

# 基于物理阈值约束与多任务贝叶斯压缩感知的 钻孔缺失数据估计

赵腾远<sup>1</sup>, 陈久明<sup>1</sup>, 黎伟<sup>2</sup>, 李伟<sup>3</sup>, 王栋<sup>4</sup>, 许领<sup>1</sup>

(1. 西安交通大学 人居环境与建筑工程学院, 陕西 西安 710043; 2. 中国地质大学(武汉) 工程学院, 湖北 武汉 430074

3. 陕西建工铁建工程有限公司, 陕西 西安 710016; 4. 中铁第一勘察设计院集团有限公司, 陕西 西安 710043)

**摘要:** 静力触探试验(CPT)是岩土工程勘察的重要手段之一。为解决静力触探试验数据因探头故障、地层突变等因素导致的数据局部缺失或数据异常跃迁问题,提高复杂地质条件下缺失数据的估计精度。本文提出一种基于物理约束的多任务贝叶斯压缩感知方法(B-MTBCS):基于贝叶斯框架构建不同CPT钻孔的信息融合机制,通过物理约束(如CPT响应的非负性)建立预测数据的边界条件,最终实现缺失CPT数据的准确估计。数值模拟和实际工程案例验证表明:该方法能够有效处理复杂地质条件下CPT数据缺失,数据预测误差较原有MTBCS方法降低34%以上。研究成果可有效助力岩土参数反演、地基承载力评估及砂土液化判别等。

**关键词:** 岩土工程; 贝叶斯机器学习方法; 缺失数据估计; 数据融合; 物理信息约束贝叶斯压缩感知

**中图分类号:** TU 43

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1000-6915(2025)12-3276-11

## Estimation of missing borehole data from physically-bounded multi-task Bayesian compressive sensing

ZHAO Tengyuan<sup>1</sup>, CHEN Jiuming<sup>1</sup>, LI Wei<sup>2</sup>, LI Wei<sup>3</sup>, WANG Dong<sup>4</sup>, XU Ling<sup>1</sup>

(1. School of Human Settlements and Civil Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an, Shaanxi 710043, China; 2. Faculty of Engineering, China University of Geosciences, Wuhan, Hubei 430074, China; 3. Shaanxi Construction Railway Construction Engineering Co., Ltd., Xi'an, Shaanxi 710016, China; 4. China Railway First Survey and Design Institute Group Co., Ltd., Xi'an, Shaanxi 710043, China)

**Abstract:** The Cone Penetration Test (CPT) is one of the most important in-situ methods for geotechnical site investigation. To address issues encountered in engineering practice, such as localized data gaps and significant variations in CPT measurements due to probe malfunctions and abrupt changes in soil properties at stratigraphic interfaces, this paper proposes a physics-Bounded Multi-Task Bayesian Compressive Sensing (B-MTBCS) methodology. This approach establishes an information fusion mechanism for multiple CPT soundings within a Bayesian framework. By incorporating physical constraints—specifically, the non-negativity of CPT responses—as boundary conditions for predicted data, it allows for accurate estimation of missing CPT measurements. Validation through numerical simulations and real-world engineering case studies demonstrates the method's effectiveness in recovering missing CPT data under complex geological conditions. Compared to the

**收稿日期:** 2025-06-12; **修回日期:** 2025-08-04

**基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(42107204, 42577195)

Supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 42107204 and 42577195)

**作者简介:** 赵腾远(1988-), 男, 2017年于香港城市大学岩土工程专业获博士学位, 现任副教授、特聘研究员, 主要从事数字岩土工程、多源数据融合的场地勘察、可靠度分析与设计等方面的教学与研究工作。E-mail: tyzhao@xjtu.edu.cn

**DOI:** 10.3724/1000-6915.jrme.2025.0409

conventional Multi-Task Bayesian Compressive Sensing (MTBCS) approach, the proposed method reduces prediction errors by over 34%. These research findings provide substantial support for critical geotechnical applications, including parameter inversion, foundation bearing capacity evaluation, and liquefaction potential assessment in sandy soils.

**Key words:** geotechnical engineering; Bayesian machine learning methods; missing data estimation; data fusion; physics-informed BCS

## 1 引言

岩土工程场地勘察的核心任务之一是精准刻画地下土体的非均质性和各向异性特征。这一任务过程通常需依托室内试验与现场原位测试,静力触探试验(cone penetration test, CPT)凭借其“零扰动”贯入机制与毫米至厘米级的空间分辨率,实现了对土体原位力学响应的全息化捕获,已成为现代岩土工程“地层数字孪生”体系的核心数据<sup>[1-2]</sup>。因此,CPT 广泛应用于岩土场地空间变异性表征<sup>[3]</sup>、地层划分<sup>[4-8]</sup>、液化评估<sup>[9-12]</sup>、地基承载力评估<sup>[13-14]</sup>等领域。然而,在实际工程中,由于探头故障、人为取样等因素<sup>[15]</sup>,CPT 数据常出现局部缺失,且不同钻孔的探入深度不一,导致数据量级差异显著<sup>[16]</sup>。这不仅导致 CPT 钻孔数据丧失“网格结构”,不利于构建二维或三维地层剖面,还可能显著影响局部土层强度的快速与准确评估<sup>[17-18]</sup>。

近年来,研究人员针对岩土工程中的数据缺失问题提出了多种创新解决方案。W. C. Zhang 等<sup>[19]</sup>构建了贝叶斯进化树(BETm)模型,为土体压缩模量的缺失预测建立了概率框架下的解决方案。E. H. Cao 等<sup>[20]</sup>提出的时空特征融合框架,通过数据增强与二次插补,有效解决了坝体变形监测中的连续缺失问题。B. Xu 等<sup>[21]</sup>将有限元方法与支持向量回归相结合提出的 FEMTSVR 模型,在处理土石坝沉降监测的大规模缺失数据方面展现出独特优势。N. Shi 等<sup>[22]</sup>基于 XGBoost 算法构建的滑坡坝稳定性预测模型,通过分析 2 783 个全球案例实现了缺失数据的快速预测,并创新性地结合 SHAP 方法进行特征重要性分析。此外,笔者近年来通过结合贝叶斯理论与图像处理技术,提出贝叶斯压缩感知理论解决岩土与地质工程勘察中面临的土体空间变异性与小样本问题,解决了传统方法在数据稀疏时的主观性和假设局限性问题。针对 CPT 数据缺失问题,T. Y. Zhao 等<sup>[18]</sup>提出了多任务贝叶斯压缩感知(MTBCS)方法,比单任务的 BCS 相对误差降低了约 6%。

然而,现有方法在处理 CPT 数据的非平稳特性时仍面临挑战。例如,已有的 BCS<sup>[23-25]</sup>和 MTBCS 方法<sup>[23]</sup>虽然在小样本条件下表现良好,但难以保证复杂边界条件下 CPT 数据预测的非负性。例如,不同土层界面处的参数跃迁(如软黏土层静力触探锥尖阻力值  $q_c$  一般满足  $q_c < 0.5$  MPa,而对于密实砂则有  $q_c > 20$  MPa)。这种突变特性为缺失数据预测带来挑战,具体来说,极易导致目标参数的预测值超出常见的物理可行域,这使得常见的机器学习模型基本失效。

为解决上述挑战——即确保在复杂地质条件下保证 CPT 缺失数据预测的合理性,本文提出了一种融合物理约束的多任务贝叶斯压缩感知(B-MTBCS)方法。该方法创新性地引入带阈值控制的反射投影法,确保越界样本在观测空间内进行镜像映射,并通过伪逆映射将物理约束反演至参数空间,最终实现对土体参数物理可行域的严格约束与跨 CPT 钻孔的信息传递。

## 2 物理约束下多任务贝叶斯压缩感知

### 2.1 多任务贝叶斯压缩感知

压缩感知(CS)框架下,随着深度变化的 CPT 钻孔  $q_c$  数据  $\mathbf{f}$  可以表示为一系列基函数的权重叠加,即  $\mathbf{f} = \mathbf{B}\boldsymbol{\omega}$ , 其中,  $\mathbf{B}$  为基函数矩阵,  $\boldsymbol{\omega}$  为和基函数对应的权重系数向量。鉴于  $\mathbf{f}$  的压缩性,  $\boldsymbol{\omega}$  中大多数元素几乎为 0, 这表明可以使用少量的 CPT 钻孔数据确定  $\boldsymbol{\omega}$  中的少数重要元素,进而合理估计出完整的 CPT 钻孔数据  $\mathbf{f}$ 。

