基于能量理论的侏罗系砂质泥岩强度准则

王晓云[1]，程 桦[1, 2, 3]，荣传新[1]，王宗金[4]，姚直书[1]，张亮亮[1]

(1. 安徽理工大学 土木建筑学院，安徽 淮南 232001；2. 安徽大学 资源与环境工程学院，安徽 合肥 230022；3. 安徽建筑大学 建筑结构与地下工程安徽省重点实验室，安徽 合肥 230601；4. 中煤特殊凿井有限责任公司，安徽 合肥 230001)

摘要：为阐明西部侏罗系弱胶结砂质泥岩的物理力学特性、能量演化规律与破坏力学行为，开展自然和饱水状态下西部侏罗系弱胶结砂质泥岩的三轴压缩试验，并基于试验结果和能量守恒定律，获得 2 种状态砂质泥岩的物理力学特性、破坏形态及能量演化规律；根据弹性能密度与围压的非线性关系建立砂质泥岩能量强度准则，并给出相应的剪切应力计算公式；最后，通过 3 种典型强度准则及能量强度准则与试验结果对比，验证能量强度准则的合理性。研究表明：(1) 2 种状态砂质泥岩的峰值强度及软化系数均与围压呈正相关，但软化系数的增长速率与围压呈负相关，单轴均为劈裂张拉破坏、三轴均为剪切破坏；(2) 2 种状态砂质泥岩的总应变能密度和耗散能密度均与轴向应变呈正相关，弹性能密度随轴向应变的增大先增大后减小，峰值应力点的总应变能密度、弹性能密度、耗散能密度均随围压增大呈非线性增大趋势；(3) 能量强度准则在偏平面上为等边不等角的六边形，在主应力空间为不规则的六棱锥，其参数物理含义明确、求解简单；(4) 相较于其他强度准则，能量强度准则及其剪应力计算公式计算精度更高、适用范围更广。研究成果可为西部侏罗系砂质泥岩及类似弱胶结岩石的强度准则研究提供有益参考。

关键词：岩石力学；弱胶结砂质泥岩；三轴压缩；弹性应变能；强度准则；能量演化

中图分类号：TU 45 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－6915(2025)02－0427－15

Strength criterion for Jurassic sandy mudstone based on energy theory

WANG Xiaoyun[1]，CHENG Hua[1, 2, 3]，RONG Chuanxin[1]，WANG Zongjin[4]，
YAO Zhishu[1]，ZHANG Liangliang[1]

(1. *School of Civil Engineering and Architecture，Anhui University of Science and Technology，Huainan，Anhui* 232001，*China*；2. *School of Resources and Environmental Engineering，Anhui University，Hefei，Anhui* 230022，*China*；3. *Building Structure and Underground Engineering Anhui Provincial Key Laboratory，Anhui Jianzhu University，Hefei，Anhui* 230601，*China*；4. *China Coal Special Drilling Co.，Ltd.，Hefei，Anhui* 230001，*China*)

Abstract：In order to clarify the physical and mechanical properties，energy evolution law and failure mechanical behavior of the weakly cemented Jurassic sandstone mudstone in the western region，triaxial compression tests are carried out on the weakly cemented Jurassic sandstone mudstone under natural and saturated conditions. Based on the experimental outcomes and the principle of energy conservation，the physical and mechanical characteristics，modes of failure，and energy evolution laws of the sandstone mudstone under both conditions have been

收稿日期：2024－06－24；**修回日期**：2024－08－11

基金项目：国家自然科学基金资助项目(52174104)；国家自然科学基金青年基金资助项目(52404069)；安徽省重点研发计划资助项目(202004a07020034) Supported by the National Natural Science Foundation of China(Grant No. 52174104)，National Natural Science Foundation for Young Scientists of China (Grant No. 52404069) and Key Research & Development Program Funded Projects in Anhui Province(Grant No. 202004a07020034)

作者简介：王晓云(1994－)，男，2018 年毕业于许昌学院土木工程专业，现为博士研究生，主要从事滚刀破岩及岩石力学方面的研究工作。E-mail：wxy96019@163.com。通讯作者：程 桦(1956－)，男，现任教授、博士生导师。E-mail：hcheng@aust.edu.cn

DOI：10.3724/1000-6915.jrme.2024.0484

determined. Furthermore，an energy intensity criterion for the sandstone mudstone has been developed based on its nonlinear relationship between the density of elastic potential energy and confining pressure，complemented by the provision of an appropriate formula for calculating shear stress. Ultimately，the validity of the energy intensity criterion has been confirmed by comparing it with three classical strength criteria against experimental outcomes. The study shows that，(1) both the peak strength and the softening coefficient of the sandstone mudstone under two different states increase with confining pressure，yet the rate at which the softening coefficient increases is inversely related to the confining pressure；under uniaxial conditions，the failure mode is characterized by splitting tensile rupture，and under triaxial conditions，the failure mode is characterized by shear rupture. (2) Both the total strain energy density and the dissipated energy density of the sandstone mudstone under the two conditions are directly proportional to axial strain，while the elastic energy density increases initially and then decreases as axial strain grows；at the peak stress，the total strain energy density，elastic energy density，and dissipated energy density all show a nonlinear increase with rising confining pressure. (3) The energy intensity criterion is represented as an equilateral but non-isosceles hexagon on the deviatoric plane and as an irregular hexagonal pyramid in the principal stress space，characterized by well-defined physical meanings of its parameters and a simple solution approach. (4) In contrast to other strength criteria，the energy intensity criterion，along with its formula for calculating shear stress，provides greater precision in calculations and covers a wider scope of applications. The research outcomes can offer beneficial insights for the investigation of strength criteria for Jurassic sandstone mudstone in the western areas，as well as for analogous weakly cemented geological formations.

Key words：rock mechanics；weakly cemented sandy mudstone；triaxial compression；elastic strain energy；strength criterion；energy evolution

1　引　言

近年来，随着我国煤炭产业重心西移，内蒙古、陕西、宁夏等西部地区开展了大规模的煤矿立井井筒建设。钻井法凿井具有机械化程度高、安全可靠、作业环境好等优点，采用该凿井工法已成功建成西部地区某煤矿中央进、回风立井井筒[1]。但工程实践[2-3]表明，侏罗系弱胶结岩石地层钻进过程中尚存在刀具磨损严重、滚刀破岩效率低下等问题，亟待研究解决。由于对西部侏罗系弱胶结岩石在机械破岩作用下的损伤与破坏力学行为研究不足，且已有的岩石强度准则难以准确描述该类岩石的破坏力学行为，导致分析西部侏罗系地层钻井法凿井刀具破岩机理时缺乏相应的力学理论支撑。

岩石的损伤和破坏可以用应力、应变、能量 3 种方式表示。采用应力、应变表征岩石的力学特性及破坏准则是比较直观的方法，但热力学定律认为岩石内部的能量转化是其发生破坏的本质[4-5]，从能量角度出发，研究岩石的力学特性、能量演化规律及强度破坏准则，受到国内外众多学者的关注[6-7]。在岩石力学特性及能量演化规律方面，张　尧等[8]研究了煤岩力学特性和能量演化规律，建立了煤岩能量损伤本构；D. Y. Li 等[9]研究了不同加卸载路径下花岗岩三轴压缩破坏时的力学特性及能量演化规律；贾　蓬等[10]通过单轴压缩试验研究了冻融砂岩的力学特性及能量演化规律；Q. B. Meng 等[11]通过三轴循环加卸载试验研究了高温对石灰岩力学特性和能量演化规律的影响；赵延林等[12]通过水－力耦合下的三轴压缩试验研究了砂岩的力学特性和能量演化规律；刘新喜等[13]研究了干湿循环作用对页岩力学特性及能量演化规律的影响。

在岩石破坏准则方面，国内外学者已提出多种破坏准则，但已有的强度准则多有适用条件限制，Mohr-Coulomb 准则在高围压时精度较低[14-15]，双参数 Mohr-Coulomb 准则、幂函数 Mohr-Coulomb 准则更适合于硬岩[16]，Hoek-Brown 准则要求围压小于单轴抗压强度的一半[17-18]，Drucker-Prager 准则拉剪区无应力角效应导致计算结果精度较低[19-20]，Lade 准则更适合于砂土[21-22]。另外，Z. Li 等[23]、基于剪切应变能和体积应变能建立了适用于多数岩土材料的屈服准则，但公式复杂且参数求解过程繁琐；T. S. Hao 和 W. G. Liang[24]基于剪切应变能建立了盐岩的三重剪切能屈服准则，但其理论结果与试验结果误差较大。

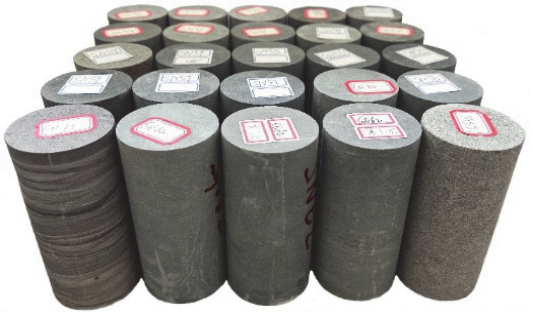
综上，上述国内外学者研究了众多岩石的力学特性及能量演化规律，并基于力学分析或能量分析提出相应的岩石破坏准则，但针对西部侏罗系弱胶

结岩石的力学特性、能量演化规律研究较少，且已有的强度准则多数适用于硬岩或公式复杂、参数求解困难。故此，以西部侏罗系延安组弱胶结砂质泥岩为研究对象，开展不同围压下的三轴压缩试验，研究不同应力状态下自然和饱水状态砂质泥岩的力学特性及能量演化规律，基于弹性能密度建立侏罗系弱胶结岩石的能量强度准则。本文研究成果可为西部侏罗系砂质泥岩及类似弱胶结岩石的力学特性、能量演化及强度准则研究提供理论参考，也可为后续分析该类岩石地层钻井法凿井机械破岩机制提供相应的理论支撑。

