

【环境与能源 / Environment and Energy】

压裂直井的三维半结构网格表征与求解方法

刘辉^{1,2}, 廖新维¹, 李则骅³, 于伟²

1) 中国石油大学(北京)油气资源与探测国家重点实验室, 北京 102249; 2) 得克萨斯大学奥斯汀分校科克雷尔工程学院, 美国奥斯汀 78731; 3) 中石油长庆油田分公司第十一采油厂, 甘肃庆阳 745000

摘要: 为模拟直井压裂后形成的三维裂缝的复杂形态和空间渗流特征, 提出一种精确表征三维裂缝的新方法。首先, 利用计算机辅助设计技术建立压裂直井的三维几何模型, 明确裂缝、储层和井的空间几何关系; 然后, 根据三维裂缝复杂几何形态及其与井筒的空间相交方式, 以及空间渗流特征, 提出三维半结构网格节点约束算法和网格剖分方法, 并实现混合离散求解; 最后, 利用所提方法对现场一口压裂直井P进行单井模拟, 分析其井底压力和压力空间分布特征, 并反演得到一套储层和裂缝的压裂评价参数。研究表明, 裂缝的三维几何形态对直井P的压力空间分布具有显著的影响, 井P在垂向上的压力分布具有明显的非均匀性。该研究有助于理解压裂过程中裂缝的三维形态以及裂缝对井底压力和空间渗流特征的影响, 从而提高复杂压裂井的产量。

关键词: 油田开发; 油藏数值模拟; 压裂直井; 计算机辅助设计; 三维半结构网格; 单井模拟; 压力空间分布

中图分类号: TE312

文献标志码: A

DOI: 10.3724/SP.J.1249.2024.06643

Three-dimensional fine characterization and numerical simulation methods for fractured vertical wells

LIU Hui^{1,2}, LIAO Xinwei¹, LI Zehua³, and YU Wei²

1) State Key Laboratory of Petroleum Resources and Prospecting, China University of Petroleum (Beijing), Beijing 102249, P. R. China

2) Cockrell School of Engineering, University of Texas at Austin, Austin 78731, USA

3) The 11th Oil Production Plant of PetroChina Changqing Oilfield, Qingyang 745000, Gansu Province, P. R. China

Abstract: To model the complex three-dimensional fracture morphology and spatial seepage characteristics formed after fracturing, a novel method for accurately representing three-dimensional fractures is introduced. First, computer-aided design (CAD) techniques are used to construct three-dimensional geometric model of the fractured vertical well and clarify the spatial geometric relationship among fractures, reservoirs, and wells, etc. Second, a 3D semi-structured grid node constraint algorithm and mesh generating method are proposed based on the complex geometric shape of the 3D fractures, their intersection with the wellbore, and their spatial seepage characteristics; and hence a mixed discrete solution method is implemented. Finally, the proposed method is used to simulate an actual fractured vertical well, of which the bottom-hole pressure and the characteristics of spatial pressure distribution are analyzed, and a set of inversion parameters for reservoir and fractures is obtained. The results indicate that the 3D fracture geometry significantly influences the spatial pressure distribution of well P, with

Received: 2023-05-29; Accepted: 2023-09-04; Online (CNKI): 2023-11-20

Foundation: National Natural Science Foundation of China (U1762210, 52074322)

Corresponding author: Professor LIAO Xinwei (xinwei@cup.edu.cn)

Citation: LIU Hui, LIAO Xinwei, LI Zehua, et al. Three-dimensional fine characterization and numerical simulation methods for fractured vertical wells [J]. Journal of Shenzhen University Science and Engineering, 2024, 41(6): 643-652. (in Chinese)



<http://journal.szu.edu.cn>

noticeable non-uniformity in the vertical pressure distribution. The research helps in understanding the impacts of the 3D fracture morphology on the bottom-hole pressure and spatial flow characteristics during the fracturing process, thus improving the production of complex fractured wells.

Key words: oil field development; reservoir numerical simulation; fractured vertical well; computer-aided design; three-dimensional semi-structured grid; single-well simulation; pressure spatial distribution

近年来,以大型压裂页岩/致密储层为主的裂缝性油气藏开发成为重要的研究主题.裂缝性油气藏通常具有强非均质性,精确的裂缝表征对于优化开采策略有关键作用.经典的裂缝表征模型主要可以概括为3大类:连续介质模型、双重介质模型和离散介质模型^[1].每类模型都有其独特的应用范围和局限性.连续介质模型是将裂缝的渗透率平均到整个储层中,储层整体物理特性是各部分特性的加权平均,该类模型计算简单且易于实现,但忽略了裂缝的离散性,难以精确描述复杂裂缝网络.双重介质模型是对基质和裂缝单元分别描述,能更准确反映裂缝的影响,但仅适用裂缝分布均匀、连通性好的裂缝性储层.离散介质模型的复杂度较高,需要大量数据支持,但因可以描述复杂缝网,且可以更加精准地描述单个裂缝的特性,被广泛应用于复杂裂缝性油藏的模拟.

离散介质模型忽略裂缝在开度方向上的物理属性变化,从而将 N 维模型中的裂缝简化为 $N-1$ 维,使得模型在数值计算中能更高效地处理裂缝.根据处理裂缝方式的差异,离散介质模型可以分为两类:嵌入式离散裂缝模型^[2](embedded discrete fracture model, EDFM)和离散基质-裂缝模型^[3](discrete fracture-matrix model, DFM).EDFM是将裂缝嵌入到基质网格中处理成点源和面源.DFM是将以基质网格单元面的形状来表征裂缝,裂缝存在于基质网格界面上.EDFM和DFM在裂缝表征中各有优势.EDFM一般是将裂缝嵌入到正交结构化网格,可以避免裂缝发生改变时重新进行网格剖分,计算效率高,但是局部精度低,适用于油藏尺度的数值模拟;DFM通常是基于非结构网格进行表征,能够更精细地表征复杂裂缝结构,能有效提高数值模拟精度.因此,离散介质模型已成为众多学者表征复杂裂缝的主要方法^[4-9].

由于裂缝性油气藏的强非均质性,单井模拟方法成为研究该类油藏的重点方法.通过对单井范围的储层进行精细建模和模拟,可以更准确地反映裂缝的特性和其对产量的影响,从而有效提高单井的产量,这对于提高具有强非均质性的裂缝性油藏的

精细开发效果具有重要意义.

目前,压裂直井的单井模拟基本是基于二维(two dimension, 2D)网格或拟三维(2.5D)网格进行表征,这类网格系统无法精细表征水力压裂后形成的裂缝三维空间形态,无法充分考虑真实裂缝的三维(3D)复杂几何形态和空间分布特征,导致无法准确求解复杂压裂直井的空间渗流特征^[10-20].为提高压裂直井的3D表征精度和模拟精度,需建立更精确的3D几何模型和3D网格表征模型.综上,本研究提出通过计算机辅助设计(computer-aided design, CAD)技术建立压裂直井的3D几何模型的新方法,并建立适应裂缝几何形态和空间渗流分布特征的半结构网格节点生成约束算法和数值求解方法,最后对压裂直井的压力空间分布特征进行详细分析.

