考虑峰后脆性跌落的油页岩统计损伤本构——以鄂尔多斯盆地长 7 段为例

曾 萍[1, 2]，韦世明[1, 2]，夏 阳[1, 2]，金 衍[1, 2]，曾 皓[2, 3]

（1. 中国石油大学（北京） 石油工程学院，北京 102249；2. 中国石油大学（北京） 油气资源与探测国家重点实验室，北京 102249；3. 中国石化石油勘探开发研究院，北京 102206）

摘要：为明确鄂尔多斯盆地延长组 7 段油页岩力学特性，开展不同围压和层理倾角下的三轴压缩力学试验，基于长 7 段岩石应力－应变曲线特征，提出脆性定量评价指标；结合损伤力学、残余强度和 Drucker-Prager 准则，建立考虑峰后脆性跌落的统计损伤本构模型。结果表明：（1）油页岩变形破坏主要分为弹性变形、应变硬化和应变软化 3 个阶段；（2）随围压的增加，岩石抗压强度、残余强度、峰值应变和弹性模量增加，而脆性及裂缝发育复杂程度降低；（3）垂直层理方向油页岩具有更高的强度、更低的刚度和脆性，各向异性特征明显；（4）该模型能够考虑峰后应力跌落速率（脆性）的影响，比 Weibull 分布等模型更能准确预测脆性岩石峰后脆性跌落，理论曲线与应力－应变曲线吻合度更高。

关键词：岩石力学；油页岩；统计损伤本构；脆性

中图分类号：TU 45 **文献标识码：**A **文章编号：**1000－6915(2025)09－2408－12

Statistical damage constitutive of oil shale considering post-peak stress drop: taking the Seven Member of Yanchang Formation in Ordos Basin as an example

ZENG Ping[1, 2], WEI Shiming[1, 2], XIA Yang[1, 2], JIN Yan[1, 2], ZENG Hao[2, 3]

(1. *College of Petroleum Engineering*, *China University of Petroleum* (*Beijing*), *Beijing* 102249, *China*; 2. *State Key Laboratory of Petroleum Resources and Prospecting*, *China University of Petroleum* (*Beijing*), *Beijing* 102249, *China*; 3. *Sinopec Production and Exploration Research Institute*, *Beijing* 102206, *China*)

Abstract: To elucidate the mechanical properties of oil shale in the Chang 7 Member of the Ordos Basin, triaxial compression experiments were conducted under various confining pressures and bedding inclinations. Based on the characteristics of the stress-strain curves of the Chang 7 Member rocks, a quantitative brittleness evaluation index was proposed. A damage constitutive model, which incorporates post-peak brittle drop, was established by integrating damage mechanics with residual strength and the Drucker-Prager criterion. The results demonstrate that: (1) The deformation of oil shale primarily occurs in three stages: elastic deformation, strain hardening, and strain softening. (2) As confining pressure increases, the compressive strength, residual strength, peak strain, and elastic modulus increase, while brittleness and fracture complexity decrease. (3) Oil shale oriented perpendicular to the

收稿日期：2025－03－06；**修回日期：**2025－05－29

基金项目：国家自然科学基金资助项目（52334001，U24B2029）

Supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos.52334001 and U24B2029)

作者简介：曾 萍（1998－），男，2017 年毕业于成都理工大学石油工程专业，现为博士研究生，主要从事岩石力学和井壁稳定方面的研究工作。E-mail：2023310129@student.cup.edu.cn。通讯作者：金 衍（1972－），男，博士，现任教授。E-mail：jiny@cup.edu.cn

DOI：10.3724/1000-6915.jrme.2025.0136

bedding planes exhibits higher strength but lower stiffness and brittleness, displaying pronounced anisotropic characteristics. (4) The proposed model effectively accounts for the stress drop rate (brittleness) and outperforms Weibull distribution-based models in predicting the post-peak brittle behavior of rocks, with theoretical curves aligning more closely with experimental stress-strain curves.

Key words: rock mechanics; oil shale; statistical damage constitutive; brittleness

1 引 言

我国页岩油技术可采资源量约达 150 亿 t，开发潜力巨大，随着体积压裂工艺的充分发展，页岩油逐渐成为原油稳产和增储上产的接替资源[1]。我国页岩油主要集中在鄂尔多斯盆地、准噶尔盆地、松辽盆地和四川盆地等地区，近 10 a 来，在鄂尔多斯盆地长 7 段多口井获得工业油气流，具有广阔的前景[1-4]。

由于油页岩力学特性不明，使得钻井和压裂设计缺乏依据。目前，学者们聚焦于脆性评价[5-6]、温度影响[7-8]、水岩作用[9-10]和各向异性特征[11-12]等方面，对页岩力学特性开展了大量研究。李庆辉等[5]建立了基于应力-应变曲线的脆性评价方法；杨少强等[8]探究了温度和层理方向对油页岩微观结构和力学特性的影响。目前，在页岩力学特性方面已取得较多研究成果，然而针对长 7 段油页岩的力学特性和本构模型鲜有报道。21 世纪以来，国内外学者在 D. Krajcinovic 等[13-14]研究的基础上，不断完善统计损伤本构模型，主要集中在微元控制方式[15-16]、岩石强度准则[17-19]、强度修正[20-21]、微元失效概率[22-25]和温度改进[26-27]等方面。总体而言，现有模型大多基于 Weibull 分布对岩石变形特征进行研究，取得了显著成果，然而无法体现岩石峰后脆性特征。

本文从鄂尔多斯盆地延长组 7 段钻取油页岩，通过 RTR－2000 高温高压流变仪，研究不同围压和层理倾角下油页岩岩石力学特性。建立考虑峰后脆性修正的本构模型，并对油页岩等脆性岩石本构模型进行验证。

2 长 7 段油页岩力学特性测试

2.1 试验试样

研究区位于鄂尔多斯盆地东南部，油页岩露头以灰黑色为主，对其进行多次采样，用于物性测试和力学特性测试。X 衍射结果(见表 1)显示其为长英质油页岩，石英等脆性矿物含量为 61.2%～63.9%。

表 1 长 7 段油页岩矿物组成 X 衍射结果

Table 1 X-diffraction results of the mineralogical composition of oil shale in the Chang 7 Member

编号	矿物相对含量/%					
	陆源碎屑矿物			碳酸盐矿物	其他矿物	黏土矿物
	石英	钾长石	斜长石			
2#	29.9	4.3	10.9	4.4	18.8	31.7
3#	31.4	6.2	13.0	6.2	10.6	32.6

为测试长 7 段油页岩力学特性，根据《工程岩体试验方法标准》(GB/T50266—99)，将油页岩制作成 25 mm×50 mm 的标准岩样。如图 1 所示，层理倾角 θ 为层理与水平方向夹角，层理倾角为 90°的油页岩层理特征明显。



图 1 油页岩试验样品(平行层理)

Fig.1 Experimental samples of oil shale(parallel bedding)

2.2 试验设备

试验设备采用 GCTS RTR-2000 综合测试系统(见图 2)，该设备能对高温高压条件下岩石的强度和地应力等参数进行测试。对层理倾角为 0°和 90°的油页岩进行常规三轴压缩测试，围压设置为 5，10 和 20 MPa，围压加载到设定值后将变形清零，以恒定应变速率加载直至油页岩破坏。

2.3 试验结果

绘制不同围压下油页岩应力-应变曲线，如图 3 所示，图例中，5 MPa 等表示围压，0°等表示层理倾角。可以看出，围压作用下长 7 段油页岩变形过程主要分为以下 3 个阶段：

(1) 弹性变形阶段。在油页岩达到峰值强度前，应力－应变曲线接近一条直线，无明显非线性变形。



图 2　RTR－2000 高温高压岩石三轴仪

Fig.2　RTR－2000 high temperature and high pressure rock triaxial tester

(2) 应变硬化阶段。应力超过弹性极限后，应力－应变曲线斜率变小。结合 X 衍射结果可知，油页岩中脆性矿物含量高，微裂纹产生后在矿物颗粒内、颗粒间快速传播，非线性变形特征不明显。