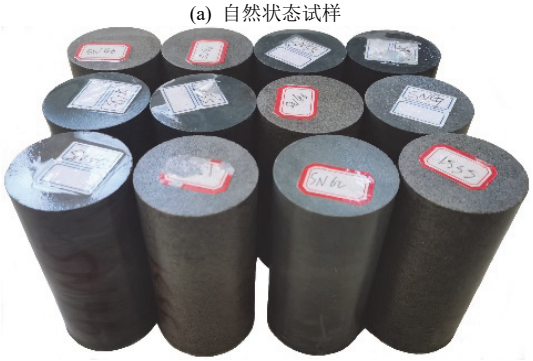
2　砂质泥岩三轴压缩试验

2.1　试样制备

试验用岩样取自西部地区典型侏罗系延安组砂质泥岩，岩石试样(见图 1)直径为 50 mm，高度为 100 mm。试样分为自然组和饱水组，饱水组试样采用 5%硫酸钠溶液在真空饱水仪饱水 48 h 得到，主要物理力学参数测试结果如表 1 所示。



(a) 自然状态试样



(b) 饱水状态试样

图 1　砂质泥岩试样

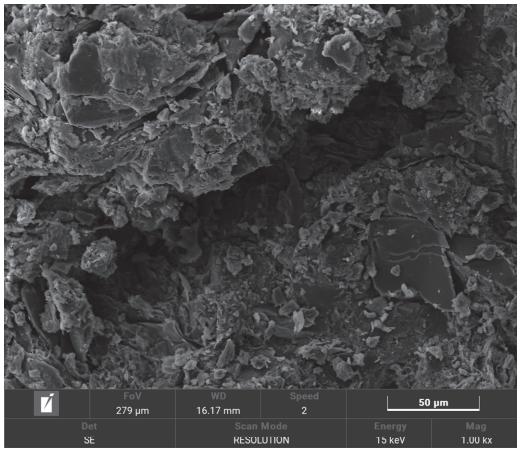
Fig.1　Sandy mudstone samples

表 1　侏罗系砂质泥岩物理参数

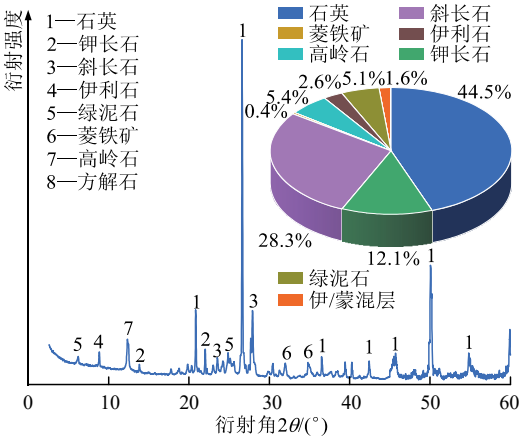
Table 1　Physico-mechanics parameters of Jurassic sandy mudstone

状态	含水率/%	密度/(g • cm^{-3})	黏聚力/MPa	内摩擦角/(°)
自然状态	3.46	2.337	8.03	32.05
饱水状态	9.32	2.472	6.98	28.77

图 2(a)为砂质泥岩断面的细观形貌。由图可知，西部侏罗系砂质泥岩内部含有大量微裂纹，孔隙发育丰富且贯通性较好，整体结构较为松散，无明显的胶结物统一结构特征，黏土矿物和二氧化硅等晶体相互交错填充，形成石英颗粒骨架－黏土胶结结构，胶结性较差。图 2(b)为 XRD 全岩矿物分析结果，由该图可见，西部侏罗系砂质泥岩主要矿物成分为石英、钾长石、斜长石和高岭石、伊利石、绿泥石等黏土矿物；其中石英含量占比为 44.5%，是构成侏罗系砂质泥岩骨架的主要颗粒；钾长石和斜长石含量占比分别为 12.1%和 28.3%，斜长石具有天然裂隙和线状晶体等特点，钾长石和斜长石在空气中易被腐蚀，容易受到物理和化学风化的影响而导致破碎；黏土矿物(高岭石、伊利石、绿泥石、伊/蒙混层)含量占比为 14.7%，其中高岭石和绿泥石遇水极易软化，是导致西部侏罗系砂质泥岩遇水软化强度降低的主要原因。



(a) 细观形貌



(b) 矿物成分及占比

图 2　砂质泥岩宏细观结构及矿物组成

Fig.2　Macro-meso structure and mineral composition of sandy mudstone

2.2　试验过程

试验设备采用 MTS816 岩石力学测试系统(见

图 3)，根据陕西榆林某煤矿井筒地应力测试结果，岩石埋深每增加 100 m，最大地应力增加 4～5 MPa，侏罗系地层最大地应力为 19.37 MPa，故开展不同围压(0，1，5，8，12，15，20 MPa)下砂质泥岩的常规三轴压缩试验。围压加载方式为应力加载，加载速率为 5 MPa/min，轴向荷载加载方式为位移加载，加载速率为 0.001 mm/s，持续加载至试样破坏。

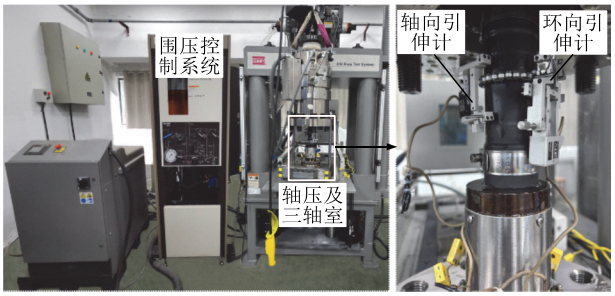
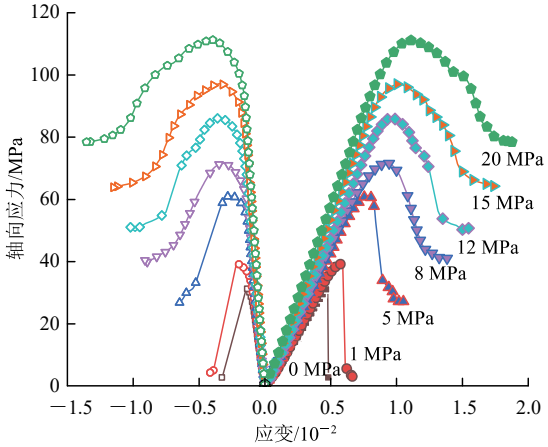


图 3　MTS816 岩石力学测试系统

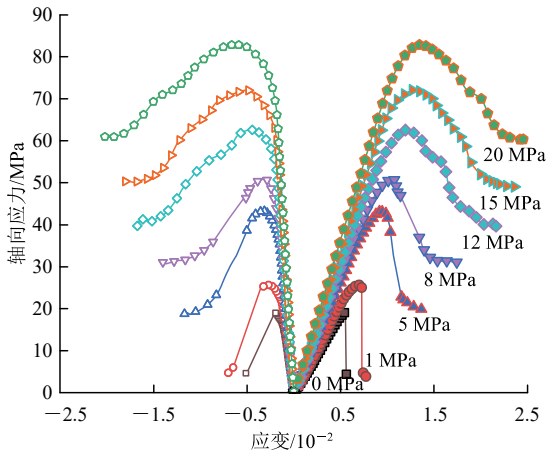
Fig.3　MTS816 rock mechanics test system

2.3　试验结果分析

2 种状态砂质泥岩不同围压下的应力－应变曲线如图 4 所示，峰值应力随围压的变化如图 5 所示，基本力学参数如表 2 所示。由图 4 和表 2 可知，自然状态砂质泥岩和饱水状态砂质泥岩的峰值强度均与围压呈正相关。在低围压(0，1，5 MPa)时，2 种状态砂质泥岩的脆性破坏特征比较明显，但随着围压的增加，2 种状态砂质泥岩的峰后曲线逐渐趋于平缓，表现出塑性破坏特性。对比图 4(a)和(b)可知，相同围压条件下，饱水试样的轴向峰值应变、环向峰值应变均大于自然状态试样，饱水状态砂质泥岩的峰值应变相比自然状态砂质泥岩的峰值应变增大 18%～25%，且饱水状态砂质泥岩达到残余强度后的轴向应变和环向应变均大于自然状态岩石试



(a) 自然状态



(b) 饱水状态

图 4　砂质泥岩应力－应变曲线

Fig.4　Sandy mudstone stress-strain curves

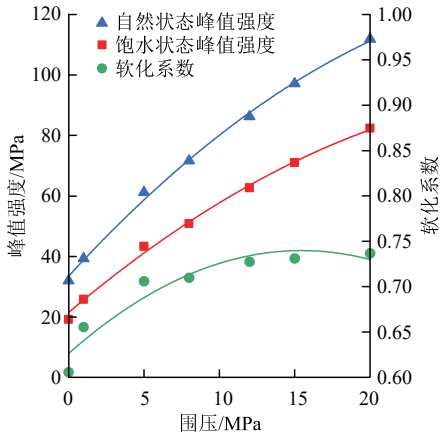


图 5　峰值强度与围压的关系

Fig.5　Relationship between peak strength and confining pressure

表 2　侏罗系砂质泥岩力学参数

Table 2　Mechanical parameters of Jurassic sandy mudstone

围压/MPa	状态	峰值强度/MPa	弹性模量/GPa	泊松比
0	自然状态	31.59	8.29	0.223
0	饱水状态	19.13	4.01	0.244
1	自然状态	39.35	8.43	0.219
1	饱水状态	25.79	4.73	0.237
5	自然状态	61.21	8.70	0.209
5	饱水状态	43.31	4.85	0.221
8	自然状态	71.65	9.01	0.201
8	饱水状态	50.86	5.27	0.209
12	自然状态	86.16	10.34	0.195
12	饱水状态	62.68	6.11	0.199
15	自然状态	97.14	11.38	0.193
15	饱水状态	71.01	7.15	0.195
20	自然状态	111.82	12.63	0.192
20	饱水状态	82.37	8.27	0.193

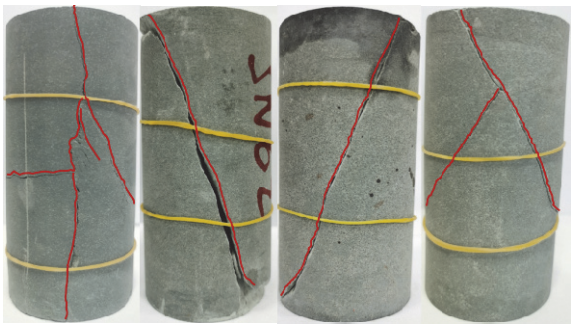
样，表明砂质泥岩试样饱水后其塑性变形增大，饱水状态砂质泥岩的塑性破坏特征明显。

分析图 5 表明，2 种状态砂质泥岩的峰值强度及峰值强度软化系数均随着围压的增大呈“上凸”型非线性增大趋势；且相同围压条件下，饱水状态砂质泥岩的峰值强度低于自然状态砂质泥岩的峰值强度；但随着围压的增大，峰值强度增长速率、软化系数增长速率均逐渐减小。单轴压缩时，峰值强度软化系数为 0.606，说明单轴压缩条件下，饱水后砂质泥岩的峰值强度显著降低。三轴压缩试验中，当围压由 1 MPa 增加到 20 MPa 时，软化系数由 0.655 增加到 0.737，说明围压可以有效削弱水对砂质泥岩的劣化作用。

