DOI：10.3724/1000-6915.jrme.2025.0383

被动状态挡墙平动的土压力计算方法研究

干 飞[1, 2*]，郑 刚[2]，周光远[1]，姜志恒[1]，周海祚[2]，李美霖[1]，毕 靖[1]，王 宏[1]

（1. 贵州大学 土木工程学院，贵州 贵阳 550025；2. 天津大学 建筑工程学院，天津 300072）

摘要：土压力的大小与挡墙的变形状态密切相关。为刻画墙后土体在被动状态下的剪切破坏演化特征，基于库仑土压力理论，引入双曲力学模型，建立一种考虑墙体变形影响的被动土压力计算方法。提出“点变形破坏率”与“面积变形破坏率”的概念，以定量描述破裂面上不同位置的应力状态分布特征，并构建楔形体静力平衡模型，推导出非极限状态下的土压力解析表达式。研究表明：土压力随墙体水平变形的增大呈非线性增长趋势，在墙身高度上部 1/3 区域及中部区域土压力增长更为显著；墙－土摩擦角 δ 的增大将导致破裂角减小，土压力的非线性分布越显著。所提模型计算结果与库仑理论和试验数据吻合良好，验证了方法的准确性与工程适用性。该方法为考虑墙体变形影响的被动土压力计算提供了新思路。

关键词：土力学；挡土墙；变形；被动土压力；临界变形；峰值应力

中图分类号：TU 43 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－6915(2026)01－0192－12

***通信作者**：干 飞（1987－），现任副教授，主要从事滑坡灾害防治方面的研究工作。E-mail：18885179888@163.com

Calculation method of passive earth pressure for translating retaining walls

GAN Fei[1, 2*], ZHENG Gang[2], ZHOU Guangyuan[1], JIANG Zhiheng[1], ZHOU Haizuo[2], LI Meilin[1], BI Jing[1], WANG Hong[1]

(1. *School of Civil Engineering*, *Guizhou University*, *Guiyang*, *Guizhou* 550025, *China*;
2. *School of Civil Engineering*, *Tianjin University*, *Tianjin* 300072, *China*)

Abstract: The magnitude of earth pressure is closely related to the deformation state of retaining walls. To describe the progressive shear failure characteristics of soil behind the wall under passive conditions, a novel analytical method for calculating passive earth pressure considering wall deformation is proposed. Based on Coulomb earth pressure theory and the hyperbolic mechanical model, the concepts of point deformation failure rate and area (length) deformation failure rate are introduced to quantify the stress states along the rupture surface. A static equilibrium model of a wedge body is established, and an analytical solution for passive earth pressure under non-limit conditions is derived. The results show that passive earth pressure increases nonlinearly with wall deformation, with the most significant pressure increments occurring in the upper one-third and middle regions of the wall height. An increase in the wall-soil friction angle δ leads to a decrease in the rupture angle and a more nonlinear distribution of earth pressure. The proposed method shows good agreement with Coulomb theory and experimental results, verifying its accuracy and engineering applicability. This method provides a new theoretical framework for evaluating passive earth pressure in deformable retaining structures.

Key words: soil mechanics; retaining wall; deformation; passive earth pressure; critical deformation; peak stress

***Corresponding author:** GAN Fei (1987－), associate professor, is engaged in research on landslide disaster prevention and control. E-mail: 18885179888@163.com

收稿日期：2025－06－03；**修回日期**：2025－08－19

基金项目：国家自然科学基金资助项目（41630641）；贵州省科技支撑计划基金资助项目（黔科合支撑[2021]一般 511）

Supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 41630641) and the Science and Technology Support Plan Foundation of Guizhou Province (Grant No. [2021]-511)

1　引　言

土压力值的准确预测一直是岩土工程领域的研究热点与难点。早在 1773 年，法国学者库仑提出了库仑土压力理论；1857 年，英国物理学家朗肯建立了朗肯土压力理论。这 2 种经典理论至今仍在挡土墙结构设计中广泛应用[1–5]。然而，这些方法均基于极限平衡假设，忽略了挡墙变形与土压力之间的相互作用，难以揭示非极限状态下的土压力演化规律。

工程实践表明，挡墙变形对土压力的大小和分布有显著影响。为此，学者们在微分层平衡模型和土拱效应理论的基础上，不断改进被动土压力计算方法。例如，卡岗提出了微分层平衡模型用于土压力曲线分布分析；蒋莼秋[6]推导了考虑墙面与填土倾角的土压力分布公式；姚代禄等[7-9]将水平层分析法纳入《挡土墙土压力计算手册》；R. L. Handy[10]将其引入主应力土拱效应研究。此后，研究不断拓展至非极限状态分析，彭润民和纪秋林[11]结合 Mononobe-Okabe 理论和水平层分析法，推导不同变位模式下的被动土压力分布；欧明喜等[12]引入 Duncan-Chang 模型，考虑位移非线性效应；徐日庆和叶　斌[13]综合考虑土拱效应与几何因素，提出有限土体解；张慧姐等[14]采用圆弧主应力迹线分层分析摩擦作用；陈奕柏等[15]结合改进库仑公式，推导非极限土压力分布公式；林庆涛等[16]构建了考虑空间土拱效应的三维计算模型；刘光秀等[17]基于圆弧分层建立极限状态下理论解；应宏伟等[18]针对狭窄基坑推导了极限状态下被动土压力解析式。

近年来，学者们进一步拓展了非极限状态土压力的研究。赖　勇等[19]从强度准则的效应角度，探讨了不同准则对无黏性土非极限被动土压力的影响，计算结果对模型选择高度敏感。方　薇等[20]则基于包络壳模型，提出了适用于非饱和土的朗肯被动土压力公式，考虑了基质吸力效应，显著拓展了非极限分析的适用范围。姚嘉楠等[21]建立了适用于任意荷载作用下刚性挡土墙的非极限土压力理论，完善了复杂荷载条件下的计算方法。曾中林等[22]则研究了邻坡条件下刚性挡土墙平动模式的被动土压力，揭示了特殊地形条件对砂性填土受力特性的影响。这些成果进一步推动了非极限状态土压力理论的发展，为工程实际提供了新的计算依据。

与此同时，试验与数值研究也不断揭示变形对土压力的影响规律。徐日庆等[23]对刚性挡墙开展不同变位模式下的砂土试验；胡卫东等[24]模拟柔性挡墙挠曲变形，研究被动土压力分布；蒋明镜和贺　洁[25]利用离散元法研究临界状态时土压力系数变化与剪切带形成规律；F. Gan 等[26-29]通过剪应力传感器测试，揭示了接触面渐进破坏的“剪应力－变形不同步”特性。

现有研究主要集中在极限状态或整体变形模式下的土压力计算，尚缺乏基于破裂面各点渐进破坏过程的系统计算方法。事实上，土体剪切破坏具有显著的渐进特征，破裂面上的各点在不同时刻处于不同应力状态，不可能同时达到峰值强度。这一现象直接影响非极限状态下土压力的分布与大小。

本文以库仑土压力理论为基础，引入双曲力学模型描述土体全过程应力－应变关系，假设挡墙变形引起的破裂面变形的分布规律，建立了渐进破坏机制下的非极限被动土压力计算方法。为刻画破裂面应力状态演化过程，提出“点变形破坏率”与“面积(长度)变形破坏率”概念，并据此将破裂面划分为破坏前区、峰值区和破坏后区。最后，通过与库仑理论值及试验数据的对比，验证了该方法的正确性与工程适用性。

2　挡墙变形的被动状态土压力计算方法

2.1　基本假定

考虑土体的渐近破坏规律，即破坏面上剪应力－变形关系的非同步特征，如图 1(a)所示，同一时刻，破裂面上不同位置点(如 a_1，a_2 点处于破坏后区状态，a_3 点处于破坏前区状态)应力状态各异，且同一点在不同时刻的应力状态亦不相同。而库仑土压力理论假定破裂面上所有点均处于峰值强度状态，并满足 Mohr-Coulomb 强度准则。图 1(b)为破裂面变形示意图，展示了挡墙被动位移作用下，不同破裂面(a_1，a_2，a_3)沿墙后土体的相对位移过程。图中 v_1，v_2，v_3 分别表示各破裂面在不同阶段的位移量，反映了墙体变形传递至土体内部的衰减规律。图 1(c)为剪应力－变形关系曲线，对应图 1(b)中的各破裂面。曲线 τ_1，τ_2，τ_3 分别表示在不同位置的破裂面上，剪应力随变形的变化特征。随着距墙体距离的增加，峰值剪应力逐渐降低，残余阶段剪应力趋于稳定，体现了土体从弹性阶段进入塑性破坏直至残余强度阶段的全过程。