多任务贝叶斯压缩感知(MTBCS)是压缩感知方法的拓展<sup>[22]</sup>。它主要通过分层贝叶斯框架<sup>[26-27]</sup>,共享同一场地内不同 CPT 钻孔中的数据信息,然后同时对不同 CPT 钻孔中的缺失数据进行预测<sup>[18]</sup>。之所以这样做是因为同一场地内不同位置处的土体经历了共同的地质沉积和演化历史,从而赋予了其内部土体物理力学特性在空间分布上固有的相似性。换言之,同一场地内不同位置处 CPT 数据集之间具有一定的相似特征。此外,不同位置处 CPT 钻

孔亦有其独特性。设已有的 CPT 的钻孔数据为  $f_k (k = 1, 2, \dots, n_b)$ ，其中， $n_b$  为目标场地内所有的 CPT 钻孔数。考虑  $q_c$  数据的可压缩性， $f_k$  对应了  $\omega_k (k = 1, 2, \dots, n_b)$ 。由于同一场地内  $f_k$  之间较为相似，对应  $\omega_k$  之间亦具有相似性。

令向量  $y_1, y_2, \dots, y_{n_b}$  分别代表 CPT 钻孔  $f_k (k = 1, 2, \dots, n_b)$  的实际测量数据。现有的 MT-BCS 方法的主要思路是借助分层贝叶斯框架定量构建  $\omega_k$  之间的相似性和差异性，充分利用已有的测量数据  $y_1, y_2, \dots, y_{n_b}$  同时估计上述参数。为了表达方便，令其中  $D = \{y_1, y_2, \dots, y_{n_b}\}$  表示测量数据； $\theta = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{n_b}\}$  表示感兴趣的待估参数。根据分层贝叶斯框架， $\theta$  的估计可以写成<sup>[28-29]</sup>：

$$p(\theta | D) = \frac{p(D | \theta)p(\theta)}{p(D)} \quad (1)$$

式中： $p(\theta | D)$  为  $\theta$  的后验分布，反映了结合先验知识和观测证据后，关于目标参数  $\theta$  的具体认知情况； $p(\theta | D)$  称为似然函数，表示给定  $\theta$  条件下，观测到  $D$  的可能性，主要反映了数据  $D$  和  $\theta$  的匹配程度； $p(\theta)$  为  $\theta = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{n_b}\}$  的联合先验分布，反映了在缺乏数据时对参数的先验认知。

鉴于  $\omega_k$  的每个元素即可为正、亦可为负或为 0，因此假定其先验服从均值为 0、方差未知的正态分布，数学上表达为  $p(\omega_k | \alpha) = \prod_{j=1}^N p(\omega_{k,j} | \alpha_j)$ ，其中， $\omega_{k,j}$  为  $\omega_k$  的第  $j$  个元素； $\alpha_j$  为  $\omega_{k,j}$  方差的倒数，向量  $\alpha$  为  $\alpha_j$  的集合，这种表示方法对后续的公式推导有利。考虑到  $\omega_k$  之间的相似性和差异性，本文采用 T. Y. Zhao 等<sup>[18]</sup>假定：即  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{n_b}$  共享一组超参数  $\alpha$ 。因此， $p(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{n_b})$  不妨表示为

$$p(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{n_b} | \alpha) = \prod_{k=1}^{n_b} p(\omega_k | \alpha) \quad (2)$$

由 T. Y. Zhao 等<sup>[18, 25]</sup>可知，每个 CPT 钻孔的测量数据  $y_k$  与对应的  $\omega_k$  之间可以通过  $y_k$  是  $f_k$  的子集之一关系建立联系。具体来说， $y_k = \Psi_k f_k = \Psi_k B \omega_k = A_k \omega_k$ ，其中， $\Psi_k$  反映了  $y_k$  在  $f_k$  的测量位置； $A_k = \Psi_k B$ 。考虑因为  $y_k$  和  $A_k \omega_k$  之间可能存在拟合误差，且不同 CPT 钻孔内的拟合误差的大小不同，这里假定  $y_k$  和  $A_k \omega_k$  之间残差的方差的倒数即为  $\tau_k$ 。根据以上讨论，似然函数  $p(D) = p(y_1, y_2, \dots, y_{n_b})$  可以表示为

$$p(D | \theta, \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{n_b}) = \prod_{k=1}^{n_b} p(y_k | \omega_k, \tau_k) \quad (3)$$

根据先验概率分布(式(2))和似然函数(式(3))与贝叶斯公式(式(1))，可以推导出  $\omega_k$  的后验服从多维正态分布，均值和协方差<sup>[18]</sup>表达为

$$\left. \begin{aligned} \mu_{\omega_k} &= COV_{\omega_k} (A_k)^T y_k \tau_k \\ COV_{\omega_k} &= [(A_k)^T A_k \tau_k + A^\alpha]^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中： $A^\alpha$  为对角矩阵，是向量  $\alpha$  的矩阵表达形式； $\tau_k, \alpha$  均为未知超参数，可以通过 Gibbs 采样和  $\omega_k$  同时获得<sup>[18]</sup>。注意：Gibbs 采样是一种基于马尔可夫链蒙特卡洛(MCMC)方法的算法，用于从多变量联合分布中进行抽样。

## 2.2 带有物理约束的压缩感知方法

在实际岩土或地质工程中，不同土层内的工程性质可能会存在巨大差异，利用 MTBCS 方法进行预测缺失数据时，预测值本身可能违背物理常识，比如预测的  $q_c$  或(侧壁摩阻力)  $f_s$  剖面出现负值，与实际的工程情况严重不符。受 A. H. Mohasei 等<sup>[30-31]</sup>启发，本文提出了带有边界的多任务贝叶斯压缩感知，即 B-MTBCS，该方法的公式推导仍和节 2.1 保持一致，但在  $\omega_k$  的估计过程中尽量保证预测剖面  $f_k$  的每个元素均大于 0，即  $f_{k,j}$  的下边界(lower bound)  $LB \geq 0$ 。此外，为了方法的一般性，在  $f_k$  重构当中还可加入物理约束的上边界(upper bound, UB)。实际问题中约束上下边界的设定可以依据 2 个方面：一方面是工程经验，可以结合历史场地勘察数据，对相同土体目标参数的实际观测值进行统计分析，进而界定其合理的取值范围，为上下限的设定提供实证基础。二是可以考虑土体参数的实际意义，具体可以根据土体类型、应力状态、土体强度极限、仪器量程以及地质条件下的最大可能性来确定。此外，根据笔者的试验，当待预测岩土参数的真实值包含在上下边界内时，预测结果的准确度受上下边界区间差值的影响较小，因此，当地层信息完全缺失时，建议采用较宽的区间边界来包容不确定性。该方法的基本原理是：每一次获得  $\omega_k$  的后验样本后，需要进行一次计算，判断重构的  $f_k$  的元素是否满足要求，即判断  $LB \leq f_{k,j} \leq UB$  是否成立。当不满足要求时，需要在边界  $LB$  或  $UB$  处进行反射处理。例如，当由  $\omega_k$  样本估计后的  $f_k$  的某个元素  $f_{k,j} < LB$  时，首先计算  $f_{k,j}$  到  $LB$  的距离  $\Delta d$ ，即  $\Delta d = LB - f_{k,j}$ 。然后，经  $LB$  界面对称反射后，将  $f_{k,j}$  修正为大于  $LB$  但距离为  $\Delta d$  的数据，即

$$f_{k,j} = LB + \Delta d = 2LB - f_{k,j} \quad (5)$$

类似的，当  $f_{k,j} \geq UB$  时，可以根据类似的方法

修正为

$$f_{k,j} = 2UB - f_{k,j} \quad (6)$$

之后即可对生成的  $\omega_k$  样本进行微调。根据调整后的  $f_k$ , 记为  $f_k^*$ , 对  $\omega_k$  进行微调如下, 即

$$\omega_k^* = B^T f_k^* \quad (7)$$

式中:  $B^T$  为  $B$  的转置矩阵;  $\omega_k^*$  为微调后  $\omega_k$  的样本。微调后的样本  $\omega_k^*$  重新进入下一轮循环, 通过不断的迭代最终得到符合物理约束的  $\omega_k$ , 并预测出完整的  $f_k$ 。在 Gibbs 采样中耦合上述的约束方法, 一来不丢弃样本, 可以提升收敛速度; 二来使得预测的  $f_k$  数据剖面基本符合物理定义。基于上述方法修正后的 Gibbs 采样程序见下文。