上述分析表明，水化作用对西部侏罗系砂质泥岩的峰值强度影响较大，饱水可以显著降低砂质泥岩的峰值强度，其原因是饱水后砂质泥岩的微观结构发生变化，其内部微裂隙被水填充，在外力作用下形成滑动面，同时内部黏土矿物等胶结物饱水后泥化且强度降低，砂质泥岩内部胶结性变差；但随着围压的增加，围压作用有效抑制了砂质泥岩内部微裂纹及表面宏观裂纹的发展，水化作用对砂质泥岩的强度影响逐渐减小。故随着围压的增大，峰值强度软化系数随着围压的增大逐渐增大。

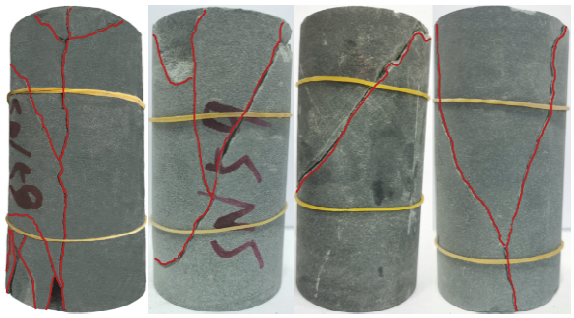
2.4　破坏形态

不同围压下自然状态和饱水状态砂质泥岩的破坏形态如图 6(以 2 种状态砂质泥岩在 0，5，15，20 MPa 围压下的破坏形态为例)所示。由图可知，单轴压缩时，2 种状态砂质泥岩的破坏形态主要表现为劈裂张拉破坏模式，主控裂缝近似平行于轴向荷载方向，但饱水砂质泥岩的裂纹显然多于自然状态砂质泥岩，其原因是砂质泥岩内部颗粒间的胶结物遇水软化，外力作用下更容易形成宏观裂纹。三轴压缩时，围压作用可以有效抑制砂质泥岩试样纵向裂纹的发展，但围压作用下砂质泥岩试样破坏面上的剪应力大于其抗剪强度，故 2 种状态砂质泥岩的破坏形态均以剪切破坏为主。



0 MPa　　5 MPa　　15 MPa　　20 MPa

(a) 自然状态



0 MPa　　5 MPa　　15 MPa　　20 MPa

(b) 饱水状态

图 6　砂质泥岩破坏形态

Fig.6　Failure pattern of sandy mudstone

3　能量演化分析

3.1　能量计算方法

在三轴压缩试验中，试验机输入的总能量为 U，根据热力学第一定律可得

$$U = U^{\mathrm{d}} + U^{\mathrm{e}} \tag{1}$$

式中：U 为总应变能密度(压力机输入能)(kJ/m^3)，U^{d} 为耗散能密度(kJ/m^3)，U^{e} 为弹性能密度(kJ/m^3)。

岩体单元在主应力空间的各部分能量密度可表示[25]为

$$U = \int_0^{\varepsilon_1} \sigma_1 \mathrm{d}\varepsilon_1 + \int_0^{\varepsilon_2} \sigma_2 \mathrm{d}\varepsilon_2 + \int_0^{\varepsilon_3} \sigma_3 \mathrm{d}\varepsilon_3 \tag{2}$$

$$U^{\mathrm{e}} = \frac{1}{2}\sigma_1\varepsilon_1^{\mathrm{e}} + \frac{1}{2}\sigma_2\varepsilon_2^{\mathrm{e}} + \frac{1}{2}\sigma_3\varepsilon_3^{\mathrm{e}} \tag{3}$$

$$\varepsilon_i^{\mathrm{e}} = \frac{1}{E_i}[\sigma_1 - \mu_i(\sigma_2 + \sigma_3)] \tag{4}$$

式中：σ_1，σ_2，σ_3 为主应力；ε_i，$\varepsilon_i^{\mathrm{e}}$ 分别为主应变和弹性应变。

将式(4)代入式(3)可得

$$U^{\mathrm{e}} = \frac{1}{2E}[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3)] \tag{5}$$

式中：E 为岩石的弹性模量，μ 为泊松比。

常规三轴压缩试验时弹性能密度表达式为

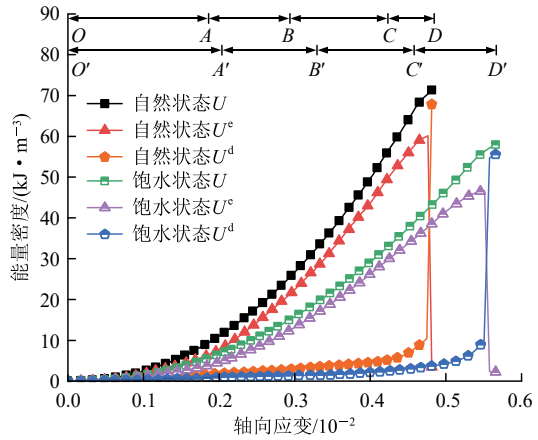
$$U^{\mathrm{e}} = \frac{1}{2E}[\sigma_1^2 + 2\sigma_3^2 + 2(1-\mu)\sigma_3^2 - 4\mu\sigma_1\sigma_3] \tag{6}$$

则耗散能密度可由下式确定：

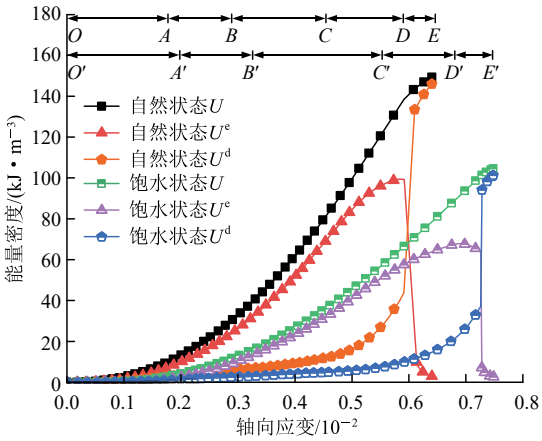
$$U^{\mathrm{d}} = \int_0^{\varepsilon_1} \sigma_1 \mathrm{d}\varepsilon_1 + 2\int_0^{\varepsilon_3} \sigma_3 \mathrm{d}\varepsilon_3 - U^{\mathrm{e}} \tag{7}$$

3.2　能量演化分析

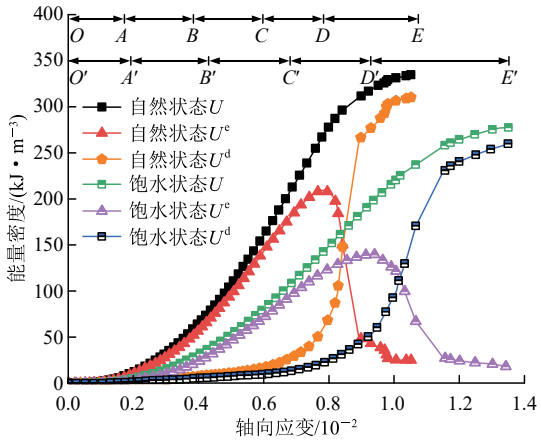
图 7 为 2 种状态砂质泥岩不同围压下的应变能密度计算结果。由图可知，任一围压条件下，2 种状态砂质泥岩的总应变能密度和耗散能密度均随轴



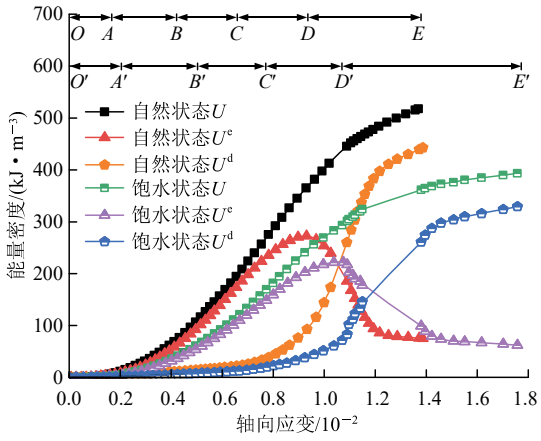
(a) 围压 0 MPa



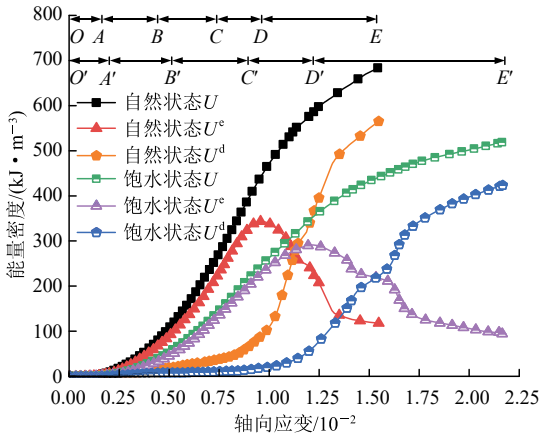
(b) 围压 1 MPa



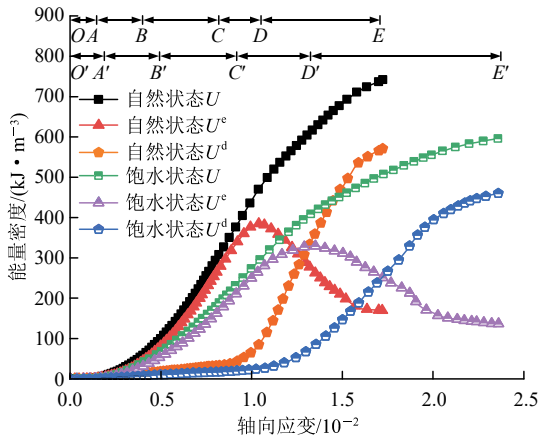
(c) 围压 5 MPa



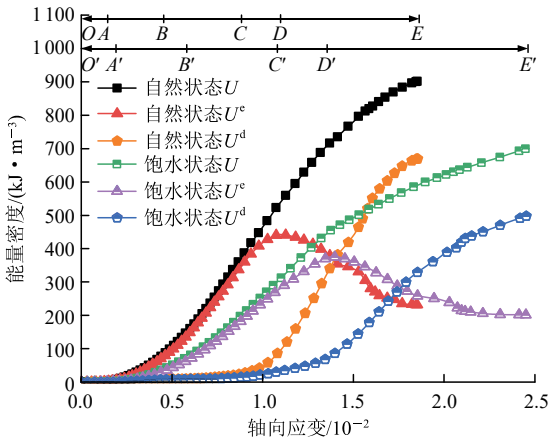
(d) 围压 8 MPa



(e) 围压 12 MPa



(f) 围压 15 MPa



(g) 围压 20 MPa

图 7　不同围压下应变能与轴向应变关系曲线

Fig.7　The relationship between strain energy and axial strain under different confining pressures