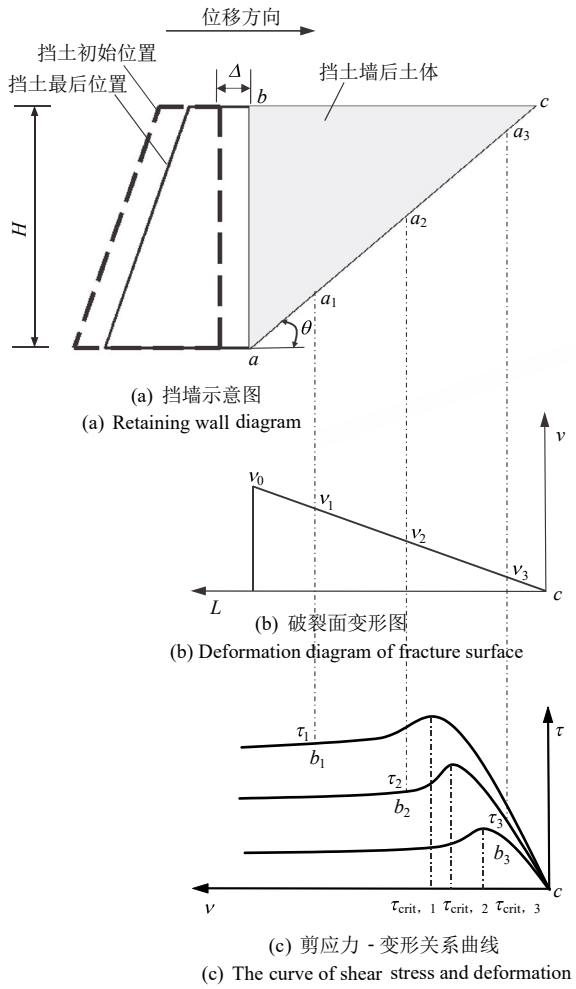


图 1　土压力计算简图

Fig.1　Earth pressure calculation diagram

为简化分析，本文假设破裂面上靠近坡面一端的变形为 0，墙踵一端变形为 Δ，并在线性分布基础上进行积分推导。该设定与张慧姐等[14]采用的刚性－柔性端界定方法一致，旨在近似表达挡墙相对土体的渐进推移过程中土体自由端响应较小的特点。破裂面上的各点在不同时间处于不同的应力状态，不是处于峰值应力状态，就是处于峰值应力前、后的应力状态，一个点长时间处于一种应力状态是不存在的。基于此，建立挡土墙变形的主动土压力计算方法的基本假定，具体如下：

(1) 挡土墙顶部水平、墙背垂直，墙背与墙后土体的摩擦角为δ。

(2) 基于平面滑动假设，挡墙后土体破坏面为通过墙底的平面 *ac*，其与水平方向夹角为θ。

(3) 变形体假设，将墙后破坏土楔形体视为变形体，考虑破坏面上的应力与变形关系。

(4) 墙后土体的应力－变形关系满足双曲力学模型，即 *ac* 面上任意点的剪应力强度为 τ_i，变形值为 v_i，则 $\tau_i=\mathrm{e}^{-\zeta v_i^{\lambda}} G v_i+(1-\mathrm{e}^{-\zeta v_i^{\lambda}})\sigma_{\mathrm{n}}\tan\varphi$。

(5) 破坏面 *ac* 上各点的变形值呈线性分布，挡墙的高度为 H，变形值为 Δ，破裂面角度为 θ，*a* 点的变形值与墙趾相等，破裂面上任意点的变形值为 v_i，则 $v_i=L_i(\Delta\sin\theta/H)$，其中，$L_i$ 为第 *i* 条破裂面至墙背的水平距离。

2.2　双曲力学模型及其参数确定

为刻画挡墙变形条件下墙后土体的渐进破坏特性，本文引入了基于 Mohr-Coulomb 强度理论并经指数函数扩展的双曲力学模型[30]。该模型能够同时描述岩土材料的弹脆性、理想弹塑性、弹塑性硬化与弹塑性软化特征，尤其适用于反映破坏后阶段的应变软化行为。其基本形式为

$$\tau=\mathrm{e}^{-\zeta v^{\lambda}} G v+(1-\mathrm{e}^{-\zeta v^{\lambda}})\sigma_{\mathrm{n}}\tan\varphi \tag{1}$$

$$G=c\rho(\lambda\zeta\mathrm{e})^{\frac{1}{\lambda}} \tag{2}$$

$$\rho=1+\kappa(1-\mathrm{e}^{-\chi\sigma_{\mathrm{n}}}) \tag{3}$$

式中：ζ，λ 为与黏结力、摩擦力相关的量纲一系数，其中，ζ 主要与变化速度相关，λ 为大于 1 的参数，主要与黏结介质的塑性相关；v 为剪切变形(mm)；c 为剪切面的黏聚力(kPa)；φ为剪切面的残余内摩擦角(°)；σ_{n}为剪切面上的正应力(kPa)；G 为黏结力部分单位切线模量(kPa/mm)；κ 为量纲一的影响程度参数，确定正应力对黏结力影响的最大程度；χ 为与正应力对黏结力影响速度有关的系数(1/kPa)。

为保证双曲力学模型在被动状态土压力计算中的适用性与精度，其参数需通过针对目标土体的试验数据进行标定。具体过程包括：首先，在现场或室内采集具有代表性的土样，开展全路径剪切试验，获取不同法向应力条件下的完整应力－应变曲线；然后，根据曲线提取峰值剪应力与残余剪应力，分别确定峰值强度参数(c_{peak}，φ_{peak})和残余强度参数(c_{resid}，φ_{resid})，并提取相应的峰值变形量与初始切线模量 G；最后，将上述试验结果代入下式，求解得到 ζ，λ，κ，χ：

$$\left.\begin{aligned}
&\gamma_{\mathrm{crit}}=\frac{\sigma_{\mathrm{n}}\tan\varphi}{\lambda G}+\left[\left(\frac{\sigma_{\mathrm{n}}\tan\varphi}{\lambda G}\right)^2(\lambda-1)+\frac{1}{\lambda\zeta}\right]^{\frac{1}{\lambda}}\\
&\tau_{\mathrm{crit}}=\mathrm{e}^{-\zeta\gamma_{\mathrm{crit}}^{\lambda}} c\rho(\lambda\zeta\mathrm{e})^{\frac{1}{\lambda}}\gamma_{\mathrm{crit}}+(1-\mathrm{e}^{-\zeta\gamma_{\mathrm{crit}}^{\lambda}})\sigma_{\mathrm{n}}\tan\varphi\\
&G=c\rho(\lambda\zeta\mathrm{e})^{\frac{1}{\lambda}}\\
&\rho=1+\kappa(1-\mathrm{e}^{-\chi\sigma_n})
\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

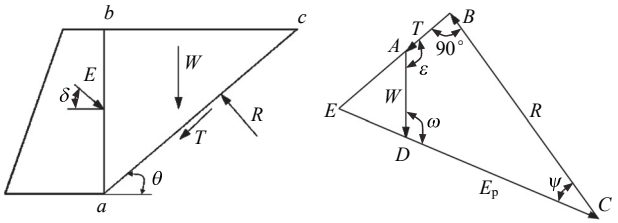
式中：v_{crit} 为临界变形(mm)，γ_{crit} 为临界剪应变(量纲一)。

考虑到岩土材料的各向异性与离散性，应在多组不同正应力水平下重复试验，每组试验均可确定

模型的 4 个参数，最终取多组试验结果的平均值作为计算输入，以确保模型参数的代表性与计算结果的稳定性。

2.3 计算方法的建立

墙后土体的破裂面是随着挡墙变形的增加逐渐形成的。破裂面上各点的变形值不尽相同，应力状态也不同。本计算方法采用双曲力学模型描述破裂面上应力状态的时空效应，建立了楔形体的静力平衡方程。图 2 所示的楔形体受力形式与常规库仑土压力理论一致，用于建立整体平衡分析的受力框架。需要说明的是，本文研究的重点是墙后土体在挡墙被动位移作用下的逐点渐进变形破坏过程，因此并非假定楔形体为刚性(无变形)。整体受力框架仅作为合力平衡计算的基础，而破裂面内部各点的应力－变形关系通过双曲力学模型及破坏率定义进行修正，从而能够在保持整体平衡条件的同时，反映土体内部应力与变形的空间变化特征。



