《自然科学史研究》 第43卷 第3期（2024年）：307—319
Studies in the History of Natural Sciences Vol. 43 No. 3(2024)

周达“中国定理”源流考

石路遥✉
（苏州大学 数学科学学院，苏州 215006）

摘 要 本文考察了周达赴日前的数学背景和学术活动，分析了周达定理的问题来源及周达对推广形式的证明。详细梳理了此论题在日本、欧洲和中国的流传过程及其引发的学术讨论。文章通过对既有学术观点进行考辨和分析，肯定了周达的贡献，呈现了晚清中国学者将中国学术研究融入世界的努力。

关键词 周达；几何学；中国定理；数学交流
中图分类号 N092
文献标识码 A **文章编号** 1000-0224(2024)03-0307-13

清朝末年，中国数学家周达（1878—1949）在圆内接四边形内切圆半径之和的论证基础上提出了一条推广定理，将相关论证拓展到圆内接任意 n 边形的一般情形下皆可成立。这个定理随后以不同形式被刊登在德国、比利时、日本的学术期刊上，又在英国学术期刊中被引用和讨论，一度被称为“中国定理”或“中国人的定理”、“支那之一定理”等，在一定范围内引发了学术讨论。这是第一条由中国人提出并登上国际学术期刊的数学定理，是清末中国学人睁眼看世界、努力将中国学术研究带入世界舞台的初步尝试。遗憾的是，由于当时中国学界对国际学术规则和欧洲语言皆存隔膜，周达提出的定理并非由他本人直接独立署名发表，而是通过同人圈内交流，然后经日本学人三上义夫（1875—1950）转述而在德国刊载。其后随着时间的推移，它逐渐被视为日本定理，相关史事亦被人混淆乃至遗忘。

凡涉及清末中国数学转型、中日数学交流及中国科学社和中国数学会的研究，多有提及周达和他赴日调查算学、促进学术文化交流的历史功绩。特别是冯立昇在《中日数学关系史》中先行讨论过周达与长泽龟之助（1860—1927）、上野清（1854—1924）等日本算学家的交往及此条几何定理引发的学术争论。[1]

在前人研究的基础上，本文选取这一场学术交锋作微观个案，重绘周达的数学思想和相关学术背景，呈现周达对该定理在四边形及其推广形式下的证明。详细梳理该定理在德、比、日、英等国学术期刊中的流传过程及论证情况，以期理清这一学术公案。希望以此

收稿日期：2023-06-07；**修回日期**：2023-12-27。
作者简介：石路遥，1983年生，四川乐山人，博士后，主要研究方向为明清科学文化史及清代数学交流史，Email：cleoyao@suda.edu.com。
基金项目：国家社科基金一般项目“新中国工业化进程中的工程技术人才体系建设研究”（项目编号：21BZS089）；教育部人文社会科学研究一般项目“近代中国工程师群体研究”（项目编号：BB2110240059）。

增进我们对中国学术由传统走向现代这个转型过程的了解。

1 周达访日前的学术积累

我们有必要对周达的学术活动及他所处时代的数学背景做出简要回顾。周达曾在个人著作《圆理奇侅》[2]中回忆自己从少年时即喜历算之学,对传统算书“靡不遍观而尽识”,对墨海书馆、江南制造局译馆译介的西学著作皆认真研读,可谓对传统算学和当时流通的汉译西洋数学皆有涉猎。[3]周达曾受教于算学家华蘅芳(1833—1902),在学习华蘅芳编译的《三角数理》之后,周达撰写的《三角和较术解》即采用新法来讨论传统和较术于弧三角情形的解法。华蘅芳特意为该书作序,对他的工作表示肯定。[4] 1900 年,周达联合包荣爵、佘雨东、张毓瑗等志趣相投的朋友创立了扬州知新算社,倡导吸收海内外先进算学知识,推动中国数学的进步。[5]周达被推举为社长。[6]

在知新算社出版的《知新算社课艺》、《知新算社答问》等著作中就不乏一些容圆问题。此课艺集中还有一些典型的平圆容切问题,如大小两圆相接在孔隙之中容相切多圆、诸内容圆于大小两圆切点引线相较于公线之一点求问大小两圆是否同心等这样的题目。[7] 1901 年,周达在《亚泉杂志》上连续 4 期刊载《平圆互容新义》问题,提供了 5 道算题,涉及大小两内接圆空隙之中再容圆问题。[8]此后周达在《普通学报》上续载多篇数学小品文,其中《勾股三角公式》讨论涉及弧三角的三角和较术,《弧角脞录》用西式三角法解项名达三角和较术之一题,《孔球解》讨论含有空洞的球体体积计算原理等问题。

总结而言,从周达个人著述和访日前的学术活动而言,他的治学志趣更偏好于几何学,在赴日交流前已经积累了一定程度的中算知识,同时对西洋数学亦有所涉猎。另外,他也从书籍交流渠道中零零星星接触了一些日本数学。这些知识成为他与日本学人对话交流的基础。

2 定理原题及其推广形式

在甲午战争前后,社会上逐渐出现了一股赴日访学风潮。1901 年,后成为同盟会员的浙江人庞元澄在南浔创新式学堂浔溪公学,学制和课程皆仿效日本中学,周达受邀任算学教员。[9]周达此时“在友人处见日本近译西算数种,乞归读之,深为艳然,犹以一鳞一爪未尽大观为憾。时有东渡调查之志”。[10] 学术潮流的转向和时代风气之影响,促使周达于 1902 年底抱着增进中日数学交流、推动中国数学研究发展的目的特意赴日访查数学。此次日本之行,周达结交了数学家长泽龟之助、上野清及其女儿上野石子、川北朝邻(1840—1919)等人。在上野清的介绍下又拜访了日本数理学杂志编辑、数学家松岗文太郎(1861—1941)。松岗氏在交流中告诉周达,日后可将中国学人的数学新发现投递其主编的杂志发表。此时周达的扬州知新算社也正希望可以创立一份数学期刊,周达便与之约定将来两刊互为联络,以通声气。([10],54-55 页) 受这股新风尚之影响,周达回国后相当一段时间内,每完成一些算题即会寄送给日本学人,与日本算学界的学术交流和通讯往来相当频繁。