向应变的增大而增大，而弹性能密度随轴向应变的增大呈先增大后减小趋势；三轴压缩时，2 种状态砂质泥岩在不同围压条件下的应变能密度曲线均可划分为 5 个阶段，但单轴压缩时的应变能密度曲线均只有 4 个阶段，无峰后阶段。

(1) 压密阶段 I(自然状态为 *OA* 阶段，饱水状态为 *O′A′*阶段)：此阶段大部分能量转化为弹性能在岩石内部进行积累，但少量输入能转化为耗散

能，用以砂质泥岩试样内部原生裂隙的压密闭合。

(2) 弹性变形阶段 II(自然状态为 *AB* 阶段，饱水状态为 *A′B′*阶段)：该阶段砂质泥岩吸收能量发生弹性变形，并将输入能转化为弹性能进行积累，但耗散能几乎维持不变。

(3) 裂纹稳定发展阶段 III(自然状态为 *BC* 阶段，饱水状态为 *B′C′*阶段)：该阶段砂质泥岩仍以弹性变形为主，能量仍以弹性能为主，但内部开始产生微裂隙和发生塑性变形，耗散能开始缓慢增加。

(4) 裂纹不稳定发展阶段 IV(自然状态为 *CD* 阶段，饱水状态为 *C′D′*阶段)：该阶段砂质泥岩内部的微裂纹发展贯通、发生塑性变形，耗散能占比和增长速率变大，应变达到峰值强度时，弹性能达到存储极限，砂质泥岩发生破坏。

(5) 峰后破坏阶段 V(自然状态为 *DE* 阶段，饱水状态为 *D′E′*阶段)：三轴压缩时，砂质泥岩达到峰值应力后由于围压作用仍然具有承载能力，但输入能主要转化为裂纹扩展及滑移错动所需的耗散能。

同一围压条件下，饱水状态砂质泥岩与自然状态砂质泥岩的能量变化存在差异性，相较于自然状态砂质泥岩，饱水后砂质泥岩的总应变能密度、弹性能密度、耗散能密度有不同程度的减小，且饱水状态砂质泥岩的总应变能密度、弹性能密度、耗散能密度趋于稳定时的轴向应变均大于自然状态砂质泥岩。上述现象的原因是饱水后砂质泥岩内部微观结构发生改变，水化作用使砂质泥岩内部结构变得松散，胶结性变差，裂纹数量增多且扩展延伸，砂质泥岩储能极限下降；但饱水后砂质泥岩内部黏土矿物(高岭石、伊利石、绿泥石、伊/蒙混层)遇水泥化，脆性降低、塑性特性变强，故饱水砂质泥岩的塑性变形增大，且围压越高，塑性变形越大。此外，饱水后砂质泥岩内部微观裂隙增多，用于裂隙闭合、发育的耗散能占比增大。由此可见，能量耗散是砂质泥岩饱水后强度降低的根本原因。

3.3　峰值应力点应变能与围压的关系

图 8 为 2 种状态砂质泥岩试样在峰值强度 σ_{cf} 点应变能密度与围压的关系。由图可知，2 种状态砂质泥岩的总应变能密度、弹性能密度、耗散能密度均随围压的增加呈非线性增加趋势。当围压由 0 MPa 增加至 20 MPa 时，自然状态砂质泥岩的总应变能密度、弹性能密度、耗散能密度增幅分别为 673.34%，641.68%，863.08%；饱水状态砂质泥岩的总应变能密度、弹性能密度、耗散能密度增幅分别为 719.77%，724.08%，700%。

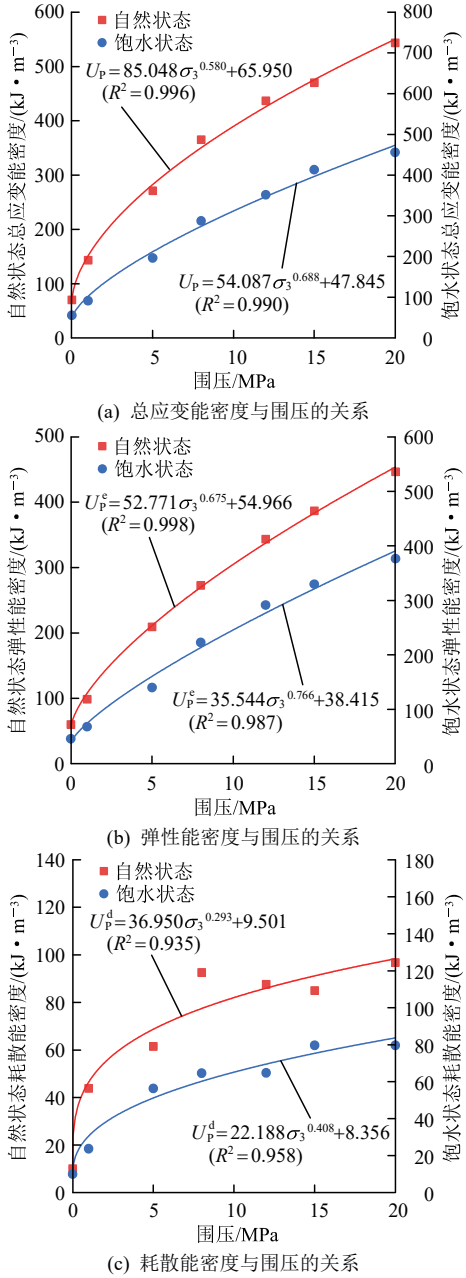


图 8　峰值应力点应变能密度与围压的关系

Fig.8　Relationship between strain energy density at peak stress point and confining pressure

相同围压条件下，自然状态砂质泥岩的总应变能密度、弹性能密度、耗散能密度均大于饱水状态砂质泥岩。以弹性能密度为例，7 组围压条件下，自然状态砂质泥岩试样的弹性能密度分别是饱水试样的 1.32，1.45，1.50，1.23，1.18，1.17 和 1.19 倍。说明砂质泥岩饱水后发生破坏所需的能量减小，且饱水砂质泥岩吸收外部能量的能力和内部可释放弹性应变能的存储极限显著下降。其原因是水化作用使砂质泥岩试样内部产生大量微裂纹，且砂质泥岩内部黏土矿物遇水软化、强度降低所致。

此外，3 种应变能密度与峰值强度随围压增大

的变化规律类似，随着围压的增大，3 种应变能密度的增长速率均随围压的增大而减小，从能量角度表明围压越大，围压对 2 种状态砂质泥岩的强化越小。

4　能量强度准则及其在 τ-σ 空间的关系

4.1　能量强度准则的建立

前文分析可知，2 种状态砂质泥岩的弹性能密度均随围压的增大呈非线性增大趋势，相关系数均大于 0.9，且弹性能密度与围压的关系均满足下式：

$$U_{\mathrm{P}}^{\mathrm{e}} = a\sigma_3^b + U_0 \tag{8}$$

式中：$U_{\mathrm{P}}^{\mathrm{e}}$ 为峰值应力点弹性能密度；U_0 为单轴压缩时砂质泥岩的弹性能密度，结合边界条件得单轴压缩时 $U_0 = \sigma_{\mathrm{C}}^2/(2E)$，$\sigma_{\mathrm{C}}$ 为砂质泥岩单轴抗压强度；a 为弹性能密度随围压的增长系数，弹性能密度随 a 的增大而增大；b 为弹性能密度与围压关系曲线的形状影响因子。当 $b<1$ 时，弹性能密度随围压的增大而减速增大，二者关系曲线呈上凸形状；当 $b = 1$ 时，弹性能密度与围压呈线性关系，二者关系曲线为一条直线；当 $b>1$ 时，弹性能密度随围压的增大而加速增大，二者关系曲线呈上凹形状。

在主应力空间[20]：

$$\begin{aligned} U^{\mathrm{e}} &= \frac{1}{2E}[\sigma_1^2+\sigma_2^2+\sigma_3^2-2\mu(\sigma_1\sigma_2+\sigma_2\sigma_3+\sigma_1\sigma_3)] = \\ &\frac{3}{2E}\left\{\frac{1}{6}[(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2]\right\} - \\ &\frac{1-2\mu}{2E}(-\sigma_1\sigma_2-\sigma_2\sigma_3-\sigma_3\sigma_1) = \\ &\frac{3}{2E}\left(J_2-\frac{1-2\mu}{3}I_2\right) = U_{J_2}^{\mathrm{e}} + U_{I_2}^{\mathrm{e}} \end{aligned} \tag{9}$$

$$U_{J_2}^{\mathrm{e}} = \frac{3}{2E}J_2 \tag{10}$$

$$U_{I_2}^{\mathrm{e}} = -\frac{3}{2E}\frac{1-2\mu}{3}I_2 \tag{11}$$

式中：$U_{J_2}^{\mathrm{e}}$ 为与偏应力张量第二不变量 J_2 有关的弹性应变能，$U_{I_2}^{\mathrm{e}}$ 为与 I_2 应力张量第二不变量有关的弹性应变能。