### 2.3 修正后的 Gibbs 采样

结合 T. Y. Zhao 等<sup>[18]</sup>和上述讨论, 对预测剖面带有约束的 Gibbs 采样, 步骤如下:

(1) 初始化超参数: 令  $a_0 = b_0 = c_0 = d_0 = 10^{-4}$ ;  $\tau_k = 100/\text{var}(\mathbf{y}_k)$ ,  $k = 1, 2, \dots, n_b$ ,  $\text{var}(\mathbf{y}_k)$  为第  $k$  组 CPT 数据的方差; 令  $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_N = 10^{-4}$ ;

(2) 根据式(4)计算第  $k$  组 CPT 数据对应的  $\omega_k$  的均值和协方差; 利用乔列斯基分解, 生成  $\omega_k$  的样本数据, 即  $\omega_k = \mu_{\omega_k} + L_k \mathbf{z}_k$ 。其中,  $\text{COV}_{\omega_k} = L_k (L_k)^T$ ;  $\mathbf{z}_k$  为与  $\omega_k$  同等长度的向量, 代表  $N$  个相互独立且服从标准正态分布(即均值为 0, 标准差为 1)的随机变量。

(3) 计算  $f_k$  的剖面数据  $f_k = B\omega_k$ , 判断  $LB \leq f_{k,j} \leq UB$  是否成立。如若不满足, 即可根据式(5)或式(6)对  $f_k$  进行微调, 进而对生成的  $\omega_k$  样本根据式(7)进行调整。

(4) 根据 T. Y. Zhao 等<sup>[18]</sup>对超参数  $\alpha$  进行更新:  $\alpha_j$  后验服从广义逆高斯分布, 超参数根据  $\omega_k$  更新为  $a_j = \sum_{k=1}^{n_b} \omega_{k,j}^2$ ,  $b_j = \gamma$ , 根据  $a_j$  和  $b_j$  生成  $\alpha_j$  ( $j = 1, 2, \dots, N$ ) 的随机样本。

(5) 根据 T. Y. Zhao 等<sup>[18]</sup>对超参数  $\tau_k$  进行更新:  $\tau_k$  后验服从伽马分布, 其超参数根据  $\omega_k$  更新为  $c_n^k = c_0 + N/2$ ,  $d_n^k = d_0 + 1/2(\mathbf{y}_k - A_k \omega_k)^T (\mathbf{y}_k - A_k \omega_k)$ 。根据  $c_n^k$  和  $d_n^k$  生成  $\tau_k$  的随机样本。

(6) 根据 T. Y. Zhao 等<sup>[18]</sup>对超参数  $\gamma$  进行更新:  $\gamma$  的后验服从伽马分布, 其超参数根据  $\alpha$  更新为  $\gamma_a = N + a_0$ ,  $\gamma_b = b_0 + \sum_{j=1}^N \alpha_j^{-1}$ 。

(7) 将更新后的  $\alpha$ ,  $\tau_k$  和  $\gamma$  样本代入式(4)更新  $\omega_k$ , 并返回到步骤(2), 如此循环往复不断生成  $\omega_k$  的样本。当循环次数达到预设目标时进行终止: 例

如当马尔科夫链蒙特卡洛(MCMC)样本数达到  $n_s = 12\,000$ , 终止 Gibbs 程序。

(8) 将收集的  $\omega_k$  样本代入  $f_k = B^T \omega_k$  得到  $f_k$  的剖面样本。进一步, 基于  $f_k$  的大量样本, 计算其每一点的均值和统计特征。特别说明:  $\omega_k$  ( $k = 1, 2, \dots, n_b$ ) 样本的生成是同时进行的, 因此不同 CPT 钻孔缺失数据的预测亦是同时估计得到。

## 3 工程案例

为了验证本文所提方法的有效性, 这里采用某堤坝场地勘察数据进行验证<sup>[32]</sup>。该场地自上而下主要由泥炭土、黏土和粉质黏土组成。其中, 上层泥炭土厚约 3 m, 黏土层厚约 4 m, 粉质黏土厚约 4 m。为了探明该河堤的软土空间分布, 在此进行了一系列的 CPT, 其中一个二维剖面如图 1<sup>[32]</sup>所示。该场地中, CPT 在垂直方向上记录了深度 1.97~12.16 m 的土体响应  $q_c$  数据, 分辨率为 0.01 m, 因此, 每个 CPT 钻孔有 1 020 个数据监测点。更加详细的场地介绍详见 D. T. Gast<sup>[32]</sup>, 而对应的数据则可从 TC304 网站直接免费下载(<http://140.112.12.21/issmge/tc304.htm>)。

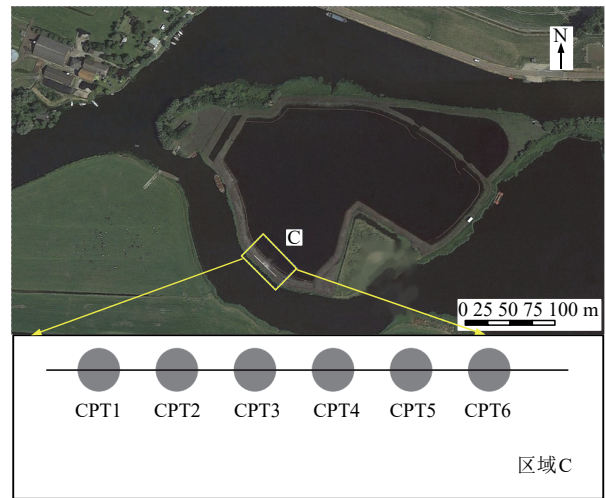


图 1 CPT 钻孔位置的平面图<sup>[32]</sup>

Fig.1 The plan view of CPT borehole locations<sup>[32]</sup>

为说明所提出方法在处理不完整 CPT 数据方面的优越性能, 这里故意省略了部分测量数据。图 2 绘制了研究场地的 6 个完整的 CPT 钻孔  $q_c$  剖面, 并在图 2 中标出了缺失数据。换言之, 本文将带有缺失的 CPT 钻孔数据和深度位置作为输入, 而以完整的 CPT 钻孔数据作为输出。

根据本文所提方法和勘察场地的土体类型, 设置 CPT 钻孔  $q_c$  剖面的上、下边界分别为  $UB = 10$  MPa 和  $LB = 0$  MPa。对于这个工程案例而言,  $UB$  足够

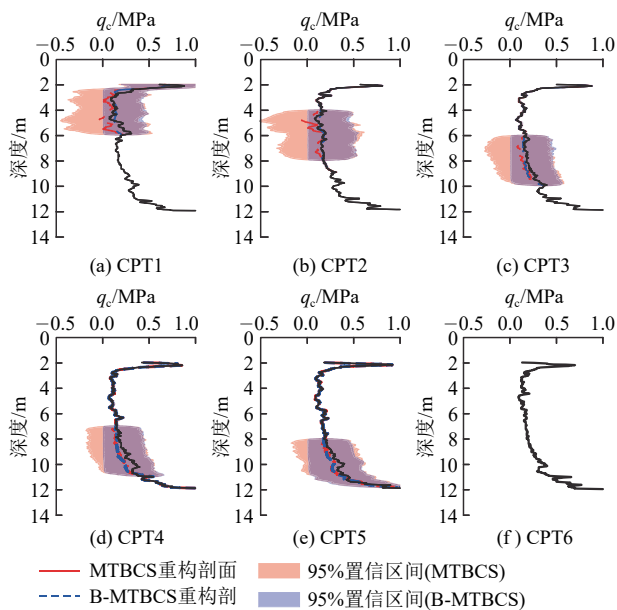
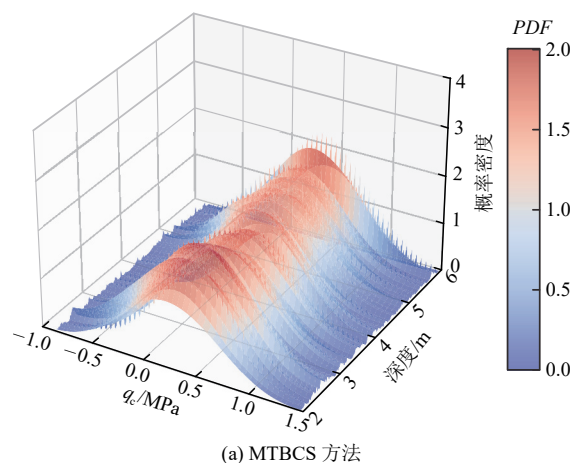


