0}^{N-1} & \left[z_k^{\mathrm{T}} Q_z z_k + v_k^{\mathrm{T}} Q_{\mathrm{v}} v_k + \left(a_k - \mathbf{1}\right)^{\mathrm{T}} Q_a \left(a_k - \mathbf{1}\right)\right] + \\ & z_N^{\mathrm{T}} P_z z_N + \left(a_N - \mathbf{1}\right)^{\mathrm{T}} P_a \left(a_N - \mathbf{1}\right), \end{aligned} \tag{25}$$

s.t.

$$\begin{aligned} & C z_0 + a_0 \geqslant C x, \\ & a_k \geqslant 0, \forall k \in [0, N], \\ & C z_{k+1} + a_{k+1} - CA z_k - CB v_k - L a_k \geqslant d, \forall k \in [0, N-1], \\ & -G z_k - M a_k \geqslant -\mathbf{1}, \forall k \in [0, N], \\ & -H v_k - T a_k \geqslant -\mathbf{1}, \forall k \in [0, N-1], \\ & -F_z z_N - F_a a_N \geqslant -F_a \cdot \mathbf{1} - \mathbf{1}. \end{aligned}$$

其中, 矩阵 $\boldsymbol{M}$, $\boldsymbol{T}$ 和 $\boldsymbol{L}$ 是线性化的结果, 由离线计算模块提前计算. 定义优化问题的决策变量为

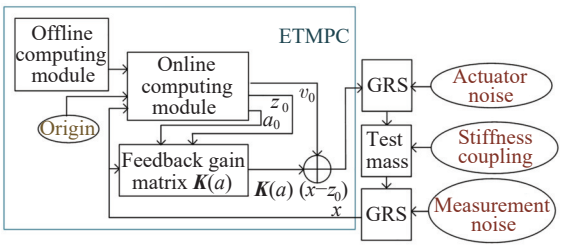


图 5 检验质量捕获控制结构

Fig. 5 Test mass capture control diagram

$$\boldsymbol{e}_N := \left(z_0, \ldots, z_N, v_0, \ldots, v_{N-1}, a_0, \ldots, a_N\right)^{\mathrm{T}}. \tag{26}$$

其中各个元素的下角标表示时刻. 根据决策变量的元素, 对优化函数和约束整理得到有效集法标准形式如下:

$$\begin{aligned} \min_{e_N} \ & \boldsymbol{e}_N^{\mathrm{T}} Q_{\mathrm{t}} e_N + \boldsymbol{e}_N^{\mathrm{T}} P_{\mathrm{t}}, \\ \text{s.t. } & A_{\mathrm{i}} \cdot \boldsymbol{e}_N \geqslant b_{\mathrm{i}}, \\ & A_{\mathrm{e}} \cdot \boldsymbol{e}_N = b_{\mathrm{e}}. \end{aligned} \tag{27}$$

$\boldsymbol{A}_{\mathrm{e}}$ 和 $\boldsymbol{b}_{\mathrm{e}}$ 初始为空矩阵, $\boldsymbol{e}_N$ 的初始解为 $\boldsymbol{e}_N^0 = [0, 1]^{\mathrm{T}}$, 其中 $0 \in \boldsymbol{R}^{1 \times (3N+2)}$, $1 \in \boldsymbol{R}^{1 \times q_{\mathrm{s}}(N+1)}$. 初始有效集 S 给定为 $(A_{\mathrm{e}}, b_{\mathrm{e}})$. 有效集法是从不等式约束中找到最优解依赖的等式约束加入 A_{e} 和 b_{e}, 从而转换为等式约束问题.

在无拖曳控制质量捕获背景下, 常规有效集法的迭代方向是否为 0 的容差不能得到满足精度的最优解, 这里需要确定适合无拖曳检验质量捕获任务的容差. 有效集法的流程如下.

算法 1 检验质量捕获小容差有效集法.

输入: 有约束的优化问题 $(Q_{\mathrm{t}}, P_{\mathrm{t}}, A_{\mathrm{i}}, b_{\mathrm{i}}, A_{\mathrm{e}}, b_{\mathrm{e}})$.

输出: 最优解 e_N.