张亮亮等[26]研究可知，当泊松比为 0.5 时，岩石可以看作理想弹塑性材料，与 I_2 有关的弹性应变能 $U_{I_2}^{\mathrm{e}} = 0$，则弹性应变能密度为

$$U^{\mathrm{e}} = U_{J_2}^{\mathrm{e}} = \frac{3}{2E}J_2 \tag{12}$$

常规三轴压缩中，当砂质泥岩试样达到其储能极限时发生破坏，则

$$U_{\max}^{\mathrm{e}} = \frac{3}{2E}J_2 = \frac{1}{2E}(\sigma_1^2-2\sigma_1\sigma_3+\sigma_3^2) \tag{13}$$

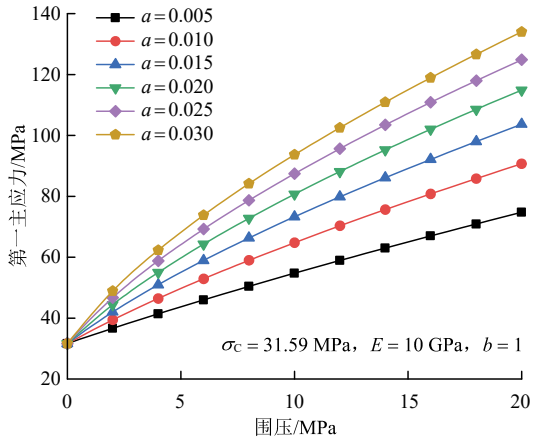
联立式(8)，(13)得

$$\frac{1}{2E}(\sigma_1^2-2\sigma_1\sigma_3+\sigma_3^2) = a\sigma_3^b + \frac{\sigma_{\mathrm{C}}^2}{2E} \tag{14}$$

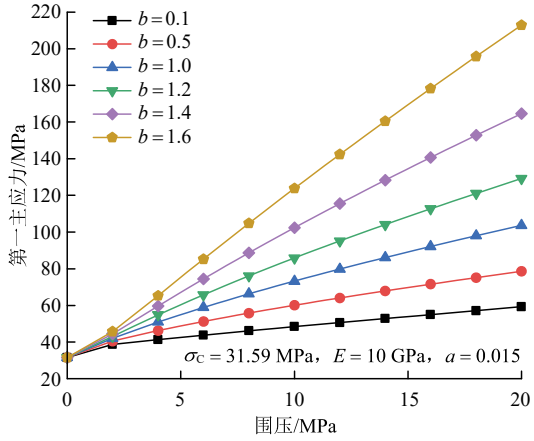
简化得

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sqrt{2Ea\sigma_3^b+\sigma_{\mathrm{C}}^2} \tag{15}$$

式(15)即为能量强度准则计算公式。图 9 为参数 a 和 b 不同取值时能量强度准则第一主应力计算结果，由图 9(a)可知，当 E 和 b 为常数时，第一主应力随 a 的增大而增大，且 a 越大，第一主应力增速越大。由图 9(b)可知，当 E 和 a 为常数时，b 同时影响第一主应力曲线的增长速率和发展趋势，b 越大，增长速率越大，且当 $b>1$ 时，第一主应力曲线逐渐向上偏移。参数 a 和 b 共同决定了能量强度准则曲线的形态和发展趋势，a 和 b 均根据常规三轴压缩试验数据，采用式(15)通过数据处理软件进行曲线拟合得到。另外，当弹性模量 E 随围压变化较大或未知时，为提高能量强度准则计算的精确性，



(a) a 对第一主应力的影响



(b) b 对第一主应力的影响

图 9　参数对能量强度准则的影响

Fig.9　The influence of parameters on the energy intensity criterion

也可将 $2Ea$ 作为一个常数，通过曲线拟合得到 $2Ea$ 和 b 的取值。

值得注意的是，当 $2Ea=m\sigma_{\mathrm{C}}$，$b=1$ 时，能量强度准则可退化为 Hoek-Brown(简称 H-B)强度准则式：

$$\sigma_1=\sigma_3+\sqrt{m\sigma_{\mathrm{C}}\sigma_3+\sigma_{\mathrm{C}}^2} \tag{16}$$

但 H-B 强度准则的适用范围是 $0<\sigma_3<0.5\sigma_{\mathrm{C}}$，且岩体的经验参数 m 值确定方法繁琐，而能量强度准则由能量守恒定理得到，其适用范围不受最小主应力的限制，适用性更强。

4.2　能量强度准则在 τ-σ 空间的关系

能量强度准则式(15)给出的是岩石处于整体破坏时，峰值应力与围压的关系，但是压剪破坏是砂质泥岩最主要的破坏特征，给出岩石破坏面上能量强度准则的剪切应力与法向应力计算公式极其重要。

在 Mohr-Coulomb 理论中破坏滑动面上的 σ_{n}，τ_{s} 用主应力 σ_1，σ_3 可表示为

$$\sigma_{\mathrm{n}}=\frac{\sigma_1+\sigma_3}{2}-\frac{\sigma_1-\sigma_3}{2}\sin\varphi \tag{17}$$

$$\tau_{\mathrm{s}}=\frac{\sigma_1-\sigma_3}{2}\cos\varphi \tag{18}$$

式中：φ 为岩石的内摩擦角。

将式(15)代入式(17)和(18)可得能量强度准则破坏面上的法向应力和剪应力：

$$\sigma_{\mathrm{n}}=\frac{1-\sin\varphi}{2}\sqrt{2Ea\sigma_3^b+\sigma_{\mathrm{C}}^2}+\sigma_3 \tag{19}$$

$$\tau_{\mathrm{s}}=\frac{\cos\varphi}{2}\sqrt{2Ea\sigma_3^b+\sigma_{\mathrm{C}}^2} \tag{20}$$

则能量强度准则在 τ_{s}-σ_{n} 空间的表达式为

$$\tau_{\mathrm{s}}=\sqrt{\sqrt{2Ea\sigma_3^b+\sigma_{\mathrm{C}}^2}(\sigma_{\mathrm{n}}-\sigma_3)-(\sigma_{\mathrm{n}}-\sigma_3)^2} \tag{21}$$

4.3　能量强度准则破坏面

图 10 为主应力空间坐标系图[26]，由图可知：

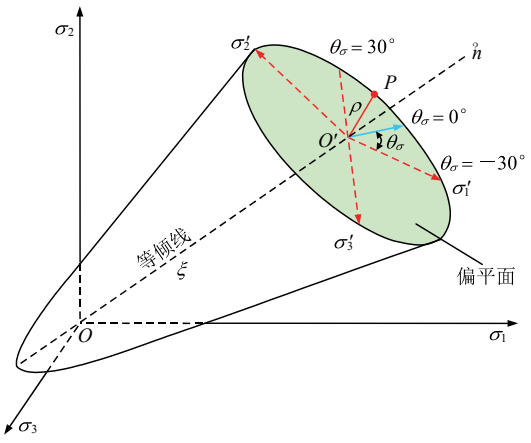


图 10　主应力空间与偏平面

Fig.10　The principal stress space and deviatoric plane

$$\left.\begin{aligned}&\xi=\frac{I_1}{3}\\&\rho=\sqrt{2J_2}\\&\cos(\theta_\sigma)=-\frac{3\sqrt{3}}{2}\frac{J_3}{(J_2)^3}\quad\left(-\frac{\pi}{6}\leqslant\theta_\sigma\leqslant\frac{\pi}{6}\right)\end{aligned}\right\} \tag{22}$$

式中：I_1 为应力张量第一不变量，θ_σ 为洛德角，J_2 和 J_3 分别为偏应力张量第二不变量和偏应力张量第三不变量。

σ_1，σ_2，σ_3 可由 I_1，J_2，θ_σ 表示为

$$\begin{bmatrix}\sigma_1\\\sigma_2\\\sigma_3\end{bmatrix}=\frac{2}{\sqrt{3}}\sqrt{J_2}\begin{bmatrix}\sin\left(\theta_\sigma+\frac{2}{3}\pi\right)\\\sin(\theta_\sigma)\\\sin\left(\theta_\sigma-\frac{2}{3}\pi\right)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\frac{I_1}{3}\\\frac{I_1}{3}\\\frac{I_1}{3}\end{bmatrix} \tag{23}$$

将式(23)代入式(15)得到应力不变量表示的能量强度准则：

$$f=4J_2\cos^2\theta_\sigma-\sigma_{\mathrm{C}}^2-2Ea\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{J_2}\sin\theta_\sigma-\sqrt{J_2}\cos\theta_\sigma+\frac{I_1}{3}\right)^b=0 \tag{24}$$

I_1 在偏平面上是常数，且 $\rho=\sqrt{2J_2}$，f 可以用 $\sqrt{J_2}$ 和 θ_σ 表示为极坐标形式：

$$f=2\rho^2\cos^2\theta_\sigma-\sigma_{\mathrm{C}}^2-2Ea\left[-\frac{2}{\sqrt{6}}\rho\sin\left(\theta_\sigma+\frac{\pi}{3}\right)+\frac{I_1}{3}\right]^b=0 \tag{25}$$

式(25)中 b 由试验结果拟合得到，不同岩石拟合出来的结果不同，本文给出 $b=1$ 时，能量强度准则 ρ 的解[26]：

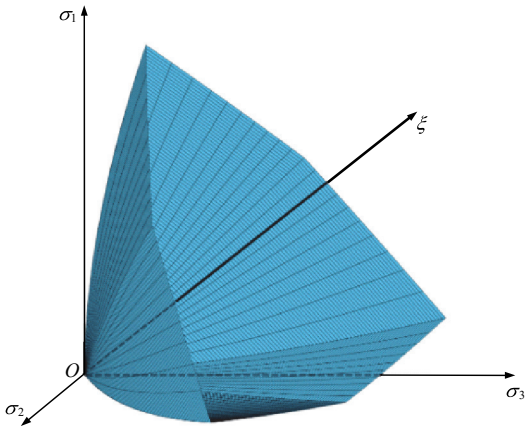
$$\rho=\frac{\sqrt{\left[\frac{4Ea}{\sqrt{6}}\sin\left(\theta_\sigma+\frac{\pi}{3}\right)\right]^2+8\left(\frac{2Ea}{3}I_1+\sigma_{\mathrm{C}}^2\right)\cos^2\theta_\sigma}}{4\cos^2\theta_\sigma}-\frac{\frac{4Ea}{\sqrt{6}}\sin\left(\theta_\sigma+\frac{\pi}{3}\right)}{4\cos^2\theta_\sigma} \tag{26}$$