(3) 应变软化阶段。宏观裂纹形成后，油页岩强度迅速衰减至残余强度。油页岩在不同条件下的变形破坏的显著区别主要在这一阶段体现。

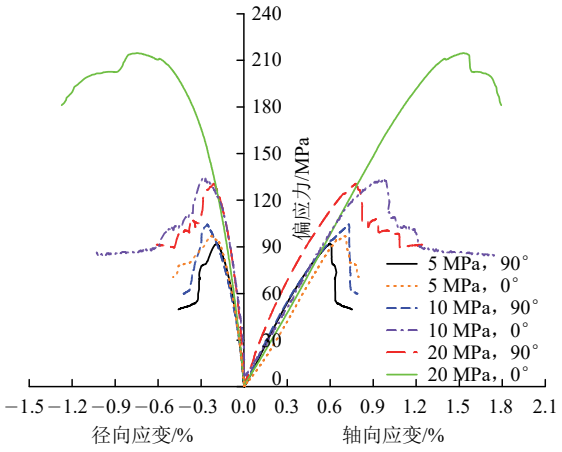


图 3　长 7 段油页岩应力－应变曲线

Fig.3　Deviatoric stress-strain curves of oil shale in the Chang 7 Member

围压 5 MPa 条件下，油页岩呈明显的脆性跌落，峰后应力跳跃式下降，平行层理方向小幅应变回弹。围压 10 MPa 条件下，平行层理方向呈明显的脆性跌落，而垂直层理方向呈阶梯状下降。围压 20 MPa 条件下，平行层理方向呈渐进破坏，而垂直层理方向轴向应力先迅速降低后维持不变，最后缓慢降低。总体而言，平行层理方向油页岩脆性强于垂直层理方向油页岩。

2.4　长 7 段油页岩力学特性

2.4.1　强度特性

从图 4 可以看出长 7 段油页岩特征强度随围压变化规律，其总趋势为线性增加，岩石峰值强度为 97.2～234.7 MPa，残余强度为 58.4～201.1 MPa。破坏后应力跌落幅度相近，说明油页岩破坏模式仍以剪切破坏为主。沿不同方向加载，油页岩矿物颗粒间微裂纹产生不同程度的闭合[28]，垂直层理方向油页岩具有更高的强度。

拟合长 7 段油页岩峰值强度变化规律如下式：

$$\left.\begin{aligned}\sigma_{\mathrm{f}}^{90^\circ}&=3.58\sigma_3+79.05\quad(R^2=99.98\%)\\ \sigma_{\mathrm{f}}^{0^\circ}&=8.89\sigma_3+56.50\quad(R^2=99.96\%)\end{aligned}\right\}\tag{1}$$

式中：σ_{f} 为峰值强度，上标“0°”等表示层理方向；σ_3 为围压；R^2 为相关系数。

油页岩残余强度变化规律如下式：

$$\left.\begin{aligned}\sigma_{\mathrm{r}}^{90^\circ}&=3.44\sigma_3+40.05\quad(R^2=99.68\%)\\ \sigma_{\mathrm{r}}^{0^\circ}&=8.63\sigma_3+24.6\quad(R^2=97.57\%)\end{aligned}\right\}\tag{2}$$

式中：σ_{r} 为岩石残余强度。

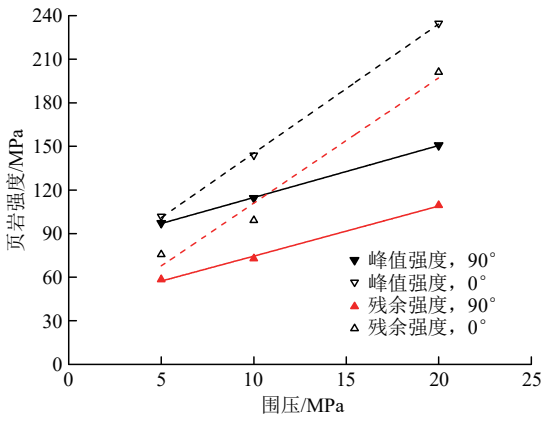


图 4　长 7 段油页岩特征强度随围压变化

Fig.4　Variation of characteristic strength of oil shale with confining pressure in the Chang 7 Member

Mohr-Coulomb 准则是岩土工程常用的强度准则，可表示为[29]

$$\sigma_{\mathrm{f}}=\frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi}\sigma_3+2c\frac{\cos\varphi}{1-\sin\varphi}\tag{3}$$

式中：φ 为内摩擦角，c 为黏聚力。由式(1)可得

$$\left.\begin{aligned}\varphi^{90^\circ}&=34.26^\circ\quad(c^{90^\circ}=20.90\ \mathrm{MPa})\\ \varphi^{0^\circ}&=52.91^\circ\quad(c^{0^\circ}=9.48\ \mathrm{MPa})\end{aligned}\right\}\tag{4}$$

采用正应力表示剪应力，可得

$$\left.\begin{aligned}\tau^{90^\circ}&=c^{90^\circ}+0.68\sigma\\ \tau^{0^\circ}&=c^{0^\circ}+1.32\sigma\end{aligned}\right\}\tag{5}$$

2.4.2　形变特征和破坏模式

平行层理方向油页岩峰值应变为 0.60%～0.78%；垂直层理方向峰值应变为 0.70%～1.53%。油页岩弹性模量为 14.86～22.98 GPa，泊松比为 0.21～0.27。随埋深增加，油页岩弹性模量增加，泊松比无明显变化。如图 5 所示，平行层理方向油页岩刚度高于垂直层理方向，油页岩表现出较强的强度各向异性和弹性各向异性。

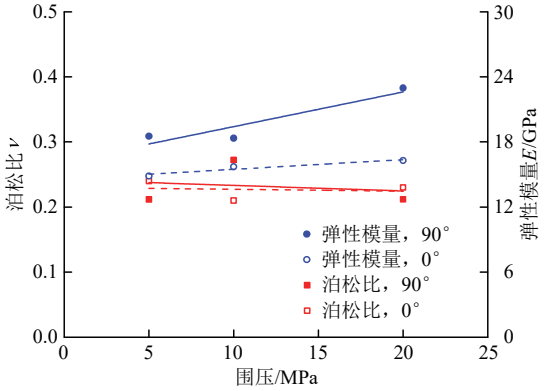


图 5　长 7 段油页岩形变参数随围压变化

Fig.5　Variation of deformation parameters of oil shale with confining pressure in the Chang 7 Member

如图 6 所示，围压 5 和 10 MPa 条件下，油页岩破坏模式主要为剪切破坏和层理面滑移，裂缝体主要由 1 组剪切缝构成，在裂缝扩展过程中，沿层理方向微裂缝发育。围压 20 MPa 条件下，油页岩破坏模式主要为剪切破坏，裂缝体主要由 2 组相互支撑的共轭剪切缝构成，承压能力提高，在应力－应变曲线上表现为梯度下降。随围压增加，主裂缝数量增加，但微裂缝数量和尺寸受限，形成更简单的裂缝体。



(a) 1#，5 MPa　　(b) 2#，10 MPa　　(c) 3#，20 MPa

图 6　长 7 段油页岩平行层理方向裂缝素描图

Fig.6　Sketch of parallel-laminated fractures of oil shale in the Chang 7 Member

本文运用盒技术法[30]计算油页岩破裂面分形维数 D_f：

$$D_f = -\lim_{r\to 0}\frac{\ln N_r(A)}{\ln r} \tag{6}$$

式中：N_r 为所需的最小盒子个数，r 为盒子边长。可以看出，随着裂缝数量增加，岩石破裂程度更加复杂，分形维数 D_f 降低。如图 7 所示，随着围压增加，油页岩分形维数增加。