1 渗流模型

1.1 物理模型

图1为3D压裂直井物理模型示意图,水力压裂形成的裂缝形态可为任意不规则多边形,且能在空间中以任意倾角和井筒相交.

1.2 数学模型

渗流模型方程主要分为基质系统、裂缝系统和井模型3部分.

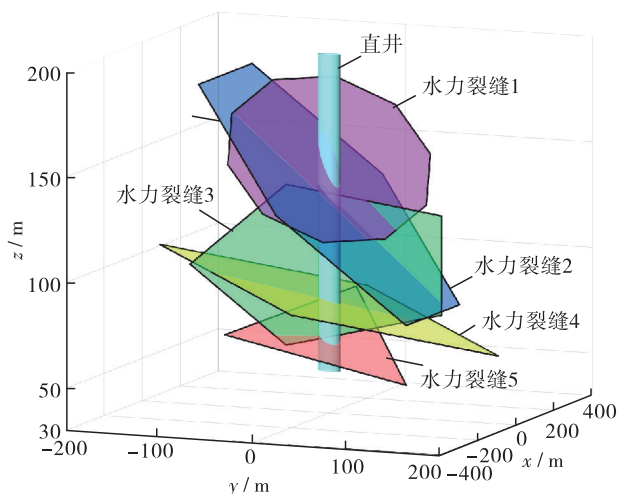


图1 3D压裂直井物理模型

Fig. 1 The physical model of the 3D fractured vertical well.

1) 基质系统的连续性方程

$$\iiint_{\Omega} \frac{1}{\alpha_b} \frac{\partial(\phi_m c_m p_m)}{\partial t} dV = \iint_s \frac{K_m}{\mu} \frac{\partial p_m}{\partial n} \cdot \mathbf{n} ds \quad (1)$$

2) 裂缝系统的连续性方程

$$\iiint_{\Omega} \frac{1}{\alpha_b} \frac{\partial(a_f \phi_f c_f p_f)}{\partial t} dV - \iint_s \frac{K_f}{\mu} \frac{\partial p_f}{\partial n} \cdot \mathbf{n} ds = q \quad (2)$$

其中, α_b 为工程单位转换系数, 通常 $\alpha_b = 3.6$; p_m 和 p_f 分别为基质系统和裂缝系统的压力, 单位: MPa; c_m 为基质和流体的综合压缩系数, 单位: MPa^{-1} ; c_f 为裂缝和流体的综合压缩系数, 单位: MPa^{-1} ; t 为生产或注水时间, 单位: h; K_m 和 K_f 分别为基质系统和裂缝系统的渗透率, 单位: μm^2 ; μ 为流体黏度, 单位: $\text{mPa}\cdot\text{s}$; ϕ_m 和 ϕ_f 分别为基质系统和裂缝系统的孔隙度, 量纲为 1; a_f 为裂缝开度, 单位: m; q 为基质与裂缝之间的交换流量, 单位: m^3/d ; Ω 为三维空间中的某个单元体, V 为 Ω 域的体积, 单位: m^3 ; s 为 Ω 域外部表面的面积, 单位: m^2 ; $\mathbf{n}$ 为 Ω 域的外法线单位向量, 本研究规定 $\mathbf{n}$ 的方向与流体流动方向是一致的。

3) 压裂直井内边界井模型

图 2 为 3D 压裂直井内边界井模型的井产量计算示意图。在压裂直井内边界井模型中, 井筒由网格进行表征, 其井底产量计算方式不同于 Peaceman 井模型。

如图 2 所示, 流向压裂直井的流量分为两部分, 一部分由基质系统流向井筒, 另一部分由裂缝系统流向井筒。

基质系统流向井筒的总流量 $q_{m \rightarrow w}$ 为

$$q_{m \rightarrow w} = \int_{\partial w} \frac{1}{\alpha_p} q_m(x_m) dx_m \quad (3)$$

其中, x_m 为基质区域到井筒的距离, 单位: m; $q_m = -\frac{K_m}{\mu} \nabla p_m$; $q_m(x_m)$ 为流体从基质系统中流向井筒的流量分量。

裂缝系统流向井筒的总流量 $q_{f \rightarrow w}$ 为

$$q_{f \rightarrow w} = \int_{\partial w} \frac{1}{\alpha_p} q_f(x_f) dx_f \quad (4)$$

其中, x_f 为裂缝到井筒的距离, 单位: m; $q_f = -\frac{K_f}{\mu} \nabla p_f$; $q_f(x_f)$ 为流体从裂缝系统中流向井筒的流量分量; α_p 为工程转换系数, 通常 $\alpha_p = 1.842 \times 10^{-3}$ 。

采用等效井半径方法来处理表皮系数 S , 其等效井半径与真实井半径的关系为

$$S = -\ln\left(\frac{r_{we}}{r_w}\right) \quad (5)$$

其中, r_w 为真实井半径, 单位: m; r_{we} 为等效井半径, 单位: m, 其值用于确定内边界网格与井中心的距离。

耦合井储效应的井产量方程为

$$Q_w + \alpha_c \frac{\partial}{\partial t} (C_w p_w) = q_{m \rightarrow w} + q_{f \rightarrow w} \quad (6)$$

其中, α_c 为工程单位转换系数, 通常 $\alpha_c = 24$; Q_w 为单井产油量, 单位: m^3/d ; C_w 为井储系数, 单位: m^3/MPa ; p_w 为井底流压, 单位: MPa。

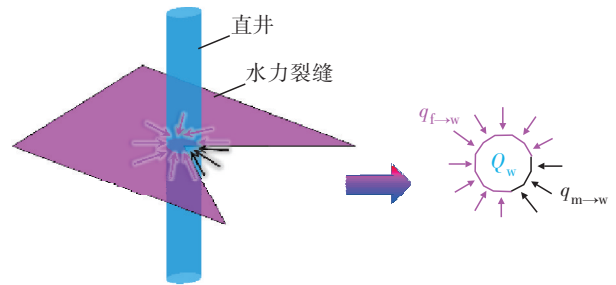


图2 3D压裂直井内边界井模型产量计算示意图

Fig. 2 Schematic of production calculation method for 3D fractured inner-boundary vertical well.