由式(26)可绘制 $b=1$ 时能量强度准则在主应力空间和偏平面上的形状如图 11 所示。由图可知，当 $b=1$ 时，能量强度准则在偏平面上为等边不等角的六边形，在主应力空间为不规则的六棱锥。

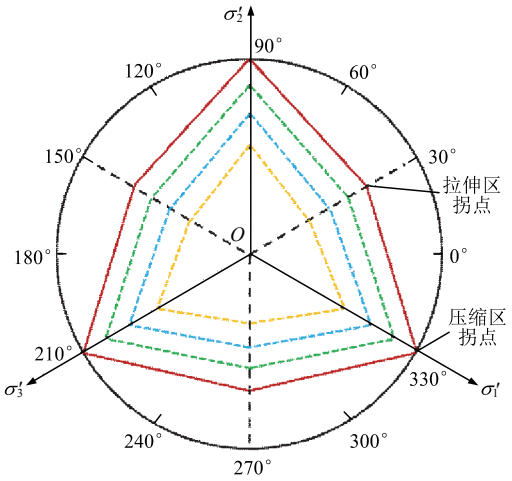
5　能量强度准则验证

5.1　能量强度准则验证

为验证能量强度准则的精确性及适用性，采用线性 M-C 准则、等面积圆 D-P 准则、H-B 准则和能量强度准则计算 2 种状态砂质泥岩和 8 种不同类



(a) 主应力空间

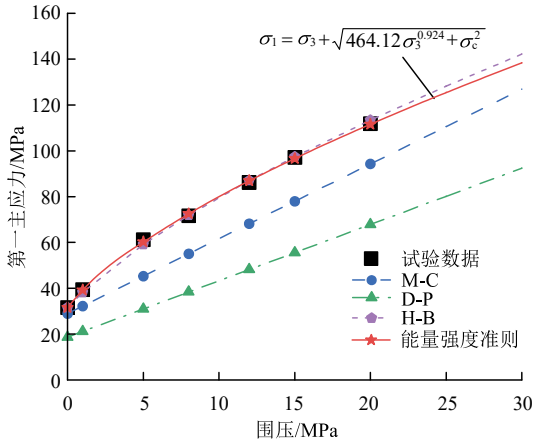


(b) 偏平面

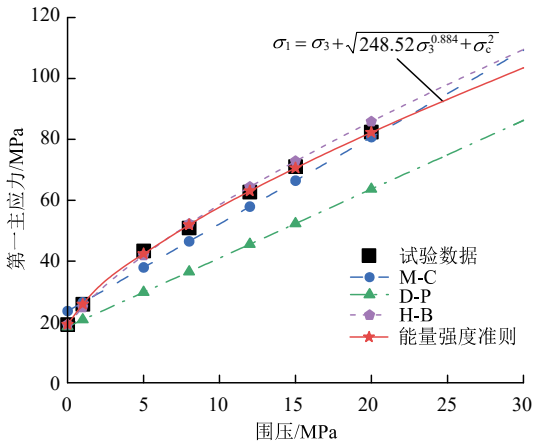
图 11　$b=1$ 时能量强度准则屈服面形状

Fig.11　The shape of yield surface of energy strength criterion when $b=1$

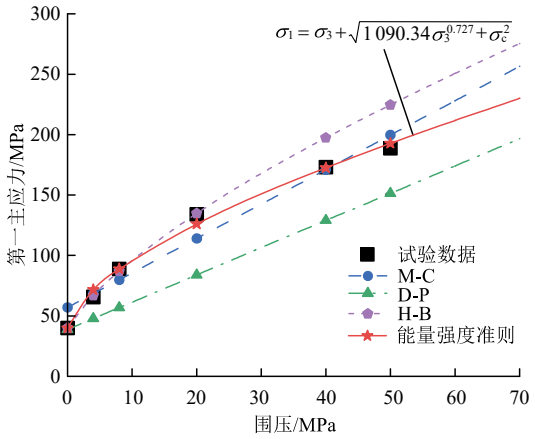
型岩石(锦屏绿片岩[16]，花岗闪长岩[27]，大理岩[28]，绿泥石片岩[29]，恒大砂岩[30]，锦屏砂岩[31]，石灰岩[31]，角岩[32])破坏时的第一主应力理论值，计算结果如图 12 所示。由于弹性模量 E 在原文中未给出，故图 12 中将 $2Ea$ 作为一个常数，$2Ea$ 和 b 均通过常规三轴试验数据采用式(15)曲线拟合得到。



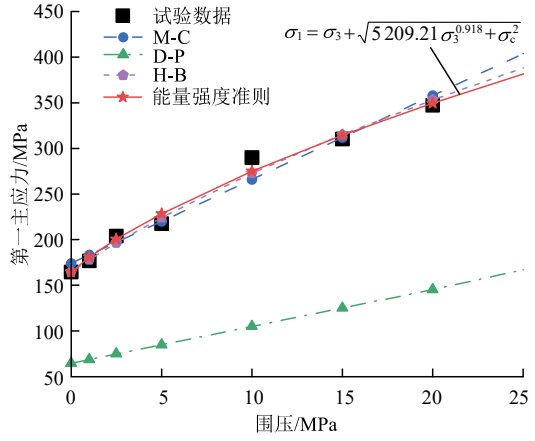
(a) 自然状态砂质泥岩



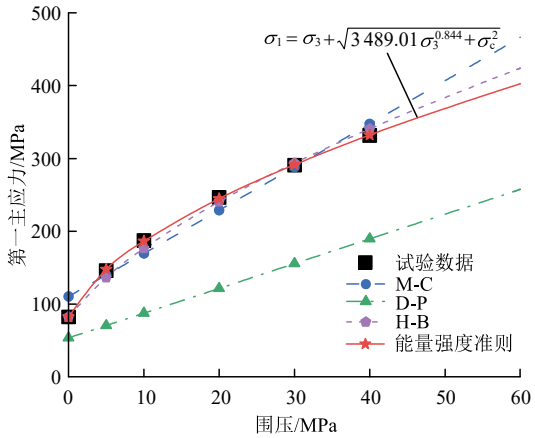
(b) 饱水状态砂质泥岩



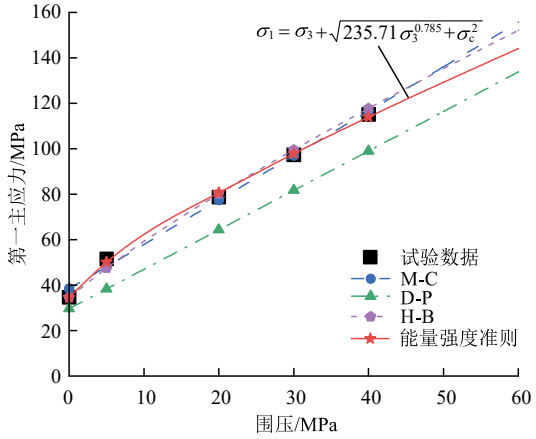
(c) 锦屏绿片岩



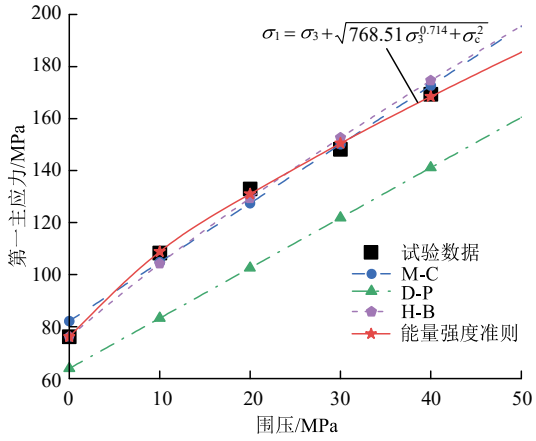
(d) 花岗闪长岩



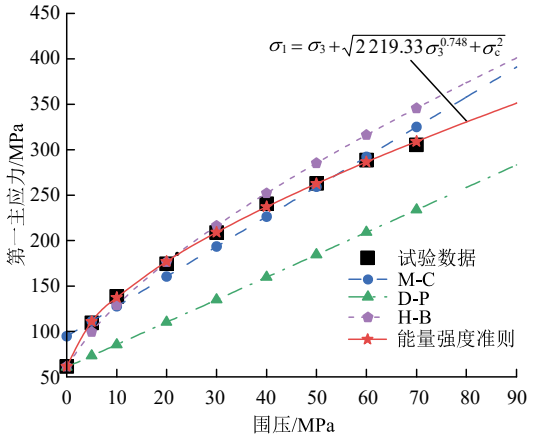
(e) 大理岩



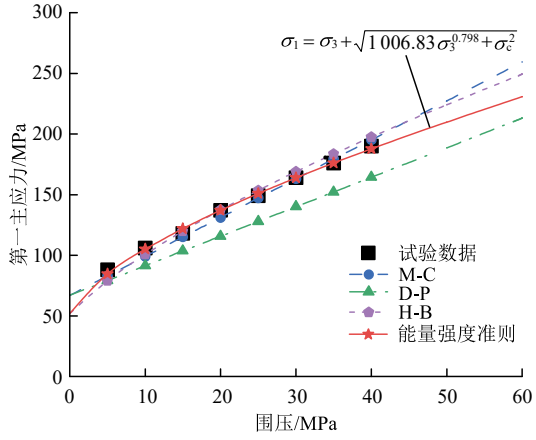
(f) 绿泥石片岩



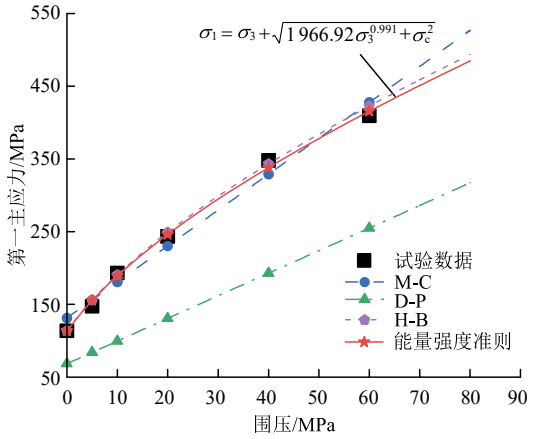
(g) 恒大砂岩



(h) 锦屏砂岩



(i) 石灰岩



(j) 角岩

图 12　不同强度准则计算第一主应力拟合曲线

Fig.12　The first principal stress fitting curves is calculated by different strength criteria