图2 6组CPT钻孔缺失数据重构剖面对比图

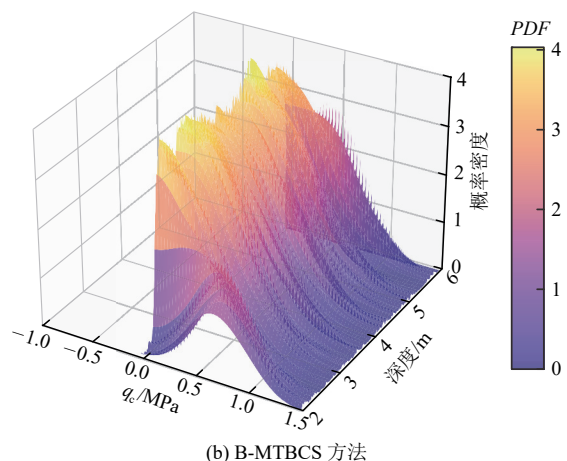
Fig.2 Comparison between the intentionally “missing” data from six CPT boreholes and the reconstructed profiles

大, 因此对结果没有任何影响。然后, 根据节 2.3 的详细步骤, 生成  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{n_b}$  ( $n_b = 6$ ) 的大量马尔科夫链蒙特卡洛(MCMC)样本。由于这些样本通常呈现一定的自相关性, 可能对后续分析产生不利影响, 因此, 这里每隔 20 次迭代收集一次样本, 从而保证在丢弃前 2 000 个不可信的样本后, 样本之间的统计相关性较弱。在本工程案例中, 共收集了 500 组相互独立的  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{n_b}$  样本。每一组  $\omega_k$  样本对应了一组完整的  $f_k$  剖面。为了更好地对比笔者所提 B-MTBCS 方法与原有 MTBCS 方法性能, 这里根据 500 个  $f_1$  剖面(数据缺失部分)的数据绘制了每一个深度位置的概率密度函数(PDF)。图 3(a), (b)分别为 MTBCS 方法和 B-MTBCS 对缺失数据的概率预测结果。显然, 由于非负约束的作用, 图 3(b)表示的预测的  $q_c$  的概率密度函数(PDF)呈现了明显的偏态, 在负值空间可能性为 0; 相比之下, 图 3(a)所表示的 PDF 则呈现对数分布特征, 但在负值区间有很大可能性, 因此,  $LB = 0$  的约束使得预测的  $q_c$  剖面更加符合常理。

本案例中, 通过 B-MTBCS 共获得 500 个  $f_k$  ( $k = 1, 2, \dots, 5$ ) 完整剖面。通过在每一个数据缺失处进行统计分析, 得到缺失数据处的概率密度最大值和 95% 置信区间, 分别对应第 2.5 分位数和 97.5 分位数。图 2 以蓝色虚线表示 B-MTBCS 所得结果的预测 PDF 最大值曲线, 以蓝色阴影表示 95% 置信区间。为了进行对比, 图 2 还绘制了 MTBCS 所得结



(a) MTBCS 方法



(b) B-MTBCS 方法

图3 MTBCS 和 B-MTBCS 方法在 CPT1 钻孔缺失段的  $q_c$  概率预测结果对比Fig.3 Comparison of probabilistic prediction result of  $q_c$  between the B-MTBCS and MTBCS methods at the missing segment of CPT1

果, 得到缺失数据处的预测均值和 95% 置信区间, 如图 2 红色实线和红色区域。由图 2(a)~(c)可知, 对于大多数 CPT 钻孔而言, 蓝色虚线表示的概率密度最大值曲线(对应 B-MTBCS)与真实值之间更加吻合, 并且其 95% 置信区间完整分布于正值区域; 相比之下, 红色直线表示的预测均值线(对应 MTBCS)在部分区域会有负值部分(如 CPT1 和 CPT2), 与 CPT 测量数据非负性相违背。此外, B-MTBCS 方法对应的 95% 置信区间宽度远远小于 MTBCS 所得到的结果, 表明 B-MTBCS 预测结果的可靠性更高。对于 CPT4 和 CPT5 而言, 即图 2(d), (e), 红色直线和蓝色虚线高度吻合, 这是因为 CPT4 和 CPT5 缺失数据的真实值相较于 CPT1 和 CPT3 远离了下边界, 下边界的约束效果和引导作用显著减弱。然而, 由于下边界  $LB = 0$  的约束, B-MTBCS 预测结果 95% 置信区间的下边界接近但大于 0, 满足  $q_c$  的非负物理特性; 相比之下, MTBCS 预测结果的 95% 置信

区间的下边界则远小于 0, 与  $q_c$  的非负性相违背。综上, B-MTBCS 预测结果仍然优于原有的 MTBCS 方法。

为了定量说明所提 B-MTBCS 方法在处理缺失数据中的优越性, 按照下式分别计算 CPT1 缺失数据预测均值与真实值的拟合度( $R^2$ )、相对误差(RE)、均方根误差(RMSE)和平均绝对误差百分比(MAPE):

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n_m} (f_{i,k} - \hat{f}_{i,k})^2}{n_m (\max_{1 \leq i \leq n_m} |f_{i,k} - \hat{f}_{i,k}|)^2} \quad (8)$$

$$RE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_m} (f_{i,k} - \hat{f}_{i,k})^2}{\sum_{i=1}^{n_m} (f_{i,k})^2}} \times 100\% \quad (9)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n_m} \sum_{i=1}^{n_m} (f_{i,k} - \hat{f}_{i,k})^2} \quad (10)$$

$$MAPE = \frac{100\%}{n_m} \sum_{i=1}^{n_m} \left| \frac{f_{i,k} - \hat{f}_{i,k}}{f_{i,k}} \right| \quad (11)$$

式中:  $n_m$  为单个钻孔中缺失数据总数;  $f_{i,k}$  为第  $k$  个钻孔中数据缺失段第  $i$  个缺失数据的真实值;  $\hat{f}_{i,k}$  为第  $k$  个钻孔中数据缺失段第  $i$  个缺失数据的预测值。B-MTBCS/MTBCS 预测均值对应的计算指标分别为  $R^2 = 0.90/0.84$ ,  $RE = 24.58\%/41.56\%$ ,  $RMSE = 0.06/0.11$  和  $MAPE = 24.70\%/54.32\%$ 。由上可知, 相比于 MTBCS 方法而言, 基于约束的 B-MTBCS 在预测准确性上提高了将近  $(0.90 - 0.84)/0.84 \times 100\% \approx 7.1\%$ , 而在误差上减少了  $1/3 \times [(41.56 - 24.58)/41.56 + (0.11 - 0.06)/0.11 + (54.32 - 24.70)/54.32] \times 100\% \approx 46.9\%$ 。根据类似步骤, 分别对 CPT2~CPT5 进行计算, 结果见表 1。

表 1 B-MTBCS 方法和 MTBCS 方法性能对比  
Table1 Performance comparison between B-MTBCS and MTBCS methods

| 钻孔编号 | $R^2$     | RE/%        | RMSE      | MAPE/%      |
|------|-----------|-------------|-----------|-------------|
| CPT1 | 0.84/0.90 | 41.56/24.58 | 0.11/0.06 | 54.32/24.70 |
| CPT2 | 0.82/0.90 | 44.44/13.69 | 0.07/0.02 | 43.49/12.53 |
| CPT3 | 0.73/0.82 | 23.92/19.01 | 0.05/0.04 | 24.53/17.06 |
| CPT4 | 0.78/0.81 | 26.94/25.28 | 0.07/0.06 | 24.50/20.52 |
| CPT5 | 0.92/0.90 | 16.09/16.54 | 0.07/0.07 | 16.67/17.14 |

注: 0.84/0.90 中 0.84 为利用 MTBCS 方法得到的指标值, 0.90 为利用 B-MTBCS 方法得到的指标。下同。

由表 1 可知, B-MTBCS 的表现在 CPT2~CPT4 均呈现与 CPT1 相似的情况; 而对于 CPT5 而言,

B-MTBCS 表现则与 MTBCS 几乎相当。这是由于对于 CPT5 而言, 其缺失数据的位置相较于 CPT1, CPT2, CPT3 和 CPT4, 远离了下边界  $LB = 0$  处, 因此, 在对 CPT5 缺失数据的预测中,  $LB$  几乎没有起到任何正向约束作用。

