

从求学西北工业大学到参与创立有限元方法 ——崔俊芝院士访谈录

崔俊芝 讲述 王涛^{✉1} 魏蕾² 访问整理

(1. 中国科学院自然科学史研究所,北京 100190;2. 中国科学院数学与系统科学研究院,北京 100190)

摘要 有限元方法是科学与工程计算领域最重要的算法之一,由欧美工程师与中国数学家沿着不同的学术路径独立地创立。崔俊芝院士早年求学于西北工业大学,毕业后进入中国科学院计算技术研究所工作,在冯康的指导下从事水坝计算的研究。在访谈中,他回顾了自己的教育背景和参与创立有限元方法的详细历程;对中外有限元方法的发明与创造进行了对比分析,指出同期中国团队创立的有限元方法更具一般性;总结了有限元软件在中国的发展概况与经验教训。

关键词 有限元方法;崔俊芝;冯康;水坝计算;变分—差分方法;直接刚度法

中图分类号 N092

文献标识码 A

文章编号 1000-0224(2025)01-0105-15

有限元方法是一类求解微分方程的数值方法,应用范围几乎涵盖所有的科学与工程领域,如今已经非常成熟,对科学和工程的研究与应用产生了重大推动作用。^[1]有限元方法在中国和西方是沿着不同的学术路径发展起来的。1943年,原籍德国的美国数学家柯朗(R. Courant, 1888—1972)在平衡与振动问题的求解中,首次提出了将变分原理与多边形区域上的分片连续函数相结合的思想^[2],但受限于当时的计算技术没能实践而未产生影响。20世纪50年代中期,欧洲的阿格瑞斯(J. Argyris, 1913—2004)与美国的特纳(M. J. Turner, 1915—1995)、克劳夫(W. Clough, 1920—2016)等人在航空工程的背景下,基于直接刚度法(矩阵结构分析方法)提出了结构应力分析有限元方法。^[3-4]20世纪60年代初,中国数学家冯康及其研究团队在大型水坝应力计算的基础上,独立于西方创立了有限元方法,并最早奠定了其理论基础。^[5]当代著名数学家丘成桐(Yau Shing-tung, 1949—)在1998年《中国数学发展之我见》中曾高度评价冯康的这一工作:

中国近代数学能超越西方或与之并驾齐驱的主要有三个,当然我不是说其他工作不存在,主要是讲能够在数学历史上很出名的有三个:一个是陈省身教授在示性类

收稿日期:2024-03-20;修回日期:2024-07-10。

作者简介:王涛,1988年生,河北武安人,副研究员,研究方向为近现代数学史,Email:wangtao@ihns.ac.cn。魏蕾,1975年生,甘肃天水人,副处长,研究方向为中国现代数学史。

基金项目:中国科学院战略研究与决策支持系统自然科学史专门项目(项目编号:E4291J06ZY);中国科学院青年创新促进会资助项目(项目编号:2021146)。

方面的工作;一个是华罗庚在多复变函数方面的工作,一个是冯康在有限元计算方面的工作。^[6]

由此可见,这一成就在中国现代数学史上占有极其重要的地位。

目前国际学术界对有限元方法在欧美起源的研究丰富且深入^[7-15],然而对中国学者独立创造有限元方法的细节了解不多。近年来,随着《冯康传》、《冯康先生纪念文集》的出版,中国数学界开启了对冯康及其学术贡献的纪念与研究。^[16-17]为了详尽地探究中国团队独立创造有限元方法的历程,同时与中外有限元方法的创立进行对比分析,笔者有幸采访到当年冯康团队中的重要成员——中国科学院数学与系统科学研究院崔俊芝院士。

崔俊芝,1938年出生,河南新乡人,计算数学、计算力学与软件工程专家。1957—1962年在西北工业大学数学力学系学习,1962—1978年在中国科学院计算技术研究所工作,在冯康的指导下从事有限元方法研究,1964年研制出我国第一个平面问题通有限元程序,成功解决刘家峡大坝的复杂应力分析问题。1978—1995年在中国科学院计算中心工作,历任助理研究员、副研究员、研究员,1982年以“有限元方法”荣获国家自然科学二等奖(获奖人:冯康、黄鸿慈、王荃贤、崔俊芝等),1991—1995年担任计算中心主任,中国科学院科学数据库工程总经理。1995—1998年任中国科学院计算数学与科学工程计算研究所研究员,1998年至今任中国科学院数学与系统科学研究院研究员。1995年当选为中国工程院院士,2018年当选为欧洲科学与艺术院院士。

1 求学西北工业大学

问:我们之前读过一篇关于您的报道^[18],说的是您在卫辉中学读高中的时候决心要以钱学森、华罗庚先生为榜样做一名科学家。

崔:是的。1956年国家发出了向科学进军的号召,在报刊、杂志上有许多关于钱学森和华罗庚的报道。特别是在1957年1月华罗庚和钱学森获得中国科学院科学奖金一等奖之后,他们的科学成就和艰苦卓越的创新精神,感染了一大批年轻人。当时我正在读高中三年级,学校和老师希望学生们树立远大理想,要求每个学生在班会上发言。在这样的形势下,我提出想做一名科学家,将来为祖国的科学事业做出自己的贡献。那时候大家都是紧跟形势谈想法,对于如何实现目标并未有系统的认知。即使后来做出了一些成绩,也不像现代年轻人讲的那样,是有理想、有目标、有计划、有步骤地实现的。那个年代变革比较多,许多事情不可能提前预测,即使有预测也会随着形势的变化而发生变迁。

问:您报考大学时为何选择了西北工业大学数学力学系?

崔:高中时期我对数学和物理比较感兴趣,当时我的第一志愿不是西北工业大学(简称“西工大”),而是清华大学或哈尔滨工业大学,报的工程热物理(动力机械)或者精密仪器仪表,属工科专业。第三志愿是西北工业大学的应用数学系。当时的学校名称叫西北工学院,校址在咸阳。在我入学后不久,西北工学院与西安航空学院^①合并为西北工业大

^① 1952年交通大学、南京大学、浙江大学的航空工程系在南京组建华东航空学院。1956年内迁西安,更名为西安航空学院。

学,这是 1957 年秋天的事情。

问:那应用数学系因此变成了数学力学系?