2.1　丸山良宽的算额原题

周达访日时，长泽龟之助正在编译比利时籍数学家卡塔兰（Eugene Charles Catalan，1814—1894）撰写的教科书《初等几何定理与问题》（*Théorèmes et problèmes de géométrie élémentaire. 6. éd. rev. et aug. Paris*，1879）。卡塔兰专注数论、组合数学和射影几何等数学分支，《初等几何定理与问题》是他撰写的一本面向中等学校的教科书，先后多次再版。长泽龟之助在编译引进该书的基础上，又搜集与各章节定理相关的一些新颖算题扩增于译本之中。此书日文版译成之后定名为《佛国卡塔兰氏几何》（仏国かたらん氏几何，1904）①。

在《佛国卡塔兰氏几何》定理第二编《圆》的补充定理第 32 条下，长泽龟之助提供了一道题目，注明该算题来自日本《续神壁算法》中的一道算额。在该编内由长泽自己提供了第一种证法，第二种方法即注明由“清国浔溪公学数学教习扬州知新算社长周达”提供。第三种证法由日本兵库县龙野中学的教师野崎常藏提供，因为他引用的定理与第三编定理第 76 条相关，故单独放在另外一条对应定理之后。

神庙算额是日本特有的文化现象，从更古老的神庙绘马纳贡的习俗逐渐演变而来，到江户时代，民间从事算学的人会在神庙供奉木匾镌刻数学题目以向神灵祈福或者公示自己解出了某道难题，由此逐渐形成了一种极具日本特色的数学文化传统。关流派算学家藤田贞资（1734—1807）和儿子藤田嘉言（1772—1828）编纂了《神壁算法》（1789）、《增刻神壁算法》（1796）、《续神壁算法》（1806）等书，收集整理了大量神庙数学问题。[11] 在《续神壁算法》中记录的这道算额题目如下。[12]

《续神壁算法》第 4—5 页	内容
	所悬于羽州鶴冈山王社一事： 今有如图圆内设“六斜容四圆”，各切三斜。南圆径一寸，东圆径二寸，西圆径三寸，问：北圆径几何。 答曰：北圆径四寸。 术曰：置东圆径加西圆径，内减南圆径，除得北圆径，合问。 宽政十二年庚申五月　丸山良玄门人 东都丸山铁五郎良宽

从这面算额可以判定在日本的宽政十二年（1800），悬挂在出羽州的鹤冈山王社内（今属山形县）一位师承丸山良玄的名叫丸山良宽的算家，已提出圆内接四边形对角线构成的 4 个三角形的内切圆之间存在：

① 卡特兰于 1814 年出生在布鲁日，其地归属法国后短暂纳入荷兰统治，至 1831 年比利时独立。卡特兰读书求学在法国，后来任教并终老在比利时。他对法国有独特的感情，更倾向于认同自己是法国人。这本《初等几何》出版于巴黎，长泽龟之助译书名曰《佛国卡塔兰氏几何》视其为“佛国”（法国）是合理的。但卡特兰参与编辑的杂志 *Mathesis* 属于比利时皇家科学院，当算作比利时期刊，后文脚注再详述。

$$r_{南}+r_{北}=r_{东}+r_{西}$$

的恒等关系。

日本古算往往只录其结果并未记录具体推证过程,丸山良宽采用何种推论方法,后人不得而知。另外需要注意的是丸山良宽之算额只涉及在圆内接四边形情形下内切圆半径之间的等量关系,并未提出边数更多的圆内接多边形的推广形式。

2.2 周达对原题的证明及推广定理的提出

周达结束访日归国后不久,于 1903 年内完成了对此题的相关证明。长泽龟之助收录的周达的具体论证方法如下。[13]