(a) 力的示意图　　(b) 力的合成图

(a) Diagram of force　　(b) Composition of forces

图 2　楔形体受力分析图

Fig.2　Force analysis diagram of wedge shape

图 2 中，楔形体受力形式用于整体平衡分析，内部应力分布及变形特性通过渐进破坏模型修正，以适应墙后土体逐点破坏的分析需要。

取楔形体 *abc* 为隔离体进行受力分析，楔形体共受到 4 个力的作用：楔形体的重力 *W*、挡墙作用于楔形体的支撑力(土压力)E_p、破裂面外土体的支撑力 *R* 及楔形体下滑的摩阻力 *T*。

楔形体重力 *W*：

$$W=\frac{1}{2}\gamma H^2\cot\theta \tag{5}$$

挡墙墙趾处破裂面上土体变形值 v_0：

$$v_0=\frac{\Delta}{\cos\theta} \tag{6}$$

楔形体受到破裂面外土体的摩阻力 *T* 作用，摩阻力为剪应力 τ_i 在破裂面 *ac* 上积分：

$$T=\int_0^{\frac{H}{\sin\theta}}\tau\mathrm{d}L \tag{7}$$

$$T=\int_0^{\frac{H}{\sin\theta}}[\mathrm{e}^{-\zeta v^{\lambda}}Gv+(1-e^{-\zeta v^{\lambda}})\sigma_{\mathrm{n}}\tan\varphi]\mathrm{d}L \tag{8}$$

$$T=\int_0^{\frac{H}{\sin\theta}}c\rho(\lambda\zeta\mathrm{e})^{\frac{1}{\lambda}}\frac{\Delta}{H}\tan\theta L\mathrm{e}^{-\zeta\left(\frac{\Delta}{H}\tan\theta\right)^{\lambda}L^{\lambda}}\mathrm{d}L+\frac{\tan\varphi}{\sin\theta}H\sigma_{\mathrm{n}}-\int_0^{\frac{H}{\sin\theta}}\tan\varphi\mathrm{e}^{-\zeta\left(L\frac{\Delta}{H}\tan\theta\right)^{\lambda}}\sigma_{\mathrm{n}}\mathrm{d}L \tag{9}$$

令

$$\alpha=\int_0^{\frac{H}{\sin\theta}}L\mathrm{e}^{-\zeta\left(\frac{\Delta}{H}\tan\theta\right)^{\lambda}L^{\lambda}}\mathrm{d}L \tag{10}$$

则有

$$\int_0^{\frac{H}{\sin\theta}}c\rho(\lambda\zeta\mathrm{e})^{\frac{1}{\lambda}}\frac{\Delta}{H}\tan\theta L\mathrm{e}^{-\zeta\left(\frac{\Delta}{H}\tan\theta\right)^{\lambda}L^{\lambda}}\mathrm{d}L=\alpha c\rho(\lambda\zeta\mathrm{e})^{\frac{1}{\lambda}}\tan\theta\frac{\Delta}{H} \tag{11}$$

令

$$\beta=\int_0^{\frac{H}{\sin\theta}}\mathrm{e}^{-\zeta\left(L\frac{\Delta}{H}\tan\theta\right)^{\lambda}}\mathrm{d}L \tag{12}$$

则有

$$\int_0^{\frac{H}{\sin\theta}}\tan\varphi\mathrm{e}^{-\zeta\left(L\frac{\Delta}{H}\tan\theta\right)^{\lambda}}\sigma_{\mathrm{n}}\mathrm{d}L=\beta\sigma_{\mathrm{n}}\tan\varphi \tag{13}$$

$$\rho=1+\kappa(1-\mathrm{e}^{-0.5\gamma H\chi\cos\theta}) \tag{14}$$

$$T=\frac{\tan\varphi}{\sin\theta}H\sigma_{\mathrm{n}}+\alpha c\rho(\lambda\zeta\mathrm{e})^{\frac{1}{\lambda}}\tan\theta\frac{\Delta}{H}-\beta\sigma_{\mathrm{n}}\tan\varphi \tag{15}$$

根据力的平衡，作用于挡墙上的土压力 *E* 为

$$E=\frac{T+W\sin\theta}{\cos(\theta+\delta)} \tag{16}$$

$$R=\frac{E\cos\delta}{\sin\theta}-\frac{T}{\tan\theta} \tag{17}$$

将式(5)，(13)代入式(16)有

$$E=\frac{\frac{\tan\varphi}{\sin\theta}H\sigma_{\mathrm{n}}+\alpha c\rho(\lambda\zeta\mathrm{e})^{\frac{1}{\lambda}}\tan\theta\frac{\Delta}{H}-\beta\sigma_{\mathrm{n}}\tan\varphi+W\sin\theta}{\cos(\theta+\delta)} \tag{18}$$

作用在破裂面 *ac* 上的正应力 σ_{n} 为

$$\sigma_{\mathrm{n}}=\frac{R}{H/\sin\theta}=\frac{\frac{E\cos\delta}{\sin\theta}-\frac{T}{\tan\theta}}{H/\sin\theta} \tag{19}$$

将式(4)，(17)代入式(19)有

$$\sigma_{\mathrm{n}}=[\alpha c\rho(\lambda\zeta\mathrm{e})^{\frac{1}{\lambda}}\Delta\tan\theta(\cos\delta-\cos\theta\cos(\theta+\delta))+0.5\gamma H^3\cos\theta\cos\delta]/\{H^2\cos(\theta+\delta)(1+\tan\varphi\cot\theta)-\tan\varphi\csc\theta\cos\delta H^2+\beta\tan\varphi H[\cos\delta-\cos\theta\cos(\theta+\delta)]\} \tag{20}$$

将式(19)代入式(18)，得到土压力的计算公式：

$$E = E(\theta,\ \Delta) \tag{21}$$

主动土压力是众多破裂面对应压力的最大值，对式(21)进行求导，求出极值即为主动土压力 E_a：

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}\theta} = 0 \tag{22}$$

求解式(22)得出极值点 $\theta = \theta_{cr}$（θ_{cr} 为墙后土体的破裂角)，有

$$E_a = E(\theta_{cr},\ \Delta) \tag{23}$$

2.4 计算流程

鉴于土压力计算公式较为复杂，求解极值存在一定的难度，本文采用数值求解，利用 Matlab 编程求解，提高了计算速度与精度。计算流程如图 3 所示。

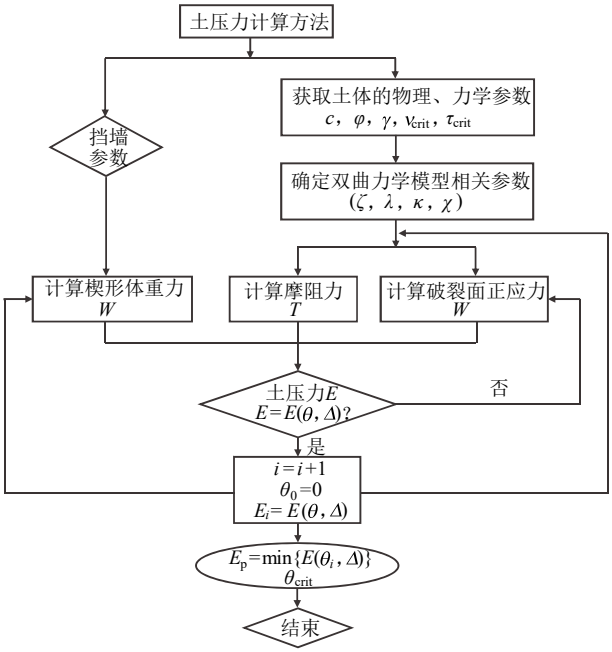


图 3　土压力计算程序化流程图

Fig.3　Programmed flow chart for soil pressure calculation

3　土压力对挡墙变形的响应特征分析

为了探究挡墙土压力对挡墙变形的响应特征规律及方便计算，对描述墙后土体材料力学特性的双曲力学模型参数进行简化(ζ = 1.0 mm^{-1}，λ = 1.0，κ = 1.0，χ = 1.0 Pa^{-1})，双曲力学模型参数(ζ，λ，κ，χ)基于节 2 所述试验方法，在具有代表性的土体工况下标定获得。为简化计算过程，本节分析中假设这 4 个参数在计算全过程中保持不变，计算结果对模型参数的敏感性较低，其影响可忽略不计。其中，挡墙高度 H 为 8.0 m、墙背与土体的摩擦角 δ 为 5.0°、墙后土体的重度为 18 N/m^3。本文利用 Matlab 编程求解挡土墙的主动土压力，分析 4 种不同抗剪强度参数下砂土的主动土压力与变形特征，并揭示了土压力与楔形体 ac 面、水平面夹角 θ 之间的关系。