初始化: $e_N \leftarrow e_N^0$; $S \leftarrow (A_{\mathrm{e}}, b_{\mathrm{e}})$; $k_{\max} \leftarrow 10$;
$\epsilon \leftarrow 1 \times 10^{-9}$; $\epsilon \leftarrow 1 \times 10^{-9}$; $\boldsymbol{\lambda} \leftarrow 0$;
For k from 0 to $k_{\max}$
  $g_1 = e_N^{\mathrm{T}} Q_{\mathrm{t}}$; $g_2 = Q_{\mathrm{t}} e_N + P_{\mathrm{t}}$;
  $[p_k, \boldsymbol{\lambda}]$= subproblem (g_1, g_2, S);
  If $||p_k||_\infty < \varepsilon$
    Then $[\lambda_{\min}, \mathrm{index}] = \min(\boldsymbol{\lambda})$;
    If $\lambda_{\min} > 0$ then return e_N;
    Else delete S (index);
  Else $\alpha = \min(1, \mathrm{steplength}\ (S, A_{\mathrm{i}}, b_{\mathrm{i}}, p_k, e_N))$;
    $e_N = e_N + \alpha p_k$;
  $k \leftarrow k + 1$;
End for.

MPC 优化问题通常运用常规有效集法求解, 为便于迅速计算, 设定迭代方向的容差 ε 为 1×10^{-6}, 约束满足与否的容差 ϵ 一般同 ε. 常规的有效集法并不适用于无拖曳控制的优化问题, 因此本文设计小容差有效集法, 进一步确定适合无拖曳场景的容差参数, 以

满足检验质量捕获的要求.

不同大小的容差ε与容差ϵ的控制效果对比见图 6 和图 7, 由量测信号对比可知, 容差为1×10^{-6}的检验质量位移存在一个较大的常值偏差, 因为在优化问题求解过程中容差决定迭代精度. 在控制信号对比结果中可见, 大容差的控制信号有着较大的突变, 这对于静电悬浮装置是不利的, 并且检验质量很难保持较高的控制精度. 经验证, 容差为1×10^{-9}, 最大迭代次数为 10 的小容差有效集法适合检验质量捕获的优化问题, 该方案在精度足够高的同时可快速迭代得到最优解.

2.3 基于特征工程方法的 mRPI 修正

设计控制器之前需要计算$S(1), K(1), L, M$和T. $S(1)$在传统计算方法中顶点数过多, 不利于ETMPC 在线实施, 本文在传统方法的基础上运用特征工程方法处理顶点, 构建离线二次规划问题计算L, M和T.

利用 LQR 进行管道辅助控制器设计, 在保证$\boldsymbol{A}_k := A + BK(1)$是 Hurwitz 稳定的前提下, 离线进行极点配置设计矩阵$K(1)$. 其次, 对传统$S(1)$的计算结果运用特征工程方法精简. 式 (28) 可通过无限次 Minkowski 求和得到精确$S(1)$, 即

$$S(1) = W \oplus A_k W \oplus A_k^2 W \oplus \cdots \oplus A_k^{\infty} W. \tag{28}$$

基于式 (28) 提出的近似方法[13]为: 首先确定式 (29) 中τ的初值, 找到(k', τ)使其满足

$$(1+\tau) A_k^{k'} W \subseteq \tau W. \tag{29}$$

确保找到的k'足够小, 然后计算出进行k'次 Minkowski 求和的结果S_k, 得到最终 mRPI 为

$$S_{\min} = (1+\varepsilon) S_k. \tag{30}$$

传统方法求解结果得到的顶点数会通过预测视野 N放大, 导致决策变量数过多, 优化函数的矩阵维度过大, 控制器求解速度变慢, 因此 mRPI 的简化在 ETMPC 方法中是必需的. 图 7 为基于 Minkowski 求和的传统方法的求解结果. 本文在尽可能少改变 mRPI 面积和形状的前提下, 对近似计算得到的最小鲁棒正不变集采取顶点特征提取和顶点筛选, 提高算法实时性. 选取数学特征需要考虑其面积的变化, 也要考虑应用场景中的精度需求. 数学特征可选取为顶点角度、组成顶点的两条边平均边长或者一系列数学特征的加权等. 计算顶点的数学特征, 将特征数据加权求和, 将对其面积影响小到可以忽略不计的顶点筛出. 图 8 所示灰色顶点将在 ETMPC 在线控制中忽略, 在线弹性管道由红色的顶点构成.

在简化之前顶点总数非常多且大量顶点几乎都在一条直线上, 这些顶点含有的信息量极少并且会严重降低在线控制策略的计算速度. 工程上不建议为了追求极致的低保守性而不考虑计算复杂度. 简化后 mRPI 的面积和形状在可允许范围内几乎不变, 有效减少了 71% 的顶点数.