线性 M-C 准则：

$$\sigma_1=\frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi}\sigma_3+\frac{2c\cos\varphi}{1-\sin\varphi} \tag{27}$$

式中：φ 为内摩擦角(°)，c 为黏聚力(MPa)。

等面积圆 D-P 准则：

$$f=\sqrt{J_2}-\alpha I_1-K=0 \tag{28}$$

$$I_1=\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3 \tag{29}$$

$$J_2=\frac{1}{6}[(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2] \tag{30}$$

$$\alpha=\frac{2\sqrt{3}\sin\varphi}{\sqrt{2\sqrt{3}\pi(9-\sin^2\varphi)}} \tag{31}$$

$$K=\frac{6\sqrt{3}c\cos\varphi}{\sqrt{2\sqrt{3}\pi(9-\sin^2\varphi)}} \tag{32}$$

式中：α，K 为等面积圆 D-P 准则的参数。

由图 12 可知，相较于 H-B 准则，能量强度准则对上述 10 种岩石的试验数据拟合效果更优，尤其当试验条件不满足 $0<\sigma_3<0.5\sigma_C$ 时，能量强度准则拟合精度远高于 H-B 准则，对第一主应力的预测精度更高，包括自然状态砂质泥岩、饱水状态砂质泥岩、锦屏绿片岩、绿泥石片岩、恒大砂岩、锦屏砂岩、石灰岩、角岩；相较于线性 M-C 准则和 D-P 准则，能量强度准则对 10 种岩石的试验数据拟合精度远高于两者。说明相比于其他 3 种强度准则，能量强度准则对众多种类岩石的破坏强度预测更为可靠。

通过下式求出各准则计算 10 种岩石第一主应力的 *MRE* 和 *RM*，计算式为

$$MRE=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{\left|\sigma_{1i}^{t}-\sigma_{1i}^{c}\right|}{\sigma_{1i}^{t}}\times 100\% \tag{33}$$

$$RM=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(\sigma_{1i}^{\mathrm{t}}-\sigma_{1i}^{\mathrm{c}})^2}{N}} \tag{34}$$

式中：MRE 为平均相对误差，RM 为均方根误差，N 为试验组数，σ_{1i}^{t} 为第 i 组试验峰值应力试验值，σ_{1i}^{c} 为第 i 组试验峰值应力理论值。10 种岩石的第一主应力平均相对误差和均方根误差如表 3，4 所示。

表 3　10 种岩石的第一主应力平均相对误差

Table 3　The average relative error of the first principal stress of ten kinds of rocks

岩样	强度准则平均相对误差/%			
	M-C 准则	D-P 准则	H-B 准则	能量准则
自然砂质泥岩	18.82	44.17	1.34	0.67
饱水砂质泥岩	9.04	22.80	3.29	0.78
锦屏绿片岩	13.22	24.74	6.20	2.94
花岗闪长岩	3.67	60.74	2.36	2.29
大理岩	10.06	46.65	3.09	0.40
绿泥石片岩	4.18	17.74	2.88	1.40
恒大砂岩	3.72	19.29	2.52	0.81
锦屏砂岩	10.42	28.81	6.30	0.77
石灰岩	6.02	15.16	3.47	1.19
角岩	7.24	43.28	2.30	2.12

表 4　10 种岩石的第一主应力均方根误差

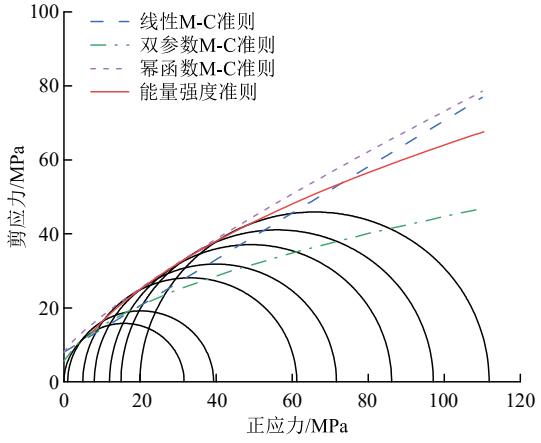
Table 4　The root mean square error of the first principal stress of ten kinds of rocks

岩样	强度准则均方根误差/MPa			
	M-C 准则	D-P 准则	H-B 准则	能量准则
自然砂质泥岩	15.06	33.01	1.14	0.61
饱水砂质泥岩	4.08	14.21	1.82	0.57
锦屏绿片岩	12.25	34.55	17.75	4.40
花岗闪长岩	11.17	152.66	8.04	7.45
大理岩	16.79	108.47	7.49	0.99
绿泥石片岩	2.45	13.53	2.49	1.25
恒大砂岩	4.34	25.26	3.94	1.42
锦屏砂岩	15.90	64.88	19.06	2.04
石灰岩	6.52	19.54	5.48	2.02
角岩	15.40	112.13	7.11	6.02

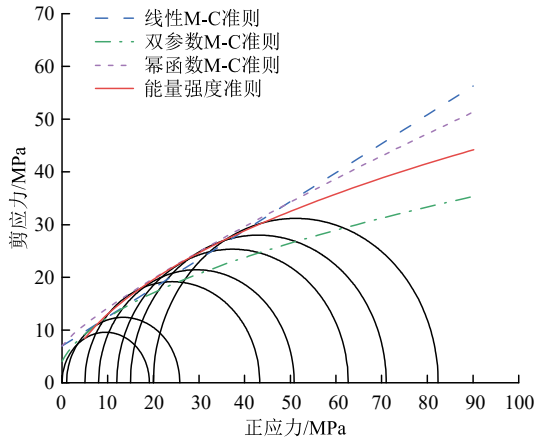
由表 3 和 4 可知，相较于其他 3 种强度准则，能量强度准则计算得到的 10 种岩石第一主应力平均相对误差和均方根误差皆为最小。10 种岩石的第一主应力平均相对误差均在 3%以内，其中锦屏绿片岩的平均相对误差最大为 2.94%，远小于线性 M-C 准则(13.22%)、D-P 准则(24.74%)、H-B 准则(6.20%)的平均相对误差；能量强度准则均方根误差最大值为花岗闪长岩的 7.45 MPa，小于 H-B 则的 8.04 MPa，且远小于线性 M-C 准则的 11.17 MPa 和 D-P 准则的 152.66 MPa。说明能量强度准则相较于其他 3 种准则的适用范围更广，计算精度更高，适用性更强。

5.2　能量强度准则剪应力计算公式验证

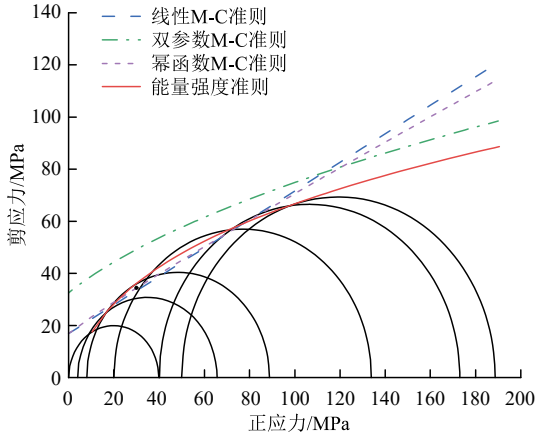
采用线性 M-C 准则、幂函数 M-C 准则[16]、双参数抛物线 M-C 准则[16]、能量强度准则绘制莫尔圆强度包络线进行对比分析(见图 13)，验证能量强度准则剪应力计算公式的合理性、精确性和适用性。