2 3D精细半结构网格剖分

相比非结构网格, 半结构网格能适应渗流分布特征和裂缝几何形态, 能显著减少非结构网格取向误差和网格数量, 具有更加优异的数值计算性能。要实现 3D 精细半结构网格剖分, 需要考虑更加复杂的网格节点约束算法。

2.1 半结构网格节点生成约束算法

径向分布和线性分布是生成半结构网格节点的两个主要约束算法。径向分布网格节点主要是适应径向流动特征; 线性分布网格节点主要是适应线性流动特征以及直井和水平井的几何形状。

1) 径向分布网格节点约束算法

假设一个径向网格节点的编号为 (i', j', k') , 则网格中心的极坐标为 $(r_{i'}, \theta_{i'}, z_{k'})$, r 、 θ 和 z 分别为柱坐标系下离参考点的距离、基准轴的角度和垂直方向上的高度; 下标 t 为径向网格区域中切向上的网络编号。假设 α 为网格尺寸的增長因子, 相邻的两个径向网格 $i' + \frac{1}{2}$ 和 $i' - \frac{1}{2}$ 的节点坐标关系为

$$r_{i'+\frac{1}{2}} = \alpha r_{i'-\frac{1}{2}} \quad (7)$$

$$\bar{p} = \frac{\int_V p dV}{V} = \frac{\int_{z_{k'-\frac{1}{2}}}^{z_{k'+\frac{1}{2}}} \int_{\theta_{j'-\frac{1}{2}}}^{\theta_{j'+\frac{1}{2}}} \int_{r_{i'-\frac{1}{2}}}^{r_{i'+\frac{1}{2}}} p(r) r dr d\theta dz}{\frac{1}{2} \left(r_{i'+\frac{1}{2}}^2 - r_{i'-\frac{1}{2}}^2 \right) \left(\theta_{j'+\frac{1}{2}} - \theta_{j'-\frac{1}{2}} \right) \left(z_{k'+\frac{1}{2}} - z_{k'-\frac{1}{2}} \right)} \quad (8)$$

假设近井区域渗透率为 K , 根据裘比公式可得径向区域的压力 p 与 r 的关系为

$$p(r) = \frac{-q\mu}{K \left(\theta_{j'+\frac{1}{2}} - \theta_{j'-\frac{1}{2}} \right) \left(z_{k'+\frac{1}{2}} - z_{k'-\frac{1}{2}} \right)} \ln \frac{r}{r_{i'-\frac{1}{2}}} + p_{i'-\frac{1}{2}} \quad (9)$$

将式(9)代入(8)中, 化简可得

$$\ln \frac{r_{i'}}{r_{i'-\frac{1}{2}}} = \frac{r_{i'+\frac{1}{2}}^2}{r_{i'+\frac{1}{2}}^2 - r_{i'-\frac{1}{2}}^2} \ln \frac{r_{i'+\frac{1}{2}}}{r_{i'-\frac{1}{2}}} - \frac{1}{2} \quad (10)$$

联立式(10)和式(7)可得 $r_{i'}$ 和 α 间的关系为

$$\frac{\alpha^2}{\alpha^2 - 1} \ln \alpha = \ln \frac{r_{i'}}{r_{i'-\frac{1}{2}}} + \frac{1}{2} \quad (11)$$

自此, 可以确定径向分布的网格节点 S_w 的坐标为

$$S_w = (r_n \cos \theta_\tau, r_n \sin \theta_\tau) \quad (12)$$

其中, $n = 1, 2, \dots, N_1$, 为径向方向上加密环数; $\tau = 1, 2, \dots, N_2$, 为切向方向的加密环数.

2) 线性分布网格节点约束算法

假设线性加密轨迹的两个端点坐标分别为 (x_1, y_1) 和 (x_2, y_2) , 沿着轨迹分布的网格节点坐标为

$$S_i = \left(\frac{(n_d - 1 - i_d)x_1 + n_d x_2}{n_d - 1}, \frac{(n_d - 1 - i_d)y_1 + n_d y_2}{n_d - 1} \right) \quad (13)$$

其中, $i_d = 0, 1, \dots, n_d - 1$, n_d 为沿着线性加密轨迹的分割数目.

控制线性加密轨迹两侧区域的网格尺度以指数形式增大, 可得

$$l_{i_d} = \eta^{i_d} l_0, \quad i_d = 0, 1, 2, \dots, n_d - 1 \quad (14)$$

其中, l_0 为轨迹两侧最内层的网格节点与轨迹的距离; η 为网格尺度的指数增长因子.

如果沿着裂缝两侧或者水平井筒两侧进行线性网格加密, 还需要在裂缝或者井筒两端点处使用半圆范围的径向网格加密, 其两个端点的径向网格节

假设径向流动的流体不可压缩, 径向网格 (i', j', k') 的体积为 V , 径向网格的平均压力 $\bar{p}$ 为

点坐标为

$$S'_i = \left(x_a + r \cos \left(\frac{2\pi}{n_\theta} i'_d - \frac{\pi}{2} \right), y_a + r \sin \left(\frac{2\pi}{n_\theta} i'_d - \frac{\pi}{2} \right) \right) \quad (15)$$

其中, $a = 1, 2$; $i'_d = 0, 1, \dots, \frac{N_3}{2}$, 为径向加密环数.

3) 网格尺寸控制方法

网格尺寸控制方法是网格剖分中的重要内容. 通过定义一个距离函数, 如式(16)所示, 以 x_w (井壁到井中心的距离)、 x_f (裂缝到井筒的距离) 和 x_b (边界到井筒的距离) 作为控制网格尺寸的约束条件, 根据用户对计算精度的需求来设定网格的最小体积、最大体积和尺度增长因子, 以此控制模型中其他位置点的网格体积.

$$\begin{cases} s(x) = [1 - \rho(x)] s_{\max} + \rho(x) s_{\min} \\ \rho(x) = \min \left[\alpha \exp \left(-\frac{W}{\varepsilon L} \right), 1 \right] \end{cases} \quad (16)$$

其中, $s_{\min}$ 和 $s_{\max}$ 分别表示模型中的最小网格体积和最大网格体积; W 为 x_w 或 x_f 或 x_b ; ε 为控制网格加密区域内过渡区域大小的系数; L 为井点与边界的距离. 图3为该距离函数示意图.

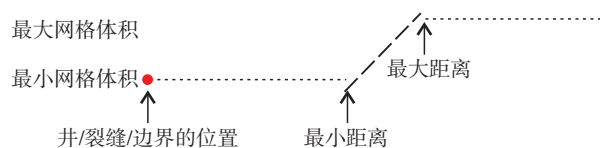


图3 定义距离函数控制网格尺寸

Fig. 3 Controll of grid size by defining a distance function.

2.2 3D半结构网格剖分方法和流程

3D半结构网格剖分前的关键步骤是通过CAD技术来建立精确的3D几何模型.