3.1 破坏率

为定量刻画挡墙后土体在渐进破坏过程中的局部与整体受损程度，本文引入点变形破坏率、长度变形破坏率和面积变形破坏率[27-28]3 个指标。

点变形破坏率 f_i^v 表示破裂面上某一点的实际变形与其临界变形值的比值：

$$f_i^v = v_i / v_{i,\ \mathrm{crit}},\ \ i \in (1,\ n) \tag{24}$$

其中，f_i^v<1，表示该点处于破坏前区(第 I 阶段)；f_i^v =1，表示该点达到临界破坏状态(第 III 阶段)；f_i^v>1，表示该点已进入破坏后区(第 II 阶段)，如图 4 所示。

长度变形破坏率 f_1^v(一维条件)表示破裂线上所有 f_1^v≥1 的线段总长度与破裂线总长度的比值：

$$f_1^v = \frac{\sum_{j=1}^{j=m} L_{v_i > v_{i,\ \mathrm{crit}}}}{L},\ \ i \in (1,\ n) \tag{25}$$

面积变形破坏率 f_s^v(二维条件)表示破裂面上所有的 f_s^v≥1 区域总面积与破裂面总面积的比值：

$$f_s^v = \frac{\sum_{j=1}^{j=m} \Omega_{v_i > v_{i,\ \mathrm{crit}}}}{\Omega},\ \ i \in (1,\ n) \tag{26}$$

f_1^v 与 f_s^v 分别用于评估破裂线和破裂面的整体破坏程度：当 f_1^v ≥1 或 f_s^v ≥1 时，表示整体已完全破坏；当 f_1^v 或 f_s^v 小于 1 时，说明破裂线(面)上存在部分未破坏区域。

上述变形破坏率、长度变形破坏率和面积变形破坏率 3 个指标结合使用，可同时反映局部破坏状态与整体破坏演化规律。

3.2 砂土土压力

利用双曲力学模型描述 4 种砂性土的力学特性：砂土①，φ = 20°；砂土②，φ = 25°；砂土③，φ = 30°；砂土④，φ = 35°，如图 5 所示，图中给出了正应力 σ_n 取 100 kPa 时的剪应力与变形关系曲线。图 5 表明，剪应力随着变形的增加呈现非线性增加的特征，且增加速率逐渐减小。当变形到达临界变形值时，剪应力将保持不变，进入一个恒定的应力空间。砂土①～④的临界变形值分别为 2.3，3.0，3.2，4.0 mm。砂土的临界变形值与内摩擦角表现出非线性增加的趋势。砂土①～④的峰值剪应力分别为 34.50，44.60，55.67，68.70 kPa，砂土的峰值剪应力与内摩擦角的增大满足线性增长的规律，满足 M-C 强度准则。砂土的抗剪强度主要由土颗粒的摩

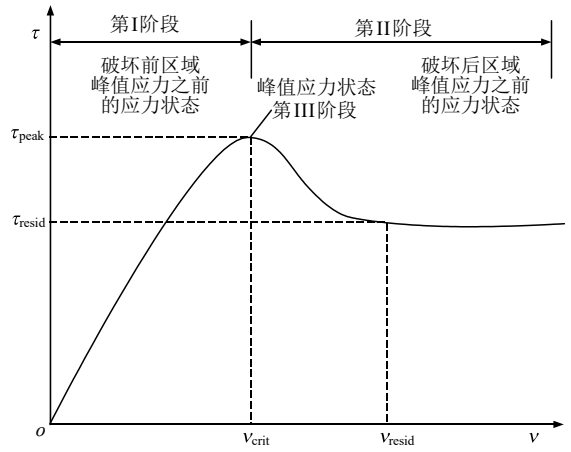


图 4　墙后土体应力－变形关系曲线及应力状态划分示意图

Fig.4　Stress-deformation relation curve and stress state division diagram of soil behind retaining wall

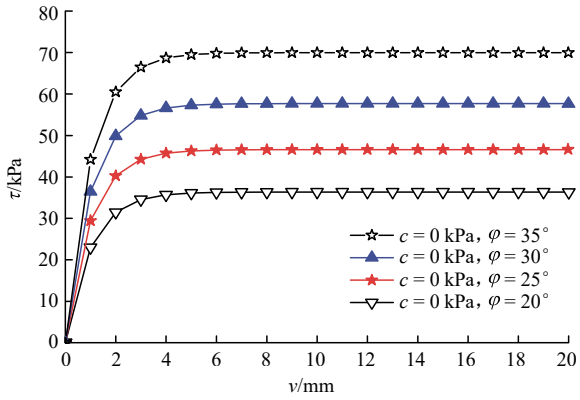


图 5　砂土剪应力与变形关系曲线(σ_n = 100 kPa)

Fig.5　Relation curves between shear stress and deformation of sandy soil(σ_n = 100 kPa)

擦力提供，当土体变形小于临界变形时，抗剪强度与变形呈现非线性增加的特征，当土体变形大于临界变形时，抗剪强度随变形增加很小。破坏后区不存在应变软化现象，其应力与变形的关系近似为理想弹塑性。

根据挡土墙变形的主动压力计算方法，采用 Matlab 编程求解得出了 4 种砂土不同变形条件下的挡墙主动土压力(见图 6)。图 6 表明，主动土压力 E_a 随变形的增加呈现非线性减小的特征，且减小的速率降低。挡墙变形到达临界变形值时，主动土压力将进入缓慢减小阶段。土压力值不能恒定为定值是因为本文计算方法的假设，即假设破裂面靠近坡面端的变形为 0、墙踵的变形为Δ，破裂面上土体变形满足线性分布规律。这使得滑面上土体变形总有一部分小于临界变形值，土体一部分处于破坏前区，另一部分处于破坏后区，破裂面上土体不是都处于破坏后区的应力状态。砂土①～④的挡墙临界变形

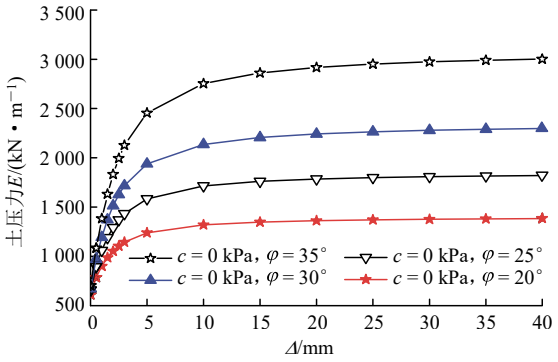


图 6　砂土被动土压力与变形关系曲线

Fig.6　Relation curves between passive earth pressure and deformation of sandy

值分别为 6.0，10.0，12.0，15.0 mm，挡墙的临界变形值随着内摩擦的增大而增大。土压力值随土体内摩擦角增加而增大。

挡墙变形为 0.1 mm 时，4 种砂土的土压力分别为 609.10，656.51，671.78 及 702.93 kN/m，此时土压力大小差别不大，这是由于挡墙发生的变形极小，还没有调动土体的抗剪强度。挡土墙发生一定的变形后，使得墙后土体处于被动极限状态，此时作用在挡墙上的力为被动土压力。对砂土而言，产生被动土压力 E_p 的挡墙变形值Δ为挡墙高度的 1%～5%[5]，本文取挡墙变形值为墙高的 1%，即挡墙变形Δ为 80 mm，进而计算被动土压力值，将计算结果与库仑土压力值进行对比，结果见表 1。

取楔形体中间点的正应力σ_n 计算临界应变 v_{crit} 值，正应力σ_n为 58.98 kPa，根据图 5 提取 4 种砂土在正应力σ_n= 100 kPa 时的临界变形值，采用线性插值法得出σ_n = 58.98 kPa 时，砂土①～④对应的临界应变 v_{crit} 分为 1.36，1.77，1.89 及 2.36 mm，该值代表楔形体的平均临界变形。当挡墙变形值Δ = 80 mm 时，砂土①～④对应的变形长度破坏率 f_l^v 分别为 98.29%，98.13%，97.64%及 97.12%，结果如表 1 所示。

从表 1 可知，4 种砂土的被动土压力按照库仑理论计算值与按照本文方法计算结果接近，但略偏小；砂土①～④的偏差值Ω_l 分别为 9.90%，4.52%，4.64%，1.94%。库仑理论计算的被动土压力偏大与实际是吻合的，其假设破裂面上全截面处于峰值应力状态是不存在的。

图 7 为砂土①在挡墙不同变形值时的土压力与角度 θ 的关系曲线。被动土压力随 θ 增大呈现快速下降并趋于稳定的趋势。当 θ 较小时，楔形土体水平投影面积较大，竖向荷载分量通过摩擦作用贡献