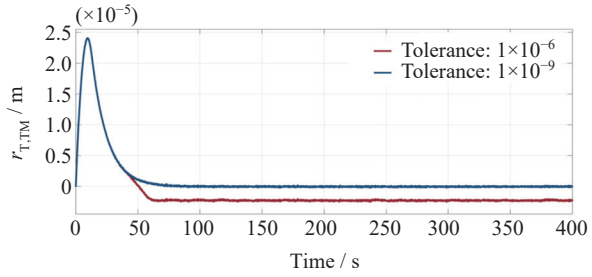


图 6 不同容差ε和ϵ下检验质量捕获量测信号的对比

Fig. 6 Comparison of test mass capture measurement signals with different tolerances ε and ϵ

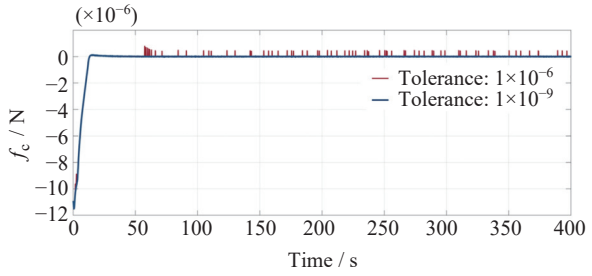


图 7 不同容差ε和ϵ下检验质量捕获控制信号的对比

Fig. 7 Comparison of test mass capture control signals with different tolerances ε and ϵ

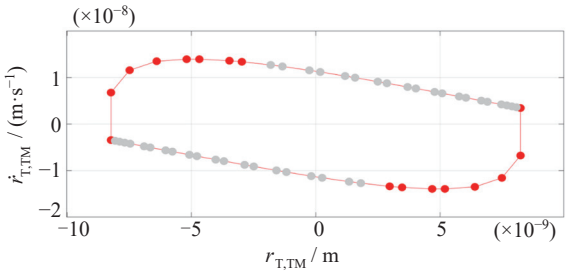


图 8 最小鲁棒正不变集修正

Fig. 8 Correction of minimum robust positive invariant set

表 1 优化问题简化前后空间复杂度对比

Table 1 Comparison of spatial complexity before and after simplification of optimization problems

	简化前维度	简化后维度
e_N	$59N+58=3008$	$19N+18=968$
Q_t	$(59N+58)\times(59N+58)=3008\times3008$	$(19N+18)\times(19N+18)=968\times968$
P_t	$59N+58=3008$	$19N+18=968$
A_i	$(118N+118)\times(59N+58)=6018\times3008$	$(38N+38)\times(19N+18)=1938\times968$

修正最小鲁棒正不变集的顶点数可以降低优化问题的空间复杂度, 从而提高 ETMPC 在线控制的实时性. 优化问题的各个变量维度以及当 N 为 50 时的具体维数列于表 1, 顶点数从 56 减少为 16, 导致优化前后矩阵维度平均降低 67.8%, 有效降低了算法的空间复杂度. 同样, 小容差有效集法的优化问题, 当空间复杂度低得多时优化问题的平均迭代次数将更少, 计算时间也会更少.

计算矩阵 $\boldsymbol{L}\in\boldsymbol{R}^{q_s\times q_s}$, $\boldsymbol{M}\in\boldsymbol{R}^{4\times q_s}$ 和 $\boldsymbol{T}\in\boldsymbol{R}^{2\times q_s}$, 将矩阵每一行转置后依次合并, 变为矢量长度分别为 q_s^2, $4q_s$, $2q_s$ 的矢量形式, 将三个矢量作为决策变量分别整理如下:

$$\begin{cases} MC=G, \\ \boldsymbol{M}\cdot\boldsymbol{1}=\gamma, \\ \forall M(i,j)\in M,\quad M(i,j)\geqslant 0; \end{cases} \tag{31}$$

$$\begin{cases} TC=HK(1), \\ \boldsymbol{T}\cdot\boldsymbol{1}=\eta, \\ \forall T(i,j)\in T, T(i,j)\geqslant 0; \end{cases} \tag{32}$$

$$\begin{cases} LC=C(A+BK(1)), \\ \boldsymbol{L}\cdot\boldsymbol{1}=1-d, \\ \forall L(i,j)\in L, L(i,j)\geqslant 0. \end{cases} \tag{33}$$

将式 (31)～(33) 作为等式约束, 构建 3 个优化问题, 通过离线求解二次规划问题来确定. 其中, γ, η 和 d 根据文献 [12] 的方法运用支撑函数计算得到, 而支撑函数可转换为线性规划问题离线计算.