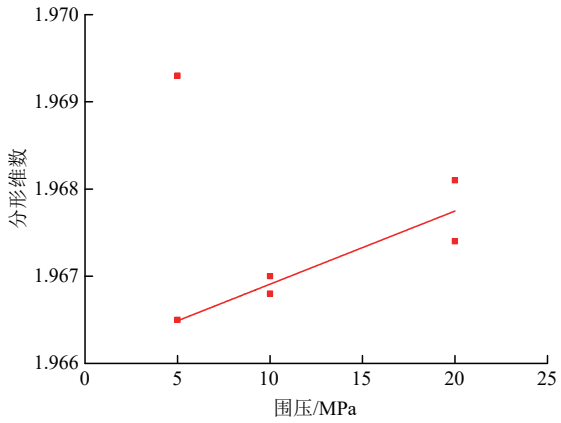


图 7　长 7 段油页岩裂缝分形维数

Fig.7　Fractal dimensions of oil shale fractures in the Chang 7 Member

2.4.3 脆性特征

岩石脆性是评价页岩地层井壁稳定性和可压性的重要参数[31-33]，本文采用应力－应变曲线评价岩石脆性。油页岩变形差异主要体现在峰后阶段[34-35]，脆性与应力跌落和应变软化速率相关。本文采用峰后应力降、软化模量(M)和弹性模量(E)评价岩石脆性：

$$B = \frac{1}{2}\left[\frac{\sigma_f - \sigma_r}{\sigma_f} + \left(1 - e^{-\frac{M}{E}}\right)\right] \tag{7}$$

其中，

$$M = \frac{\sigma_f - \sigma_r}{\varepsilon_r - \varepsilon_f} \tag{8}$$

式中：σ 为轴向应力，ε 为轴向应变，下标“f”和“r”分别表示峰值破坏点和残余破坏点。

岩石脆性增加时，应力跌落速率加快，软化模量增大，脆性指数 B 随之升高。岩石软化模量 $M>0$，脆性指数 B 在 0～1 范围内变化。如表 2 和图 8 所示，随围压增加，油页岩脆性指数 B 降低，脆性

表 2　长 7 油页岩力学参数和脆性指数

Table 2　Rock mechanical parameters and brittleness index of oil shale in the Chang 7 Member

编号	层理方向	围压/MPa	弹性模量/GPa	软化模量/GPa	脆性指数
1#		5	18.53	71.32	0.69
2#	90°	10	18.34	292.96	0.68
3#		20	22.98	13.36	0.36
4#		5	14.86	26.06	0.54
5#	0°	10	15.71	15.21	0.47
6#		20	16.29	12.63	0.34

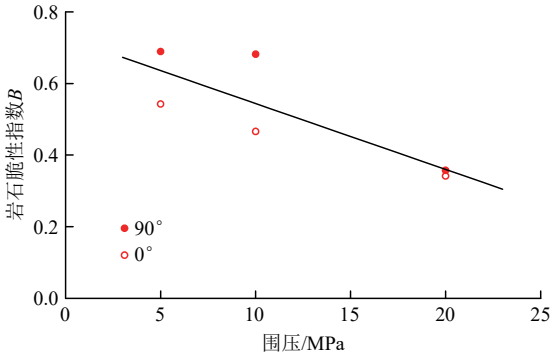


图 8　油页岩脆性指数

Fig.8　Brittleness index of oil shale

降低：不同围压条件下平行层理方向油页岩表现出更高的脆性、更低的强度和更高的刚度，说明此方向的油页岩更容易破碎，更容易形成复杂的裂缝体。

3　岩石统计损伤本构模型

3.1　损伤本构方程

根据 Lemaitre 应变等价性假设，建立岩石损伤本构关系[14]：

$$\sigma_i^* = \frac{\sigma_i}{1-D} \tag{9}$$

式中：σ_i^* 为有效应力，σ_i 为名义应力，D 为岩石损伤变量。

根据广义胡克定律：

$$\sigma_i^* = E\varepsilon_i^* + \mu(\sigma_j^* + \sigma_k^*) \tag{10}$$

式中：ε_i^* 为 i 方向有效应变；μ 为泊松比；(i，j，k)为主应力方向，(i，j，k)=(1，2，3)，(2，3，1)或(3，1，2)。

结合 Lemaitre 应变等价性假设，即名义应力下的应变与有效应力下的应变协调一致，即

$$\varepsilon_i^* = \varepsilon_i \tag{11}$$

将式(9)和(11)代入式(10)，拟三轴条件下($\sigma_2=\sigma_3$)，岩石损伤本构关系为

$$\sigma_1 = E\varepsilon_1(1-D) + 2\mu\sigma_3 \tag{12}$$

此模型认为岩石损伤部分不具备承载能力，与油页岩破坏后仍具有残余强度相悖。本文引入基于残余强度的本构模型，将岩石抽象为未损伤部分和损伤部分，如图 9[21]所示。

未损伤部分服从 Lemaitre 应变等价和广义虎克定律，岩石损伤后承载力为残余强度，损伤本构关系为[21]

$$\sigma_1 = \sigma_1^*(1-D) + \sigma_r D \tag{13}$$

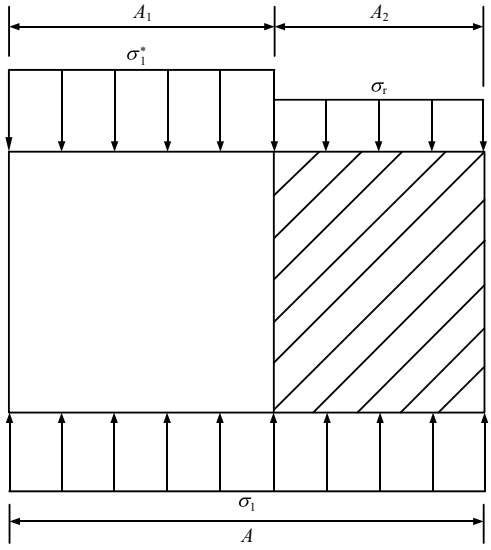


图 9　岩石微单元轴向受力分析[21]

Fig.9　Schematic diagram of axial forces on rock microcells[21]

根据式(10)和(11)，并假设岩石径向应力始终为围压，轴向名义应力为

$$\sigma_1^* = E\varepsilon_1 + 2\mu\sigma_3 \tag{14}$$

将式(13)代入式(12)，得到考虑残余强度的损伤本构关系[22]：

$$\sigma_1 = (E\varepsilon_1 + 2\mu\sigma_3)(1-D) + \sigma_r D \tag{15}$$

由式(15)可知，未发生损伤时($D=0$)，岩石变形为线弹性变形；而岩石完全损伤时($D=1$)，轴向应力为残余应力。

3.2　微元强度参数

某一应力水平下，岩石内损伤微元数 n 与总微元数 N 之比为损伤变量 D，可表示为

$$D = n/N \tag{16}$$

根据 Krajicinovic 模型，岩石内各微元强度满足某种统计概率分布，概率 p 为[13]

$$p = p(x)\mathrm{d}x \tag{17}$$

在此应力水平下失效的微元数 dn，可由失效概率和微元总数确定：

$$\mathrm{d}n = Np = Np(x)\mathrm{d}x \tag{18}$$

若岩石内微元体强度小于该应力值，则微元失效，已失效的微元总数为

$$n_S = \int_0^F Np(x)\mathrm{d}x = NP(F) \tag{19}$$

式中：F 为应力值，P 为微元概率统计函数。

则损伤变量为

$$D = \frac{n_S}{N} = P(F) \tag{20}$$

随应力 F 增加，微元概率 $p(F)$不断变化，概率统计函数 $P(F)$ 从 0 增加至 1。

岩石微元强度准则可表示为

$$f(\boldsymbol{\sigma}^*)-k_0=F-k_0=0 \tag{21}$$

式中：$f(\boldsymbol{\sigma}^*)$ 为应力张量 $\boldsymbol{\sigma}^*$ 的函数，k_0 为岩石材料常数。

Drucker-Prager 准则考虑了中间主应力和静水压力，可表示为[29]

$$F=\alpha I_1+\sqrt{J_2} \tag{22}$$

其中，

$$\left.\begin{aligned}&\alpha=\frac{\sin\varphi}{\sqrt{9+3\sin^2\varphi}}\\&I_1=\sigma_1^*+\sigma_2^*+\sigma_3^*\\&J_2=\frac{1}{6}[(\sigma_1^*-\sigma_2^*)^2+(\sigma_2^*-\sigma_3^*)^2+(\sigma_3^*-\sigma_1^*)^2]\end{aligned}\right\} \tag{23}$$