图4(a)为3D压裂直井的物理模型. 首先利用CAD技术来构建等效的复杂几何组合体, 并计算不同几何体之间的空间几何关系, 从而建立相应的3D几何模型, 如图4(b)和(c). 明确3D压裂直井

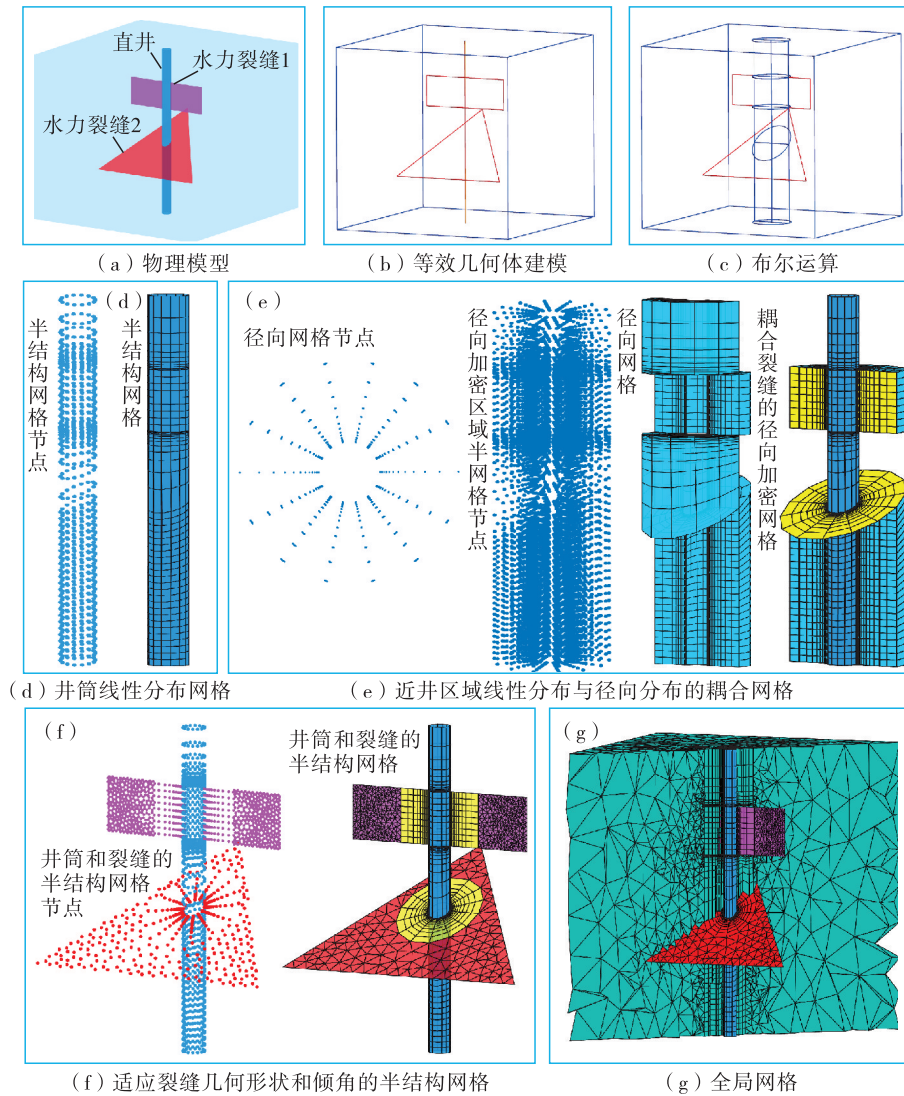


图4 3D半结构网格剖分示意图

Fig. 4 Schematic of 3D semi-structured gridding. (a) Physical model, (b) equivalent geometry modeling, (c) Boolean operations, (d) linear distribution grid for wellbore, (e) coupled grid of linear distribution and radial distribution for near-well region, (f) semi-structured grid adapted to fracture geometry and inclination, and (g) global grid.

物理模型空间几何关系后, 基于线性分布约束算法生成表征井筒的线性分布的网格节点, 如图4(d). 结合线性分布和径向分布网格节点约束算法生成近井区域的混合网格节点, 如图4(e). 根据裂缝的几何形状以及裂缝与井筒的空间相交方式选择不同的网格节点约束算法: 矩形裂缝和井筒垂直相交, 则生成线性分布网格节点; 不规则形状裂缝与井筒倾斜相交, 则生成径向分布网格节点, 如图4(f). 最后, 删除连接井、裂缝和基质区域的重叠网格节点; 基于Delaunay三角网格剖分算法生成表征井、裂缝、近井区域和基质区域的网格^[21], 并将各部分网格耦合成全局网格, 如图4(g).

3 模型求解

当非正交网格表征的基质区域的渗透率具有各向异性时, 两点通量近似方法 (two-point flux approximation, TPFA) 容易导致计算失真的问题, 为此, 本研究基于多点通量近似方法 (multi-point flux approximation, MPFA) 来对基质系统的传导率进行求解. 裂缝系统由于具有高导流性, 其渗流路径较为明确, 基于求解效率高TPFA来求解裂缝系统的传导率, 通过在不同流动系统中使用相适应的离散求解方法, 可以显著优化含有大量裂缝网格节点的模型的计算精度和效率的平衡性.

3.1 基于MPFA方法的基质系统传导率计算

图 5(a) 是 4 个相邻 3D 六面网格体的俯视图。其中, 点 B 和点 C 分别为界面 1 和界面 2 的压力连续点。 $\mathbf{v}_{GB}$ 为点 G 到点 B 的向量, $\mathbf{v}'_{GB}$ 为与 $\mathbf{v}_{GB}$ 模长相等的正交向量, $\mathbf{v}_{GB} \perp \mathbf{v}'_{GB}$ 且 $\|\mathbf{v}_{GB}\| = \|\mathbf{v}'_{GB}\|$; $\mathbf{v}_{GC}$ 为点 G 到点 C 的向量, $\mathbf{v}'_{GC}$ 为与 $\mathbf{v}_{GC}$ 模长相等的正交向量,

$\mathbf{v}_{GC} \perp \mathbf{v}'_{GC}$ 且 $\|\mathbf{v}_{GC}\| = \|\mathbf{v}'_{GC}\|$; E 、 E' 、 G 和 G' 为 4 个相邻的非结构网格; p_E 、 $p_{E'}$ 、 p_G 和 $p_{G'}$ 分别为对应 4 个网格的网格压力; $\mathbf{n}_1$ — $\mathbf{n}_4$ 分别为相邻网格面上的外法向量; p_1 — p_4 分别为相邻网格单元的界面 1~4 的中心点的压力连续点处的压力; 界面 1~4 的面积对应记为 A_1 — A_4 ; O 为 4 个相邻网格体的相交线。

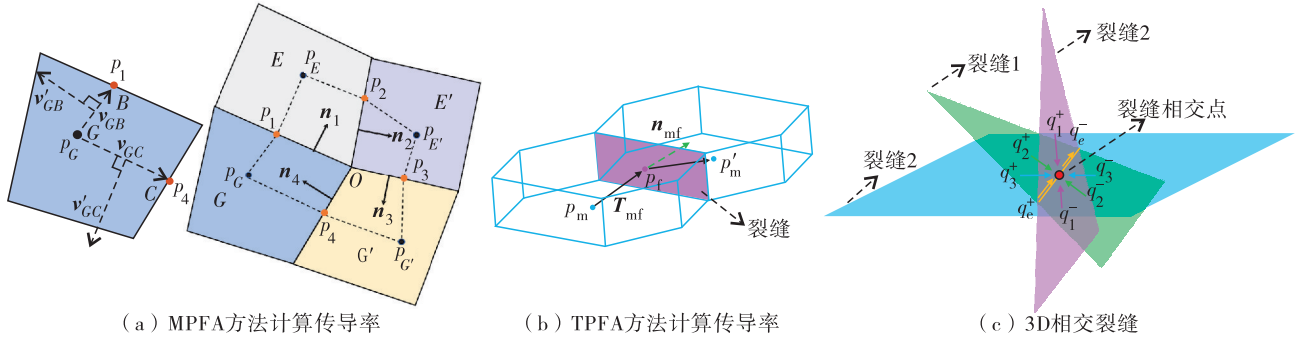


图 5 传导率计算和 3D 裂缝相交示意图

Fig. 5 Schematics of transmissibility calculation and 3D intersecting fractures. (a) The MPFA method for transmissibility calculation, (b) the TPFA method for transmissibility calculation, and (c) 3D intersecting fractures.