3 闭环动力学仿真验证

基于上述 19 自由度航天器闭环动力学, 将 ETMPC 和 MPC 与 SMC 的检验质量捕获仿真结果进行对比. 利用 Matlab R2021 b Simulink 10.4 进行仿真, 利用 Mayne 团队的工具箱 MPT3 计算鲁棒不变集[16]. 检验质量的质量为 1.96 kg, 惯量为 6.913×10^{-4} kg·m^2, 刚度耦合系数为 1×10^{-4} s^{-2}, 控制频率为 10 Hz. 捕获过程所允许最大位置超调为 10^{-3} m, 最大姿态偏差为 10 mrad. 检验质量的初始释放条件和控制误差要求列于表 2[17], 噪声幅值列于表 3, 静电悬浮装置控制力饱和值列于表 4.

3.1 传统 MPC 和 SMC 的捕获仿真

MPC 算法控制器参数见表 5, 优化问题的计算步长 N 设定为 50, 仿真时长 400 s, 得到检验质量全自由度仿真结果.

在针对相对位移模型和相对姿态模型的检验质量捕获中, 结果如图 9～12 所示, MPC 算法线位移的收敛时间分别达到 63, 63, 70 s, 角位移的收敛时间分别为 75, 56, 74 s. 其控制精度分别达到 4.2×10^{-7} m

表 2 检验质量释放初始状态和控制误差要求

Table 2 Test mass release initial states and control error requirements

检验质量状态	初始状态	控制误差
线位移	±200 μm	< 25 μm
线速度	$\pm5\times10^{-6}$ m·s^{-1}	$<1\times10^{-6}$ m·s^{-1}
角位移	±2 mrad	< 100 μrad
角速度	$\pm1\times10^{-4}$ rad·s^{-1}	$<1\times10^{-5}$ rad·s^{-1}

表 3 随机噪声幅值

Table 3 Random noise amplitudes

自由度	执行器噪声幅值	量测噪声幅值
x	$<4.35\times10^{-14}$ N	$<2.24\times10^{-7}$ m
y	$<4.41\times10^{-13}$ N	$<2.38\times10^{-7}$ m
z	$<4.68\times10^{-13}$ N	$<3.82\times10^{-7}$ m
φ	$<4.11\times10^{-15}$ N·m	$<2.45\times10^{-5}$ rad
θ	$<4.43\times10^{-15}$ N·m	$<1.59\times10^{-5}$ rad
ψ	$<4.38\times10^{-15}$ N·m	$<2.50\times10^{-5}$ rad

表 4 执行器饱和

Table 4 Actuator saturation constraints

自由度	控制力饱和/N	自由度	控制力矩饱和/(N·m)
f_x	1.019×10^{-6}	T_{roll}	1.100×10^{-8}
f_y	1.078×10^{-6}	T_{pitch}	1.660×10^{-8}
f_z	6.076×10^{-7}	T_{yaw}	8.990×10^{-9}

表 5 MPC 算法控制器参数

Table 5 MPC algorithm controller parameters

	x	y	z	φ	θ	ψ
位移	1	1	1	1	1	1
速度	5	5	10	10	5	10
控制	10	10	10	10	10	10

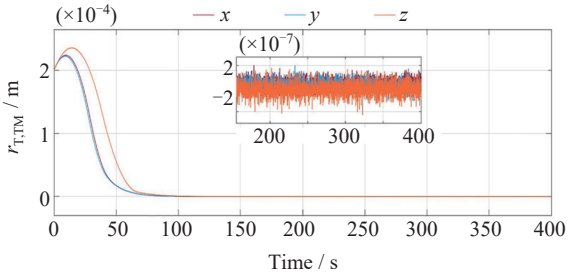


图 9 MPC 线位移

Fig. 9 MPC linear displacement

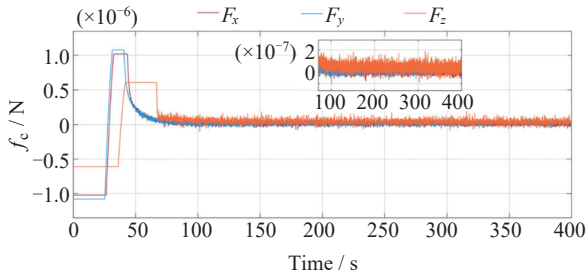


图 10 MPC 控制力

Fig. 10 MPC control force

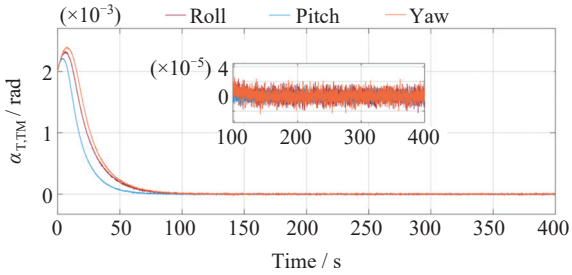


图 11 MPC 角位移

Fig. 11 MPC angle displacement

和2.2×10^{-5}rad.