特别说明的是,  $f_k$  剖面的预测来源于  $\omega_k$  样本, 因此  $f_k$  剖面统计特征的变化来源于  $\omega_k$  特征的变化。图 4(a), (b) 分别绘制了由 CPT1, CPT2 缺失数据预测时由 MTBCS 所得  $\omega_1, \omega_2$  的第一个元素, 即  $\omega_{1,1}$  和  $\omega_{2,1}$  的 PDF, 其中, mean 代表均值, std 代表标准差; 而图 4(c), (d) 则绘制了 B-MTBCS 的相应结果。为了方便对比, 图 4 还标注了  $\omega_{1,1}$  和  $\omega_{2,1}$  的解析解(即虚线)。由图 4 可知, MTBCS 方法  $\omega_k$  样本后验分布呈对称分布, 且波动范围较为宽泛, 伴随着较大标准差, 与真实值的契合度不佳; 反观 B-MTBCS, 由于非负性的约束,  $\omega_{1,1}$  和  $\omega_{2,1}$  则呈现偏态分布特征, 但波动范围大幅收紧, 不确定性显著降低, 且真实值恰巧落于其频数分布直方图的核心部位, 与之高度契合。以  $\omega_{1,1}$  为例, 相较于 MTBCS 对应的标准差, B-MTBCS 所对应的标准差减少了约 50%。以上结果证明了本文所提出方法 B-MTBCS 能够在物理约束下, 充分利用不同 CPT 钻孔信息来还原数据缺失部分。相比于已有的 MTBCS 方法, B-MTBCS 所得到的结果更加准确和可靠。

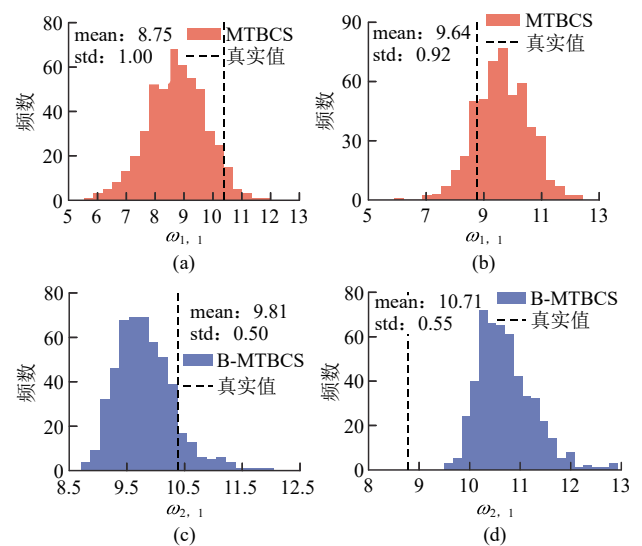


图 4  $\omega$  后验样本对比

Fig.4 Posterior sample comparison of  $\omega$

## 4 数值模拟案例

为了进一步系统地探讨所提 B-MTBCS 方法在

缺失钻孔数据预测中的合理性和鲁棒性, 本节通过模拟的垂直剖面进行说明和验证。该垂直剖面包含 2 个空间变化的土层, 比如软黏土和砂土, 如图 5 所示。每一土层内, 采用高斯平稳随机场生成器, 生成相应的 CPT 数据。设垂直和水平方向的分辨率分别为 0.02, 1 m, 生成了一个 500×100 的二维  $q_c$  数据集, 相当于深度为 10 m、宽度为 100 m 的二维剖面, 如图 6 所示。随机场模拟中涉及的主要参数包括 CPT 的均值、标准差  $SD$ 、垂直方向以及水平方向的相关长度。软黏土和砂土的 CPT 均值分别为 1 和 10 MPa;  $SD$  分别为 0.3 和 3 MPa; 竖向和水平相关长度分别为  $\lambda_z = 1$  m 和  $\lambda_x = 10$  m。生成模拟数据时, 随机场中采用了单指数自相关函数<sup>[33]</sup>, 如下所示:

$$\rho = \exp \left[ -2 \sqrt{\frac{(\Delta z)^2}{\lambda_z^2} + \frac{(\Delta x)^2}{\lambda_x^2}} \right] \quad (12)$$

式中:  $\Delta z = z_i - z_m$ ,  $\Delta x = x_j - x_n$  分别为位置  $(z_i, x_j)$ ,  $(z_m, x_n)$  沿  $z$  和  $x$  方向上的相对距离。基于上述设置, 这里生成了一个完整的二维 CPT 剖面, 如图 6 所示。该剖面不仅考虑了土体性质的空间变异性, 也反映了地下土层的空间变化性。为了

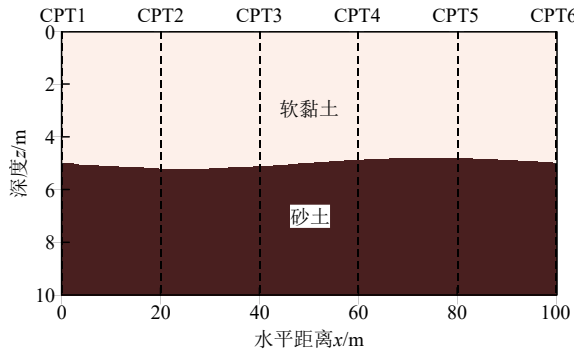


图 5 CPT 钻孔与土层分布示意图

Fig.5 Schematic diagram of CPT drilling and soil layer distribution

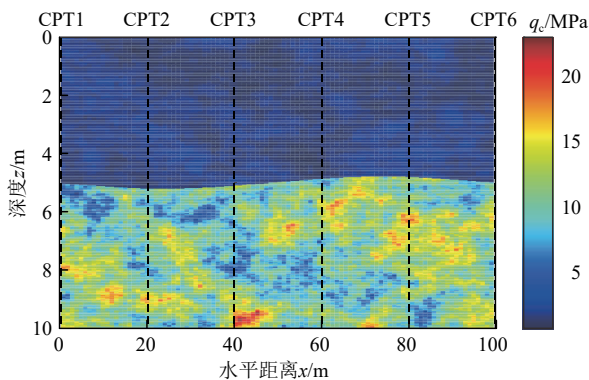


图 6 B-MTBCS 方法模拟的二维非平稳  $q_c$  数据剖面案例  
Fig.6 An example of two-dimensional non-stationary  $q_c$  data profile with B-MTBCS methods

模拟场地勘察实践, 在该现场进行了 6 组 CPT 测试, 其位置在图 5, 6 中用虚线表示。为进一步说明所提出方法在处理不完整 CPT 数据方面的优越性, CPT1~CPT5 故意省略了 30% 的 CPT 数据。图 7 绘制了 6 组带有部分缺失数据的 CPT 剖面, 作为本文所提方法的输入。

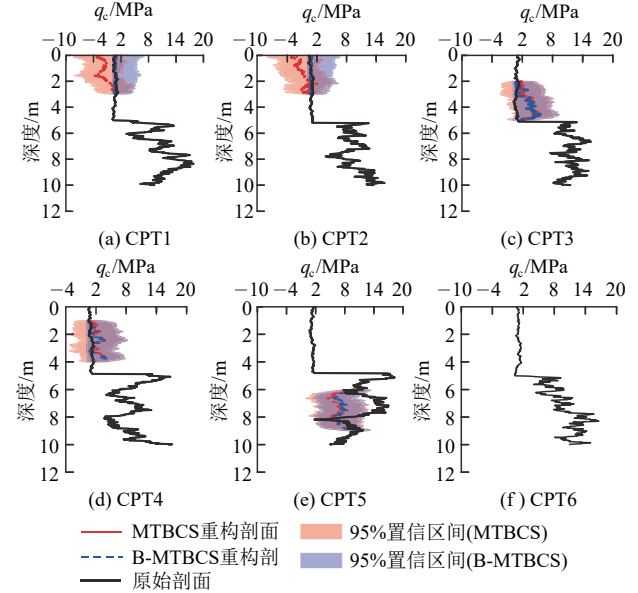


图 7 模拟案例中 CPT 钻孔缺失数据重构剖面图

Fig.7 Reconstructed profiles of CPT boreholes with missing data in the simulation case