假设网格内的势梯度 ∇p 是常数, 即网格内的压力是线性连续分布, 可得

$$\begin{cases} p_4 = p_G + \mathbf{v}_{GC} \cdot \nabla p \\ p_1 = p_G + \mathbf{v}_{GB} \cdot \nabla p \end{cases} \quad (17)$$

非零向量 $\mathbf{v}'_{GB}$ 和非零向量 $\mathbf{v}'_{GC}$ 线性无关, 可作为网格 G 中的一组基向量。假设未知数 α 和 β , 可得

$$\nabla p = \alpha \mathbf{v}'_{GB} + \beta \mathbf{v}'_{GC} \quad (18)$$

联立式(17)和式(18)可得

$$\begin{cases} p_4 = p_G + \alpha \mathbf{v}_{GC} \cdot \mathbf{v}'_{GB} \\ p_1 = p_G + \beta \mathbf{v}_{GB} \cdot \mathbf{v}'_{GC} \end{cases} \quad (19)$$

其中, $\mathbf{v}_{GB} \cdot \mathbf{v}'_{GC} = \mathbf{v}_{GC} \cdot \mathbf{v}'_{GB} = -\|\mathbf{v}_{GB}\| \cdot \|\mathbf{v}_{GC}\| \sin \theta$, θ 为 $\mathbf{v}_{GB}$ 和 $\mathbf{v}_{GC}$ 之间的夹角。

假设变量 $\varphi = \mathbf{v}_{GB} \cdot \mathbf{v}'_{GC} = \mathbf{v}_{GC} \cdot \mathbf{v}'_{GB}$, 则从网格 G 通过界面 1 的流量为

$$u_{G,1} = \mathbf{n}_1 \cdot A_1 \cdot \frac{K_G}{\mu} \left(\frac{p_4 - p_G}{\varphi} \mathbf{v}'_{GB} + \frac{p_1 - p_G}{\varphi} \mathbf{v}'_{GC} \right) \quad (20)$$

假设变量 $\xi_{\nu, j}^{\pm}$, ν 表示界面编号, λ 表示网格编号, $\xi_{1,G}^+$ 和 $\xi_{1,G}^-$ 分别为

$$\begin{cases} \xi_{1,G}^+ = \mathbf{n}_1 \cdot A_1 \cdot \mathbf{v}'_{GB} \frac{K_G}{\varphi \mu} \\ \xi_{1,G}^- = \mathbf{n}_1 \cdot A_1 \cdot \mathbf{v}'_{GC} \frac{K_G}{\varphi \mu} \end{cases} \quad (21)$$

同理可计算得到 $\xi_{1,E}^{\pm}$ 、 $\xi_{2,E}^{\pm}$ 、 $\xi_{2,E'}^{\pm}$ 、 $\xi_{3,E'}^{\pm}$ 、 $\xi_{3,G'}^{\pm}$ 和 $\xi_{4,G}^{\pm}$ 。

基于式(20)和式(21), 界面 1 的相邻网格通过

界面 1 的流量分别为

$$\begin{cases} u_{G,1} = \xi_{1,G}^+(p_4 - p_G) + \xi_{1,G}^-(p_1 - p_G) \\ u_{E,1} = \xi_{1,E}^+(p_2 - p_E) + \xi_{1,E}^-(p_1 - p_E) \end{cases} \quad (22)$$

界面 2 的相邻网格通过界面 2 的流量分别为

$$\begin{cases} u_{E,2} = \xi_{2,E}^+(p_1 - p_E) + \xi_{2,E}^-(p_2 - p_E) \\ u_{E',2} = \xi_{2,E'}^+(p_3 - p_{E'}) + \xi_{2,E'}^-(p_2 - p_{E'}) \end{cases} \quad (23)$$

界面 3 的相邻网格通过界面 3 的流量分别为

$$\begin{cases} u_{E',3} = \xi_{3,E'}^+(p_2 - p_{E'}) + \xi_{3,E'}^-(p_3 - p_{E'}) \\ u_{G',3} = \xi_{3,G'}^+(p_4 - p_{G'}) + \xi_{3,G'}^-(p_3 - p_{G'}) \end{cases} \quad (24)$$

界面 4 的两个相邻网格通过界面 4 的流量为

$$\begin{cases} u_{G',4} = \xi_{4,G'}^+(p_3 - p_{G'}) + \xi_{4,G'}^-(p_4 - p_{G'}) \\ u_{G,4} = \xi_{4,G}^+(p_1 - p_G) + \xi_{4,G}^-(p_4 - p_G) \end{cases} \quad (25)$$

由界面上的连续性条件可得

$$\begin{cases} u_{G,1} = u_{E,1} \\ u_{E,2} = u_{E',2} \\ u_{E',3} = u_{G',3} \\ u_{G,4} = u_{G',4} \end{cases} \quad (26)$$

定义 $\mathbf{p} = (p_G, p_E, p_{E'}, p_G)$, $\mathbf{p}' = (p_1, p_2, p_3, p_4)$, 联立式(22)一式(26), 整理得到

$$A\mathbf{p} + B\mathbf{p}' = C\mathbf{p} + D\mathbf{p}' \quad (27)$$

令

$$\begin{cases} \mathbf{A} = (a_{\nu,\lambda}) \\ \mathbf{B} = (b_{\nu,\lambda}) \\ \mathbf{C} = (c_{\nu,\lambda}) \\ \mathbf{D} = (d_{\nu,\lambda}) \\ a_{\nu,\nu} = -(\xi_{\nu,\nu}^+ + \xi_{\nu,\nu}^-) \\ b_{\nu,\nu} = \xi_{\nu,\nu}^- \\ b_{\nu,l-1} = \xi_{\nu,\nu}^+ \\ c_{\nu,l+1} = -(\xi_{\nu,l+1}^+ + \xi_{\nu,l+1}^-) \\ d_{\nu,\nu} = \xi_{\nu,l+1}^+ \\ d_{\nu,l+1} = \xi_{\nu,l+1}^- \end{cases} \quad (28)$$

其中,下标 ν 是网格编号为1的第 ν 个面;在相邻网格交互区内的顺时针方向上,下标 $l+1$ 指网格 l 的下一个网格,下标 $l-1$ 指网格 l 的上一个网格。