式中：α 为强度参数，I_1 为应力张量第一不变量，J_2 为应力偏量第二不变量，φ 为岩石内摩擦角。

结合式(14)，将上述 I_1，J_2 用名义应力 σ_i 表示：

$$\left.\begin{aligned}&I_1=E\varepsilon_1+2\mu\sigma_3+2\sigma_3\\&\sqrt{J_2}=\frac{\sqrt{3}(E\varepsilon_1+2\mu\sigma_3-\sigma_3)}{3}\end{aligned}\right\} \tag{24}$$

将式(23)和(24)代入式(22)，微元强度为

$$F=[\sin\varphi(E\varepsilon_1+2\mu\sigma_3+2\sigma_3)+\sqrt{3+\sin^2\varphi}\cdot(E\varepsilon_1+2\mu\sigma_3-\sigma_3)]/\sqrt{9+3\sin^2\varphi} \tag{25}$$

3.3　微元失效概率

表 3 所示为常见双参数微元失效概率和损伤变量表达式，其中，F_0 和 a 为强度参数，m 和 r 为形状参数；$\phi(\bullet)$ 为标准正态分布函数。将式(25)和损伤变量 D 代入损伤本构关系式(15)，即可获得油页岩统计损伤本构。求取模型参数的方法主要包括峰值点法和线性回归法等[36]，峰值点法物理意义明确，故本文采用峰值点法求解模型参数：

表 3　常见微元失效概率和损伤变量

Table 3　Failure probability and damage variables of common microelements

名称	微元失效概率 p	损伤变量 D
Weibull 分布	$p=\frac{m}{F_0}\left(\frac{F}{F_0}\right)^{m-1}\exp\left[-\left(\frac{F}{F_0}\right)^m\right]$	$D=1-\exp\left[-\left(\frac{F}{F_0}\right)^m\right]$
Logistic 分布	$p=\frac{r\mathrm{e}^{a-r\varepsilon}}{(1+\mathrm{e}^{a-r\varepsilon})^2}$	$D=\frac{1}{1+\mathrm{e}^{a-r\varepsilon}}$
正态分布	$p=\frac{1}{m\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{(F-F_0)^2}{2m^2}\right]$	$D=\phi\left(\frac{F-F_0}{m}\right)$
对数正态分布	$p=\frac{1}{mF\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln F-F_0}{m}\right)^2\right]$	$D=\phi\left(\frac{\ln F-F_0}{m}\right)$

$$\left.\begin{aligned}&\sigma_1=\sigma_\mathrm{f}\quad(\varepsilon_1=\varepsilon_\mathrm{f})\\&\frac{\partial\sigma_1}{\partial\varepsilon_1}=0\quad(\varepsilon_1=\varepsilon_\mathrm{f})\end{aligned}\right\} \tag{26}$$

结合式(26)，可得基于 Weibull 分布和 Logistic 分布的模型参数(基于正态分布和对数正态分布的模型参数则需要查阅标准正态分布表)：

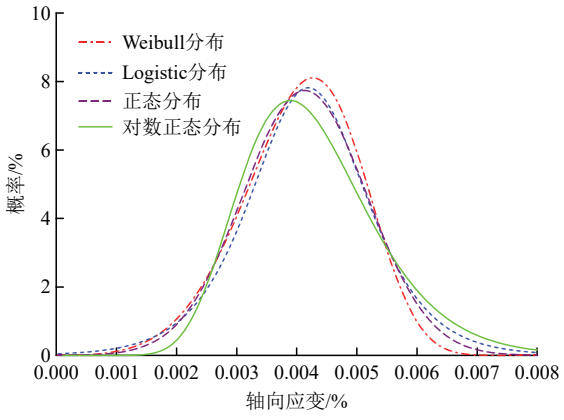
$$\left.\begin{aligned}&m=\frac{\sqrt{9+3\sin^2\varphi}}{\sin\varphi+\sqrt{3+\sin^2\varphi}}\cdot\frac{F_\mathrm{f}}{(E\varepsilon_\mathrm{f}+2\mu\sigma_3-\sigma_\mathrm{r})\ln\dfrac{E\varepsilon_\mathrm{f}+2\mu\sigma_3-\sigma_\mathrm{r}}{\sigma_\mathrm{f}-\sigma_\mathrm{r}}}\\&F_0=F_\mathrm{f}\Bigg/\left(\ln\frac{E\varepsilon_\mathrm{f}+2\mu\sigma_3-\sigma_\mathrm{r}}{\sigma_\mathrm{f}-\sigma_\mathrm{r}}\right)^{1/m}\\&a=\ln\frac{\sigma_\mathrm{f}-\sigma_\mathrm{r}}{E\varepsilon_\mathrm{f}+2\mu\sigma_3-\sigma_\mathrm{f}}+\frac{E}{E\varepsilon_\mathrm{f}+2\mu\sigma_3-\sigma_\mathrm{f}}\varepsilon_\mathrm{f}\\&r=\frac{E}{E\varepsilon_\mathrm{f}+2\mu\sigma_3-\sigma_\mathrm{f}}\end{aligned}\right\} \tag{27}$$

式中：F_f 为微元峰值强度，将式(26)代入式(25)即可求得。

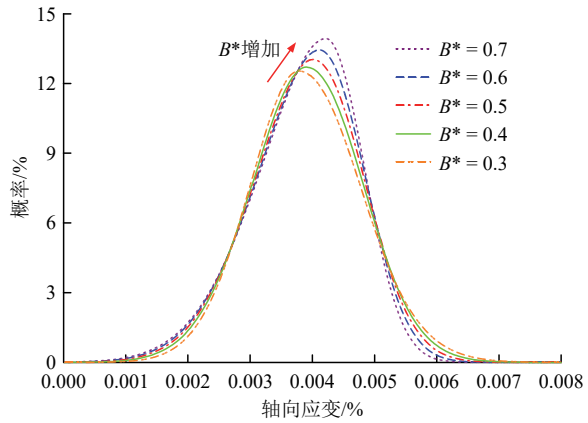
图 10(a)为 Weibull 分布等传统双参数概率函数，强度参数和形状参数确定后，应力－应变曲线固定不变。油页岩在三轴压缩条件下具有较强的脆性特征，应力跌落较快。随着埋深增加，油页岩脆性特征改变(见节 2.4.3)。综上，采用双参数概率模型模拟油页岩本构关系具有局限性。

近 50 a 来，A. O′Hagan 等[37-40]对非正态分布概率进行了大量研究。为预测油页岩在不同条件下的变形破坏，本文将峰后脆性引入三参数正态分布中。

假设油页岩微元强度服从非对称三参数正态分布，其损伤变量为[40]



(a) 传统损伤模型



(b) 非对称三参数正态分布

图 10　微元失效概率

Fig.10　Failure probability of microelement

$$D=\begin{cases}D_1=\dfrac{2\sqrt{B^*}}{\sqrt{B^*}+\sqrt{1-B^*}}\left\{1-\phi\left[\dfrac{\sqrt{2(1-B^*)}(F_0-F)}{m}\right]\right\} & (F\leqslant F_0)\\ D_2=\dfrac{\sqrt{B^*}-\sqrt{1-B^*}}{\sqrt{B^*}+\sqrt{1-B^*}}+\dfrac{2\sqrt{1-B^*}}{\sqrt{B^*}+\sqrt{1-B^*}}\cdot \phi\left[\dfrac{\sqrt{2(1-B^*)}(F-F_0)}{m}\right] & (F>F_0)\end{cases} \tag{28}$$

式中：B^* 为脆性指数修正项。

将式(28)代入式(15)，则统计损伤本构模型为

$$\sigma_1=(E\varepsilon_1+2\mu\sigma_3-\sigma_r)[1-D_1I(F\leqslant F_0)-D_2I(F>F_0)]+\sigma_r \tag{29}$$