崔:是的。西北工学院的应用数学系成立于 1957 年,我是第一级学生。当时国内有应用数学系的学校不多,可能只有大连工学院和西北工学院有应用数学系。两校合并后,西北工学院的应用数学系和西安航空学院的力学系合并为西北工业大学数学力学系,因为应用数学和力学在学科上关系密切。当时的系党总支书记李青给我们介绍说:应用数学和力学联系紧密,力学的理论基础是数学,但它源于实践、实验和观测。他还介绍说:系主任胡沛泉先生^①是从美国留学回来的,是《力学学报》的创刊编委^②。胡先生正在研制一台大型实验机,做好后便可以和应用数学结合起来,针对塑性力学问题写出一系列好文章。他的讲话给我留下深刻印象,使我萌生了把数学和力学揉在一起、好好学习的念头。

教我们数学课的老师讲课都很好,如刘冠勋、王焕初、孙炳章等,这在当时是非常难得的。因此,线性代数、数学分析、场论、函数论、偏微分方程等基础课我学得都比较扎实。到了高年级后应用数学专业分成了计算数学和计算机程序(软件)设计两个方向,后者侧重于数理逻辑和程序设计。我选择了计算数学,主要学习实变函数、泛函分析、计算方法、程序设计等课程。

问:报道说您 1960 年就任教了,这是怎么回事?

崔:1958 年的大跃进、人民公社和大炼钢铁,对学校的教学秩序有一定冲击。但是,西工大的校党委书记刘海滨是一位长征老干部,对教学非常重视。因此西工大没有像其他学校那样停课,而是让老师在大炼钢铁之余给我们补课。到了 1960 年初,由于一部分教师不适合继续在军工学校任教,同时中苏关系紧张导致苏联专家撤离,再加上 1959 年学校招了很多新生,造成教师队伍缺编严重。1960 年 4 月 3 日,系党总支书记李青找我谈话,要我停止学业做预备教师,并通知我 4 月 9 日去给自动化系 1959 级学生上高等数学课。我立即停止了学业,全力以赴地紧张备课。6 天后,我便走上了讲台。当时的授课是两个 45 分钟合在一起,要连续讲 90 分钟。我讲课时还有其他教师观摩,考验和检查我的授课质量。事后各方面反映不错,我顺利地通过了第一堂课的考验。

问:西工大那时有电子计算机么?

崔:没有,那时西工大没有电子计算机。数学力学系有计算实验室,备有手摇和电动计算机。同学们可以做一些典型函数计算的流程设计,然后在手摇或电动计算机上实现。“计算实习”课最初是一位姓梁的副教授讲授。在梁先生之后,我也教过这门课,真可谓现学现卖。

问:您于 1962 年又回到了系里读书?

崔:做预备教师时,西工大领导要求理论联系实际,我因此接触到一些设计院(如飞机强度设计所、西北水利设计院)的工程师,觉得搞科研或工程设计挺好。由于学校引进了一批青年教师,到 1961 年底学校教师队伍不再缺编了。系党总支书记又一次找我谈

^① 胡沛泉(1920—2019),江苏无锡人,力学家与力学教育家,西北工业大学教授。

^② 《力学学报》创刊于 1957 年,是中国力学学会的官方刊物,创刊主编为钱学森,编委均为著名力学家。

话,告知我未来可以有两个选择:一是留下来继续做教师;二是跟随班上的同学一起毕业,参加全国统一分配,条件是必须补考完全部应学课程。我选择了后者。

从1957年9月到1960年4月3日,我只有一半的课程有学习成绩。我必须在半年的时间里补考十几门功课,还要到远离学校的阎良参加毕业实习。时间紧是客观现实,除了夜以继日没有别的办法。就这样,我一门一门地跟着老师学,学完了就考。全部补考结束之后,我才知道成绩蛮好:全部主课成绩只有两个良,其余均为优。两个成绩为良的学科正是我从事科学和工程计算研究最需要的学科,一是数理方程,二是高等物理。

补考完主课成绩后,系里很快批准我毕业。在工作分配过程中,恰好中国科学院计算技术研究所(简称“计算所”)有一个名额,一位学习成绩和我相当的同学选择了留校,我便顺理成章地来到计算所工作。

问:从今天的观点看,您在西工大学习的计算数学课程够用么?

崔:不够。当时计算数学专业的课程设置是不完全的,因为那时全国只有少数几所大学创办了计算数学专业,大家都没有经验,尚没有形成一套系统完整的课程设计方案。比较缺的是“程序设计”,那时候的“程序设计”课还很不成熟。当时有一位苏联专家来中国讲学^①,他的讲稿被翻译成中文。我学的便是那本书,感觉讲得很不清楚。时任西工大教务长的刘冠勋教授给我们讲授过另一位苏联学者写的与“程序设计”有关的论文,后者以线性方程组的主元素消去法为例,把程序设计的过程讲得非常清楚细腻。我做预备教师时曾按刘冠勋教授的教案讲过一遍。1962年10月,我来到计算所报到,入职考试的“计算数学”试题正好与此相关,只是改成更为简单的如何构造线性方程组的迭代算法。

问:到计算所工作还要考试?

崔:是的。当时计算所正在大发展,那年来计算所报到的有三四十人。除了北大与清华之外,大部分来自与工业和国防有关的院校,如哈工大、西工大、北航、北理工(时称北京工业学院)、南航、西电、成电等。入职后进行了考试,由于我是计算数学专业毕业,就参加计算数学的考试,大概有十多人一同参加考试。第一张卷是“计算数学”,题目是数值求解线性方程组,要求构造一个存储和计算量较好的迭代过程。这张卷与我给学生讲“计算实习”课的内容极为相似。当然我比较得心应手。

第二张考卷是英语。对计算专业而言英语非常重要,计算所要求所有入职人员必须考英语。我高中时学的是俄语,大学时的第一外语也是俄语,第二外语才是英语,那时我的俄语比英语好。不过在西工大做预备教师时我常去图书馆看书,看过一本名为《计算机引论》的英文书,并把序言从头到尾读了一遍。而当年的英语试卷就是翻译那篇序言,我很快就翻译出来了。当时不知道考试不及格的人可以参加英语学习班,继续学习英语半年到一年。只因为我的“计算数学”和英语考试成绩都尚好,失去了专职学习英语的良机,而是直接进入研究室做计算和研究工作了。

^① 结合其他背景,该学者似乎为苏联的斯梅格列夫斯基(Yu. D. Shmyglevsky, 1926—2007)。

2 参与创立有限元方法

问：您入职后的第一项工作是什么？

崔：我于1962年10月29日来到计算所，被分配到第三研究室（简称“三室”）第二组，组长与副组长分别是魏道政^①和林宗楷。二组下再设小组，我在水坝计算小组，组长是蔡中熊。大概是11月中旬，组长魏道政交给我一项计算任务——利用特殊函数计算仪表参数，这是我承担的第一项计算任务。经过几天的文献调研，很快便推出公式，构造了算法，编写了程序，在104计算机上计算了若干组参数，并撰写了10多页的计算报告。1962年底，我顺利地向用户提交了计算结果和报告。