表 1　4 种砂土土压力计算结果

Table 1　Results of earth pressure calculation

砂土类别 (sandy soil category)	摩擦角(friction angle)φ/(°)	变形长度破坏率(deformation length failure rate) f_i^v /%	本文解土压力(earth pressure in this study))E_{p}/(kN • m^{-1})	库仑土压力(Coulomb earth pressure)E_{p}/(kN • m^{-1})	偏差(deviation) Ω_{l}/%
砂土①	20	98.29	1 383.4	1 535.81	9.90
砂土②	25	98.13	1 820.8	1 906.99	4.52
砂土③	30	97.64	2 297.3	2 397.12	4.64
砂土④	35	97.12	3 002.1	3 061.55	1.94

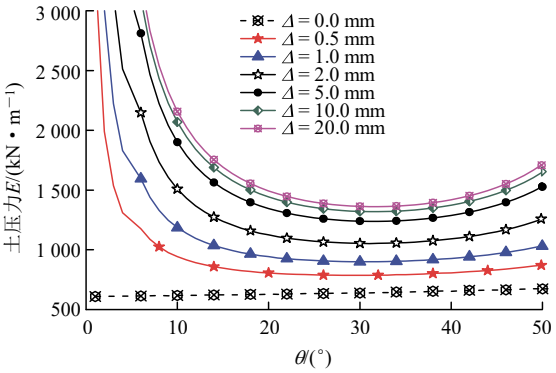


图 7　砂土被动土压力与角度 θ 关系曲线(φ=20°)

Fig.7　Relation curves between earth pressure and θ of sandy soil (φ=20°)

较大的水平被动力，因此土压力较高；随着 θ 的增大，楔形体变陡，水平分力和摩阻作用显著减弱，土压力迅速下降；当 θ 达到一定范围后，几何变化影响趋缓，土压力变化幅度变小并趋于稳定。这一规律在不同挡墙变形量 Δ 条件下均表现一致，但数值水平因应力状态分布差异而有所不同。

4　试验验证

采用 Y. S. Fang 等[33]的 3 组室内试验(编号I～III，挡墙高度 0.5 m)、Y. S. Fang 等[34]的 1 组试验(编号IV，高度 0.5 m)及卢应发等[31]的 1 组试验(编号V，高度 0.525 m)，共 5 组数据，验证本研究方法的合理性，试验参数如表 2 所示。基于上述数据，分别应用彭润民和纪秋林[11]、刘光秀等[17]库仑理论及本研究方法，双曲力学模型参数如表 3 所示，计算得到被动土压力分布曲线，并与实测结果对比(见图 8)。为深入评估方法性能，选取原始试验点计算各方法预测值与实测值的相对误差，对比结果详见表 4。

表 4 所列 5 组试验中各分析方法的预测值与实测值间的相对误差按下式[14]计算：

$$\psi=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{i=n}\left(\frac{E_{\mathrm{P}}-E_{\mathrm{P}^*}}{E_{\mathrm{P}^*}}\right)\times 100\% \tag{27}$$

式中：ψ 为计算值与实测值的相对误差；E_{P} 为本文被动土压力计算值；E_{P^*}为被动土压力实测值；N 为试验样本空间，每组试验测点数。

按照式(5)，(25)，(26)计算出试验I～V的土体破裂角θ、破裂面中点处正应力σ_{n}对应的临界应变v_{crit}及变形破坏率f_i^v，计算结果如下：破裂角 θ 依次为 20°，16°，13°，15°，14°，临界应变v_{crit}依次为 1.30，1.47，1.62，1.25，1.34，变形破坏率f_i^v依次为 98.62%，90.57%，68.42%，98.76%，93.92%。

从表 4 可以看出，本文提出的土压力计算方法整体误差小于 Y. Y. Cai 等[36-37]的计算结果。与张慧姐等[14]的结果相比，除试验III外，试验I，II，IV，V的相对误差均明显较小。在试验III中，张慧姐等[14]的相对误差为 8.31%，而本文方法为 13.39%，略大于前者。出现这种差异的原因在于：试验III土体的变形破坏率为 68.42%，其中破裂面上约 67.42%的区域仍处于破坏前区，应力尚未完全释放，导致土体抗剪强度未能充分发挥，从而造成计算值整体偏小。

表 2　试验 I～V 的参数取值

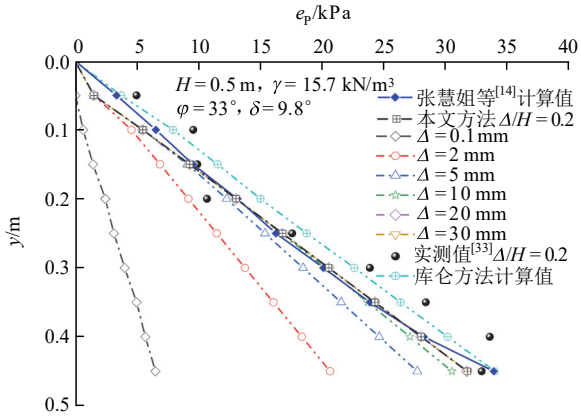
Table 2　Experiment parameters of test groups I－V

试验编号 (test number)	墙高(wall height)H/m	重度(density) γ/(kN • m^{-3})	峰值内摩擦角 (peak internal friction angle)φ_{p}/(°)	外摩擦角(external friction angle)δ/(°)	残余内摩擦角(residual internal friction angle)φ_{r}/(°)	数据来源 (data source)
I	0.50	15.7	33.0	9.8	31.5	Y. S. Fang 等[33]
II	0.50	16.3	38.3	12.60	31.5	Y. S. Fang 等[33]
III	0.50	16.8	42.1	14.00	31.5	Y. S. Fang 等[33]
IV	0.50	15.5	30.9	19.20	29.9	Y. S. Fang 等[34]
V	0.525	14.6	35.0	16.57	–	应宏伟等[35]

表 3　双曲力学模型参数表

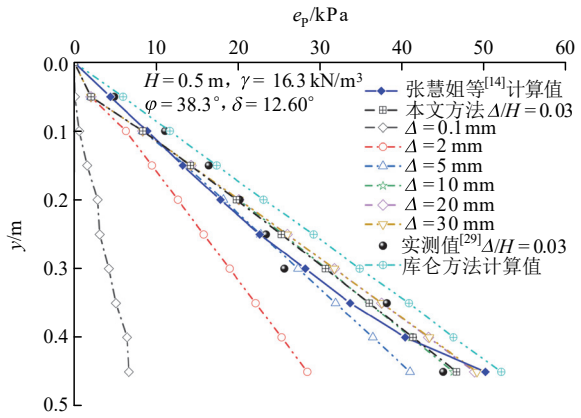
Table 3　Parameters of hyperbolic model

编号(number)	φ_p/(°)	φ_r/(°)	ζ	λ	χ	κ
I	33.0	31.5	1.211 5	1.864 0	0.10	0.10
II	38.3	31.5	1.270 8	1.911 5	0.10	0.10
III	42.1	31.5	1.305 5	1.938 1	0.10	0.10
IV	30.9	29.9	1.189 3	1.845 6	0.10	0.10
V	35.0	–	1.212 9	1.864 9	0.10	0.10



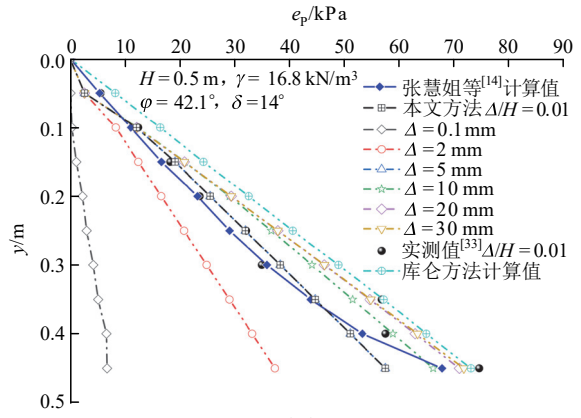
(a) 试验I

(a) Test I



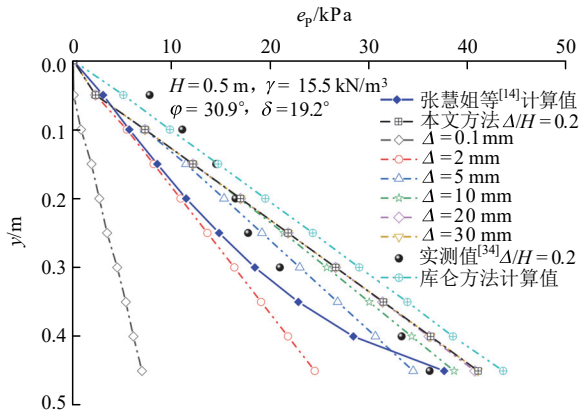
(b) 试验II

(b) Test II



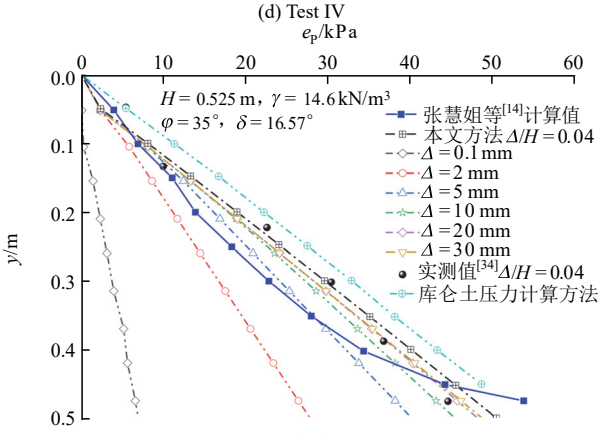
(c) 试验III

(c) Test III



(d) 试验IV

(d) Test IV



(e) 试验V

(e) Test V

图 8　试验 I～V 被动土压力分布曲线对比

Fig.8　Comparisons among different methods of calculation of passive earth pressure curves of tests I – V