式中：I 为指示函数，条件成立时取 1，否则取 0。将式(25)和(26)代入式(29)，即可获得统计损伤本构模型。

如图 10(b)所示，当 B^* <0.5 时，其失效概率向左下倾斜；当 B^* >0.5 时，其失效概率向右上倾斜。对脆性指数 B 做如下修正：

$$B^*=a+bB \tag{30}$$

式中：a，b 为经验参数，对于长 7 段油页岩，分别取 0.4，−0.4。

3.4　统计损伤本构模型验证与对比分析

3.4.1　模型验证

针对鄂尔多斯盆地长 7 段油页岩和四川盆地凉高山组页岩(见图 11)的变形特征，对本文的统计损伤本构模型进行验证。最小二乘法和最小绝对值法需对预测数据和实测数据进行求差[41]，不适用于存在应变回弹的岩石(层理倾角 90°，围压 5 MPa)。故本文采用 2 条曲线的面积(体积应变能)之差进行评价，物理意义明确，如下式：

$$\delta_1=\sum_1^m \text{abs}[\sigma_1\varepsilon_1-f(\sigma_1)\varepsilon_1] \tag{31}$$

如图 11 所示，随着围压增加，凉高山组页岩应力跌落幅度降低。根据式(7)可得出其脆性降低(脆性指数 B 为 0.72，0.33，0.07)，垂直层理脆性(B = 0.08)低于平行层理脆性(B = 0.26)，与长 7 段油页岩脆性特征基本一致。

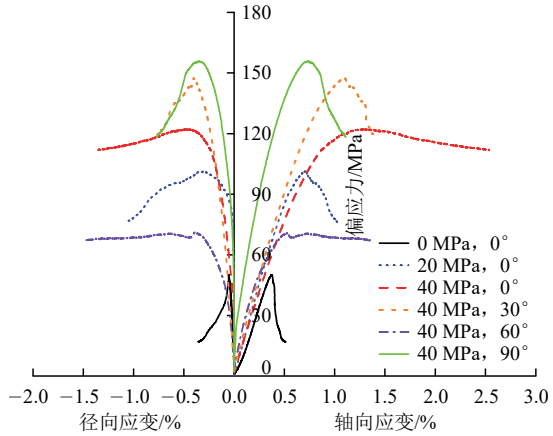
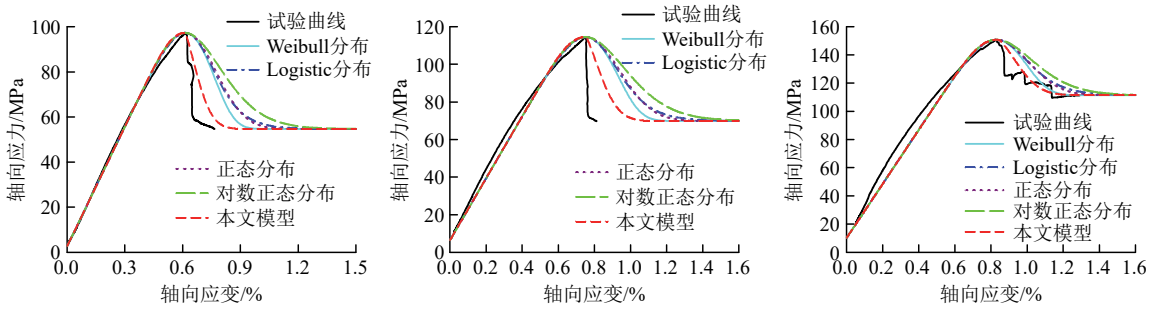


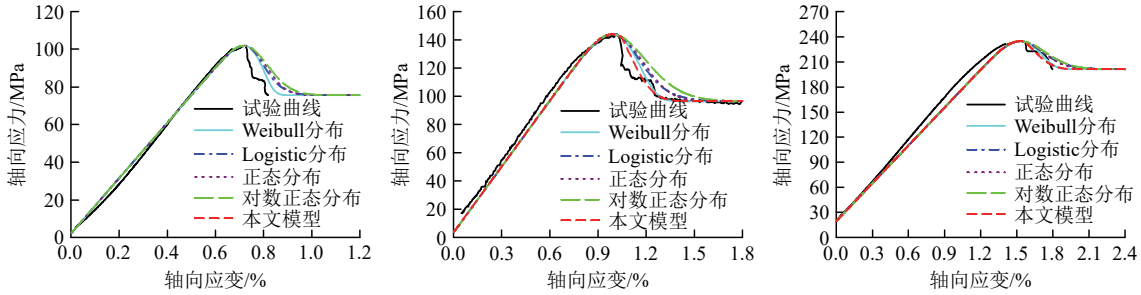
图 11　四川盆地凉高山组页岩偏应力－应变曲线

Fig.11　Deviatoric stress-strain curves of shale in the Lianggaoshan Formation in the Sichuan Basin

如图 12，13 所示，本文对 12 组试样的试验数据进行拟合，其中，凉高山组 2 组页岩无明显跌落(见图 13(c)和(e))，不进行脆性修正，其余试样经验参数取 0.6，−0.55。如图 14 所示，各类模型拟合误差为：本文模型(4.92 kJ)<Weibull 分布(5.36 kJ)<正态分布(6.33 kJ)<Logistic 分布(6.50 kJ)<对数正态分布(8.29 kJ)，本文模型较 Weibull 分布等模型具有大幅提高，证明本文模型的合理性和优越性。



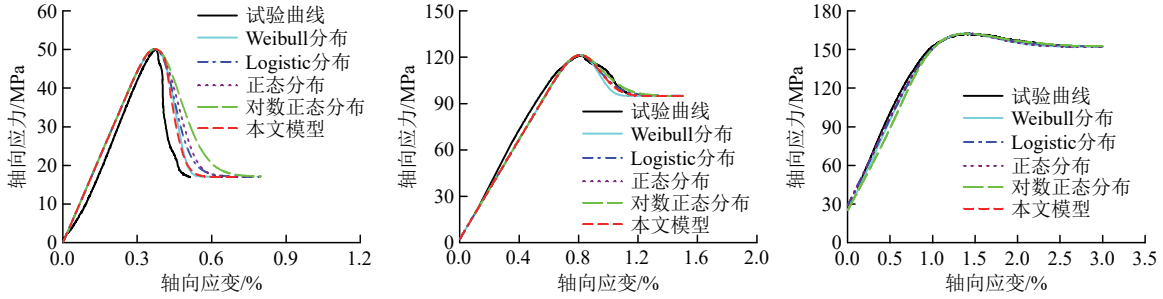
(a) 5 MPa，90°　(b) 10 MPa，90°　(c) 20 MPa，90°



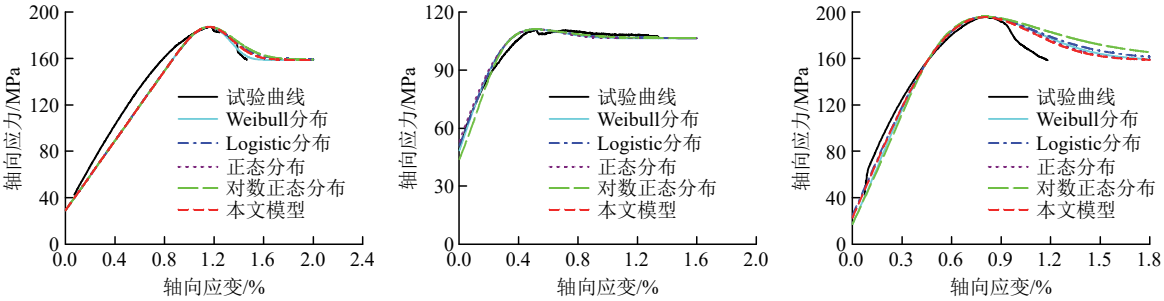
(d) 5 MPa，0°　　(e) 10 MPa，0°　　(f) 20 MPa，0°

图 12　长 7 段油页岩统计损伤本构模型拟合结果

Fig.12　Statistical damage constitutive fitting results of oil shale in the Chang 7 Member