假设在网格 l 的面 i 的传导率为 $\mathbf{T}_i$,则从网格 l 过面 i 的流量为

$$q_i = \sum_{l=1}^{N_4} (\mathbf{T}_i P_l) \quad (29)$$

其中, N_4 为相交线 O 的相邻网格数量。

定义 $\mathbf{Q} = (q_1, q_2, \dots, q_N)^T$ 为交互区内的所有相邻网格的界面的流量,结合式(29)可得

$$\mathbf{Q} = \mathbf{T}_m \mathbf{p} \quad (30)$$

其中, $\mathbf{T}_m$ 为相邻网格交互区内的界面的传导率 $\mathbf{T}_i$ 的矩阵。

联立式(27)和式(30),可计算得到基质系统的传导率系数矩阵为

$$\mathbf{T}_m = \frac{\mathbf{D}(\mathbf{C} - \mathbf{A})}{\mathbf{B} - \mathbf{D}} + \mathbf{C} \quad (31)$$

3.2 基于TPFA方法的裂缝系统传导率计算

图5(b)为TPFA传导率计算示意图。基于有限体积方法的TPFA的裂缝系统的半传导率为

$$T_f = \frac{A_f}{|d_f|^2} K_f d_f \mathbf{n}_f \quad (32)$$

其中, A_f 为裂缝网格界面的面积; d_f 为裂缝网格中心与裂缝网格界面的距离; $\mathbf{n}_f$ 为裂缝网格面的单位法向量。

采用调和平均方法即可计算得到裂缝-裂缝和基质-裂缝之间的传导率系数分别为

$$\begin{cases} T_{f,f} = (T_f + T_{f'})^{-1} \\ T_{m,f} = (T_m + T_f)^{-1} \end{cases} \quad (33)$$

如图5(c)所示,当多条裂缝平面相交时,忽略相交线处的流体储存体积,即

$$\sum_i^{N_5} q_i(x) = \sum_i^{N_5} \{T_{i,f} [p_{i,f}(x) - p_{f,e}]\} = 0 \quad (34)$$

其中, N_5 为相交裂缝数目; $p_{i,f}$ 为第 i 个裂缝的压力; $p_{f,e}$ 为裂缝相交线位置的压力。

最后,联合式(1)、式(2)、式(6)、式(31)、式(33)和式(34)以及外边界条件和初始条件,采用全隐式方法对渗流控制方程和井方程进行离散,基于Matlab的油藏数值模拟工具箱(Matlab simulation toolbox, MRST)模拟器^[22]采用自动微分方法和Newton-Raphson迭代求解。

4 实例应用

4.1 地质资料

井P是某页岩油藏的一口压裂直井,位于储层的中部,储层纵向厚度变化平缓,储层平均厚度为109.5 m,平均孔隙度为10.3%,温度为82.0 °C,测井渗透率的范围为 $1 \times 10^{-6} \sim 2.84 \times 10^{-3} \mu\text{m}^2$,渗透率小于 $1 \times 10^{-4} \mu\text{m}^2$ 的岩心样品占比为90.9%,原始地层压力为36.7 MPa,地下原油黏度为22.91 mPa·s,综合压缩系数为0.001 MPa⁻¹。在2019年1月井P完成了注砂压裂,并在压裂后进行了微地震测试。同年5月下入压力计后开始生产并进行压力测试,压力计下入深度约为1 445 m,井P的平均产液量为3.16 m³/d。

4.2 3D压裂直井的单井模拟模型建立

1) 使用Geodepth®软件对井P于2019年收集的微地震数据进行3D解释,并根据微地震数据点分布位置和轮廓形状预估3D水力压裂缝的形状和分布位置,不同微地震事件记录下不同振幅信号用不同颜色数据点表示,点越大代表微地震事件信号越强,如图6(a)所示;微地震事件信号越强反映了该位置裂缝发育越好,基于Monte-Carlo方法^[23]生成随机天然裂缝分布,如图6(b)所示。

2) 利用CAD技术对所建立的物理模型进行3D几何建模。在明确各介质之间的空间几何关系后,基于半结构网格约束算法和Delaunay三角剖分算法实现目标区块的3D半结构网格剖分,如图6(c)。

3) 根据地质资料确定储层和井筒的基本参数,预估裂缝开度、孔隙度以及导流能力等属性参数等,建立井P的单井模拟数值模型。随后,通过反复调整基质渗透率、水力裂缝和天然裂缝的导流能力等属性参数,完成井P实测压力曲线的拟合。

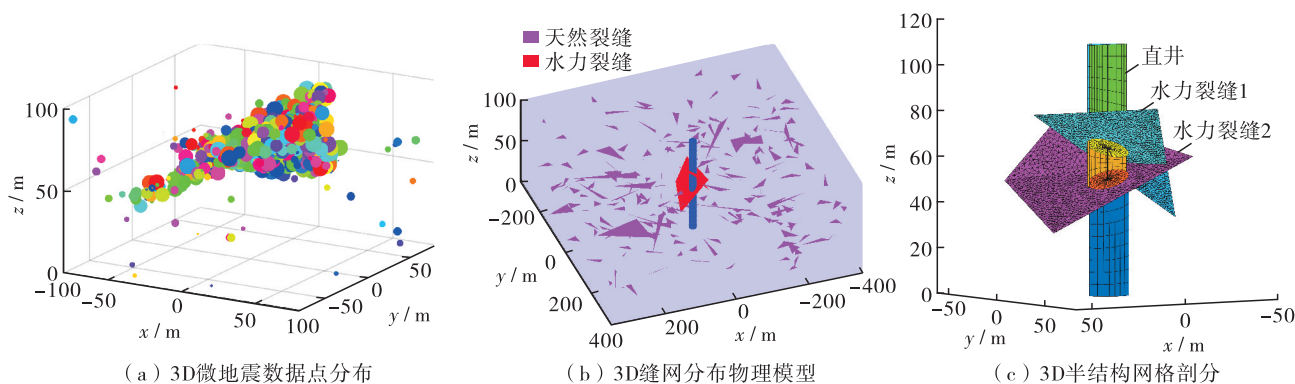


图6 微地震数据解释结果和预估的水力和天然裂缝分布与形状

Fig. 6 Interpretation results of micro-seismic data and estimated hydraulic and natural fracture distribution and shapes. (a) Distribution of 3D micro-seismic data point, (b) 3D single well simulation model, and (c) 3D semi-structured grid generating.

4.3 井P的压力空间分布特征

图7为井P的压力空间分布特征,其中,图7(a)为井P压力测试数据的拟合结果.井P的压力导数曲线可划分3个流动阶段:井储和表皮效应阶段、裂缝线性流阶段和裂缝线性流与基质-裂缝窜流间的过渡流阶段.通过不断调整基质和裂缝的渗透率、孔隙度以及开度等物性参数来对该3个流动阶段的曲线进行拟合,在这3个流动阶段的拟合过程中,总结每个流动阶段所对应的主要敏感参

数.①井储和表皮效应阶段:井储系数和表皮系数;②裂缝双线性流阶段:水力裂缝的导流能力、开度和孔隙度以及油藏渗透率和孔隙度;③过渡流阶段:天然裂缝的导流能力、开度、孔隙度和数量.最后,反演得到1组井P的解释参数(表1).