图 13～16 所示为 SMC 仿真结果, 检验质量线位移收敛时间为 77.5, 77 和 79 s, 角位移收敛时间为 75, 68 和 74 s, 三轴线位移控制精度分别达到

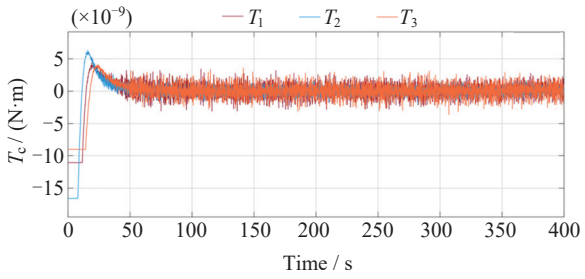


图 12 MPC 控制力矩

Fig. 12 MPC control torque

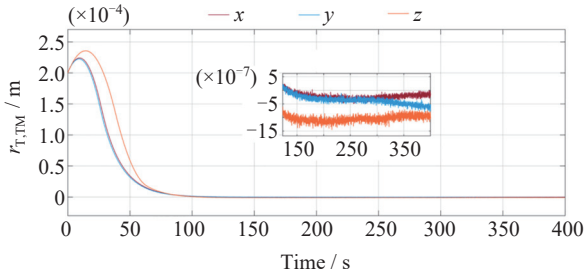


图 13 SMC 线位移

Fig. 13 SMC linear displacement

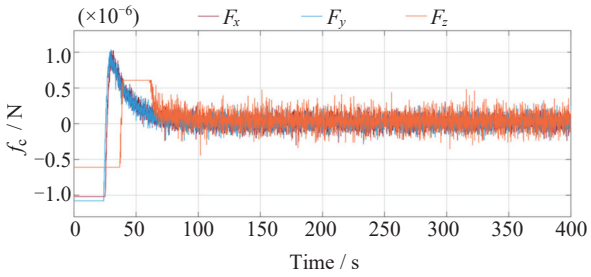


图 14 SMC 控制力

Fig. 14 SMC control force

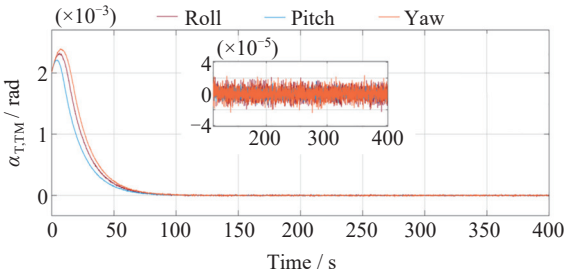


图 15 SMC 角位移

Fig. 15 SMC angle displacement

5×10^{-7}, 7×10^{-7}, 1.5×10^{-6} m, 角位移控制精度分别为2.2×10^{-5} rad, 由于检验质量在位置上有常

值偏差, SMC 未能处理好常值偏差. 但是最终 MPC 和 SMC 均满足精度要求. 综上, MPC 优势体现在两点: 一是 MPC 的控制力和力矩较 SMC 有更低的噪声水平, 二是在具有常值偏差的被控对象中, MPC 的控制精度更高, 收敛速度更快. 以上对比体现了滚动优化计算框架的优越性, 但是传统 MPC 未考虑干扰, 且收敛速度还有提升空间.

3.2 基于 ETMPC 算法的捕获仿真

被控对象同 3.1 节, ETMPC 预测步长 N 为 50, 控制器位移权重和姿态权重分别列于表 6 和表 7. 终端权重矩阵 $\boldsymbol{P}_z$ 同 $\boldsymbol{Q}_z$, 伸缩因子的过程权重 $\boldsymbol{Q}_a$ 和 $\boldsymbol{P}_a$ 均为单位矩阵, $\boldsymbol{F}_z=\begin{bmatrix}50&0\\0&50\end{bmatrix}$, $\boldsymbol{F}_a=10\cdot 1$, 其中 $\boldsymbol{1}$ 为 2 行 q_s 列的全 1 矩阵, LQR 状态和控制权重同 ETMPC.