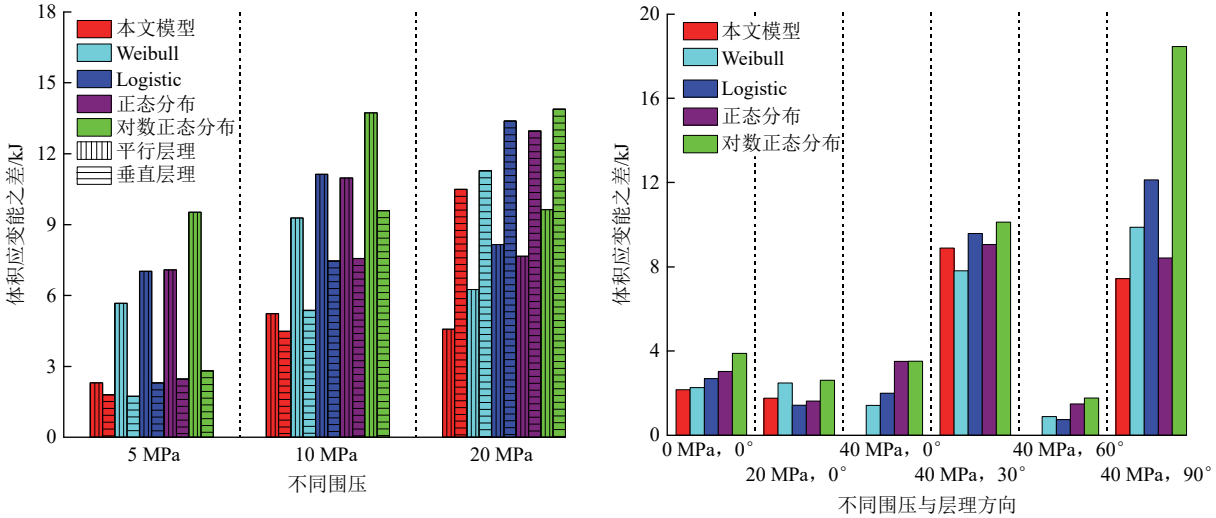
(a) 0 MPa，0°　　(b) 20 MPa，0°　　(c) 40 MPa，0°



(d) 40 MPa，30°　　(e) 40 MPa，60°　　(f) 40 MPa，90°

图 13　凉高山组页岩统计损伤本构模型拟合结果

Fig.13　Statistical damage constitutive fitting results of shale in the Lianggaoshan Formation

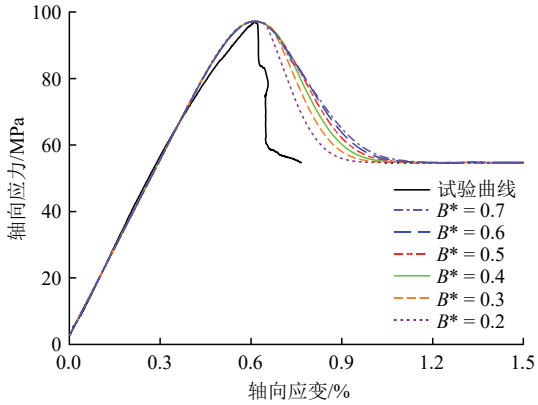


(a) 长 7 段油页岩　　(b) 凉高山页岩

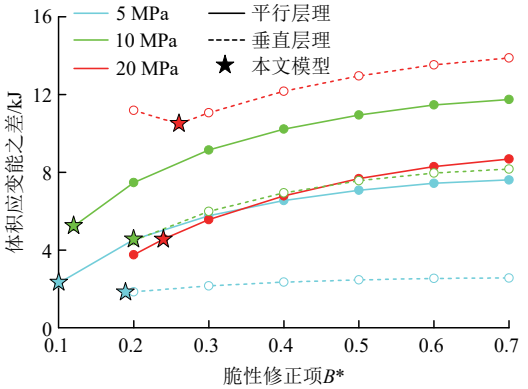
图 14　岩石统计损伤本构模型拟合误差

Fig.14　Fitting error of the Statistical damage constitutive model of rock

如图 15 所示，整体而言，随着脆性增加，脆性修正项减小，考虑峰后脆性跌落的本构模型更逼近试验曲线，拟合误差呈非线性降低。



(a) 5 MPa，90° 脆性修正



(b) 非对称三参数正态分布

图 15　长 7 段油页岩脆性修正拟合误差

Fig.15　Fitting error of the brittleness in the Chang 7 Member

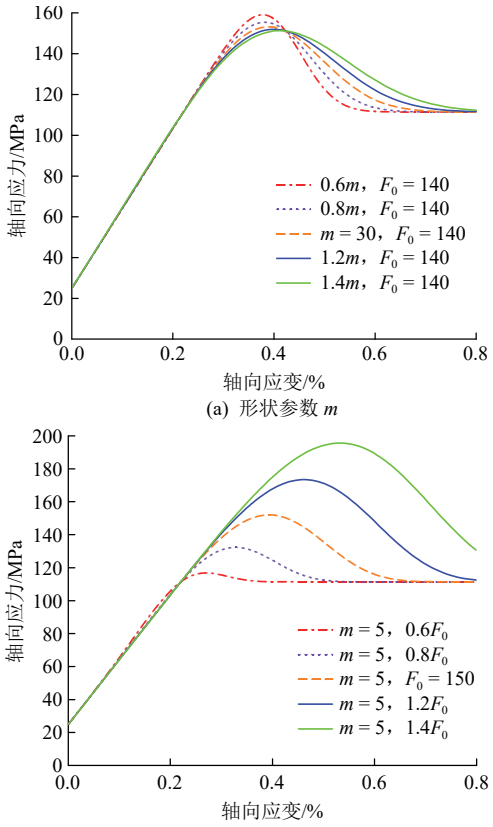
3.4.2 参数分析

结合岩石力学参数和本构模型参数(见表 4)，即可预测油页岩在深层高应力条件下的变形特征，为井壁稳定性评价和压裂施工提供指导。考虑到本文模型的优越性和本质特征，分析正态分布参数变化对应力－应变曲线的敏感性。随着形状参数 m 增大，强度降低，油页岩脆性降低；随着强度参数 F_0 增大，强度增加，油页岩脆性增加(见图 16)。

表 4　各围压条件下各类油页岩本构模型参数

Table 4　Various constitutive model parameters of oil shale under different confining pressures

层理倾角/(°)	围压/MPa	Weibull 分布		Logistic 分布		正态分布		对数正态分布	
		m	F_0	a	$r/10^3$	m	F_0	m	F_0
90	5	6.94	99.39	9.01	1.29	17.67	94.98	0.21	4.56
	10	7.08	113.83	9.02	1.06	19.77	108.80	0.21	4.70
	20	7.27	140.76	9.29	1.03	23.14	134.29	0.19	4.90
0	5	16.88	96.51	19.85	2.55	8.38	95.37	0.10	4.56
	10	10.10	146.74	12.50	1.38	19.28	142.72	0.15	4.97
	20	13.12	218.55	15.47	0.96	21.14	213.14	0.10	5.36



(a) 形状参数 m

(b) 强度参数 F_0

图 16　油页岩正态分布本构模型参数变化

Fig.16　Variation of parameters of the normal distribution constitutive model of oil shale

拟合正态分布模型参数随围压变化规律如图 17 所示，可以看出，油页岩本构模型参数随围压增加近似线性增加，其拟合规律如下式：

$$\left.\begin{aligned} F_0^{90^\circ} &= 2.61\sigma_3 + 82.24 \\ F_0^{0^\circ} &= 7.74\sigma_3 + 60.16 \\ m^{90^\circ} &= 0.36\sigma_3 + 15.99 \\ m^{0^\circ} &= 0.76\sigma_3 + 7.45 \end{aligned}\right\} \tag{32}$$

可以看出，垂直层理方向的强度参数 F_0 和形状参数 m 增幅皆高于平行层理方向，表现出更高的强度、更弱的脆性，与应力－应变曲线规律一致。

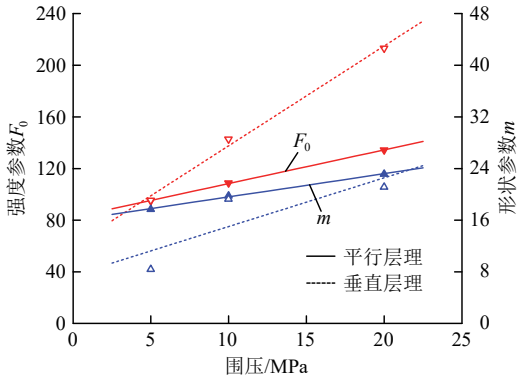


图 17　长 7 油页岩正态分布模型参数

Fig.17　Parameters of the normal distribution model of oil shale in the Chang 7 Member