表 4　不同土压力分析方法计算误差对比

Table 4　Comparison of calculation errors of different earth pressure analysis methods

土压力分析方法(earth pressure analysis method)	相对误差(relative error)/%					平均相对误差(mean relative error)/%	
	试验I (test I)	试验II (test II)	试验III (test III)	试验IV (test IV)	试验V (test V)	试验I～III (tests I-III)	试验I～V (tests I-V)
(1)	16.57	8.23	13.39	5.74	7.00	12.73	7.68
(2)	16.81	12.83	8.31	30.79	21.83	12.65	18.1
(3)	34.67	79.05	96.00	469.64	650.68	69.91	266.0
(4)	26.57	34.90	32.94	56.77	65.89	31.47	43.41
(5)	14.81	15.96	26.40	22.75	15.49	19.06	19.08

注：计算方法(1)为本文计算方法、(2)为张慧姐等[14]方法、(3)为 Y. Y. Cai 等[36]方法、(4)为侯 键等[37]方法、(5)为库仑土压力方法[37]。

综合对比可知，在试验I～III中，本文结果与张慧姐等[14]结果的平均相对误差分别为 12.73%和 12.65%，两者结果接近。而在试验I～V的整体比较中，本文结果与张慧姐等[14]结果的平均相对误差分别为 7.68%和 18.1%，本文方法与实测结果更为接近。由此可见，本文提出的计算方法不仅具有较高的合理性，而且在整体精度上优于现有方法。

5　分析与讨论

5.1　挡墙变形对破裂角的影响

土体的破裂角是影响被动土压力大小和分布的关键因素。挡墙发生变形时，墙后土体应力场和破裂面形态都会随之变化，从而导致破裂角发生变化[5]。为探究其规律，本文引入算例分析，挡墙高度 $H=8$ m，土体内摩擦角 $\varphi=20°$，$30°$，$40°$，$45°$，$50°$，重度 $\gamma=19$ kN/m^3，土体与挡墙墙背摩擦角 $\delta=1/3\varphi$。依据式(5)，(24)计算不同工况下的破裂角，如图 9 所示。其变化规律如下：

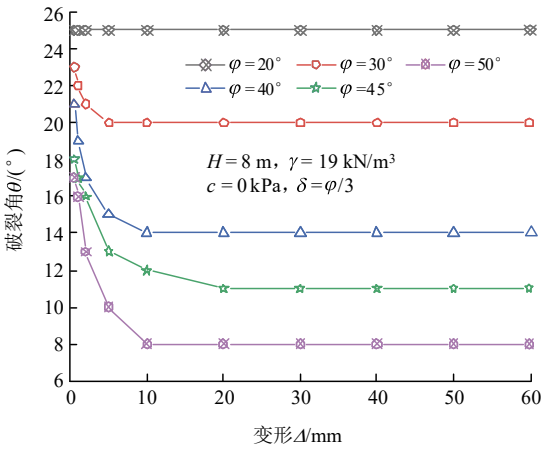


图 9　不同工况下破裂角 θ 与变形 Δ 关系曲线

Fig.9　Relation curves between earth pressure θ and deformation of sandy soil

(1) 低强度土体($\varphi=20°$)。当土体抗剪强度较低时，破裂面一旦形成，其几何形态和受力状态趋于稳定，因而破裂角几乎不随挡墙变形而改变，始终维持在约 25°。该结果与库仑极限平衡理论的预测结果一致，说明在弱摩阻条件下，墙后土体的破坏模式主要受整体极限状态控制，变形效应不显著。

(2) 高强度土体($\varphi=50°$)。随着挡墙逐步变形，破裂角出现明显减小并呈现非线性演化，$\Delta=2.0$ mm 时，破裂角约为 16°；Δ=10.0 mm 时，进一步减小至约 8°，并最终趋于稳定。其原因为：高强度土体在初期阶段能够承受较大的剪应力，破裂面上各点进入不同步的渐进破坏过程。双曲力学模型揭示了剪应力与变形的不同步性，使得破裂角不断调整直至达到新的平衡状态。最终稳定的破裂角仍与库仑理论结果接近，但其形成过程反映了土体由“局部破坏”向“整体破坏”的演化规律。

总体而言，破裂角随挡墙变形呈现 2 类变化特征：低强度土体中变化不显著，高强度土体中则先快速减小后趋于稳定。这一差异揭示了双曲力学模型的优势：能够模拟破裂面上不同位置点进入破坏状态的不同步性，从而反映传统库仑理论所忽略的变形过程效应。该结果表明，挡墙在实际工程中的土压力计算不仅取决于强度参数本身，还与墙后土体的变形特性密切相关。

5.2　土压力 σ_w 的分布规律及墙－土摩擦角 δ 的影响

为探究墙背倾角及粗糙度对土压力的影响机制，基于 Y. S. Fang 等[33-34]试验I～IV参数，推导了不同 δ，θ 组合下量纲一的被动土压力 $\sigma_w/(\gamma H)$ 分布曲线，分别如图 10，11 所示。

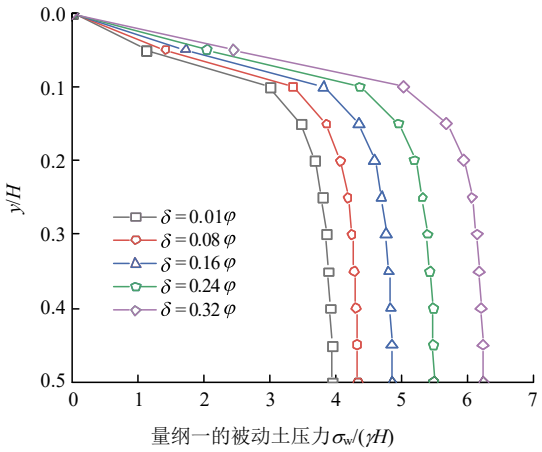


图 10　墙－土摩擦角 δ 对被动土压力分布的影响

Fig.10　Effect of δ on passive earth pressure distribution

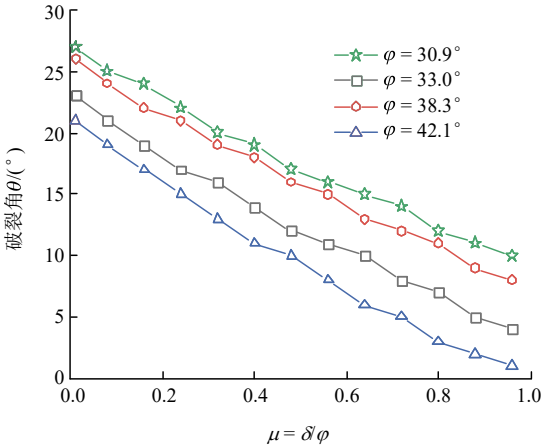


图 11　墙－土摩擦角 δ 对破裂角的影响

Fig.11　Effect of δ on rupture angle

(1) 如图 10 所示，随着墙－土摩擦角 δ 的增大，整体被动土压力 $\sigma_w/(\gamma H)$ 明显增大，且其沿墙身呈现更强的非线性分布特征。具体而言，土压力曲线表现为近似梯形分布：在靠近墙顶的约 1/3H 范围内，土压力增长速率最大；而在墙底至 2/3H 的区域内，土压力趋于相对稳定并保持恒定值。该现象的形成与墙－土界面摩擦的能量消耗与传递方式密切相

关：当δ较小时，界面摩阻不足以充分调动土体的抗剪强度，破裂面应力状态接近库仑极限理论所描述的线性分布；随着δ的增大，墙－土界面产生更强的摩阻效应，破裂面上剪应力分布逐渐不均，导致土压力曲线弯曲程度增强，表现为非线性加剧。此时，墙顶附近因变形集中，土体更容易进入渐进破坏状态，从而导致上部压力快速增加。