1904 年日文原版	译文
【第二證】ABCDハ圓内接四邊形,Fハ弧 BCノ中點トシ,AF,DFヲ結ビ付ケヨ. Fヲ中心トシFCヲ半徑トシテ圓ノ弧ヲ畫キAF,DFヲソレゾレM,Qニテ截ラシムレバM,Qハ三角形ABC,BCDニ内切スル圓ノ中心ナリ. MI,QLヲBCニ垂線ニ引ケバ. MI= r_1,QL= r_2. 又弧 BRヲ弧 CDニ等シカラシメ,FRヲ結ビ付ケ弧 CQBニSニ於テ交ラシメ,SQヲ結ビ付クレバSQハBCニ平行シ,MT= r_1-r_2. 而シテMQS = $\frac{1}{2}\angle MFS = \frac{1}{4}$(弧 ARノ上ニ立ツ中心角) = $\frac{1}{4}$(弧 AB - 弧 CDノ上ニ立ツ中心角). 又弧 ADノ中點ヲ取リ前ト同樣ノ作圖ヲナセバNT' = r_4 - r_3. ∠NPS' = $\frac{1}{2}$∠ NHS' = $\frac{1}{4}$(弧 BR' ノ上ニ立ツ中心角) = $\frac{1}{4}$(弧 AB - 弧 CDノ上ニ立ツ中心角)。 故ニ ∠MQS=∠NPS'. 依リテ二ツノ直角三角形 MQT,NPT'ハ相似形ナリ, …… (1) 又 AB、BC、CD、DA、AC、DBヲソレゾレa、b、c、d、e、f トスレバ CL= $\frac{1}{2}$(b+c-f)、CI= $\frac{1}{2}$(b+e-a). [定理 XX] 故ニ LI= $\frac{1}{2}e+f-c-a$ =QT, 同樣ニ KJ= $\frac{1}{2}$e+f-c-a=PT. 故ニQT=PT'. 依リテ(1)ヨリ二ツノ直角三角形 MQT 与 NPT'ハ全ケ 相等シク MT=NT', 即チ $r_1-r_2=r_4-r_3$. 即チ $r_1+r_3=r_2+r_4$.	【第二证】 圆内接四边形 ABCD,F 为弧 BC 的中点,连接 AF、DF. 以 F 为中心,FC 为半径的圆弧与 AF、DF 分别交于 M、Q 两点。则 M、Q 两点为三角形 ABC、BCD 内切圆的圆心。 作 MI,QL 两垂线与 BC 线正交,MI = r_1,QL = r_2. 又作弧 BR 使之与弧 CD 相等,连接 FR 交弧 CQB 于点 S,连接 SQ 得 SQ 平行于 BC,则 MT= r_1-r_2. 而∠MQS= $\frac{1}{2}\angle MFS = \frac{1}{4}$(弧 AR 对应的圆心角)= $\frac{1}{4}$(弧 AB - 弧 CD 所对应的圆心角)。 又于弧 AD 选取中点 N,以同样方法构造,得到 NT' = r_4-r_3. ∠NPS' = $\frac{1}{2}$∠ NHS' = $\frac{1}{4}$(弧 BR' 对应的圆心角)= $\frac{1}{4}$(弧 AB - 弧 CD 所对应的圆心角)。所以∠MQS=∠NPS'。 由此可得直角三角形 MQT,NPT' 是相似形(1). 又 AB,BC,CD,DA,AC,DB 分别长度为 a,b,c,d,e,f. 则 CL= $\frac{1}{2}(b+c-f)$,CI = $\frac{1}{2}b+e-a$ [定理 20]. 所以 LI= $\frac{1}{2}e+f-c-a$ =QT, 同理可得 KJ= $\frac{1}{2}e+f-c-a$ = PT. 因此 QT=PT'. 据此可判定前述结论(1)中直角三角形 MQT 与 NPT' 全等, 则 MT=NT', 即 $r_1-r_2=r_4-r_3$ 则 $r_1+r_3=r_2+r_4$.

周达在论证过程中构造了两个相似直角三角形 MQT 和 NPT’，使用了今人接触不多但在 19 世纪几何学中常用的一些引理。论证 CL、CI 的长度时需要使用辅助定理“三角形一边上，由内切圆切点和外接圆点构成的线段，其长度等于三角形周长的一半减去不相接的那个边”。这条定理也在卡特兰《初等几何定理与问题》的第 20 款定理之中。所以可以说这与长泽龟之助搜寻卡特兰之书中定理相近算题及证明的初衷是完全相符的。

周达在国内曾将此证题收录于《圆理奇侅》之中。初版《圆理奇侅》于 1909 年被周达收入个人文集《福慧双修馆算稿》，它连同《垛积新义》、《垛积余义》、《循环小数性情考》共四册一函。此版文集今仅见上海图书馆存有，然匣内独缺失初版《圆理奇侅》。但中国科学社在 1938 年为表彰周达对中国数学的贡献而重刊《圆理奇侅》，制作了这本著作的“六十周岁纪念版”，所以我们还能通过这本“纪念版”看到周达对推广定理的推证方式。

在纪念版《圆理奇侅》中辅助算题的第 27 款（[7]，39 页）即上述证题之重订版，其曰：

> 第二十七款　圆内 ABCD 四边形，作 AC 对角线，分四边形为 ABC，ADC 两三角形，于两三角形内各容一圆，其半径为 r_1、r_3，又作 BD 对角线，分四边形为 CBD，ABD 两三角形，于此两三角形内亦各容一圆，共半径为 r_2，r_4，则 $r_1 + r_3 = r_2 + r_4$。

在 1904 年完成这一定理证明后不久，周达在此基础上提出了圆内接多边形划分而成的三角形之内切圆半径和相等的推广定理，将算题从圆内接四边形的特殊情形推广到内接 N 边形的一般形式。其推广定理及证明可见于纪念版《圆理奇侅》第 28 款证题，如下：

> 第二十八款　圆内容 k 边形，任取其一角点为主点，自主点至其他诸角点，做诸对角线，分 k 边形为 $k-2$ 个三角形，于此诸三角形内各容一圆，其圆半径命为 $r_1, r_2, r_3 \cdots r_{k-2}$. 又任取其他一角点为主点，如前作诸对角线，分 k 边形为 $k-2$ 个三角形，命其诸容圆半径为 $r'_1, r'_2, r'_3 \cdots r'_{k-2}$. 则 $r_1 + r_2 + r_3 + \cdots + r_{k-2} = r'_1 + r'_2 + r'_3 + \cdots + r'_{k-2}$，其 k 个角点，可任取为主点，其诸容圆半径之和，无不相等也。