问：这是您第一次用电子计算机吧？

崔：不是。第一次用电子计算机是在1961年4月，西工大安排我们去陕西阎良的一个飞机研究所做毕业实习，那里有一台电子计算机——苏联造的M-3，安装在一间很大的房间里。出于保密的要求，窗户封得都很严实。M-3计算机的结构和当时计算所的103机差不多，但是型号比较老，运算速度只有30次/秒。我们在那里实习了3个月，编写了程序，做了计算，算是真正接触了电子计算机。当时很多高校计算专业的学生只是听过计算机课，没有见过计算机。而我到计算所后，虽然在上机计算方面也遇到一些问题，但都是与104机相关的问题，很快就会上机算题了。104机是我国于1959年建造、当时国内最快的电子计算机，计算速度约1万次/秒，内存2 048个单元（包括存放程序和数据），外存是一个磁鼓，也是2 048个单元，外加1台磁带机，2台打印机。

问：您是如何接触到刘家峡水坝计算任务的？

崔：1963年初，水电部北京水利水电规划设计院刘家峡大坝设计组，将刘家峡水电站^②大坝应力分析中一个比较简单的计算任务委托给了计算所。经过层层下达，最终由水坝计算小组的蔡中熊组长把这项任务分给了我。

问：这个任务具体是做什么呢？

崔：原始的任务是北京设计院采用“拱—冠梁试荷载法”进行大坝应力分析，按试荷载法离散大坝，推导出一系列40阶线性方程组。我的计算任务是检查他们的推导过程及得出的40阶线性方程组是否正确。如果正确，进一步求解这些方程组，并验证所求的解是方程的真解；然后再用试荷载法回算出应力场。

问：具体是如何计算的？

崔：我在西工大时学过弹性力学，对力法有一些了解。首先，我检查了试荷载法的推导过程，没有发现任何问题。接着，我着手求解40阶线性方程组。为了节省存储量先用

① 魏道政（1929—2022），浙江诸暨人，1953年由复旦大学提前一年毕业到中国科学院数学研究所（简称“数学所”），跟随华罗庚研究数论，1957年到计算所工作直至退休，其间曾任中国科学院成都计算机应用研究所所长，2019年获中国计算机学会终身成就奖。

② 刘家峡水电站是中国首座百万千瓦级水电站，位于甘肃省永靖县的黄河干流，是中国首座自行设计、施工的超过百米的混凝土大坝，最大坝高147米，总库容57亿立方米。总装机容量122.5万千瓦，年发电量57亿度。

迭代法,结果不收敛。随后尝试用高斯消去法,编写了程序求出解,回代到原始方程,发现左右端差异很大。进而尝试用列主元消去法,求得的解还是不对。经过反复核对高斯消去法的求解过程,发现消到最后的系数接近于零,说明这些线性方程组是病态方程组。病态方程组是难以求解的。我进一步发现试荷载法本质上是力法,系数矩阵具有本质奇性。因此必须附加特定的约束才能求得问题的解,而构造特定的约束则很困难。

问:您是多久发现这个结果的?

崔:大概反复折腾了三四个月,到了1963年四五月份。原因是只有我一个人在做,同事们都有自己的计算任务,没有时间和精力来帮我检查计算过程。

问:试荷载法不能用了怎么办?

崔:我把发现的问题向刘家峡设计组副组长朱昭钧先生做了汇报,他的回答是:短时间他们构造不出合理的约束条件,只能认可试荷载法的方案暂时行不通,可以放弃。

否定了试荷载法之后,设计院希望我们另辟途径,帮他们解决刘家峡大坝应力分析问题。于是,在蔡中熊的帮助下,我尝试利用黄鸿慈、李旺尧和詹重禧等人在计算新丰江和柘溪大坝应力时所编写的应力函数法程序。应力函数是求解弹性力学平面问题的一种经典方法,主要任务是求解以应力函数作为未知函数的重调和方程。使用应力函数程序我计算了多种网格及加密方案,但总是算不出满足设计院要求的局部平衡的应力场,特别是在大坝的坝趾和坝踵处。经过千方百计地核查,发现应力函数程序采用的等距网格导致了处理应力函数边界条件非常复杂、误差过大;且计算应力时又需要计算应力函数的二阶差商,也造成了较大的精度损失和舍入误差。这就使得刘家峡大坝应力分析的计算任务又一次陷入了死胡同,逼迫我必须另走新路。

问:之前,新丰江和柘溪水坝的应力不也是用这种方法计算的么?

崔:是的。新丰江和柘溪水坝不是等截面重力坝,是经过多次简化成平面应力问题计算的,不可能获得精准的应力场。大坝设计者也没有指望获得精确的应力场,所以把局部应力平衡问题给放过去了,没有计较应力精度问题。

问:这么说刘家峡大坝应力分析需要进行新的方法和理论研究?

崔:是的。刘家峡大坝的设计者非常关注设计方案能不能保证大坝安全运行,很重视应力场的精准性,特别是在坝趾和坝踵处的局部应力平衡,且不能出现超过10千克的拉应力。从工程上他们有能力做到,那就是加高坝头和横截面。然而,这样会加大混凝土用量,很不经济。经过翻来覆去考虑,设计院仍然希望我们帮他们解决大坝应力分析难题。

问:这时大概到了什么时候?