图7(b)为水力裂缝在生产时间 $t = 10$ h时的裂缝面上的压力分布特征.由图7(b)可见,在裂缝面上的空间压力分布具有明显的径向分布特征.图7(c)为 $t = 2 \times 10^3$ h的井壁和径向加密区域在垂直方

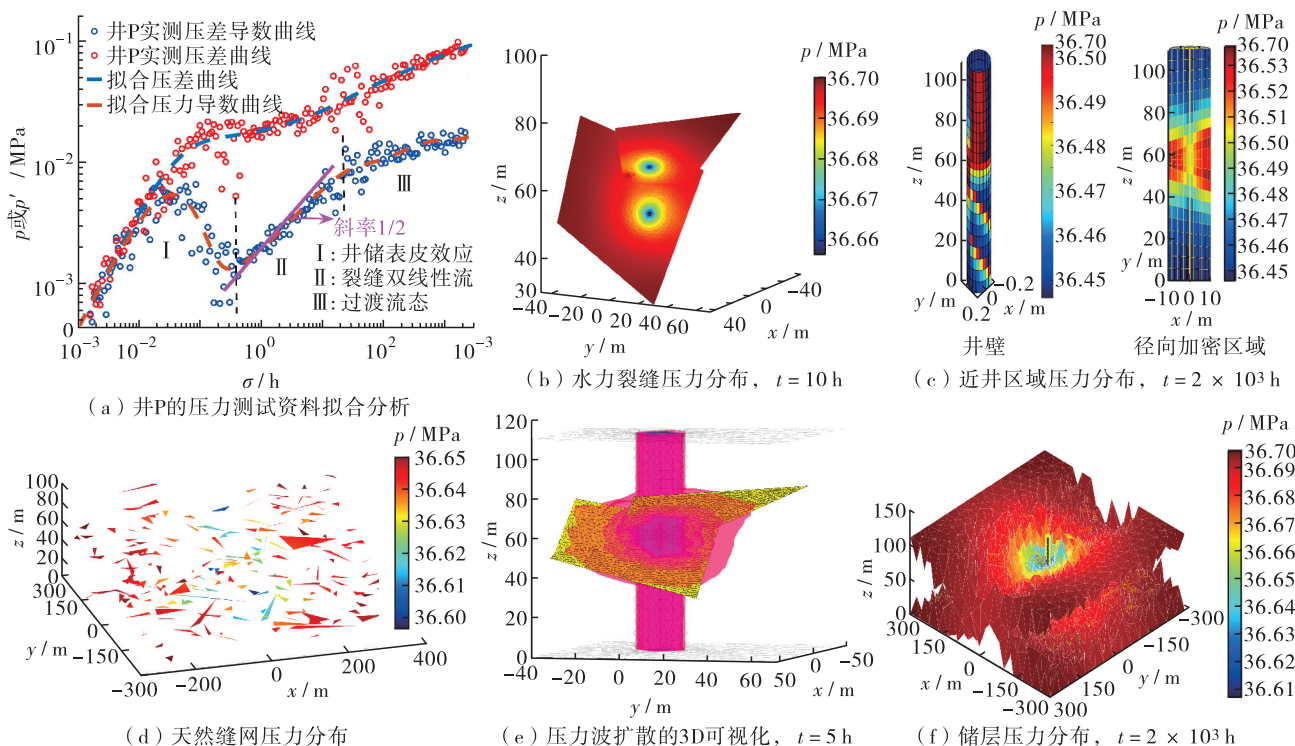


图7 井P的压力空间分布特征分析

Fig. 7 Analysis of spatial pressure distribution characteristics for well P. (a) Pressure test data fitting analysis for well P, (b) pressure distribution of hydraulic fracture, $t = 10$ h, (c) near-well pressure distribution, $t = 2 \times 10^3$ h, (d) pressure distribution of natural fracture network, (e) 3d visualization of pressure wave propagation, $t = 5$ h, and (f) reservoir pressure distribution, $t = 2 \times 10^3$ h.

表1 井P的试井反演参数

Table 1 Inversion parameters of well testing for well P

类型	参数	取值
油藏	渗透率	0.002 3 μm^2
	平均孔隙度	0.15
水力裂缝	平均开度	0.02 m
	平均导流能力	0.135 $\mu\text{m}^2\cdot\text{m}$
天然裂缝	平均孔隙度	0.1
	平均开度	0.02 m
	平均导流能力	0.11 $\mu\text{m}^2\cdot\text{m}$
	数量	200
井	表皮系数	0.7
	井储系数	0.018 m/MPa

向上具有显著的不均匀压力分布特征. 图7(d)为连通性较差的天然缝网的压力分布特征具有明显的不连续性. 图7(e)为 $t = 5\text{ h}$ 时的压力波空间扩散时的分布状态的3D可视化. 从图7(e)可直观看出, 当井P开始生产后, 压力波首先沿着裂缝面快速扩散, 同时朝着裂缝面两侧接触的基质区域缓慢扩散. 图7(f)为 $t = 2 \times 10^3\text{ h}$ 时的储层内部的压力分布特征, 由图7(f)可见, 此时的压力波尚未扩散到远井区域, 近井区域和远井区域存在较大的地层压力差.

5 结 论

1) 建立了一种压裂直井3D半结构网格精细表征的新方法, 实现了基于MPFA-TPFA混合离散数值进行求解, 能有效提高基于非正交网格表征的3D裂缝模型的计算精度和含有大量裂缝网格节点时的计算效率.

2) 利用CAD技术建立了压裂直井的3D精细几何模型, 精细描述了3D水力裂缝与井筒之间的空间相交关系, 显著改进了传统的使用小尺度非结构网格表征3D裂缝模型存在较大网格取向误差和庞大网格数量的不足, 提高了3D裂缝模型的单井模拟精度和计算效率.

3) 实例分析表明, 裂缝的几何形状和尺寸会显著影响3D压裂直井的压力空间分布特性. 由于试井解释存在多解性, 对井P的压力测试资料的解释结果只是其众多可能的解释结果中的一种.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(U1762210, 52074322)

作者简介: 刘辉(huiliu012@gmail.com), 中国石油大学(北京)博士研究生. 研究方向: 非常规油气渗流理论和油藏数值模拟.

引 文: 刘辉, 廖新维, 李则骅, 等. 压裂直井的三维半结构网格表征与求解方法[J]. 深圳大学学报理工版, 2024, 41(6): 643-652.

参考文献 / References:

[1] 商晓飞, 龙胜祥, 段太忠. 页岩气藏裂缝表征与建模技术应用现状及发展趋势[J]. 天然气地球科学, 2021, 32(2): 215-232.
SHANG Xiaofei, LONG Shengxiang, DUAN Taizhong. Current situation and development trend of fracture characterization and modeling techniques in shale gas reservoirs [J]. Natural Gas Geoscience, 2021,32(2) :215-232. (in Chinese)

[2] LEE S H, LOUGH M F, JENSEN C L. Hierarchical modeling of flow in naturally fractured formations with multiple length scales [J]. Water Resources Research, 2001, 37(3): 443-455.

[3] KARIMI-FARD M, DURLOFSKY L J, AZIZ K. An efficient discrete-fracture model applicable for general-purpose reservoir simulators [J]. SPE Journal, 2004, 9(2): 227-236.