经过适当调整速度状态权重, 实现系统的合适阻尼比, 达到快速收敛且无超调效果. 通过调整控制权重, 使得控制器在保持低噪声水平的同时具备高精度的控制能力.

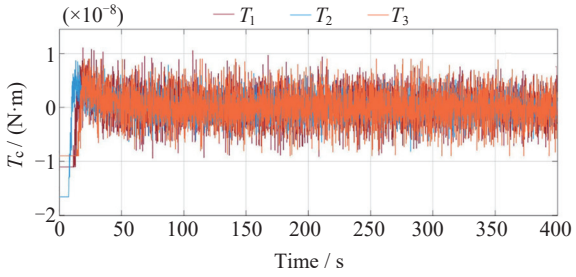


图 16 SMC 控制力矩

Fig. 16 SMC control torque

表 6 ETMPC 位移权重

Table 6 ETMPC displacement weight

	x	y	z
$\boldsymbol{Q}_z$	$\begin{bmatrix}1&0\\0&100\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1&0\\0&90\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1&0\\0&230\end{bmatrix}$
Q_v	30	30	30

表 7 ETMPC 姿态权重

Table 7 ETMPC pose weight

	φ	θ	ψ
$\boldsymbol{Q}_z$	$\begin{bmatrix}1&0\\0&30\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1&0\\0&20\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1&0\\0&400\end{bmatrix}$
Q_v	30	30	30

图 17～20 中仿真结果显示, ETMPC 三轴线位

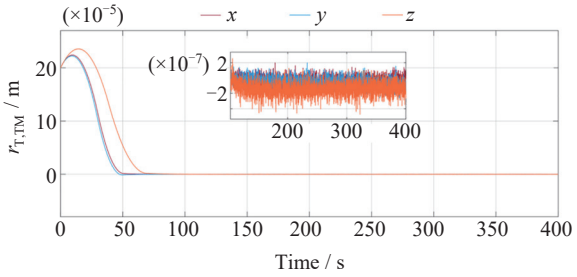


图 17 ETMPC 线位移

Fig. 17 ETMPC linear displacement

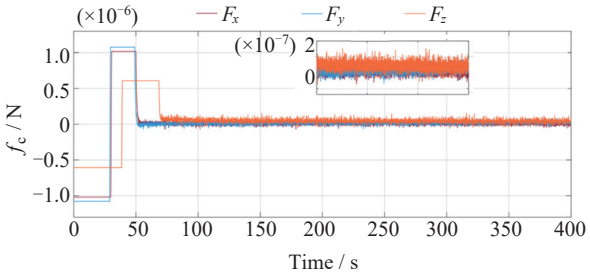


图 18 ETMPC 控制力

Fig. 18 ETMPC control force

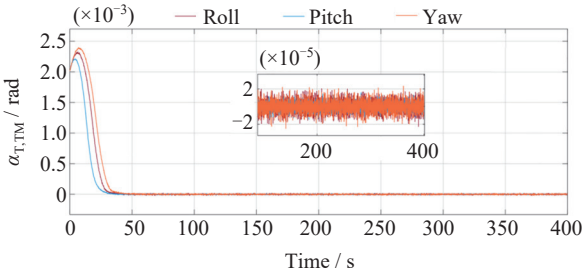


图 19 ETMPC 角位移

Fig. 19 ETMPC angle displacement

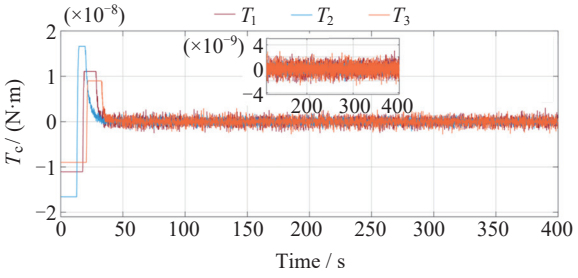


图 20 ETMPC 控制力矩

Fig. 20 ETMPC control torque

移收敛时间分别为 47, 44, 63.5 s, 角位移收敛时间分别为 29.5, 26, 34 s, 控制精度达到 4.2×10^{-7} m 和 2.2×10^{-5} rad. ETMPC 算法在具备 MPC 控制信号噪声低和控制精度高两大优势的同时, 显著缩短了检验质量捕获的收敛时间. MPC 和 ETMPC 在太阳光压导致的常值偏差影响下, 都具有较 SMC 更高的控制精度. SMC, MPC 和 ETMPC 的平均调节时间对比见表 8.