崔:大概是八、九月份。这段时间三室正在开展“任务带学科”的系统研究。冯康、董铁宝^①等专家分别做了多场学术报告,其中冯先生以普拉格(W. Prager)与辛格(J. L. Synge)的论文^[20]为主题,介绍了偏微分方程的差分方法。这篇论文也隐含着有限元方法的思想,但作者没有进一步发展,原因可能是受限于科研环境,特别是电子计算机刚刚诞生,还没有形成用有限元方法解决大型、复杂科学和工程难题的环境和社会需求。与此同时,我系统阅读了钱伟长和叶开沅的专著《弹性力学》^[21],并参与组织了以柯朗的专著

① 董铁宝(1916—1968),江苏武进人,力学与计算科学家,有关其介绍可参见文献[19]。

《数学物理方法》(*Methods of Mathematical Physics*)^[22]与福赛思(G. W. Forsythe)、华沙(W. R. Warsow)的《偏微分方程的有限差分方法》(*Finite-Difference Methods for Partial Differential Equations*)^[23]为主线的“偏微分方程数值方法研讨班”。参加研讨班者,除二组成员外,还有黄鸿慈、周天孝、楼金虎、李子才等。这些学术报告和研讨班为创建和发展弹性力学有限元方法奠定了知识和思想基础。

在“任务带学科”系统研究的推动下,水坝组分三条途径展开大坝应力分析的系统研究——基于极小势能原理的变分法、基于应力平衡方程的积分法和去掉大坝基础的分析方法。根据组长魏道政的安排,要我以刘家峡大坝为背景开展系统研究。我反复调研之后,为保证坝体内任意局部脱离体的应力平衡,决定从以位移表示的应力平衡方程——拉梅方程出发构造计算格式和算法。同时,魏道政也让他指导的中国科学技术大学64届毕业生魏学玲以此为题做毕业论文。

问:那此前的水坝计算为什么不从以位移表示的应力平衡方程出发?

崔:以位移表示的应力平衡方程的平面问题有两个未知函数,而以应力函数表示的重调和方程只有一个未知函数。例如,对于200个节点的计算方案,用应力函数法只有200个未知数,只需要求解200阶线性方程组。如果用位移表示的应力平衡方程求解,就需要求解400阶的线性方程组。这样计算规模就太大了,104机解不了400阶方程组。所以,受当时计算机的存储量和计算速度的限制,大家首先选用了应力函数表示的重调和方程进行应力分析。

1963年10月,魏道政患肝炎住入疗养院,魏学玲由我代为指导。为降低问题的复杂性,我让她只做等距网格的计算格式研究。为克服由于网格节点布局不合理而造成的边界处理的复杂性和差分格式误差,经过夜以继日地精心演绎和琢磨,我终于构造出基于三角形和矩形组合的、不等距的网格剖分体系,对于任何几何形态和复杂材料组合的弹性体,都能做到使所有网格节点落在域内或边界上,降低了边界处理的难度。进而,针对每个节点构造出半分的互补网格,利用分片插值和格林公式,推导出基于互补网格的积分守恒型位移差分格式;并构造出适应于分析具有固定边界的弹性问题计算模型,以及求解其离散化方程(其系数矩阵具有对称正定性)的超松弛迭代和切比雪夫迭代法。为了适应分析具有周边受力的弹性力学问题(即诺依曼问题),在黄鸿慈的帮助下,进一步构造出具有半正定性离散化方程的超松弛和切比雪夫迭代算法。

为了验证差分格式的正确性,我和史毓凤合作,利用拉普拉斯变换推导了在分段面力作用下弹性半无限体内应力场的精确解。接着,在魏学玲的协助下,针对特定剖分模型编写了程序。在验证了差分格式、解法和程序的正确性和精度之后,很快针对刘家峡大坝计算出一个方案的应力场。经朱昭钧工程师及其同事验算,应力基本平衡,结果令人满意。但是,在坝踵和坝趾附近仍然存在较大误差。为了提高在坝踵、坝趾及坝体—基岩连接面上的应力精度,我与正在研究变分差分格式的王苾贤合作,一起分析了基于势能原理的差分格式和基于应力平衡方程的积分守恒型差分格式的差异,发现在直角三角形网格上两者一致,而在三角形和矩形组合的网格上,由于采用的插值方法不同而产生差异。如果采用相同的分片插值,它们的差分格式完全一致。最终,我们推导出了既满足互补网格上应力平衡,又满足总势能极小的三角形和矩形单元组合的计算格式。

1964 年三四月份,基于上述三角形和矩形组合的不等距网格和计算格式,我在 104 机上独立研制出第一个平面问题通用程序。104 机没有操作系统、编译系统、数据管理和进程管理等系统软件,所有程序都需使用机器指令直接编写出代码串式的程序,包括输入数据和打印结果。在总计只有 2 048 个单元的内存空间,必须先扣除约 500 个存储单元存放程序;在剩余约 1 500 个存储单元的限制下,还要求解包含 100 到 500 个节点的平面弹性问题,即需要求解约 1 000 阶的代数方程组。这就要求精打细算地安排存储空间,合理设计数据结构和数据流程,精心地设计迭代算法。在如此的计算环境下编制程序,其复杂性和难度可想而知。幸运的是,经过一个多月的冥思苦想,我终于构造出以超松弛迭代法为求解算法的剖分模型及其算法——采用不等距的三角形和矩形组合,在不同坐标方向尽可能采用等距分割,以减少描述模型的信息量,即由下而上对每行给出左端单元形态信息,自左向右由程序自动生成。同时,预先计算并存储不多于 18 种类型的差分格式的系数模板,以减少迭代过程的计算量。建模和算法确定后,通过改造和更新原有程序,很快便编写出新的程序。又经过日日夜夜地调试、查错、修改与验算,终于在 1964 年五一劳动节前夕,为刘家峡设计组计算出十多组方案及工况的应力场。

问:那个时期,您能分到多少上机时间?

崔:短的时候每天二三十分钟,长的时候有一个多小时,时间长的计算一般都是在半夜。那时候我还年轻,加上单身,所以经常上夜班。没用多长时间,就完成了刘家峡设计组的计算任务。他们核查之后,应力基本平衡。这样,刘家峡大坝应力分析的计算任务就算圆满完成。

问:我们以为是你们算出来数据他们直接用。

崔:不是的。他们要核查和对比多个方案的结果,找出规律性,按规律去设计最合理的坝型。当然应力不平衡是不能用的。

问:这大概是什么时候?

崔:五一之后。1964 年 5 月中旬,由张克明主任和冯康先生主持召集了刘家峡计算任务汇报会,刘家峡设计组副组长朱昭钧及其同事,黄鸿慈与二组的同志参加了会议(302 室),我汇报了计算任务完成情况,包括基于三角形和矩形组合的网格剖分及其离散格式,计算模型、超松弛迭代算法及最优松弛因子,典型算例(理论与计算结果的比较)和刘家峡大坝多个设计方案在关键部位的应力结果。会上,朱昭钧工程师对计算任务完成情况给予了很高评价,张主任、冯先生等都给予了赞誉,并询问了计算结果的作用和意义等诸多问题。

1964 年夏,为参加计算所新研制的 119 机的联调试算,根据 119 机的指令系统和特点,我又重新编制了平面弹性问题有限元程序,并完成了盐锅峡大坝和中国建材研究院提出的开洞剪力墙构件体系的多个计算方案。1965 年我和王荃贤、赵静芳合作,又编制了 109 乙机平面问题有限元程序,完成了龚嘴大坝应力分析和首都体育馆的计算任务。

问:109 乙机的速度是多少?