周达在其后提供了他的证明方法：

> 假设凡 $4, 5, 6 \cdots\cdots k-1$ 边形，本定理已证明即可推知 k 边形。设 $A_1A_2\cdots\cdots A_k$ 为一 k 边形，令 $\sum(A_iA_1A_2A_k)$ 为圆内接 k 边形以 A_i 为主点而分割成的三角形内接诸圆半径之和。联 A_1 和 A_4 将此多边形分为四边形 $A_1A_2A_3A_4$ 和 $k-2$ 边形 $A_1A_4A_5\cdots\cdots A_k$，依假设可得
>
> $$\sum(A_{j,}A_1A_2A_3A_4) = \sum(A_{4,}A_1A_2A_3A_4)$$
> $$\sum(A_{1,}A_1A_4A_5\ldots\ldots A_k) = \sum(A_{4,}A_1A_4A_5\ldots\ldots A_k)$$
>
> 相加，得
>
> $$\sum(A_{1,}A_1A_2\ldots\ldots A_k) = \sum(A_{4,}A_1A_2\ldots\ldots A_k) \qquad \cdots\cdots[E]$$
>
> 又联 A_2A_4 线，分 k 边形为一个三边形 $A_2A_3A_4$ 及一个 $k-1$ 边形 $A_2A_4A_5\ldots A_kA_1$，依据假设得
>
> $$\sum(A_{2,}A_2A_3A_4) = \sum(A_{4,}A_2A_3A_4),$$
> $$\sum(A_{2,}A_2A_4A_5\ldots\ldots A_kA_1) = \sum(A_{4,}A_2A_4A_5\ldots\ldots A_kA_1)$$
>
> 相加得
>
> $$\sum(A_{2,}A_1A_2\ldots\ldots A_k) = \sum(A_{4,}A_1A_2\ldots\ldots A_k) \qquad \cdots\cdots[F]$$

由[E][F]两式得 $\sum(A_{1,}A_1A_2\cdots\cdots A_k)=\sum(A_{2,}A_1A_2\cdots\cdots A_k)$

今 $A'_{1,}A_2$ 为任何邻接两点,故此题已证明矣。

周达在此题之下提供的证明思路与 1904 年日本版证题相比,论证过程略有差异:除却两版证明之中代数字母的重排可以忽略,其论证核心仍然通过构造两个全等三角形来获得内容圆半径之间的数量关系,但新版证明构造三角形全等则采用联结四个内容圆圆心构建一个平行四边形来获得边长关系的代换,而不是像 1904 年日文版那样将相等关系映射到四边形的两条边上。这样的调整或是为了铺垫此款定理之下进一步提出"联四容圆心,即得直角四边形"的推论([2], 40 页),周达同时也在书中对推论给出了证明。从推广定理的论证方法来看,周达对推广定理的证明思路是基于归纳法。

3 周达"中国定理"引发的讨论

3.1 定理在德国的发表

最早在国际上报道这条推广定理的是日本学者三上义夫,据三上氏论文自陈,此定理得之于上野清。周达在《圆理奇侅》中第 27 和第 28 款定理之后有言:

> 上题余于乙巳年发见,曾告之东友上野清氏。嗣见东京某数学杂志登载,标曰支那之问题,研证者不乏人,盖由上野清氏转述而出者也。([2],42 页)

此段记载与三上义夫所述亦重合,我们大致可以推断在 1904 年秋季之前,周达将针对此算题的证明寄到了日本。正如前文所述,此时正是周达访日归来后,与日本学界有着频繁通信往来的时期。或许他先得出圆内接四边形的情形下的证明便先寄给了长泽龟之助,而后又提出了推广定理寄给了上野清。或者至少可以说,在长泽龟之助译著定稿送交排印前周达未寄送他提出的推广定理,因为在前述长泽龟之助的译书中仅收录周达对四边形情形下的证明,未有将这条推广定理收录其中。

在 1905 年,三上义夫以《一条中国的几何定理》(*A Chinese Theorem on Geometry*)为题将论文寄给了德国耶拿大学数学教授古茨梅尔(August Gutzmer,1860—1924),后者将论文发表在德国学术刊物《数学与物理档案》(*Archiv der Mathematik und Physik*)的短评栏目(*Kleinere Notizen*)中,文章落款为 1905 年 3 月 29 日。[14] 古茨梅尔任德国数学与自然科学教育委员会(*mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht*)主席,同时是德国数学会(*Deutsche Mathematiker-Vereinigung*)的秘书。截止 1905 年时,德国数学会有 4 位日籍会员,分别是长冈半太郎(1865—1950)、菊池大麓(1855—1927)、林鹤一(1873—1935)及三上义夫。三上义夫是 1903 年加入德国数学会的,我们从他在 1903 年以后的文章发表可以看出,他与德国数学界通讯和文章往来非常频繁。

三上义夫在这篇论文中对这条"中国定理"是这样表述的:

> 以下命题是一位中国数学家向我的一位朋友提出的众多命题之一:如果在一个圆内接的多边形中,画出所有可以从顶点画出的对角线,并将这样形成的连续三角形内接于圆,那么对于任何顶点,它们的半径总和将相等。中国人如何处理这个问题,或者他们是否有某种证明方式,我都不知道。然而,由于它在某种程度上引起了我的兴趣,我在这里给出我的证明。

原文：The following proposition is one among others that were proposed by a certain Chinese mathematician to a friend of mine: If in a polygon inscribed in a circle all possible diagonals that can be drawn from a vertex are drawn and successive triangles thus formed are inscribed with circles, then their radii will be together equal for any of the vertices. How the Chinese deal with this subject, or whether they own a mode or other of proof, it is all unknown to me. As it has however interested me somehow, here I give my proof.

在文中，三上义夫未有提及周达名字只提及从朋友处获得一位中国学者提出的定理，他说自己亦不知那位中国学者的具体论证方法。三上在此篇论文中提供了自己的一种论证方法，主要采用代数方法从三角学边角关系出发寻找三角形之间的数量关系的解法，其对推广定理的证明则依然基于数学归纳法的证明方式。

3.2　在比利时数学期刊的转载

比利时专注中学数学问题的学术期刊 *Mathesis*[①] 的主编约瑟夫·纽伯格（Joseph Neuberg，1840—1926）很快注意到了这条定理。纽伯格与前述数学家卡特兰素有交谊，二人曾共同主编过一份数学杂志《新数学通讯》（*Nouvelle correspondance mathématique*）。这份期刊停刊后，约瑟夫·纽伯格与另外一位数学家保罗·芒雄（Paul Mansion，1844—1919）共同创办了 *Mathesis*。纽伯格对三上义夫的论文稍做调整后译为法语，以《一条中国人的几何定理》（*Un théorem chinois de geometrie*）为标题发表在 *Mathesis* 的数学短评栏目（Notes Mathématiques）之中。

纽伯格在文中这样陈述：

三上义夫先生于 1905 年 3 月 29 日从东京给古茨梅尔先生来信，讲述了一位中国数学家提出的一条奇妙定理，通过他的一位朋友转述的。关于这条定理的一种证明已由三上义夫氏发表在《数学与物理档案》第 3 卷 9 期上；我们在这里稍作变换重述如下。

原文：M. Y. Mikami a envoye de Tokyo, a la date du 29 mars 1905, a M. Gutzmer un theorem assez curieux qu'un mathematician chinois avait propose a un de ses amis. Une demonstration de ce theorem par M. Mikami vient de paraltre dans le Archiv der Mathematik und Physik, (3) IX; nous allons la reproduire avec quelques legeres modifications.