[4] 姚军, 王子胜, 张允, 等. 天然裂缝性油藏的离散裂缝网络数值模拟方法[J]. 石油学报, 2010, 31(2): 284-288.
YAO Jun, WANG Zisheng, ZHANG Yun, et al. Numerical simulation method of discrete fracture network for naturally fractured reservoirs [J]. Acta Petrolei Sinica, 2010, 31(2): 284-288. (in Chinese)

[5] DONG Zhenzhen, LI Weirong, LEI Gang, et al. Embedded discrete fracture modeling as a method to upscale permeability for fractured reservoirs [J]. Energies, 2019, 12(5): 812.

[6] 程林松, 时俊杰, 曹仁义, 等. 局部非热平衡对增强型地热系统的影响探究[J]. 深圳大学学报理工版, 2022, 39(6): 649-659.
CHENG Linsong, SHI Junjie, CAO Renyi, et al. Influence of local thermal non-equilibrium on enhanced geothermal system [J]. Journal of Shenzhen University Science and Engineering, 2022, 39(6): 649-659. (in Chinese)

[7] 张烈辉, 刘沙, 雍锐, 等. 基于EDFM的致密油藏分段压裂水平井数值模拟[J]. 西南石油大学学报自然科学版, 2019, 41(4): 1-11.
ZHANG Liehui, LIU Sha, YONG Rui, et al. EDFM-based numerical simulation of horizontal wells with multi-stage hydraulic fracturing in tight reservoirs [J]. Journal of Southwest Petroleum University Science & Technology

- Edition, 2019, 41(4): 1-11. (in Chinese)
- [8] WAN Yizhao, LIU Yuewu, WU Nengyou. Numerical pressure transient analysis for unfilled-caved carbonate reservoirs based on Stokes-Darcy coupled theory [J]. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 2020, 190: 107085.
- [9] LIU Hui, ZHAO Xiaoliang, TANG Xuefeng, et al. A discrete fracture-matrix model for pressure transient analysis in multistage fractured horizontal wells with discretely distributed natural fractures [J]. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 2020, 192: 107275.
- [10] 吴明录, 丁明才. 分形离散裂缝页岩气藏多级压裂水平井数值试井模型[J]. *中国石油大学学报自然科学版*, 2020, 44(3): 98-104.
WU Minglu, DING Mingcai. A numerical well testing interpretation model for multiple fractured horizontal well in fractured shale gas reservoir based on fractal discrete fracture network [J]. *Journal of China University of Petroleum Edition of Natural Science*, 2020, 44(3): 98-104. (in Chinese)
- [11] 朱大伟, 胡永乐, 崔明月, 等. 局部网格加密与嵌入式离散裂缝模型耦合预测压裂改造井产能[J]. *石油勘探与开发*, 2020, 47(2): 341-348.
ZHU Dawei, HU Yongle, CUI Mingyue, et al. Productivity simulation of hydraulically fractured wells based on hybrid local grid refinement and embedded discrete fracture model [J]. *Petroleum Exploration and Development*, 2020, 47(2): 341-348. (in Chinese)
- [12] LIU Hui, LIAO Xinwei, TANG Xuefeng, et al. A well test model based on embedded discrete-fracture method for pressure-transient analysis of fractured wells with complex fracture networks [J]. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 2021, 196: 108042.
- [13] 孙贺东, 欧阳伟平, 朱松柏, 等. 多尺度离散裂缝性致密砂岩气藏数值试井新方法——以塔里木盆地克拉苏气田为例[J]. *天然气工业*, 2022, 42(7): 55-64.
SUN Hedong, OUYANG Weiping, ZHU Songbai, et al. A new numerical well test method of multi-scale discrete fractured tight sandstone gas reservoirs and its application in the Kelasu Gas Field of the Tarim Basin [J]. *Natural Gas Industry*, 2022, 42(7): 55-64. (in Chinese)
- [14] 赵玉龙, 黄鑫, 张烈辉, 等. 基于嵌入式离散裂缝模型优化的海陆过渡相页岩气压裂水平井数值模拟[J]. *天然气工业*, 2023, 43(4): 116-126.
ZHAO Yulong, HUANG Xin, ZHANG Liehui, et al. Numerical simulation of fractured horizontal wells in transitional shale gas reservoirs based on embedded discrete fracture model optimization [J]. *Natural Gas Industry*, 2023, 43(4): 116-126. (in Chinese)
- [15] 陈志明, 张绍琦, 周彪, 等. 考虑离散裂缝的非均质裂缝性气藏数值试井新模型[J]. *天然气工业*, 2023, 43(2): 77-86.
CHEN Zhiming, ZHANG Shaoqi, ZHOU Biao, et al. A new numerical well testing model considering discrete fractures for heterogeneous fractured gas reservoirs [J]. *Natural Gas Industry*, 2023, 43(2): 77-86. (in Chinese)
- [16] WANG Haitao, KOU Zuhao, GUO Jingjing, et al. A semi-analytical model for the transient pressure behaviors of a multiple fractured well in a coal seam gas reservoir [J]. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 2021, 198: 108159.
- [17] QIN Jiazheng, CHENG Shiqing, LI Peng, et al. Interference well-test model for vertical well with double-segment fracture in a multi-well system [J]. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 2019, 183: 106412.
- [18] JIANG Liwu, LIU Jinju, LIU Tongjing, et al. Semi-analytical modeling of transient pressure behaviour for a fractured vertical well with hydraulic/natural fracture networks by considering stress-sensitive effect [J]. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, 2020, 82: 103477.
- [19] 李陈. 矩形页岩气藏压裂直井解析解产能评价[J]. *应用力学学报*, 2020, 37(3): 1082-1087.
LI Chen. Analytical production evaluation in rectangular shale gas reservoirs with fractured vertical well [J]. *Chinese Journal of Applied Mechanics*, 2020, 37(3): 1082-1087. (in Chinese)
- [20] 张守江, 乔红军, 张永飞, 等. 多翼裂缝垂直井的瞬态压力分析[J]. *西南石油大学学报自然科学版*, 2021, 43(5): 137-146.
ZHANG Shoujiang, QIAO Hongjun, ZHANG Yongfei, et al. Transient pressure analysis of vertical well with multi-wing fractures [J]. *Journal of Southwest Petroleum University Science & Technology Edition*, 2021, 43(5): 137-146. (in Chinese)
- [21] HYMAN J D, GABLE C W, PAINTER S L, et al. Conforming Delaunay triangulation of stochastically generated three dimensional discrete fracture networks: a feature rejection algorithm for meshing strategy [J]. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 2014, 36(4): A1871-A1894.
- [22] LIE K A. An introduction to reservoir simulation using MATLAB/GNU octave: user guide for the MATLAB reservoir simulation toolbox (MRST) [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2019.
- [23] YANG Zhipeng, MING Ju, QIU Changxin, et al. A multi-grid multilevel monte carlo method for stokes: darcy model with random hydraulic conductivity and beavers-joseph condition [J]. *Journal of Scientific Computing*, 2022, 90: 68.

【中文责编：晨兮；英文责编：天澜】