4　结　论

为明确鄂尔多斯盆地长 7 段油页岩变形破坏特征和力学特性，取平行层理和垂直层理油页岩开展三轴压缩测试，分析其强度特征、弹性特征和脆性特征，并根据力学特征，建立考虑脆性修正的统计损伤本构模型，为浅层和深层脆性岩石变形破坏提供依据。主要结论如下：

(1) 长 7 段油页岩变形破坏主要分为弹性变形、应变硬化和应变软化 3 个阶段，峰后脆性跌落明显；随着围压增加，岩石抗压强度、残余强度线性增加，弹性模量非线性增大，破坏后产生的次生裂缝减少，脆性降低。

(2) 总体而言，垂直层理方向的油页岩表现出更高的强度、更低的刚度和脆性。

(3) 通过引入考虑脆性修正的三参数本构模型，对 10 组脆性岩石进行验证，结果显示本文模型平均拟合误差低于 Weibull 分布等双参数损伤本构模型，更吻合脆性岩石试验数据，证明了本模型的合理性和优越性。

参考文献(References)：

[1] 贾承造，郑　民，张永峰. 中国非常规油气资源与勘探开发前景[J]. 石油勘探与开发，2012，39(2)：129 – 136.(JIA Chengzao，ZHENG Min，ZHANG Yongfeng. Unconventional hydrocarbon resources in China and the prospect of exploration and development[J]. Petroleum Exploration and Development，2012，39(2)：129 – 136.(in Chinese))

[2] 刘招君，董清水，叶松青，等. 中国油页岩资源现状[J]. 吉林大学学报：地球科学版，2006，(6)：869 – 876.(LIU Zhaojun，DONG Qingshui，YE Songqing，et al. The situation of oil shale resources in China[J]. Journal of Jilin University：Earth Science，2006，(6)：869 – 876.(in Chinese))

[3] 邹才能，朱如凯，白　斌，等. 致密油与页岩油内涵、特征、潜力及挑战[J]. 矿物岩石地球化学通报，2015，34(1)：1 – 17.(ZHOU Caineng，ZHU Rukai，BAI Bin，et al. Significance，geologic characteristics，resource potential and future challenges of tight oil and shale oil[J]. Bulletin of Mineralogy，Petrology and Geochemistry，2015，34(1)：1 – 17.(in Chinese))

[4] 杨　华，李士祥，刘显阳. 鄂尔多斯盆地致密油、页岩油特征及资源潜力[J]. 石油学报，2013，34(1)：1 – 11.(YANG Hua，LI Shixiang，LIU Xianyang. Characteristics and resource prospects of tight oil and shale oil in Ordos Basin[J]. Acta Petrolei Sinica，2013，34(1)：1 – 11.(in Chinese))

[5] 李庆辉，陈　勉，金　衍，等. 页岩脆性的室内评价方法及改进[J]. 岩石力学与工程学报，2012，31(8)：1 680 – 1 685.(LI Qinghui，CHEN Mian，JIN Yan，et al. Indoor evaluation method for shale brittleness and improvement[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering，2012，31(8)：1 680 – 1 685.(in Chinese))

[6] 刘俊新，李军润，尹彬瑞，等. 基于能量平衡的新脆性指标与页岩失效机制分析[J]. 岩石力学与工程学报，2022，41(4)：734 – 747.(LIU Junxin，LI Junrun，YIN Binrui，et al. New brittleness index based on energy balance and analysis of failure mechanism of shale[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering，2022，41(4)：734 – 747.(in Chinese))

[7] 王　宇，翟　成，余　旭，等. 高温作用下五峰组 – 龙马溪组页岩动力学特征及损伤演化规律研究[J]. 岩石力学与工程学报，2023，42(5)：1 110 – 1 123.(WANG Yu，ZHAI Cheng，YU Xu，et al. Dynamic characteristics and damage evolution law of Wufeng formation Longmaxi formation shale under high temperature effects[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering，2023，42(5)：1 110 – 1 123.(in Chinese))

[8] 杨少强，张庆伦，杨　栋，等. 实时高温作用下油页岩力学及破裂特性演变规律研究[J]. 岩石力学与工程学报，2024，43(11)：2 700 – 2 711.(YANG Shaoqiang，ZHANG Qinglun，YANG Dong，et al. Research on the evolution law of mechanics and fracture characteristics of oil shale under real-time high temperature conditions[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering，2024，43(11)：2 700 – 2 711.(in Chinese))

[9] 刘保国，于明圆，孙景来，等. 水 – 力耦合作用下页岩力学特性及其损伤本构模型研究[J]. 岩石力学与工程学报，2023，42(5)：1 041 – 1 054.(LIU Baoguo，YU Mingyuan，SUN Jinglai，et al. Study on mechanical properties and damage constitutive model of shale under hydro-mechanical coupling[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering，2023，42(5)：1 041 – 1 054.(in Chinese))

[10] 杨　柳，韩振川，左建平，等. 基于划痕技术的 CO_2 – 水作用下页岩纹层强度软化规律[J]. 岩石力学与工程学报，2025，44(3)：557 – 571.(YANG Liu，HAN Zhenchuan，ZUO Jianping，et al. Strength softening pattern of shale lamina under CO_2-water interaction based on scratch technique[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering，2025，44(3)：557 – 571.(in Chinese))

[11] 衡　帅，杨春和，郭印同，等. 层理对页岩水力裂缝扩展的影响研究[J]. 岩石力学与工程学报，2015，34(2)：228 – 237.(HENG Shuai，YANG Chunhe，GUO Yintong，et al. Influence of bedding planes on hydraulic fracture propagation in shale formations[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering，2015，34(2)：228 – 237.(in Chinese))

[12] 姚光华，陈　乔，刘　洪，等. 渝东南下志留统龙马溪组层理性页岩力学特性试验研究[J]. 岩石力学与工程学报，2015，34(增 1)：3 313－3 319.(YAO Guanghua，CHEN Qiao，LIU Hong，et al. Experiment study on mechanical properties of bedding shale in lower silurian Longmaxi Shale southeast Chongqing[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering，2015，34(Supp.1)：3 313－3 319.(in Chinese))

[13] KRAJCINOVIC D，SILVA M A G. Statistical aspects of the continuous damage theory[J]. International Journal of Solids and Structures，1982，18(7)：551－562.

[14] LEMAITRE J. How to use damage mechanics nuclear engineering and design[J]. Nuclear Engineering and Design，1984，80(2)：233－245.

[15] 曹文贵，杨　尚，张　超. 考虑弹性模量变化的岩石统计损伤本构模型[J]. 水文地质工程地质，2017，44(3)：42－48.(CAO Wengui，YANG Shang，ZHANG Chao. A statistical damage constitutive model of rocks considering the variation of the elastic modulus[J]. Hydrogeology and Engineering Geology，2017，44(3)：42－48.(in Chinese))

[16] 刘文博，孙博一，陈　雷，等. 一种基于弹性能释放率的岩石新型统计损伤本构模型[J]. 水文地质工程地质，2021，48(1)：88－95.(LIU Wenbo，SUN Boyi，CHEN Lei，et al. A statistical damage constitutive rock model based on elastic energy release rate[J]. Hydrogeology and Engineering Geology，2021，48(1)：88－95.(in Chinese))

[17] 曹文贵，张　升. 基于 Mohr-Coulomb 准则的岩石损伤统计分析方法研究[J]. 湖南大学学报：自然科学版，2005，32(1)：43－47.(CAO Wengui，ZHANG Sheng. Study on the statistical analysis of rock damage based on Mohr-Coulomb criterion[J]. Journal of Hunan University：Natural Sciences，2005，32(1)：43－47.(in Chinese))

[18] 赵　龙，阮仁华，陈伟康，等. 基于 D-P 准则千枚岩变形破坏统计损伤本构模型研究[J]. 路基工程，2023，(2)：43－49.(ZHAO Long，RUAN Renhua，CHEN Weikang，et al. Research on statistical damage constitutive model of phyllite deformation and failure based on D-P criterion[J]. Subgrade Engineering，2023，(2)：43－49.(in Chinese))