纽伯格接下来对定理的叙述与三上义夫在德国杂志发表的内容思路一致，只是对原文加以提炼概括，并未改动原文主体结构。我们可以看出他仍将此定理署以 *Un théorem chinois*，即“一条中国人定理”。*Mathesis* 后来还刊发了日本学者林鹤一发表的回应文章，笔者将在后文详述。

3.3　在英国期刊上的两篇讨论

文章发表后不久，英国数学刊物《数学公报》（*The Mathematical Gazette*）主编格林斯特

① *Mathesis* 含副标题的全称是 *Mathesis: recueil mathématique, a l'usage des écoles spéciales et des établissements d'instruction moyenne*，是一份专门提供给特殊学校和中等教育机构的数学期刊。它是接续停刊的《新数学通讯》（*Nouvelle correspondance mathématique*）而创刊于 1881 年的中等数学期刊。此刊物应为比利时学术期刊，不属于法国。

里特(William John Greenstreet,1861—1930)注意到了 *Mathesis* 杂志上这条中国定理,将之引用到自己一篇评论性短文《日本数学》(*Japanese Mathematics*)之中。[15]《数学公报》创刊于 1894 年,是一份面向 15—20 岁年龄段数学教育和数学问题的期刊,由英国数学协会发行,格林斯特里特执掌刊物编辑凡 30 余年。刊物常常讨论中学几何问题,有不少中学教师来稿。

格林斯特里特的短文《日本数学》主要评论德国学者保罗·哈策尔(Paul Harzer,1857—1932)在 1905 年发表的关于日本数学的演讲。1905 年 1 月,在德国基尔大学(Christian-Albrechts-Universität zu Kiel)为庆祝德皇威廉二世生日而举行的祝寿活动上,德国天文学家保罗·哈策尔发表了有关日本数学成就的回顾和评述性演讲。[16]他综合了德国数学史家康托尔(Moritz Benedikt Cantor, 1829—1920)、日本学者远藤利贞(1843—1915)等人有关日本数学史的一些研究工作,在演讲中认可关孝和在独立于西方学术界影响的情况下发展出了二项式定理和类似微积分学的一些数学成果。他在文章中对日本人的数学精神表示赞许,甚至褒扬这种精神可以弥补西方现代的急功近利和浮躁。

演讲刊布后不久,就收到三上义夫的回应文章《保罗·哈策尔关于日本数学史之论文读后》。[17]在文章中三上首先理清了西方世界中关于关孝和等日本学人汉文名、日文读法以及字、号等的混乱,然后三上肯定了日本算学的中国基础,列举了多部对日本算法带来直接影响的中国算学著作。另外三上认为关孝和在几何方面的杰出成就恰恰来自于他在代数研究方面取得的一些成果,例如首次引入(日式的)代数符号、已经独立发展出代数微积方法等。三上在文中说日本将数学视作为一门技艺而非科学,并不看重数学的演绎证明,更看重计算的结果而非证明推导的过程。最后三上对保罗文中不太理解的当时日本对"和算"、"算学"概念的区分作出了解释。

如果说三上义夫的回应是对相关问题的补充和评述,那么格林斯特里特的短文《日本数学》的文风则显得意味深长。似乎作为天文学家的保罗·哈策尔在德皇生日庆祝活动上选择讨论日本数学的举动引发格林斯特里特的某种欧洲中心主义情节的不满。后者在短文里略带讥讽地先是暗嘲日本数学学派是像共济会一样的封闭组织,虽然在 17 世纪取得过和牛顿、莱布尼茨比肩的成就,但在接下来的一个世纪则完全停滞毫无进步。接着作者以一种戏谑的笔调展望近些年来俄国和日本的物理和数学期刊的涌现,看似赞许日本数学在进步,实则明褒暗贬。然后他的笔锋一转顺带提到日本的邻居中国的数学,指出耶稣会士带给欧洲关于中国数学先进性的错误好感,言下之意是说中国数学并不高明。在文章的末尾,格林斯特里特说因为近来一条中国定理的出现,对中国数学的未来似乎又充满了希望。他在文中提到的中国定理就是从 *Mathesis* 杂志上看到的这条中国定理。

在堆叠了前述评议之后,格林斯特里特在文章的最后转载了这条定理,其表述原文如下:

> 如下定理是近来由一位日本数学家的中国友人寄给他的……
>
> **原文**:The following theorem was recently sent to a Japanese mathematician by one of his Chinese friends……