引入双曲力学模型刻画“剪应力、变形不同步”的特性。随着δ的增大，界面摩阻使得破裂面不同位置点进入破坏状态的先后差异更为显著，这一非同步性正是土压力分布出现非线性加强的根本原因。因此模型不仅能够捕捉土压力随δ 增大而整体增大趋势，还能解释曲线分布形态由近似线性向强非线性演化的机制。传统库仑土压力理论假定界面摩擦对破裂面的影响均匀且同步，因此得到的压力分布往往为简单的线性或近似梯形关系，无法反映 δ 增大后压力分布的非均匀性。而本文方法通过考虑破裂面的渐进破坏特征，成功揭示了非极限状态下 δ 对土压力分布规律的强化效应，更符合实际工程观测结果。

(2) 如图 11 所示，横坐标 $\mu = \delta / \varphi$，表示摩擦角系数，该系数为墙－土界面摩擦角δ相对于土体内摩擦角φ的比值。当$\mu = 0$ 时，表示墙背与土体之间完全光滑，无界面摩擦；当μ=1 时，表示墙背与土体摩擦角与土体内摩擦角相等，即达到完全粗糙状态。从图 11 曲线趋势可见：随着μ增大，破裂面倾角 θ 单调减小，表现为破裂面逐渐趋近于水平面。在相同μ下，土体内摩擦角 φ 越大，破裂面倾角 θ 越小，说明强度较高的土体破裂面更平缓。该规律源于界面摩阻对破裂面应力分布的调控作用。当μ 较小时，界面摩阻弱，破裂面更接近库仑理论预测的较大倾角；而μ 增大后，界面摩阻消耗更多能量，并增强了土体抗滑移能力，使破裂面更趋水平，从而缩短了应力传递路径。

本文所采用的双曲力学模型进一步揭示了这一过程：界面摩阻的增加加剧了破裂面上不同位置点进入破坏状态的不同步性，导致破裂面演化呈现明显的“向水平展宽”的趋势。这表明通过提高墙背粗糙度，可有效减小破裂面倾角，使得主动－被动土压力传递范围更加靠近墙体，有利于增强墙体稳定性。在实际工程设计中，可根据填土性质与墙背材料特性，选择合适的界面粗糙度，从而优化土压力分布和挡墙安全储备。

在实际工程中，类似的被动状态挡墙平动模式曾导致桥台失稳事故。例如，广西贺州市八步区步头镇步头大桥第一跨桥面坍塌案例，桥台背后回填土在车辆荷载与自身沉降作用下发生明显水平位移，导致桥台墙体处于被动土压力作用状态；在回填土密实度不足、排水不畅的条件下，墙后土体逐渐出现局部破坏并向整体扩展，土压力分布呈现显著的非均匀性，最终诱发桥台与桥面结构失稳。该案例印证了本文提出的双曲力学模型所揭示的破裂面渐进破坏与土压力演化的规律，即破裂面上不同位置点进入破坏状态具有明显的不同步性。由此可见，工程设计中若忽视挡墙平动模式下被动土压力的非极限演化特征，极易低估土压力的实际影响，增加结构失稳风险。本文提出的方法不仅能够合理解释该类事故机制，也为类似桥台及挡墙的设计与加固提供了可靠的理论依据。

6　结　论

本文基于挡墙后土体破裂面的渐近破坏机制，结合破裂面上剪应力与变形的非同步特性，将挡墙变形效应引入被动土压力计算研究，得到以下主要结论：

(1) 基于楔形体静力平衡理论，引入双曲力学模型，精确描述土体的应力－变形关系，提出了适用于非极限状态的被动土压力计算方法。该方法在理论上能够刻画破坏前、破坏临界和破坏后的渐进过程，计算结果与库仑理论值接近且略偏小，验证了本文方法在保持安全裕度的同时具备较高的计算精度。

(2) 通过定义点、线、面 3 种变形破坏率，实现了破裂面应力状态的局部与整体分类。结果表明，同一位置点在不同时刻应力状态会发生变化，同一时刻不同位置点应力状态也存在差异。面积(长度)变形破坏率≥1 表示破裂面(线)整体进入破坏后区，而＜1 则反映破坏前区与破坏后区的混合分布特征。该指标体系为非极限状态下挡墙稳定性评价提供了新方法。

(3) 对于砂土而言，被动土压力随挡墙位移的增加先急剧减小后缓慢趋于恒定值，表明一定变形后土体已充分发挥抗力。实测与理论计算结果的对比显示，本文方法在捕捉变形－土压力变化趋势上具有显著优势

(4) 研究发现，被动土压力比值$\sigma_w/(\gamma H)$随墙后土体－墙背摩擦角 δ 增大而逐渐升高，并导致土压力分布的非线性增强。分布特征呈梯形，约 1/3 墙

高处的压力增长率最大；墙底至 2/3 墙高范围内压力保持稳定值。该规律为合理选取摩擦条件和优化墙体设计提供了参考。

本研究首次将双曲力学模型与渐进破坏理论相结合，引入变形破坏率指标体系，实现了被动土压力计算从极限状态理论向非极限渐进破坏分析的拓展，既提高了计算精度，又为工程中非极限状态下的安全评价提供了理论依据。

参考文献(References)：

[1] TERZAGHI K. Record earth pressure testing machine[J]. Engineering News Record，1932，(9)：365－369.

[2] TERZAGHI K. Large retaining wall tests I-pressure of dry sand[J]. Engineering News Record，1934，(1)：136－140.

[3] TERZAGHI K. Large retaining wall tests II-pressure of saturated sand[J]. Engineering News Record，1934，(8)：316－318.

[4] TERZAGHI K. Theoretical soil mechanics[M]. New York：Wiley，1943：42－48.

[5] 李广信. 高等土力学[M]. 北京：清华大学出版社，2004：41－45.(LI Guangxin. Advanced soil mechanics[M]. Beijing：Tsinghua University Press，2004：41－45.(in Chinese))

[6] 蒋莼秋. 挡土墙土压力非线性分布解[J]. 土木工程学报，1964，(1)：56－65.(JIANG Chunqiu. Calculation of nonlinear distribution of earth pressure in retaining walls[J]. China Civil Engineering Journal，1964，(1)：56－65.(in Chinese))

[7] 姚代禄. 挡土墙土压力非线性分布的研究[J]. 重庆交通学院学报，1984，10(3)：40－47.(YAO Dailu. Studies on non-linear distribution of earth pressure on retaining wall[J]. Journal of Chongqing Jiaotong Institute，1984，10(3)：40－47.(in Chinese))

[8] 顾慰慈. 挡土墙土压力计算[M]. 北京：中国建材工业出版社，2001：167－187.(GU Weici. Calculation of earth pressure on retaining walls[M]. Beijing：China Construction Science and Technology Press，2001：167－187.(in Chinese))

[9] 顾慰慈. 挡土墙土压力计算手册[M]. 北京：中国建材工业出版社，2005：235－262.(GU Weici. Retaining wall earth pressure calculation manual[M]. Beijing：China Construction Science and Technology Press，2005：235－262.(in Chinese))

[10] HANDY R L. The arch in soil arching[J]. Journal of Geotechnical Engineering，1985，111(3)：302－318.

[11] 彭润民，纪秋林. 不同变位模式刚性挡土墙的动被动土压力[J]. 岩土力学，2009，30(增 2)：34－38.(PENG Runmin，JI Qiulin. Dynamic passive earth pressure on retaining wall under various modes of movement[J]. Rock and Soil Mechanics，2009，30(Supp.2)：34－38.(in Chinese))

[12] 欧明喜，刘新荣，钟祖良. 考虑位移影响的被动土压力计算方法[J]. 中国公路学报，2011，24(5)：5－9.(OU Mingxi，LIU Xinrong，ZHONG Zuliang. Calculation method of passive soil pressure considering influence of displacement[J]. China Journal of Highway and Transport. 2011，24(5)：5－9.(in Chinese))

[13] 徐日庆，徐叶斌. 考虑剪应力作用的有限土体被动土压力分析[J]. 湖南大学学报：自然科学版，2020，47(9)：76－84.(XU Riqing，XU Yebin. Analysis of passive earth pressure for limited soils considering action of shear stress[J]. Journal of Hunan University：Natural Science，2020，47(9)：76－84.(in Chinese))

[14] 张慧姐，曹文贵，刘　涛. 基于主应力迹线分层的挡墙被动土压力分析方法[J]. 岩土力学，2020，41(9)：3 022－3 030.(ZHANG Huijie，CAO Wengui，LIU Tao. Analysis method of passive earth pressure for retaining wall layered based on principal stress trajectory[J]. Rock and Soil Mechanics，2020，41(9)：3 022－3 030.(in Chinese))