本文提出的在线控制策略的平均调节时间较传统 MPC 降低 39.25%, 较 SMC 降低 45.8%, 同时相比 MPC 方法, 在收敛速度和抗干扰性方面均有所提升, 并且较 SMC 在收敛时间和控制精度上也有显著改善.

为体现 ETMPC 算法对模型失配的容错性, 即对参数不确定性的抑制能力, 令刚度系数k、初始释放位置和初始线速度在指定范围内随机变化, 仿真实验 200 次. 仿真参数在表 9 给出的范围内随机取值, 得到仿真结果如图 21 所示.

在鲁棒仿真验证结果中, ETMPC 算法均能够快速且高质量地完成检验质量捕获任务, 验证了 ETMPC 算法的有效性. 精确且稳定的控制能力进一步证明了 ETMPC 算法的鲁棒性和优越性, 并突显其在引力波探测任务中的潜力.

表 8　平均调节时间对比

Table 8　Average adjustment time comparison

	算法	平均调节时间t_s/s
位置	SMC	77.8
	MPC	65.3
	ETMPC	51.5
姿态	SMC	72.3
	MPC	68.3
	ETMPC	29.8

4　结论

仿真结果表明, 所提出的基于 ETMPC 的改进型检验质量多自由度捕获控制方法能够有效完成检验质量高精度捕获. 设计的小容差有效集法能够在线求解检验质量捕获控制问题, 该方法更适于高精度优化问题求解. 提出的离线近似计算方法在误差允许范围内使得 mRPI 顶点数显著减少, 进一步确保了在线计算的实时性. 将本文所提出控制方法的仿真结果与

表 9　仿真参数变化范围

Table 9　Variation range of simulation parameters

参数	取值范围
刚度系数/s^{-2}	$[5\times10^{-5},\ 5\times10^{-4}]$
初始位置/m	$[1.8\times10^{-4},\ 2.2\times10^{-4}]$
初始线速度/$(m\cdot s^{-1})$	$[4.5\times10^{-6},\ 5.5\times10^{-6}]$

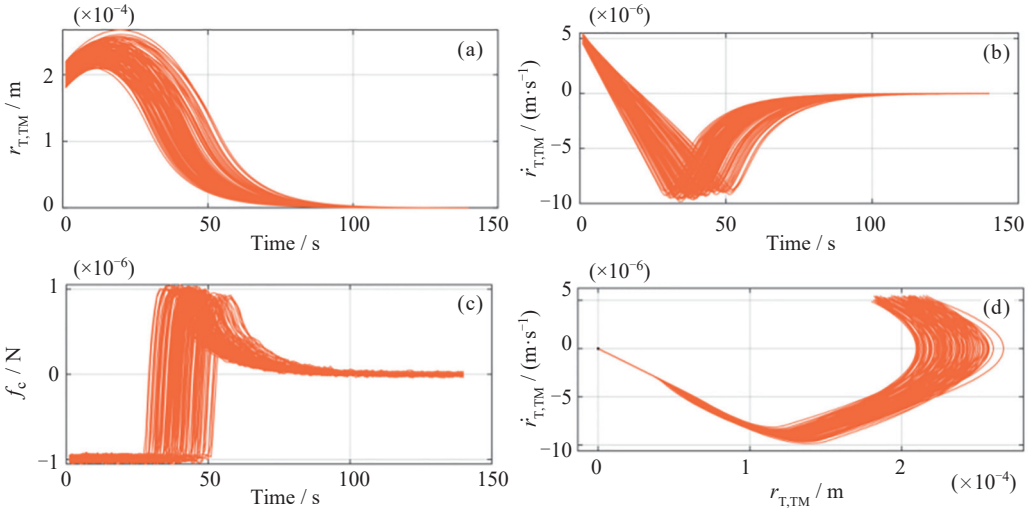


图 21　检验质量相对位移鲁棒性验证

Fig. 21　Test mass robustness verification of relative displacement

MPC 和 SMC 进行比较, 验证了本文控制方法的优越性. 通过进行模型失配仿真实验, 验证了在模型失配的情况下, 该控制方法能够成功捕获检验质量, 也证明了该方法的应用价值和潜力.