格林斯特里特援引此条定理来佐证中国数学的"复兴"(resurrection),实则是带着一点讽刺笔调。但是客观而言,该文章却没有否认这条推广定理来自于中国。

文章刊出后，吸引了另外一位英国学者巴特曼（H. Batman）的注意。1907 年，巴特曼在《数学公报》发表了针对该定理的一条简短评注。[18] 巴特曼认为定理的论证方式还可以更简化，如果铺垫一条引理（lemma），可以使定理的证明过程更为简洁漂亮。他指出先给定引理“三角形外接圆圆心到三边的距离 p_1、p_2、p_3 之和等于三角形外接圆半径 R 和内切圆半径 r 之和”，即：

$$p_1 + p_2 + p_3 = R + r$$

再将这条引理运用到这个圆内接多边形分隔出的各个三角形中，令三角形一个顶点为 A_1，则以由此顶点延伸出去的那条边 A_1A_s 到外接圆圆心的距离取值为正，令此圆心到其他边的距离取值为负，就可以得到：

$$(n-2)R + \sum r_k = \sum p_k$$

而 $\sum p_k$ 等于此外接圆圆心到多边形各个边的距离，故此定理可以更为简洁地得证。

我们不清楚巴特曼的更多背景信息，但考虑到杂志的目标受众，这位作者极有可能是英国的中学教师或相应水平的读者。这为我们了解彼时英国中学程度的数学教学和研讨内容提供了参考样例。

3.4　在日本学界的争论

在论文首发于德国期刊的第二年，三上义夫在日本国内的学术期刊《东京物理学校杂志》第 172 号上发表了论文《几何学上之一条中国定理》（幾何学ニ於ケル支那ノ一定理）。这条中国定理在德国和日本两国的发表，很快引发了另一位日本学者林鹤一的关注。

林鹤一师从日本现代数学宗师菊池大麓，于 1897 年毕业于东京大学。他在日本国内最早译介德国数学家克莱因学说，与英国数学协会和德国数学协会都有通讯往来。在研习现代数学之外，又跟随和算关流学派传人川北朝邻学习传统算学。后来长泽龟之助、林鹤一都获得了川北朝邻授予的“关流八传免许状”。林鹤一略早于三上义夫加入德国数学会，成为该学会的日籍通讯会员，同时在荷兰期刊上发表了多篇介绍日本数学的论文。[19] 这一时期他还在《新数学年鉴》（*Nouvelles Annales de Mathematiques*）、《数学和物理档案》（*Archiv der Mathematik and Physik*）、《数学文摘》（*Bibliotheca mathematica*）等欧洲学术期刊上频繁发表文章，这些论文成为当时欧洲学者了解日本数学研究状况的引用文献。比如前述德国天文学家保罗·哈策尔在演讲结束后，就多次参考了林鹤一有关日本数学史的最新论文来修改文稿。

为应对三上义夫的主张，林鹤一在《东京物理学校杂志》上针锋相对地发表了其他学者的几种论证方法。[20] 但其中三种证明方法已经在长泽龟之助译著中刊载过。[21] 林鹤一同时以《论一个所谓的中国定理》（*Sur Un Soi-Diant Théoréme Chinois*）为题将论文发表在 *Mathesis* 上。[22] 在这篇法语论文中他是这样表述的：

> 我们注意到这个奇怪的定理引起了一些人的兴趣。然而，它的中国起源是值得怀疑的，因为根据三上先生所说这个定理是经由一位中国数学家向他的一个朋友提出的。正如三上先生所指出的，当圆内接多边形为四边形的情况得到证明时，此定理的一般形式很容易通过归纳法（par induction）获得。而四边形特殊情况已经在日本的一部数学作品《续神壁算法》中登载，由藤田嘉言于 1806 年出版。

原文: On voit que ce theoreme assez curieux a attire l'attention de plusieures personnes. Cependant, son origine chinoise est douteuse, car M. Mikami dit que le théorème a été proposé par un certain mathématicien chinois à l'un de ses amis. Ainsi que M. Mikami le fait remarquer, le théorème général s'établit aisément par induction lorsqu'il est démontré pour le quadrilatère inscrit. Mais ce cas particulier du quadrilatère se rencontre dans un des ouvrages mathématiques japonais, Zoku Shimpeki-Sampô, publié par Kagen Fujita en 1806.

林鹤一在文中指出证明圆内接四边形情况下之三角形内接圆的半径之和守恒,是获得推广定理的基础,而和算《续神壁算法》已经提供了这个基础。他认为在此基础上采用归纳法稍加努力很容易将此定理推广到圆内接 n 边形的情况,因此反对将此定理命名为中国定理。林氏在论文中再次回顾了和算历史和日本学者在圆理研究方面取得的成就,并罗列了长泽龟之助、泽山勇三郎、野崎常藏、松尾源作和大森乙五郎以及周达对这个定理在圆内接四边形情形下的证明方式。

在这些证明方法之中,林鹤一指出野崎常藏的证明方法所需要的依据是卡塔兰几何书的第二部分第 26 条。林鹤一认为:

(泽山勇三郎)这个证明方法比(长泽龟之助和野崎常藏)的方法更优秀,完全适用于圆内接多边形的情形。

原文: Cette méthode parait étre plus élégante que la premiére et que celles qui vont suivre, parce qu'elle est entiérement applicable au cas général d'un polygone

林鹤一指出长泽龟之助、泽山勇三郎的证明方法所参考的数学定理出自法国学者尤金·儒歇(Eugène Rouché, 1832—1910)和德孔贝鲁斯(Charles Jules Félix de Comberousse, 1826—1897)合编的《初等几何》(*Traité de géométrie élémentaire*, 7e éd, p. 383)。笔者查阅到明治二十二年(1889)日本陆军预科士官学校就曾运用这本法国教材编写士官数学课程讲义。[23] 日本学者接触这些资源更早于我国学者。就在此次学术论战几年后,林鹤一的学生小仓金之助(1885—1962)还将这本法国教程完整翻译为日语在日出版。

纵观林鹤一的论文,其所开列的 5 种方法并未有将论证推广于多边形情形的具体论证过程,仅是在列举泽山勇三郎的论题时附带评述其方法适用于多边形的情形。但林鹤一并没有提供叶崎常藏对此定理 n 边情形下的证明,客观地说,泽山勇三郎并未对之作出推广定理。