[15] 陈奕柏，柯才桐，高洪波，等. 考虑变位影响的刚性挡墙非极限土压力研究[J]. 岩石力学与工程学报，2015，34(5)：1 060－1 070.(CHEN Yibai，KE Caitong，GAO Hongbo，et al. Non-limit state earth pressure against retaining wall considering influence of deformation[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering，2015，34(5)：1 060－1 070.(in Chinese))

[16] 林庆涛，朱建明，康　瑶. 考虑土拱效应的挡土墙空间土压力研究[J]. 岩石力学与工程学报，2015，34(9)：1 918－1 927.(LIN Qingtao，ZHU Jianming，KANG Yao. Active spatial earth pressure behind retaining wall considering arching effects of soil[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering，2015，34(9)：1 918－1 927.(in Chinese))

[17] 刘光秀，党发宁，王　旭，等. 基于极限应力状态条件的主动土压力解析[J]. 岩石力学与工程学报，2024，43(11)：2 832－2 845.(LIU Guangxiu，DANG Faning，WANG Xu，et al. Analytical solution of active earth pressure under ultimate stress state conditions[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering，2024，43(11)：2 832－2 845.(in Chinese))

[18] 应宏伟，郑贝贝，谢新宇. 狭窄基坑平动模式刚性挡墙被动土压力分析[J]. 岩土力学，2011，32(12)：3 755－3 762.(YING Hongwei，ZHENG Beibei，XIE Xinyu. Study of passive earth pressures against translating rigid retaining walls in narrow excavations[J]. Rock and Soil Mechanics，2011，32(12)：3 755－3 762.(in Chinese))

[19] 赖　勇，周　锐，张　帅，等. 挡土墙后无黏性土非极限土压力的强度准则效应分析[J]. 中国农村水利水电，2024，(11)：106－113.(LAI Yong，ZHOU Rui，ZHANG Shuai，et al. Analysis of strength criterion effects on non-limit earth pressure of cohesionless soil behind retaining walls[J]. China Rural Water and Hydropower，2024，(11)：106－113. (in Chinese))

[20] 方　薇，吴润丰，周春梅. 基于包络壳模型的非饱和土朗肯被动土压力[J]. 岩土力学，2025，46(9)：2 885－2 893.(FANG Wei，WU Runfeng，ZHOU Chunmei. Rankine passive earth pressure of unsaturated soil based on the envelope shell model[J]. Rock and Soil

Mechanics，2025，46(9)：2 885－2 893.(in Chinese))

[21] 姚嘉楠，王艳萍，袁　辉，等. 考虑任意荷载作用的刚性挡土墙非极限被动土压力理论研究[J]. 科学技术与工程，2025，25(3)：1 197－1 205.(YAO Jianan，WANG Yanping，YUAN Hui，et al. Study on non-limit passive earth pressure theory of rigid retaining wall under arbitrary loads [J]. Science Technology and Engineering，2025，25(3)：1 197－1 205.(in Chinese))

[22] 曾中林，石志龙，钟　峥，等. 邻坡刚性挡土墙平动模式下墙后砂性填土被动土压力分析[J]. 铁道勘察，2025，51(5)：105－111.(ZENG Zhonglin，SHI Zhilong，ZHONG Zheng，et al. Analysis of passive earth pressure of sandy backfill behind rigid retaining wall in translation mode adjacent to slope[J]. Railway Survey，2025，51(5)：105－111.(in Chinese))

[23] 徐日庆，陈页开，杨仲轩，等. 刚性挡墙被动土压力模型试验研究[J]. 岩土工程学报，2002，24(5)：569－575.(XU Riqing，CHEN Yekai，YANG Zhongxuan，et al. Experimental research on the passive earth pressure acting on rigid wall[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering，2002，24(5)：569－575.(in Chinese))

[24] 胡卫东，祝新念，周喜宇. 有限宽度无黏性砂土悬臂排桩柔性挡墙被动土压力试验研究[J]. 岩石力学与工程学报，2019，38(增 2)：3 748－3 757.(HU Weidong，ZHU Xinnian，ZHOU Xiyu. Experimental study on passive earth pressures of cohesionless soils with limited width against cantilever piles flexible retaining walls[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering，2019，38(Supp.2)：3 748－3 757.(in Chinese))

[25] 蒋明镜，贺　洁. 基于颗粒抗转动模型的刚性挡墙被动土压力临界状态离散元分析[J]. 岩土力学，2015，36(10)：2 996－3 006.(JIANG Mingjing，HE Jie. A distinct element analysis of critical state passive earth pressure against a rigid wall using a rolling resistance contact model[J]. Rock and Soil Mechanics，2015，36(10)：2 996－3 006.(in Chinese))

[26] GAN F，BI J，CAO T，et al. Analysis of progressive failure between soil and structure interface in the direct shear test using a new method[J]. Journal of Testing and Evaluation，2021，49(6)：3 947－3 969.

[27] 干 飞，叶晓明，阴　可. 基于局部应力变形测试方法的土－结构物渐进破坏试验研究[J]. 岩石力学与工程学报，2018，37(3)：734－742.(GAN Fei，YE Xiaoming，YIN Ke. Experimental study on progressive failure of soil-structure interfaces based on anew measuring method of local stress and displacement[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering，2018，37(3)：734－742.(in Chinese))

[28] 干　飞，叶晓明. 一种剪应力测试装置和方法[P]. 中国：CN105758559A，2016－08－10.(GAN Fei，YE Xiaoming. A shear stress testing device and method[P]. China：CN105758559A，2016－08－10.(in Chinese))

[29] 干　飞. 土体双曲渐进剪切破坏模型及其在滑坡稳定性分析中的应用[博士学位论文][D]. 重庆：重庆大学，2017.(GAN Fei. The hyperbolic progressive shear- failure mode of soil and its application in stability analysis of landslide[Ph. D. Thesis][D]. Chongqing：Chongqing University，2017.(in Chinese))

[30] 干　飞，叶晓明，郑　刚. 一种新型剪应力模型—双曲力学模型[J]. 岩石力学与工程学报，2021，40(增 2)：3 253－3 260.(GAN Fei，YE Xiaoming，ZHENG Gang. A new type of shear stress model-hyperbolic mechanical model[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering，2021，40(Supp.2)：3 253－3 260.(in Chinese))

[31] 卢应发，张凌晨，张玉芳，等. 边坡渐进破坏多参量评价指标[J]. 工程力学，2021，38(3)：132－147.(LU Yingfa，ZHANG Lingchen，ZHANG Yufang，et al. Multi parameter evaluation index of progressive failure of landslide[J]. Engineering Mechanics，2021，38(3)：132－147.(in Chinese))

[32] 卢应发，邓国栋，杨丽平，等. 滑坡的关键块力学行为及力传递特征和不同应力状态的稳定系数研究[J]. 岩石力学与工程学报，2014，33(5)：884－891.(LU Yingfa，DENG Guodong，YANG Liping，et al. Study of mechanical behaviors of key block and characteristics of force transmit and stability coefficient of different state stress of landslides[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering，2014，33(5)：884－891.(in Chinese))

[33] FANG Y S，HO Y C，CHEN T J. Passive earth pressure with critical state concept[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering，2002，128(8)：651－659.

[34] FANG Y S，CHEN T J，WU B F. Passive earth pressures with various wall movements[J]. Journal of Geotechnical Engineering，1994，120(8)：1 307－1 323.

[35] 应宏伟，张金红，王小刚，等. 有限土体刚性挡墙平动模式被动土压力试验研究[J]. 岩土工程学报，2016，38(6)：978－986.(YING Hongwei，ZHANG Jinhong，WANG Xiaogang，et al. Experimental analysis of passive earth pressure against rigid retaining wall under translation mode for finite soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering，2016，38(6)：978－986.(in Chinese))

[36] CAI Y Y，CHEN Q S，ZHOU Y T，et al. Estimation of passive earth pressure against rigid retaining wall considering arching effect in cohesive-frictional backfill under translation mode[J]. International Journal of Geomechanics，2017，17(4)：04016093.

[37] 侯　键，夏唐代，孔祥冰，等. 基于土拱效应原理求解挡土墙被动土压力[J]. 岩土力学，2012，33(10)：2 996－3 000.(HOU Jian，XIA Tangdai，KONG Xiangbing，et al. Passive earth pressure on retaining walls calculated by principle of soil arching effect[J]. Rock and Soil Mechanics，2012，33(10)：2 996－3 000.(in Chinese))