利用节 2.3 详述的 B-MTBCS 方法生成 12 000 组的  $\omega_k$  ( $k = 1, 2, \dots, 6$ ) MCMC 后验样本。为了保证样本的代表性和独立性, 首先丢弃前 2 000 组非稳态的样本, 然后每隔 20 步收集一次样本。如此, 共生成 500 组接近相互独立的  $\omega_k$  样本。每组  $\omega_k$  样本对应一组完整的  $f_k$  数据集。

如上所述, 本案例中针对每一组带缺失数据的 CPT 剖面均生成了 500 组独立的完整的 CPT 数据  $f_k$  ( $k = 1, 2, \dots, 5$ )。根据这些剖面, 分别计算了 B-MTBCS 方法缺失数据的概率密度最大值剖面 and MTBCS 方法的均值剖面, 在图 7 中分别用蓝色虚线和红色实线表示, 以及蓝色区域和红色阴影区域分别表示相应方法的 95%置信区间。此外, 图 7 还用黑色实线表示模拟的真实数据。由图 7 可知: 大多数 CPT 钻孔中基于 B-MTBCS 方法的概率密度最大值线与真实值之间更加吻合, 且所对应的 95%置信区间更小, 反映了本文所提方法的准确性。缺失数据的 CPT 钻孔中, 图 7(a), (b) 的对比效果最为显著: 基于 MTBCS 的剖面均值多数小于 0, 相比之下, 基于本文所提 B-MTBCS 方法所得的剖面均值则均大于 0, 且与真实剖面更吻合。此外, B-MTBCS

所对应的 95% 置信区间完整分布于正值区域; 相比之下, 传统 MTBCS 方法对应的置信区间部分区域小于 0, 与  $q_c$  非负特征不符。图 7(c), (d) 则可看出: 虽然基于 B-MTBCS 的方法有所提升, 所得结果均大于 0, 满足 CPT 锥尖阻力的非负性, 但相比于 MTBCS 而言提升不大。这是因为由于缺失数据的位置问题, 在 MTBCS 中预测缺失的部分数据时, 由于受下部砂土层的数据影响, 导致预测的 CPT 数据偏大。当缺失的 CPT 数据完全处于砂土层, 远离  $LB = 0$  下边界时, B-MTBCS 所得结果与原有的 MTBCS 几乎完全一致(见图 7(e))。

此外, 为了更加系统且定量的验证本文所提 B-MTBCS 方法的优越性, 这里利用本节设定的随

机场参数和地质模型(见图 6)模拟了 100 个不同的二维  $q_c$  剖面。每一案例中, 均按照图 7 情况缺失相应数据, 然后按照 B-MTBCS 进行预测, 并将数据缺失处的预测均值剖面与真实模拟数据进行对比, 计算了相应的  $R^2$ ,  $RE$ ,  $RMSE$  和  $MAPE$  指标。100 个模拟案例对应了 100 组  $R^2$ ,  $RE$ ,  $RMSE$  和  $MAPE$  指标的计算数值。据此分别对 CPT1~CPT5 绘制了相应的  $R^2$ ,  $RE$ ,  $RMSE$  和  $MAPE$  指标的直方图, 如图 8 所示。为了方便对比, 每幅图仍然绘制了相应的 MTBCS 结果。从图中可以发现, 所提方法在 CPT1~CPT4 处的效果都极为显著:  $R^2$  精度有 7.19%~13.81% 的提升,  $RE$ ,  $RMSE$  和  $MAPE$  等误差性指标也有 10.29%~66.68% 的降低, 但是在 CPT5

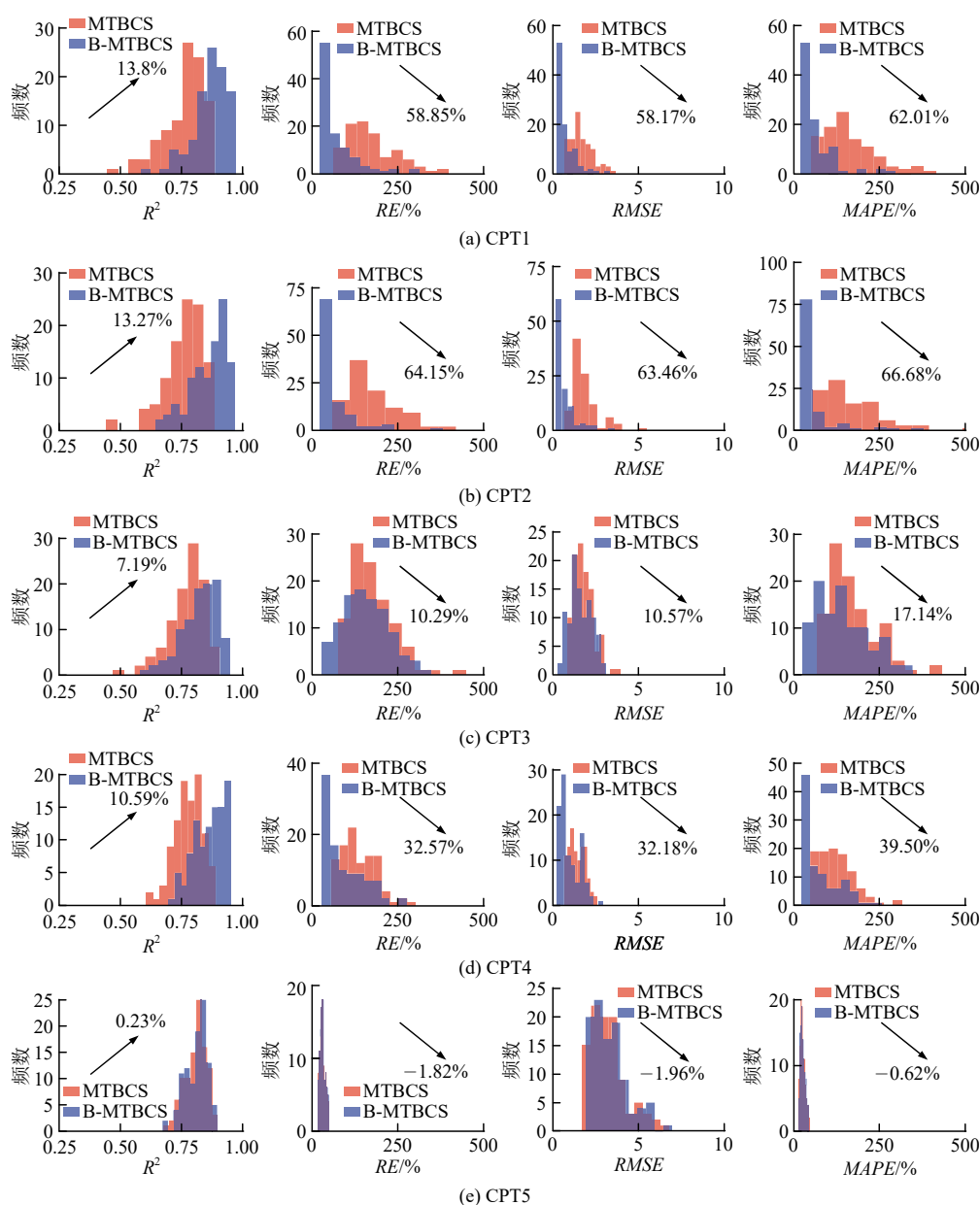


图 8 基于 100 组不同二维  $q_c$  剖面数据得到的 CPT 钻孔关键指标频数分布图: BMTBCS 与 MTBCS 方法

Fig.8 Frequency distribution histograms of key CPT borehole indicators based on 100 Sets of 2D  $q_c$  profile data: comparing BMTBCS and MTBCS methods

所提出方法(B-MTBCS)和已有的 MTBCS 方法的效果相差不大,这主要是和数据缺失位置有关,当缺失的 CPT 数据远离下边界  $LB = 0$  时, B-MTBCS 方法的效果和 MTBCS 方法的效果差别不大。

## 5 缺失比例数据影响

由上文可知 CPT6 数据是完整的, CPT1~CPT5 均有意设置为不完整,其中 30%的数据未知或缺失。根据常识可知,缺失数据的数量必定影响所提出方法的性能。为系统探讨所提出方法的鲁棒性和准确性,本节采用数据缺失率为 10%, 20%, 40% 的案例来探讨该方法的性能,同时 CPT1~CPT6 的位置不变, CPT6 依旧是全部采样。对于每一个案例,利用前述方法和步骤生成 500 组独立的  $q_c$  样本,分别绘制 B-MTBCS 方法的概率密度最大值线和 MTBCS 方法的均值线以及各自对应的 95%置信区间,结果如图 9~11 所示。