4 从中国定理到日本定理之称

可以肯定地说,截止本文前述梳理涉及的时间范围,除却林鹤一,无论日本国内还是欧洲学术界的讨论皆认可这条推广定理来源于中国。即使对其命名为中国定理持有反对意见的林鹤一,在他的文章中也没有办法完全否定周达的工作,也不否认这个定理提出者是中国人。只是林鹤一更强调定理原题的日本来源和强调和算的历史传统。

1926 年,*Mathesis* 第 40 卷刊出了一篇新论文《论日本定理》(*Sur le theorem Japonais*)。[24] 文章的作者维克多·赫比特(Victor Herbiet)是比利时预备军校的教师、比利时著

名中学数学教材系列的编写者。他在文中提出，在圆内接凸四边形半径之和存在着 $r_1+r_2=r_3+r_4$ 等量关系上，可以推论出该圆的外切凸四边形其所构成的三角形之内切圆半径也相应存在 $R_1+R_2=R_3+R_4$ 的守恒现象，然后他给出了自己的证明过程。如果仔细阅读文章内容就会发现，他所言的“日本定理”用了定冠词“*le*”，特指丸山良宽那条圆内接四边形定理，而不是针对周达提出的圆内接任意 n 边形的情形。

但随着历史的车轮前进到 1993 年，周达提出的定理却被冠上了日本定理之称。时任《数学公报》主编尼克·麦金龙(Nick Mackinnon)在期刊中向中学生推荐数学趣题时提到一则日本定理：[25]

> 日本定理：从圆内接多边形的任一顶点划分三角形。其所得三角形内接圆半径之和与所选顶点无关。
>
> **原文**：The Japanese Theorem：Triangulate a cyclic polygon from one vertex. The sum of the radii of the in-circles of the triangles is independent of the vertex chosen.

这篇小文涉及的内容恰恰是周达提出的推广定理，但直接被转称为日本定理了。这样的表述显然忽略了该杂志在 1906 年和 1907 年两篇论文所引用的事实，在那两篇论文中作者都没有否认这条定理的中国属性。10 年后这篇小论文却引出了美国南密苏里大学数学系教授芒何·阿胡亚(Mangho Ahuja)的调查溯源工作。在赴日调查日本定理源流的过程中他与日本三重大学教育学部数学教室的上恒涉教授合作发表了几篇论文。[26]最初阿胡亚认为是格林斯特里特的《日本数学》评论文发表之后，此定理开始被人称为日本定理。[27]但在之后的论文中他修改了自己的看法，经过调查溯源，他提出在日本有许多相近的定理或可以笼统称为“日本定理”，或许每一个定理背后还有更详细的有待发掘的历史渊源。[28]上恒涉则主张扩大日本定理的定义内涵，将和算圆理问题中的一些类似情形也纳入这个定理框架之内。[29]

圆理问题无疑是和算领域内极具特色而又极为繁荣的问题域，尤其在和算之中“圆内交斜容圆术”(円内交斜容円術)有相当丰富多样的工作。周达定理的原题来自和算神庙算额问题，是他在赴日访问交流时从长泽龟之助处获得的，在长泽龟之助所翻译的《佛国卡塔兰氏几何》中有明确揭示。但是我们在《续神壁算法》中可以看到丸山良宽的原题并没有推广到圆内接多边形的情形。林鹤一列举的诸位和算学者的推演方式仅限于对四边形情形的证明，亦未将定理推广到多边形的情形。三上义夫在德国期刊《数学与物理档案》中提供了一种针对该推广形式的证明思路，1907 年英国的巴特曼(H. Batman)给出了另外一种优化简洁版证明思路，也仅仅是修正论证过程，并不对周达的论证产生颠覆性改变。

5　余　论

周达赴日之行确实体会到中国数学与外部世界的巨大差距，归国后他尝试学习欧洲语言和代数符号(即所谓“旁行斜上之文”)以便阅读数学书刊。但随着他所见益多则愈“觉吾所欲言者，西人早已言之，始废然兴河伯望洋之叹。自时厥后，遂专意读书，而不复轻言著书”([7]，后序)。

清中后期,我国虽译介西洋数学如《几何原本》与《代微积拾级》等,皆在日本之前,但日本却在明治维新之后直接向西方学习而迅速崛起。殆至周达访日调查算学之时,我国对整个现代数学的了解仍然非常薄弱,尚无人直接获得现代数学博士学位,亦没有大学教育或研究机构达到现代大学数学的水平。而此时的日本已经有两代人出洋留学,林鹤一的老师菊池大麓,林鹤一的同学如高木贞治、吉江琢儿等已经直接从欧洲获得数学博士学位。余者如林鹤一等虽未出洋留学,但已经能在欧洲学术期刊上频繁发表论文;或有如长泽龟之助者精通汉文和西洋文字,能大量译介欧美学术资源;或有如三上义夫者,则与美国学者合作,用欧洲语言向世界介绍日本传统数学。此时日本学界与欧洲学界的交流深度确在中国学界之上。

周达对相关原题的接触和对该题推广定理的提出,又可以说是晚清欧亚数学、中日数学相互交流的必然结果。其原题得之于与日本学人交流,其推广定理的提出则正是他学习现代数学的初步结果。作为过渡时期的人物,周达的风格也深刻体现着中西杂糅、传统与现代交汇的特色。彼时我国学人对现代学术的各种发表规则和学术交往规则并不了解,周达并没有正式撰文署名将这种推广定理发表到国际期刊上。他秉持着清代学人结社在同人圈内通信交流的那种传统方式与日本友人通信探讨。周达本人并未深究此算题之署名权归属,亦未曾力争署名权。他在《圆理奇侅》1907 年版序言中约略回顾了这一段过程,其所提"支那之问题者"便是指此定理。其曰:

> 迨乙巳(1905)再游东京,日本数学界已喧传所谓支那之问题者,即此编中定理之一也。比年留学东瀛者日多,和文汉译之书,出版綦盛,若汉文而和译者,则尚以此编委嚘矣……光绪丁未(1907)三月周达识于扬州知新算社。([2],前叙)。

回望那个风雨如晦、国势黯然的时代,国力衰微则学术亦衰微,即使当时我国学人有一二发明发现,在国际舞台上话语权亦相当有限。以周达之一条定理放在整个数学领域或如沧海一栗,但这点微光折射着晚清中国学术转型过程微弱而鲜活的历史进程。正是有了无数像周达这样的先行者,在努力尝试将中国学术研究带入世界舞台。客观地说,不论对圆内接四边形特殊情形的证明有多少种方式,单就此则推广定理而言,周达确实有所贡献。

致 谢 特此鸣谢苏州大学数学科学学院张影教授对周达相关事迹的分享和对本文的指导,也感谢两位匿名审稿人和主编对本文提出的修改意见。

参 考 文 献

[1] 冯立昇. 周达与中日数学交往[J]. 自然辩证法通讯, 2002(1): 68-71.

[2] 周达. 圆理奇侅[M]. 上海: 中国科学社, 1938.

[3] 周馥. 周悫慎公自著年谱[M]//周景良, 著. 孟繁之, 编. 曾祖周馥. 太原:山西古籍出版社, 2015: 212-215.

[4] 华蘅芳. 三角和较术序[M]//华蘅芳. 行素轩文存. 抄本.

[5] 纪知新算社. 同文沪报[N]. 1901-5-20. 003 版.

[6] 扬州知新算社同人. 扬州知新算社章程[J]. 普通学报, 1903(4): 79.

[7] 周达. 知新算社二月会课题 [J]. 普通学报, 1903(4): 81-82.

[8] 周达. 平圆互容新义[J]. 亚泉杂志, 1902(7): 16-17.

[9] 庞莲. 回忆父亲庞青城[M]//湖州市委员会文史资料委员会, 编. 湖州文史(第 9 辑). 杭州:浙江人民出版社, 1991: 38-41.
[10] 周达. 日本调查算学记[M]. 上海:通社, 1903: 44.
[11] 黄俊瑋. 江戶時期寺廟中的數學交流-算額[J]. 中華科技史學會學刊, 2014(19): 52-56.
[12] 藤田贞资, 藤田嘉言. 续神壁算法[M]. 刻本. 京都:水玉堂, 1807(文化四年).
[13] 長澤亀之助, 译补. 佛国カタラン氏幾何学定理及問題[M]. 東京: 日本書籍株式会社, 1906: 65-67.
[14] MIKAMI Y. A Chinese Theorem on Geometry[J]. *Archiv der Mathematik und Physik*, 1905(9): 308-310.
[15] GREENSTREET W J. Japanese Mathematics[J]. *The Mathematical Gazette*, 1906, 3(55): 268-270.
[16] HARZER P. Die exakten Wissenschaften im alten Japan[J]. *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, 1905(14): 312-339.
[17] MIKAMI YOSHIO. On reading P. Harzer's paper on the mathematics in Japan[J]. *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, 1906(15): 254-262.
[18] BATEMAN H. Note on a Chinese Theorem[J]. *The Mathematical Gazette*, 1907, 4(66): 129.
[19] MATSUSABURÔ FUJIWARA. Obituary Note: Tsuruichi Hayashi (1873—1935)[J]. *Tohoku Mathematical Journal*, 1935(41): 265-289.
[20] 林鶴一. 三上義夫君ノ「幾何學ニ於ケル支那ル一定理」ト題スル論文ニ就テ[J]. 東京物理學校雜誌, 1906(176): 283-286.
[21] 林鶴一. 本 誌前號 ノ所論 ニ就 テ[J]. 東京物理學校雜誌,1906(177): 319-320.
[22] HAYASHI T. Sur un soi・disant theoreme chinois[J]. *Mathesis*, 1906, 3(6): 257-260.
[23] 上垣渉. 明治初期における左起横書き数学書に関する再考証[J]. 日本数学教育史学会誌『数学教育史研究』, 2016(16): 1-12.
[24] HERBIET V. Sur le théorème Japonais[J]. *Mathesis*, 1926, XL: 454.
[25] MACKINNON N. Friends in Youth: Aspects of the Use of Computers in Mathematics Education[J]. *The Mathematical Gazette*, 1993, 77(478): 2-25.
[26] AHUJA M, WATARU U, MATSUSHITA K. Japanese theorem: a little known theorem with many proofs—part II[J]. *Missouri J. Math. Sci.*, 2004, 16(3): 149-158.
[27] AHUJA M, WATARU U, MATSUSHITA K. Japanese theorem: a little known theorem with many proofs—partI[J]. *Missouri J. Math. Sci.*, 2004, 16(2): 72-80.
[28] AHUJA M, WATARU U, MATSUSHITA K. In search of ′the Japanese theorem[J]. *Missouri J. Math. Sci.*, 2006, 18(2): 1-8.
[29] 上恒渉. Japanese Theorem の起源と歴史[J]. 三重大学教育学部研究紀要(自然科学), 2001(52): 23-45.

Research on the Origin and Diffusion of Zhou Da's "Chinese Theorem"

SHI Luyao
(*School of Mathematical Sciences Soochow University, Suzhou* 215006, *China*)

Abstract In this article, Zhou Da (周达)'s mathematical background and academic activities prior to his research trip to Japan are evaluated. The process of the spread of the Theorem in Japan, Europe and China and the academic discussions it triggered are then described in detail. By examining and analyzing existing academic views, the article affirms Zhou Da's contribution and presents the efforts of Chinese scholars in the late Qing Dynasty to integrate Chinese academic research into the world.

Keywords Zhou Da (周达); geometry; Chinese theorem; mathematical communication