参考文献

[1] SCHLEICHER A, ZIEGLER T, SCHUBERT R, *et al*. In-orbit performance of the LISA Pathfinder drag-free and attitude control system[J]. *CEAS Space Journal*, 2018, **10**(4): 471-485

[2] LUO Ziren, ZHANG Min, JIN Gang, *et al*. Introduction of Chinese space-borne gravitational wave detection program "Taiji" and "Taiji-1" satellite mission[J]. *Journal of Deep Space Exploration*, 2020, **7**(1): 3-10 (罗子人, 张敏, 靳刚, 等. 中国空间引力波探测"太极计划"及"太极 1 号"在轨测试 [J]. 深空探测学报, 2020, **7**(1): 3-10)

[3] LUO Jun, AI Linghao, AI Yanli, *et al*. A brief introduction to the TianQin project[J]. *Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Sunyatseni*, 2021, **60**(1/2): 1-19 (罗俊, 艾凌皓, 艾艳丽, 等. 天琴计划简介 [J]. 中山大学学报 (自然科学版), 2021, **60**(1/2): 1-19)

[4] LI Hongyin, YE Xiaorong, LIU Jiaheng, *et al*. Key issues in the research on drag-free control for TianQin[J]. *Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Sunyatseni*, 2021, **60**(1/2): 213-224 (李洪银, 叶小容, 刘佳恒, 等. 天琴无拖曳控制研究的关键问题 [J]. 中山大学学报 (自然科学版), 2021, **60**(1/2): 213-224)

[5] LIAN X B, ZHANG J X, YANG J K, *et al*. The determination for ideal release point of test masses in drag-free satellites for the detection of gravitational waves[J]. *Advances in Space Research*, 2021, **67**(2): 824-833

[6] LIAN X B, ZHANG J X, CHANG L T, *et al*. Test mass capture for drag-free satellite based on RBF neural network adaptive sliding mode control[J]. *Advances in Space Research*, 2022, **69**(2): 1205-1219

[7] VIDANO S, NOVARA C, PAGONE M, *et al*. The LISA DFACS: model predictive control design for the test mass release phase[J]. *Acta Astronautica*, 2022, **193**: 731-743

[8] LIU Y X, LI Y, WANG P C, *et al*. Constrained nonlinear high-efficiency model predictive technics for test mass capture[J]. *Advances in Space Research*, 2023, **72**(2): 180-199

[9] TSAI Y K, MALAK R J. Robust control co-design using tube-based model predictive control[C]//2023 American Control Conference (ACC). San Diego: IEEE, 2023: 769-775

[10] ZOU Hengguang, SONG Jiliang, WANG Junzheng, *et al*. Satellite formation control strategy with Tube-based MPC[J]. *Transactions of Beijing Institute of Technology*, 2021, **41**(2): 201-206 (邹恒光, 宋继良, 王军政, 等. 卫星编队的管道模型预测控制方法研究 [J]. 北京理工大学学报, 2021, **41**(2): 201-206)

[11] GUAN Ping, WU Xiyan, GE Xinsheng. Tube-based model predictive attitude control and active vibration control for flexible spacecraft[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2022, **41**(16): 261-270 (管萍, 吴希岩, 戈新生. 基于 Tube 的挠性航天器模型预测姿态控制及主动振动控制 [J]. 振动与冲击, 2022, **41**(16): 261-270)

[12] RAKOVIĆ S V, LEVINE W S, AÇIKMESE B. Elastic tube model predictive control[C]//2016 American Control Conference (ACC). Boston: IEEE, 2016: 3594-3599

[13] RAKOVIC S V, KERRIGAN E C, KOURAMAS K I, *et al*. Invariant approximations of the minimal robust positively invariant set[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, **50**(3): 406-410

[14] VIDANO S, NOVARA C, COLANGELO L, *et al*. The LISA DFACS: A nonlinear model for the spacecraft dynamics[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2020, **107**: 106313

[15] BASILE F. Modeling and Design for the Attitude Control Phase of the LISA Drag-free Mission[D]. Torino: Politecnico di Torino, 2019

[16] Multi-Parametric Toolbox 3[DB/MT]. (2019-02-02)[2024-01-08]. https://www.mpt3.org/

[17] TROBBIANI L. Alternative Control Strategy for Test Mass Release of Spaceborne Inertial Sensors[D]. Pisa: Università di Pisa, 2014

作者简介



贺雄峰 男, 1999 年 9 月出生于贵州省, 在同济大学电子与信息工程学院获得学士学位, 在中国科学院微小卫星创新研究院攻读硕士学位, 主要研究方向为基于模型预测控制的无拖曳控制方法研究.

E-mail: hexiongfeng@mail.ustc.edu.cn



张永合 (通信作者) 男, 1977 年出生于山东省, 博士毕业于中国科学院大学, 主要从事航天器导航、制导与控制、时频多体动力学等方向研究, 特别是在航天器系统设计与仿真、引力波探测无拖曳编队控制等领域进行了深入的研究.

E-mail: zhangyh@microsate.com