通过图 9~11 可观察到:在不同缺失率的情况下,相较于 MTBCS,本文所提出的方法 B-MTBCS 在预测缺失 CPT 数据方面具有优越的性能。对于 CPT1 和 CPT2 处的缺失数据而言,由于  $LB = 0$  的约束,使得 B-MTBCS 结果最好;而当缺失数据远离  $LB = 0$  这个非负边界时, B-MTBCS 退化为 MTBCS,因此结果较为相当,见 CPT4 和 CPT5,但 B-MTBCS 预测结果均为非负,更加符合  $q_c$  的物理定义;对于 CPT3 而言,显然在缺失率 10%情况

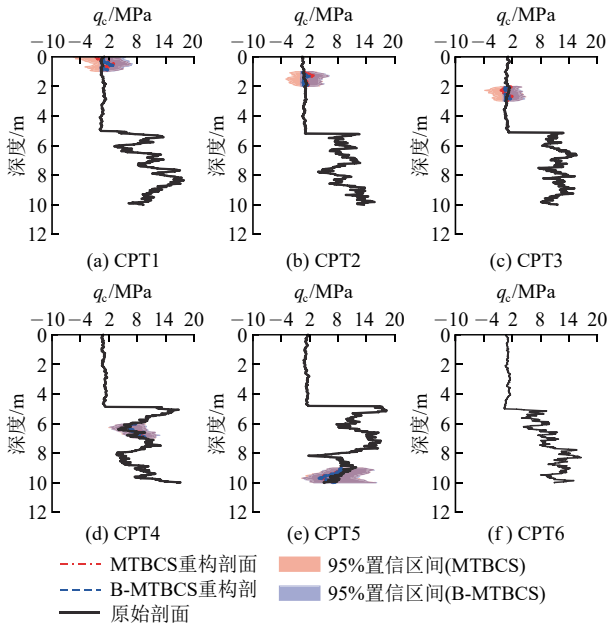


图9 数据缺失率10%情况下CPT钻孔缺失数据重构剖面图  
Fig.9 CPT Borehole data reconstruction profiles under a 10% data missing rate

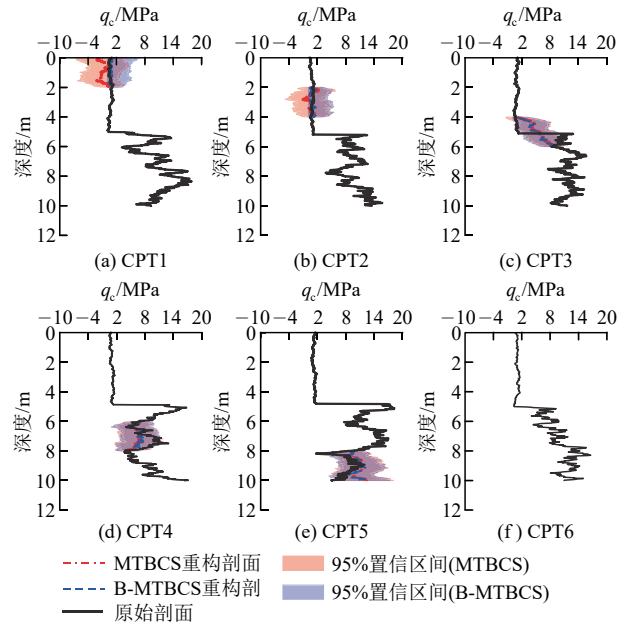


图10 数据缺失率为20%情况下CPT钻孔缺失数据重构剖面  
Fig.10 CPT borehole data reconstruction profile under a 20% data missing rate

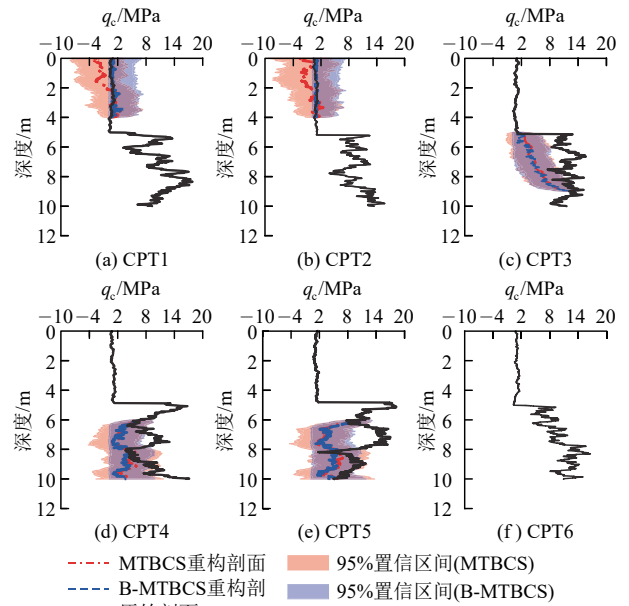


图11 数据缺失率为40%情况下CPT钻孔缺失数据重构剖面  
Fig.11 CPT borehole data reconstruction profiles under a 40% data missing rate

下, B-MTBCS 结果更好, 因为  $LB = 0$  能够对预测起到正向约束作用。

## 6 结 论

本文针对复杂地质条件下岩土参数数据(以静力触探试验 CPT 为例)因设备故障或地层突变导致的局部缺失问题, 提出了基于物理约束的多任务

贝叶斯压缩感知(B-MTBCS)方法。主要结论可概括如下:

(1) 在分层贝叶斯框架下构建了多钻孔信息融合机制, 并通过带阈值控制的反射投影法与伪逆映射技术, 将岩土参数的上下边界(工程经验)显式引入缺失数据重建过程, 形成物理阈值约束的B-MTBCS方法, 从理论上保证预测结果始终位于预先设定的物理可行域内。

(2) 工程实例结果表明: 当缺失 $q_c$ 数据的真实值接近所给定的上下边界时, B-MTBCS在复杂地质条件下对缺失数据的恢复精度显著优于传统MTBCS方法。相较于传统MTBCS, B-MTBCS能有效避免预测剖面出现非物理负值, 显著收缩95%置信区间, 使决定系数 $R^2$ 提高、相对误差 $RE$ 、均方根误差 $RMSE$ 和平均绝对百分误差 $MAPE$ 明显下降。

(3) 数值模拟结果显示: 对于具有明显非平稳性和分层突变特征的二维 $q_c$ 剖面, 在不同缺失位置及不同缺失比例(10%, 20%, 40%)下, B-MTBCS均可获得物理上合理且统计上更为可靠的重构结果。缺失段越接近非负下边界时, 物理约束对预测结果的“拉回”与纠偏作用越显著; 当缺失段远离边界时, B-MTBCS退化为MTBCS, 两者结果趋于一致, 体现了方法对约束强度的自适应特征。

(4) 与传统不含物理约束的缺失数据插值或机器学习方法相比, B-MTBCS在保证物理可行性的前提下充分利用同一场地多钻孔之间的内在相关性, 可显著提高复杂地质条件下CPT数据的完整性与可靠性, 为后续岩土参数反演、地基承载力评估及砂土液化判别等工程分析提供更加稳健的输入数据。

(5) 虽然本文以CPT锥尖阻力 $q_c$ 为例开展研究, 但所构建的物理阈值约束多任务贝叶斯压缩感知框架同样适用于其他具有类似非负性或有序性特征的岩土工程与地质工程数据(如其他原位测试参数及长期监测数据等), 具有良好的推广潜力和工程应用前景。

## 参考文献(References):

[1] 郑栋, 李典庆, 黄劲松. 基于CPTU和MASW勘察信息融合的二维土性参数剖面贝叶斯表征方法[J]. 应用基础与工程科学学报, 2021, 29(2): 337-354.(ZHENG Dong, LI Dianqing, HUANG Jingsong. A Bayesian characterization approach for 2D profiles of soil properties via integrating information from CPTU and MASW in site investigation[J]. Journal of Basic Science and Engineering, 2021, 29(2): 337-354.(in Chinese))

[2] 沈小克, 蔡正银, 蔡国军. 原位测试技术与工程勘察应用[J]. 土木

工程学报, 2016, 49(2): 98-120.(SHEN Xiaoke, CAI Zhengyin, CAI Guojun. Applications of in-situ tests in site characterization and evaluation[J]. China Civil Engineering Journal, 2016, 49(2): 98-120.(in Chinese))

[3] 张继周, 缪林昌, 王华敏. 土性参数不确定性描述方法的探讨[J]. 岩土工程学报, 2009, 31(12): 1936-1940.(ZHANG Jizhou, MIAO Linchang, WANG Huajing. Methods for characterizing variability of soil parameters[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2009, 31(12): 1936-1940.(in Chinese))

[4] CAO Z J, ZHENG S, LI D Q, et al. Bayesian identification of soil stratigraphy based on soil behaviour type index[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2019, 56(4): 570-586.