崔:109 乙机的运算速度接近 100 000 次/秒,但存储器小了一点,是 8 192 个单元。1964 年 10 月,受组长指示,由我和王荃贤执笔完成一篇论文,题目是“求解平面弹性问题的位移方法”,包括三角形和矩形单元组合网格及其计算格式、超松弛迭代算法、计算技

巧、验证性算例和部分大坝应力分析结果等。1964 年底,领导指示我们的论文与黄鸿慈的论文合并,由黄鸿慈和我合作改写成一篇论文,题目改成“按位移解平面弹性问题的差分方法”。在黄鸿慈参加“四清”后,全文由我修改定稿,1966 年发表于《应用数学与计算数学》^[24]。这篇论文是 1982 年国家自然科学二等奖“有限元方法”的报奖论文之一。

《按位移解平面弹性问题的差分方法》一文,独立于西方建立了求解弹性力学问题的有限元方法,当时称之为变分—差分方法;对于某些网格剖分,其变分—差分格式既能保证总势能极小又能保证基于互补网格的应力平衡。对于结构设计者而言,利用变分—差分格式计算出来的应力场具有更高的可信度。作为分析和解决复杂问题的方法论,该方法在处理连续与离散、无限与有限、整体与局部、复杂与简单、抽象与实体、人与机器之间的关系上,具有从量变到质变、从不可计算到可计算、从理论到实践转变的辩证统一思想。

在撰写和修改论文的同时,我们应用该方法解决了多个实际工程问题,受到了建筑科学研究院、建筑材料研究院、水利水电科学研究院、北京水电勘测设计院、陕西省水科所、湖南省计算所等单位人员的重视。他们派专人来索取变分—差分格式、计算程序及相关资料,我们都无私地赠予他们。这大概是中国最早的有限元方法推广应用。

3 有限元方法的历史评述

问:有限元方法的前身是直接刚度法?

崔:直接刚度法源于结构力学,从方法论上讲,它是有限元方法的前身。一般而言,工程结构包括汽车、飞机、舰船、火车、大中型机械装备、楼堂馆所建筑物,以及道桥、土木和水电工程等结构,都是由杆、梁、膜、板、壳、剪力墙、二维和三维块体等基本构件组合而成。每个构件都可以列出它的刚度方程,把所有构件的刚度方程按其就位性和节点的传力参数叠加在一起,就构成了整个结构的刚度方程。求解整体刚度方程,可以获得所有节点的力学参数,进而获得每个构件承受荷载的状态,这就是直接刚度法,又称矩阵结构分析方法。一个连续的结构体,可以离散成基本构件的组合。

工程有限元方法最早由欧美学者提出。1955—1956 年,阿格瑞斯、特纳、克劳夫等学者以航空结构分析为背景,基于矩阵结构分析方法,提出了有限元方法的雏形。1960 年,克劳夫基于上述思想,将连续体剖分成不同形态的有限单元集合,并基于结构力学推导出每个单元的刚度方程;继而通过叠加这些单元的刚度方程构成总刚度方程,求解总刚度方程即可获得所有节点的力学参数,再通过单元分析获得每个构件的应力状态。克劳夫将这样的求解过程定义为有限元方法,他的最大贡献在于提出了连续结构的离散化思想,并利用结构力学理论推导单元刚度方程。随后,克劳夫、甄科维奇(O. C. Zienkiewicz, 1921—2009)等在美国首届矩阵结构分析方法会议上,明确了变分原理加剖分插值的思想,使得直接刚度法迈向了系统和标准化,可以直接应用于连续结构体系的应力分析。

数学有限元方法是一种将连续问题离散化的系统化方法。与克劳夫早期按构件结构力学行为推导单元刚度方程的构造性方法不同,数学有限元方法直接以节点上的物理量作为未知数,通过插值函数表示单元内部的连续物理量。随后,以总势能表达式为基础,通过求解总势能极小化问题来获得整体刚度方程。对于连续结构体系,数学有限元方法

具有精确的理论表述,每个步骤的误差均可以细致地分析并控制。

问:这么说您在 1963—1964 年创立的有限元方法应该是数学模式吧?

崔:是的。从数学上讲,连续问题的有限元法就是将连续体剖分成有限个单元的集合,在每个单元上取有限个节点,再在每个节点上取有限个待定的物理量参数;进而在单元上利用插值方法近似地构造表示连续物理量的单元函数;把所有有限单元上物理量的近似函数分片代入总势能泛函,再利用极小势能原理推导出有限元方程;求解有限元方程获得所有节点参数后,再通过单元分析,获得每个单元上工程师所要求的力学量——位移、应变、应力等。这是一个系统规范的数学演绎过程。冯康先生的最大贡献是从数学上系统地表述了有限元方法,并在世界上首先以抽象的索伯列夫空间证明了收敛性。^[25]

问:当时您是否意识到这个新方法在离散结构情形下就是直接刚度法?

崔:大概在 1964 年,我们阅读了克劳夫 1960 年发表的文章^[26]。我的直观感知是在离散结构的情形下,二者是一样的。但我并未深入思考这个问题,因为我的主要精力和时间都在计算刘家峡大坝在不同荷载工况下的应力状态,在 119 计算机上开发新的有限元程序,利用它们解决实际工程问题,以及发展新的有限单元形态等。

1966 年底,计算所研制的 109 丙机进入联调试算阶段。109 丙机的总体性能相当于当时英国的 KDF-9,属于世界先进水平。由于在刘家峡大坝应力分析方面的业绩,我被选派进入 109 丙机联调试算组。在轰轰烈烈的停产闹革命期间,专注于“促生产”的机会是十分难得的。利用这段时间我系统地阅读了有限元法的最新文献,分析了它的源头、原理、理论和方法,同时解决了若干急需的计算任务。在系统调研有限元法最新进展的基础上,针对 109 丙机重新研发了有限元程序,使程序的功能和性能上有了很大扩充。增加了多种单元形态、子结构求解器,更新了有限元建模,构建了用户界面以及故障诊断功能等,使之成为名副其实的能够对复杂组合结构进行静—动力分析的通用有限元程序。使用该程序,我先后完成了湖南风滩空腹坝、陕西石泉坝和安康坝的应力分析,并参与完成了航空材料研究所(601 所)的机翼结构强度分析等任务。