[19] 田振元，王　伟，朱其志，等. 基于 Lade-Duncan 强度准则的统计损伤本构模型及其修正研究[J]. 科学技术与工程，2014，14(35)：104－108.(TIAN Zhenyuan，WANG Wei，ZHU Qizhi，et al. A statistical damage constitutive model and its modifying method based on Lade-Duncan failure criterion[J]. Science Technology and Engineering，2014，14(35)：104－108.(in Chinese))

[20] 曹瑞琅，贺少辉，韦　京，等. 基于残余强度修正的岩石损伤软化统计本构模型研究[J]. 岩土力学，2013，34(6)：1 652－1 660.(CAO Ruilang，HE Shaohui，WEI Jing，et al. Study of modified statistical damage softening constitutive model for rock considering residual strength[J]. Rock and Soil Mechanics，2013，34(6)：1 652－1 660.(in Chinese))

[21] 曹文贵，赵　衡，李　翔，等. 基于残余强度变形阶段特征的岩石变形全过程统计损伤模拟方法[J]. 土木工程学报，2012，45(6)：139－145.(CAO Wengui，ZHAO Heng，LI Xiang，et al. A statistical damage simulation method for rock full deformation process with consideration of the deformation characteristics of residual strength phase[J]. China Civil Engineering Journal，2012，45(6)：139－145.(in Chinese))

[22] 张慧梅，雷利娜，杨更社. 基于 Weibull 统计分布的岩石损伤模型[J]. 湖南科技大学学报：自然科学版，2014，29(3)：29－32.(ZHANG Huimei，LEI Lina，YANG Gengshe. Research on rock statistical damage model and determination of parameters[J]. Journal of Hunan University of Science and Technology：Natural Science，2014，29(3)：29－32.(in Chinese))

[23] 曹文贵，李　鹏，赵明华，等. 基于正态分布的岩石损伤统计本构模型及其参数确定方法研究[J]. 水文地质工程地质，2005，(3)：11－14.(CAO Wengui，LI Peng，ZHAO Minghua，et al. On statistical damage constitutive model and its parameters for rock based on normal distribution[J]. Hydrogeology and Engineering Geology，2005，(3)：11－14.(in Chinese))

[24] 蒋　维，邓　建. 基于对数正态分布的岩石损伤统计分析方法研究[J]. 南华大学学报：自然科学版，2010，24(2)：34－37.(JIANG Wei，DENG Jian. Study on the statistical analysis of rock damage based on Lognomal distribution[J]. Journal of University of South China：Science and Technology，2010，24(2)：34－37.(in Chinese))

[25] 朱振南，蒋国盛，田　红，等. 基于 Normal 分布的岩石统计热损伤本构模型研究[J]. 中南大学学报：自然科学版，2019，50(6)：1 411－1 418.(ZHU Zhennan，JIANG Guosheng，TIAN Hong，et al. Study on statistical thermal damage constitutive model of rock based on normal distribution[J]. Journal of Central South University：Science and Technology，2019，50(6)：1 411－1 418.(in Chinese))

[26] 郑　栋，戚承志，卢春生，等. 基于 Weibull 分布的高温高围压岩石统计损伤本构模型[J]. 市政技术，2024，42(4)：45－53.(ZHENG Dong，QI Chengzhi，LU Chunsheng，et al. Statistical damage constitutive model for rocks under high temperature and high confining pressure environments based on the Weibull distribution[J]. Journal of Municipal Technology，2024，42(4)：45－53.(in Chinese))

[27] 魏　超，赵　程，赵春风，等. 考虑温度作用的岩石统计损伤本构模型及验证[J]. 中南大学学报：自然科学版，2024，55(3)：1 056－1 067.(WEI Chao，ZHAO Cheng，ZHAO Chunfeng，et al. Statistical damage constitutive model for rocks considering temperature effects and its validation[J]. Journal of Central South University：Science and Technology，2024，55(3)：1 056－1 067.(in Chinese))

[28] FJAER E，HOLT R M，HORSRUD P，et al. Petroleum related rock

mechanics[M]. [S. l.]：Elsevier，2008：235－239.

[29] 陈　勉，金　衍，张广清. 石油工程岩石力学[M]. 北京：科学出版，2008：21－28.(CHEN Mian，JIN Yan，ZHANG Guangqing. Rock mechanics in petroleum engineering[M]. Beijing：Science Press，2008：21－28.(in Chinese))

[30] 彭瑞东，谢和平，鞠　杨. 二维数字图像分形维数的计算方法[J]. 中国矿业大学学报，2004，33(1)：22－27.(PENG Ruidong，XIE Heping，JU Yang. Computation method of fractal dimension for 2-D digital image[J]. Journal of China University of Mining and Technology，2004，33(1)：22－27.(in Chinese))

[31] 陈国庆，赵　聪，魏　涛，等. 基于全应力－应变曲线及起裂应力的岩石脆性特征评价方法[J]. 岩石力学与工程学报，2018，37(1)：51－59.(CHEN Guoqing，ZHAO Cong，WEI Tao，et al. Evaluation method of brittle characteristics of rock based on full stress-strain curve and crack initiation stress[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering，2018，37(1)：51－59.(in Chinese))

[32] 温　韬，张　馨，孙金山，等. 基于峰前和峰后能量演化特征的岩石脆性评价[J]. 地球科学，2021，46(9)：3 385－3 396.(WEN Tao，ZHANG Xin，SUN Jinshan，et al. Brittle evaluation based on energy evolution at pre-peak and post-peak stage[J]. Earth Science，2021，46(9)：3 385－3 396.(in Chinese))

[33] 李邵军，匡智浩，邱士利，等. 岩石脆性评价方法研究进展及适应性探讨[J]. 工程地质学报，2022，30(1)：59－70.(LI Shaojun，KUANG Zhihao，QIU Shili，et al. Review of rock brittleness evaluation methods and discussion on their adaptabilities[J]. Journal of Engineering Geology，2022，30(1)：59－70.(in Chinese))

[34] TARASOV B，YVES P. Universal criteria for rock brittleness estimation under triaxial compression[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences，2013，59：57－69.

[35] 杨景祥，冯　韬，曾亚武，等. 基于侧向变形的花岗岩脆性特征评价新方法[J]. 武汉大学学报：工学版，2022，55(8)：786－792.(YANG Jingxiang，FENG Tao，ZENG Yawu，et al. A new method to evaluate the brittleness of granite based on lateral deformation[J]. Engineering Journal of Wuhan University，2022，55(8)：786－792.(in Chinese))

[36] 何志磊，朱珍德，阮怀宁，等. 水压力作用下岩石统计损伤本构模型研究[J]. 长江科学院院报，2019，36(6)：54－59.(HE Zhilei，ZHU Zhende，RUAN Huaining，et al. A statistical constitutive damage model for rock under water pressure[J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute，2019，36(6)：54－59.(in Chinese))

[37] O'HAGAN A，LEONARD T. Bayes estimation subject to uncertainty about parameter constraints[J]. Biometrika，1976，63(1)：201－203.

[38] FERNÁNDEZ C，STEEL M F J. On bayesian modeling of fat tails and Skewness[J]. Journal of the American Statistical Association，1998，93(441)：359－371.

[39] MUDHOLKAR G S，HUTSON A D. The epsilon-skew-normal distribution for analyzing near-normal data[J]. Journal of Statistical Planning and Inference，2000，83(2)：291－309.

[40] 干晨晨，钱夕元. 一种新的非对称正态分布及其应用[J]. 统计与决策，2020，36(12)：50－54.(GAN Chenchen，QIAN Xiyuan. A new asymmetric normal distribution and its applications[J]. Statistics and Decision，2020，36(12)：50－54.(in Chinese))

[41] 尤明庆. 岩石强度准则的数学形式和参数确定的研究[J]. 岩石力学与工程学报，2010，29(11)：2 172－2 184.(YOU Mingqing. Study of mathematical equation and parameter determination of strength criteria for rock[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering，2010，29(11)：2 172－2 184.(in Chinese))