[5] 胡越, 王宇. 静力触探识别场地土层分布的贝叶斯学习方法研究[J]. 工程地质学报, 2020, 28(5): 966-972.(HU Yue, WANG Yu. Identification of subsurface soil stratification using cone penetration tests and Bayesian learning[J]. Journal of Engineering Geology, 2020, 28(5): 966-972.(in Chinese))

[6] BLOOMBERG D, UPCHURCH S B, HAYDEN M L, et al. Cone-penetrometer exploration of Sinkholes: Stratigraphy and soil properties[J]. Environmental Geology and Water Sciences, 1988, 12(2): 99-105.

[7] 曹子君, 胡超, 王亚飞, 等. 基于静力触探试验和变维联合后验分布的土层剖面高效优化识别方法[J]. 岩土工程学报, 2025, 47(2): 346-354.(CAO Zijun, HU Chao, WANG Yafei, et al. Efficient optimization identification method for soil stratification based on cone penetration test and joint posterior distribution of variable dimensionality[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2025, 47(2): 346-354.(in Chinese))

[8] 曹子君, 郑硕, 李典庆, 等. 基于静力触探的土层自动划分方法与不确定性表征[J]. 岩土工程学报, 2018, 40(2): 336-345.(CAO Zijun, ZHENG Shuo, LI Dianqing, et al. Probabilistic characterization of underground stratigraphy and its uncertainty based on cone penetration test[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, 40(2): 336-345.(in Chinese))

[9] WANG Y, FU C, HUANG K. Probabilistic assessment of liquefiable soil thickness considering spatial variability and model and parameter uncertainties[J]. Géotechnique, 2017, 67(3): 228-241.

[10] 赵泽宁, 段伟, 蔡国军, 等. 中国规范CPT砂土液化判别模型的改进与概率形式[J]. 岩土工程学报, 2025, 47(4): 869-876.(ZHAO Zening, DUAN Wei, CAI Guojun, et al. Improvement and probabilistic form of CPT-based liquefaction evaluation model in Chinese code[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2025, 47(4): 869-876.(in Chinese))

[11] HAKAM A, WARZUQNI S, ADJI B M, et al. CPT-DR-D50

- correlations of sands for liquefaction potential analysis[C]// E3S Web of Conferences. [S. l.]: [s. n.], 2020: 02017.
- [12] 段 伟, 赵泽宁, 蔡国军, 等. 基于 CPT 土分类图及其指标的土体液化评价模型[J]. 岩土工程学报, 2025, 待刊.(DUAN Wei, ZHAO Zening, CAI Guojun, et al. Soil liquefaction evaluation model based on soil behavior type classification chart and its indices from cone penetration testing[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2025, to be Pressed.(in Chinese))
- [13] 张小丁, 廖亚楠, 陈 涛. 静力触探试验在岩土工程勘察中的应用[J]. 中国金属通报, 2019, (12): 213 – 214.(ZHANG Xiaoding, LIAO Yanan, CHEN Tao. Application of cone penetration test in geotechnical investigation[J]. China Metal Bulletin, 2019, (12): 213 – 214. (in Chinese))
- [14] HEIDARIE G S, ESLAMI A, JAMSHIDI C R. Probabilistic assessment of model uncertainty for prediction of pile foundation bearing capacity; static analysis, SPT and CPT-based methods[J]. Geotechnical and Geological Engineering, 2020, 38(5): 5 023 – 5 041.
- [15] 宋 跃, 顾晓强, 胡 靖, 等. 砂土静力触探试验的 DEM-FDM 耦合数值模拟研究[J]. 岩土工程学报, 2024, 47(6): 1 249 – 12 58.(SONG Yue, GU Xiaoqiang, HU Jing, et al. DEM-FDM coupled simulation of cone penetration tests in a virtual calibration chamber with sand[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2024, 47(6): 1 249 – 1 258.(in Chinese))
- [16] CHING J Y, YANG Z Y, PHOON K K. Dealing with nonlattice data in three-dimensional probabilistic site characterization[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2021, 147(5): 06021003.
- [17] YANG Z Y, CHING J Y. Simulation of three-dimensional random field conditioning on incomplete site data[J]. Engineering Geology, 2021, 281: 105987.
- [18] ZHAO T Y, WANG Y, LU S F, et al. Fast stratification of geological cross-section from CPT results with missing data using multitask and modified Bayesian compressive sensing[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2023, 60(12): 1 812 – 1 834.
- [19] ZHANG W C, SHI P X, ZHAO H J, et al. Domain knowledge-guided Bayesian evolutionary trees for estimating the compression modulus of soils containing missing values[J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2024, 133: 108356.
- [20] CAO E H, BAO T F, LIU Y T, et al. A data enhancement-based quadratic imputation framework for consecutive missing values considering spatiotemporal characteristics of dam deformation[J]. Journal of Civil Structural Health Monitoring, 2024, 14(2): 431 – 447.
- [21] XU B, RONG Z, PANG R, et al. A novel method for settlement imputation and monitoring of earth-rockfill dams subjected to large-scale missing data[J]. Advanced Engineering Informatics., 2024, 62: 102642.
- [22] SHI N, LI Y L, WEN L F, et al. Rapid prediction of landslide dam stability considering the missing data using XGBoost algorithm[J]. Landslides, 2022, 19(12): 2 951 – 2 963.
- [23] WANG Y, ZHAO T Y. Interpretation of soil property profile from limited measurement data: a compressive sampling perspective[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2016, 53(9): 1 547 – 1 559.
- [24] WANG Y, HU Y, ZHAO T Y. Cone penetration test(CPT)-based subsurface soil classification and zonation in two-dimensional vertical cross section using Bayesian compressive sampling[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2020, 57(7): 947 – 958.
- [25] 朱文清, 赵腾远, 宋 超, 等. 基于吉布斯采样与压缩感知的二维非平稳 CPT 数据快速插值方法[J]. 土木与环境工程学报(中英文), 2022, 44(5): 98 – 108.(ZHU Wenqing, ZHAO Tengyuan, SONG Chao, et al. Efficient interpolation method for 2D non-stationary CPT data using Gibbs sampling and compressive sampling[J]. Journal of Civil and Environmental Engineering, 2022, 44(5): 98 – 108.(in Chinese))
- [26] ZHANG J, LI J P, ZHANG L M, et al. Calibrating cross-site variability for reliability-based design of pile foundations[J]. Computers and Geotechnics, 2014, 62: 154 – 163.
- [27] 许 领, 王文龙, 赵腾远. 考虑场地相似性的小样本边坡可靠度分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2025, 44(4): 977 – 988.(XU Ling, WANG Wenlong, ZHAO Tengyuan. Reliability analysis of slopes from sparse measurements considering sites similarity[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2025, 44(4): 977 – 988.(in Chinese))
- [28] ANG A H S, TANG W H. Probability concepts in engineering: emphasis on applications to civil and environmental engineering[M]. 2nd ed. New York: Wiley, 2007: 346 – 371.
- [29] SIVIA D S. Data analysis: A Bayesian tutorial[M]. [S. l.]: Oxford University Press, 2006: 30 – 90
- [30] MOHASEL A H, DOMKE J. Reflection, refraction, and Hamiltonian Monte Carlo[C]// Proceedings of the 29th International Conference on Neural Information Processing Systems-Volume 2. Cambridge, MA, USA: MIT Press, 2015: 3 007 – 3 015.
- [31] PAKMAN A, PANINSKI L. Exact Hamiltonian Monte Carlo for truncated multivariate gaussians[J]. Journal of Computational and Graphical Statistics, 2014, 23(2): 518 – 542.
- [32] GAST D T. Dykes and Embankments: a geostatistical analysis of soft terrain[Ph. D. Thesis][D]. [S. l.]: Delft University of Technology, 2020..
- [33] GONG W P, ZHAO C, JUANG C H, et al. Stratigraphic uncertainty modelling with random field approach[J]. Computers and Geotechnics, 2020, 125: 103681