1967—1968 年,在仔细分析了基于极小势能原理的变分—差分法、基于虚功原理的有限元法和直接刚度法之后,我逐渐认识到它们在数学上的同源性和等价性,系统地整理了有限元法的杆、梁、板、壳、体(二、三维)等各类单元形态和算法。为了向用户介绍有限元方法和通用有限元程序的功能,我于 1968 年撰写了“平面应力分析的变分法与有限元方法”一文,以及“有限元方法进展”的综述性报告。后者采用了矩阵结构分析和变分—差分法相结合的表述形式,以便结构工程师深刻理解有限元法的本质。

在 1971 年底风滩空腹坝计算任务即将完成之时,张克明主任告诉我数学所新创办的一个期刊《数学的实践与认识》向我们约稿,问我能不能接受邀请,为他们写一篇理论和实践相结合的文章。我没好意思拒绝,于是开始修改“平面应力分析的变分法与有限元方法”一文。但在修改过程中,耗费我时间最多的不是文章的具体内容,而是 The finite element method 的中文译名。在大致相近的多个译名中反复推敲后,最终我将其定名为“有限元方法”。之后风滩坝工程处的刘福森工程师补充了工程算例,文章很快成稿。稿件直接交给了编辑部的朱永津,发表于《数学的实践和认识》1972 年第 2 期^[27]。这是第一篇中文标题中包含“有限元”一词的文章。

问:国内的工程界有没有像国外克劳夫那样在实践中也发现了工程模式的有限元法?

崔:我不能说定。据我所知,1970 年之前国内工程界没有人使用连续问题有限元方法分析过实际工程问题。但在 1964—1966 年,在航空界确有专家(沈阳和上饶的航空工业研究所)研究了使用矩阵结构分析方法计算机身和机翼的应力状态,当时我们一块讨论过计算方案。此外,河海大学的徐芝纶院士,于 1972 年前后在湖南水电工程行业讲授过连续结构有限元方法。

问:在创立有限元方法的过程中,您做了贡献,冯康先生也做了贡献,黄鸿慈、王荃贤也做了贡献,那每个人的具体贡献是什么?

崔:我认为不同的个人会有不同的看法,因为每个人的学历、经历和思考问题的深度不一样。冯康先生的数学、物理基础扎实,跨学科能力强,他的学术观点高、视野广、思考问题深而透,对有限元法的贡献最大。在一个多人参与的大型研究项目里,很难精确地衡量每个人的贡献,因为各自的想法并没有全部、实时和真实地公开,无据可查。有的人可能只是有想法并做了研究,但并未成文。

虽然工程有限元法最早由欧美学者提出,但是连续问题有限元方法的数学模式及收敛性证明是中国人最早给出的。其中黄鸿慈学术思想活跃,他对偏微分方程的数值解法有许多新颖的想法和研究成果^①。在我们报奖的文章中有两三篇都是他的^[24,29-30]。另外,这里面也涉及当时的分组问题,原来黄鸿慈和我们在一个组,后来他调到了理论组。原二组是魏道政领导,还有副组长林宗楷及水坝计算小组的同志,他们都是有贡献的。

问:我国早期受苏联影响比较大,20 世纪 60 年代之后您们还关注苏联文献吗?

崔:关注,但是少了一点。实际上我和史毓风推导验证性算例的精确解时,主要参考文献就是俄文。在经典的数学力学专著里,苏联学派占有重要位置,包括索伯列夫(S. L. Sobolev, 1909—1989)等,泛函分析里的索伯列夫空间就是以他命名的,是近代偏微方程的基础理论,大学时期我学的偏微方程用的就是索伯列夫的专著。

问:巴布斯卡(I. Babuška, 1926—2023)评论当时国际上对有限元方法有 3 组工作是平行的,一组是冯康先生,另一组是美国的弗里德里希斯(K. O. Friedrichs, 1901—1982),还有一组是苏联数学家奥加涅相(L. Oganessian, 1925-2013)。^[8]这 3 组工作是接近的?

崔:是的。弗里德里希斯实际上是用泛函分析理论解释固体力学问题,将两者相结合进行思考就会获得新颖的认知和结论,区别仅在于表述形式上的差异。当科学发展到一定阶段时,来自不同领域的科学家完全可能关注同一个边缘领域。原来研究泛函分析、函数论、固体力学的专家在理论和联系实践上相遇,关注同一领域,并不奇怪。

问:1972 年尼克松访华以后,欧、美学者相继访华,数学代表团也来到中国,您能否介绍一下接待他们的情况?

崔:1971 年基辛格访华,特别是 1972 年尼克松访华之后,中美和中欧关系明显改善,相继有多批美国和欧洲学者访华,他们都希望了解中国的高科技发展状况,科学院计算所是他们了解中国计算技术的发展和必然参访的单位。作为经常参与接待的人员之一,我多次向外宾介绍了我国计算机的总体性能及应用水平。在 1972—1979 年,先后接

^① 黄鸿慈(1936—),广东台山人,计算数学家,有关其介绍见[28]。

待了包括美国高级学者访华团在内的多批欧美学者,其中知名学者有王浩、陈省身、林家翘、林同炎、冯元桢、利翁斯(J. L. Lions, 1928—2001)、克劳夫等。每次接待前后,都要开预备会、报告会和总结会,这使我接触到不少国内外知名学者。例如,为接待王浩教授,我不止一次拜会了胡世华与唐稚松院士。为接待冯元桢教授,我结识了庄逢甘院士与龚尧南先生,我们一起在北京航空航天大学开了两次会。为接待林同炎教授,我结识了李承刚部长与董石麟院士,我们一起在建筑科学研究院开了预备会。对于非华裔外宾,为做好接待准备,我都会先去图书馆——北京图书馆、科学院图书馆、数学所和计算所图书馆,查阅外宾的信息和收集相关资料。这样我在向外宾介绍情况时不仅可以做到有的放矢,而且还获得了许多跨学科的知识,同时也结识了一批国内外的知名科学家和工程师,有的成了我日后的合作伙伴,给了我不少指导和帮助。

问:曾担任国际数学联盟主席、法国科学院院长的利翁斯对您们工作的评价“有限元方法意义重大,中国学者在对外隔绝的环境下独立创立了有限元方法,在世界上属于最早之列”,这句话我一直找不到原始出处。

崔:我的印象是1975年利翁斯来北京访问,曾在数学所405报告厅作了一个报告,还进行了座谈。这句话是他在座谈会上说的,当时我记录在小笔记本上,意思相近。1980年“有限元方法”报奖时,冯先生问过我这件事,但是笔记本找不到了。

值得指出的是,冯先生的论文发表于“文化大革命”前夕的中文期刊上,十年动乱,严重影响了这一重大贡献的传播力。但是,冯先生关于有限元法的数学模式和收敛性证明,在“文革”之后仍然获得了欧美等国学者的广泛关注和认可^[7-8,31-33]。

问:我们国家的有限元法软件发展的如何?

崔:20世纪60年代中期起,有限元方法进入高速发展期,不仅有限元方法的数学理论——收敛性和误差理论迅速完善,发展了Rayleigh-Ritz-Calderkin法;针对杆、梁、膜、板、壳、二维和三维连续体等,发展出多种形态和逼近度的单元——双线性元、二次元、等参数元、高次元、协调元、非协调元、裂隙元等百余种单元;求解大型有限元方程的算法也快速提升。与此同时,科研、工程和装备的研发者对有限元软件的功能和性能需求也快速提升,除线性弹性静—动力分析外,需要分析材料非线性——弹塑性、蠕变、损伤、断裂、失效分析,几何非线性——大变形、有限应变、非弹性接触及高速撞击,电磁场分析等。从方便应用角度,工程师还需要有限元法程序具有网格自动剖分、节点参数自动标定和计算模型自动生成等前处理,以及按工程规范对位移、应变和应力进行后处理的功能。这就迫切需要将有限元法程序商品化,可以通过合同付费方式转让给用户,由用户独立自主地用有限元法解决工程问题。

因此,西方发达国家的一些高科技企业从20世纪60年代中期开始组织专门团队,从事有限元软件研发。例如,美国国家宇航局为满足NASA航天工程研发需求,于20世纪60年代中期组织了专门机构致力于通用有限元软件NASTRAN(NASA STRUCTURAL ANALYSIS)的研制。该软件于1969年由美国计算机软件管理和信息中心(COSMTC)发行了COSMTC/NASTRAN版本。与此同时,在欧美等国相继出现了ANSYS、SAP、STRUDL、ASKA、MODULEF、MARC、ABAQUS、ADINA、SHELLS、STARDYNE、EASE-2、FLASH-2、HINGE、NUSTRESS、LEAP等数十个面向不同科学和工程领域的有限元法软件。

至于有限元法软件在中国的发展,我的看法是可分为 3 个阶段。

第一阶段从 1963 年到 20 世纪 70 年代末,是在计算机没有系统软件的情况下,研究人员仅靠计算机指令系统开发有限元程序。我于 1964 年五一前夕在 104 机上独立研制了中国第一个平面问题通用有限元法程序。随后我们相继在 119 机、109 乙机、109 丙机上开发了功能和性能更高的通用有限元法程序。在 20 世纪 70 年代中后期,由于多台国产 441-B 和 TQ-16 等计算机相继投入使用,中国建筑科学研究院、河海大学、大连理工大学、航空六院等单位的工程师和教师,根据各自计算机的特点开发了多种功能的有限元法程序。

第二阶段是从 20 世纪 70 年代末到 2010 年,由于国内新研制了多台计算机,且多数都装备了初级的系统软件——操作系统和高级语言编译器(例如 BCY-中文高级语言编译器、ALGOL、FORTRAN 等);再加上改革开放,欧美国家对中国敞开了大门,国内的一些大型企业和研究所开始从国外引进先进的计算机,这就使得一些科研单位、企业和高校的专家,有条件独立研制有限元法软件了。例如,中国科学院计算中心研发了 FEPS(通用有限元法程序系统),大连理工大学研发了 JIGFEX(结构分析系统),航空六院研发了 HAJIF(飞机结构分析系统),中国建筑科学研究院主持研发了 BDP(建筑工程软件包)、PK/PM 等。这些有限元法软件的功能和国外同类软件相当,但是分析问题的规模、精准度和可靠性,特别是前后处理和用户界面则与国外软件相差甚远。再加上国产有限元法软件文档不规范、维护不及时、咨询服务不到位,故它们中的多数均未形成规模化的推广应用效果。

随着国外有限元法软件对我国全面开放,许多大中型企业和科研单位在引进计算机的同时,引进了有限元法软件,用户可以出国培训。再加上科研单位和高等院校的评价体系没有关注软件开发人员的绩效,且有限元法软件的研制者又多为教授、管理者或工程师,不以研制有限元法软件成就自己的事业。多数软件从业者是把研制软件当作执行科研项目,项目完成后再无精力、资金和时间去做软件维护、更新、推广应用和咨询服务等工作。这就使得相当一部分国产有限元法软件仅有第一版,验收之后便不了了之。还有相当一部分管理者认为从国外购买软件比自己研发更容易立竿见影。再加上我国缺乏激励自主软件研发的政策法规,使得国产有限元法软件的发展长期萎靡不振。

问:那等于说现在用的都是国外软件?

崔:不能这么说。应该说,从改革开放到 2010 年的 30 多年间,在国内流行的有限元法软件 80% 是国外的。但是,10 多年前欧美等国已经把最先进的有限元法软件列为对我国禁售的产品,限制我们购买最先进的有限元法软件。这就逼迫国内一些高科技企业和科研单位,从 10 年前就已经把自主研发高性能有限元法软件列为攻关目标,从而开启了中国有限元法软件发展的第三阶段。近几年国产有限元法软件有了较大进步,我已经参与过一些软件的验收。从功能和性能上讲,它们已经基本满足国内科研和高科技装备研发的需求,解决了卡脖子问题。至于功能和性能的进一步提升,可靠性完善、友好的用户界面构建以及运营与服务体系建设均在逐步完善。

如今有限元法软件已经成为辅助现代工程和装备研发的主要软件——CAE 的核心。CAE 软件是对工程和功能、性能与安全可靠性进行计算分析,对未来工程和装备进行模拟仿真,证实它们的可用性与可靠性的主要工具。将有限元法软件和 CAD/CAM/

AI、3D 打印及大数据科学和技术集成于一体,是对重大工程和装备进行规划、设计、计算分析、模拟仿真、建造、运行、管理与维护的支撑性软件系统,是支持工程科学家进行原创性研究和工程师进行创新性研发的最重要工具和手段。所以加强高性能有限元算法研究,研制高性能有限元法软件,仍然是科学和工程计算专家研究成果上天和落地的主要目标。

致 谢 本文整理完成后,崔俊芝院士于 2023 年 4 月与 8 月、2024 年 3 月与 7 月进行了审阅修订,谨致谢忱。

参 考 文 献

- [1] LIU W K, LI S F, PARK H. Eighty Years of the Finite Element Method: Birth, Evolution, and Future[J]. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 2022, 29(6): 4431-4453.
- [2] COURANT R. Variational Methods for the Solution of Problems of Equilibrium and Vibrations[J]. *Bulletin of the American Mathematical Society*, 1943, 49(1): 1-23.
- [3] TURNER M J, CLOUGH R W, MARTIN H C, et al. Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structures[J]. *Journal of Aeronautical Sciences*. 1956, 23(9): .805-823, 854.
- [4] ARGYRIS J H. *Energy Theorems and Structural Analysis*[M]. London: Butterworths, 1960.
- [5] 石钟慈,黄鸿慈. 有限元方法[C]//华罗庚,苏步青. 中国大百科全书·数学卷. 北京:中国大百科全书出版社, 1998: 816-818.
- [6] 丘成桐. 中国数学发展之我见[N]. 中国科学报,1998-03-11.
- [7] ODEN J T. Historical Comment on Finite Elements[C]// NASH S, eds. *A History of Scientific Computing*. New York: ACM Press, 1990: 152-166.
- [8] BABUŠK I. Courant Element: Before and After[C]// KRÍŽEK M, NEITTAANMÄKI P, STENBER R, eds. *Finite Element Methods: Fifty Years of the Courant Element*. New York: CRC Press, 1994: 37-52.
- [9] ZIENKIEWICZ O C. Origins, Milestones and Directions of the Finite Element Method: A Personal View[J]. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 1995, 2(1): 1-48.
- [10] GUPTA K K, MEEK J L. A Brief History of the Beginning of the Finite Element Method[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1996, 39(22): 3761-3774.
- [11] CLOUGH R W. Early History of the Finite Element Method from the View Point of a Pioneer[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2004, 60(1): 283-287.
- [12] ZIENKIEWICZ O C. The Birth of the Finite Element Method and of Computational Mechanics[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2004, 60(1): 3-10.
- [13] OWEN D, FENG Y T. Fifty Years of Finite Elements: A Solid Mechanics Perspective[J]. *Theoretical and Applied Mechanics Letters*, 2012, 2(5): 1-5.
- [14] STEIN E. *The History of Theoretical, Material and Computational Mechanics-Mathematics Meets Mechanics and Engineering*[M]. Berlin-Heidelberg, Springer Science & Business Media, 2013: 385-478.
- [15] GUSTAFSSON B. *Scientific Computing: A Historical Perspective*[M]. Cham: Springer, 2018: 165-174.
- [16] 宁肯,汤涛. 冯康传[M]. 杭州:浙江教育出版社,2019.
- [17] 袁亚湘. 冯康先生纪念文集[M]. 北京:科学出版社,2020.
- [18] 许成祥. 中州院士风采[M]. 北京:中国科学技术出版社,1999: 388-396.
- [19] 王涛. 董铁宝对中国计算数学的贡献[J]. 内蒙古师范大学学报(自然科学汉文版),2019,48(6):499-503.
- [20] PRAGER W, SYNGE J L. Approximation in Elasticity Based on the Concept of Function Space[J]. *Quarterly of Applied*

- Mathematics*, 1947, 5(3): 241-269.
- [21] 钱伟长,叶开沅. 弹性力学[M]. 北京:科学出版社,1956.
- [22] COURANT R, HILBERT D. *Methods of Mathematical Physics*[M]. I. New York, Inter-science, 1953. II. New York, Inter-science, 1962.
- [23] FORSYTHE G E, WARSOW W R. *Finite-Difference Methods for Partial Differential Equations*[M]. New York: John Wiley, 1960.
- [24] 黄鸿慈,王荃贤,崔俊芝,等. 按位移解平面弹性问题的差分方法[J]. 应用数学与计算数学,1966,3(1):54-60.
- [25] 冯康. 基于变分原理的差分格式[J]. 应用数学与计算数学,1965,2(4):238-262.
- [26] CLOUGH R W. The Finite Element Method in Plane Stress Analysis[C]//*Proceedings of the Second Asce Conference on Electronic Computation*. American Society of Civil Engineers, 1960: 345-378.
- [27] 崔俊芝,刘福森. 平面应力分析的变分法和有限元法[J]. 数学的实践与认识,1972,2(1):23-34.
- [28] 黄鸿慈,口述. 王涛,访问整理. 计算数学在中国:黄鸿慈教授访谈录[J]. 科学文化评论,2018,15(5):68-79.
- [29] 黄鸿慈. 关于重调和方程最小特征值的数值计算及界的估计[J]. 电子计算机动态,1963,6(2):1-5+19.
- [30] 黄鸿慈. 关于椭圆型 Neumann 问题的数值方法[J]. 应用数学与计算数学,1964,1(2):121-130.
- [31] LAX P. In memory of Mr. Feng Kang[J]. *SIAM News*, 1993, 26(11): 7-8.
- [32] STRANG G, FIX G J. 有限元方法分析[M]. 崔俊芝,宫著铭,译. 北京:科学出版社,1983.
- [33] TREFETHEN L N. Numerical analysis[C]// GOWERS W T, eds. *Princeton Companion to Mathematics*. Princeton: Princeton University Press, 2008: 604-615.

From Studying at Northwestern Polytechnical University to Participating in the Creation of the Finite Element Method: An Interview with Academician Cui Junzhi

CUI Junzhi, WANG Tao¹, WEI Lei²

(1. Institute for the History of Natural Sciences, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;

2. Academy of Mathematics and Systems Science, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract The Finite Element Method is one of the most significant algorithms in the field of scientific and engineering computing. It was independently developed by European and American engineers and Chinese mathematicians following different academic paths. Academician Cui Junzhi (崔俊芝) studied at Northwestern Polytechnical University during his early years. After graduation, he joined the Institute of Computing Technology at the Chinese Academy of Sciences, where he conducted research on dam computation under the guidance of Feng Kang. In this interview, he recalls his educational background and detailed involvement in the creation of the Finite Element Method. He also provides a comparative analysis of the invention of the method in China and abroad, emphasizing that the method created by the Chinese team during the same period was more general. Additionally, he summarizes the development of finite element software in China and shares insights and lessons learned throughout the process.

Keywords finite element method; Cui Junzhi (崔俊芝); Feng Kang (冯康); dam computation; variational difference method; direct stiffness method