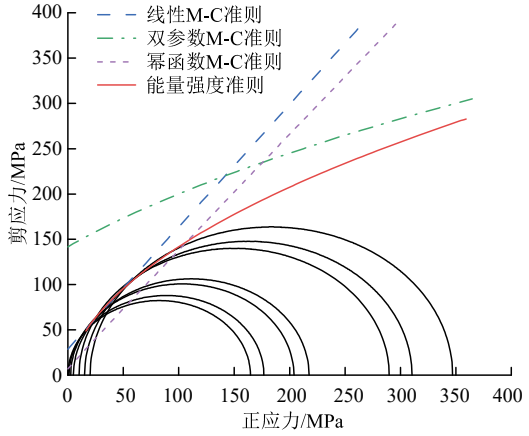
(a) 自然状态砂质泥岩



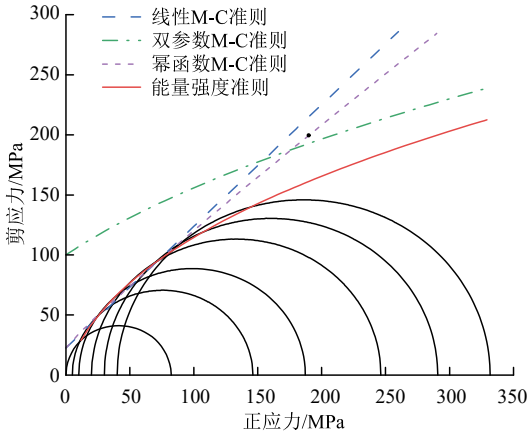
(b) 饱水状态砂质泥岩



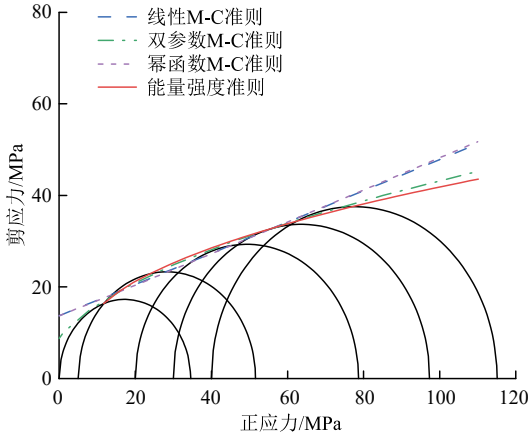
(c) 锦屏绿片岩



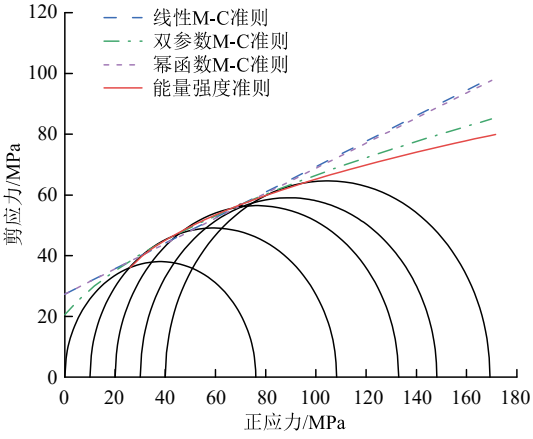
(d) 花岗闪长岩



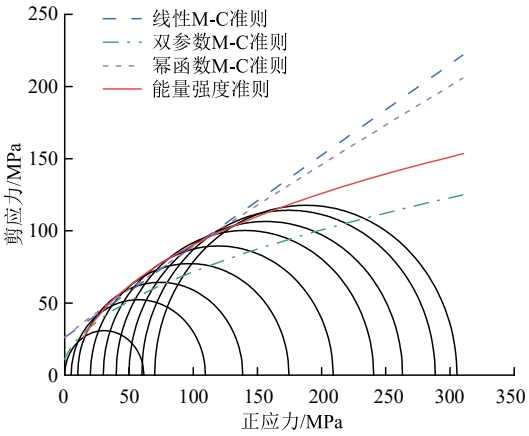
(e) 大理岩



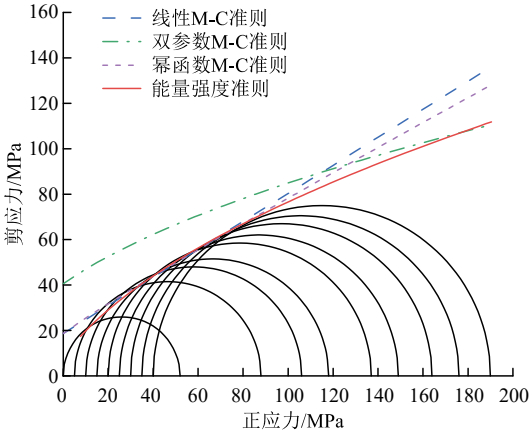
(f) 绿泥石片岩



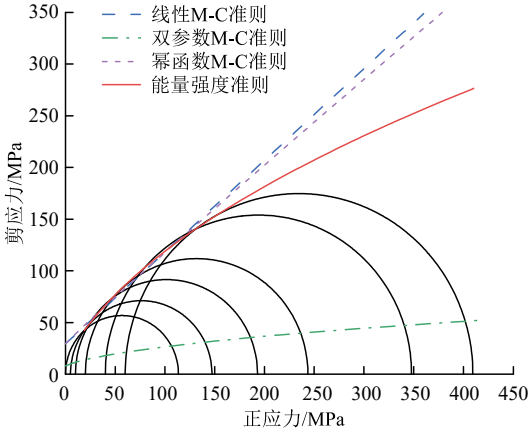
(g) 恒大砂岩



(h) 锦屏砂岩



(i) 石灰岩



(j) 角岩

图 13　不同围压水平下的莫尔圆和强度准则切线

Fig.13　Mohr circle and strength criterion tangent under different confining pressure levels

由式(19)～(21)可知，能量强度准则的正应力和剪应力计算结果均与围压 σ_3 有关，但当 σ_3 = 0 时，正应力和剪应力远大于 0，图 13 中能量强度准则的剪切强度包络线均在 $\sigma_3 \geqslant 0$ 条件下绘制，故与纵轴不存在交点。

由图 13 可知，线性 M-C 准则的强度包络线与上述岩石的应力莫尔圆相切情况分为 2 种：(1) 基本相切，包括花岗闪长岩、大理岩、石灰岩、角岩，

此时线性 M-C 准则的剪切应力理论值与试验值较为接近，但这 4 种岩石在单轴压缩时线性 M-C 准则与应力莫尔圆不能相切；(2) 不能相切或相切效果较差，包括自然状态砂质泥岩、饱水状态砂质泥岩、锦屏绿片岩、绿泥石片岩、恒大砂岩、锦屏砂岩，此时线性 M-C 准则的剪切应力理论值与试验值之间的误差较大。随着围压的增加，线性 M-C 准则的强度包络线逐渐向上偏离，此时线性 M-C 准则的理论值大于试验值，说明高围压条件下线性 M-C 准则的精度较差。双参数抛物线型 M-C 准则的强度包络线仅能与绿泥石片岩、恒大砂岩的应力莫尔圆基本相切，说明双参数抛物线型 M-C 准则仅适用于描述少数岩石的剪切破坏。幂函数 M-C 准则与 10 种岩石应力莫尔圆的相切情况与线性 M-C 准则一致，不再赘述。能量强度准则的强度包络线与上述 10 种岩石的应力莫尔圆基本能够相切，此时能量强度准则的剪切应力理论值与试验值基本一致，且围压越高，能量强度准则的强度包络线与应力莫尔圆相切效果越好。说明能量强度准则的剪切应力理论值精度优于线性 M-C 准则和其余 2 种非线性 M-C 准则，且能量强度准则剪切应力计算公式的适用范围更广。其原因是能量强度准则正应力、剪应力计算公式不仅与岩石物理参数内摩擦角有关，也与最小主应力有关，而其他 3 种强度准则的剪应力计算公式中均未考虑最小主应力对剪应力计算结果的影响，显然随着最小主应力的增大，其他 3 种强度准则计算得到的理论值与试验值误差逐渐增大。

综上所述，采用能量强度准则式(19)～(21)计算得到的破坏面上的正应力和剪应力理论值与试验值较为接近，基于能量强度准则的剪应力计算公式的计算精度较高，适用范围较广，具有科学性。

6　结　论

(1) 2 种状态砂质泥岩的峰值强度及峰值强度软化系数均随围压的增大呈“上凸”型非线性增大趋势；相同围压条件下，自然状态砂质泥岩的峰值强度高于饱水状态砂质泥岩的峰值强度；但围压越大，峰值强度增长速率和软化系数增长速率越小；2 种状态砂质泥岩均以剪切破坏为主。

(2) 2 种状态砂质泥岩的总应变能密度和耗散能密度均随轴向应变的增大呈非线性增大趋势，而弹性能密度随轴向应变的增大呈先增大后减小趋势；2 种状态砂质泥岩峰值强度点的总应变能密度、弹性能密度、耗散能密度均随围压的增大呈非线性增大趋势，相同围压时，饱水状态砂质泥岩的 3 种应变能密度均小于自然状态砂质泥岩。

(3) 根据弹性能密度与围压的非线性关系，建立了西部侏罗系砂质泥岩的能量强度破坏准则，且能量强度准则参数物理意义明确，求解方法简单；基于线性 M-C 准则，得到了能量强度准则在破坏面上的正应力和剪应力计算公式以及能量强度准则在 τ-σ 空间的表达式。

(4) 通过对 2 种状态砂质泥岩和 8 种岩石的第一主应力计算，与试验结果对比分析表明，能量强度准则精确性更高、适用范围更广；与 M-C 准则、双参数抛物线型 M-C 准则、幂函数 M-C 准则相比，能量强度准则剪应力计算公式计算精度更高，适用性更强。

参考文献(References)：

[1] 程　桦，郭龙辉，姚直书，等. 钻井法凿井气－液－固耦合排渣流场及刀盘吸渣口优化[J]. 煤炭学报，2024，49(1)：426－441.(CHENG Hua，GUO Longhui，YAO Zhishu，et al. Research on the gas-liquid-solid coupled slag discharge flow field and optimization of cutterhead slag suction port in shaft drilling[J]. Journal of China Coal Society，2024，49(1)：426－441.(in Chinese))

[2] GUO L H，CHENG H，YAO Z S，et al. CFD-DEM method is used to study the multi-phase coupling slag discharge flow field of gas-lift reverse circulation in drilling shaft sinking[J]. Scientific Reports，2024：13853.

[3] 程　桦，郭龙辉，姚直书，等. 钻井法凿井气举反循环多相排渣运移规律及其洗井参数优化试验研究[J]. 中国矿业大学学报，2024，53(2)：224－237.(CHENG Hua，GUO Longhui，YAO Zhishu，et al. Experimental study on transport law of multiphase slag discharge and optimization of well washing parameters in gas lift reverse circulation of drilling shaft sinking[J]. Journal of China University of Mining and Technology，2024，53(2)：224－237.(in Chinese))

[4] ZHANG Z Z，GAO F. Experimental investigation on the energy evolution of dry and water-saturated red sandstones[J]. International Journal of Mining Science and Technology，2015，25：383－388.

[5] WANG C L，HE B B，HOU X L，et al. Stress-energy mechanism for rock failure evolution based on damage mechanics in hard rock[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering，2020，53：1 021－1 037.

[6] 李子运，吴　光，黄天柱，等. 三轴循环荷载作用下页岩能量演化规律及强度失效判据研究[J]. 岩石力学与工程学报，2018，37(3)：662－670.(LI Ziyun，WU Guang，HUANG Tianzhu，et al. Variation of energy and criteria for strength failure of shale under traixial cyclic loading[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering，2018，37(3)：662－670.(in Chinese))

[7] MENG Q B，ZHANG M W，HAN L J，et al. Effects of acoustic emission and energy evolution of rock specimens under the uniaxial cyclic loading and unloading compression[J]. Rock Mechanics and

Rock Engineering，2016，49：3 873－3 886.

[8] 张　尧，李波波，许　江，等. 基于能量耗散的煤岩三轴受压损伤演化特征研究[J]. 岩石力学与工程学报，2021，40(8)：1 614－1 627.(ZHANG Yao，LI Bobo，XU Jiang，et al. Study on triaxial compression damage evolution characteristics of coal based on energy dissipation[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering，2021，40(8)：1 614－1 627.(in Chinese))

[9] LI D Y，SUN Z，XIE T，et al. Energy evolution characteristics of hard rock during triaxial failure with different loading and unloading paths[J]. Engineering Geology，2017，228：270－281.

[10] 贾　蓬，毛松泽，孙占阳，等. 冻融损伤砂岩的能量演化及分段本构模型[J]. 中南大学学报：自然科学版，2023，54(3)：908－919.(JIA Peng，MAO Songze，SUN Zhanyang，et al. Energy evolution and piecewise constitutive model of freeze-thaw damaged sandstone[J]. Journal of Central South University：Science and Technology，2023，54(3)：908－919.(in Chinese))

[11] MENG Q B，LIU J F，HUANG B X，et al. Effects of confining pressure and temperature on the energy evolution of rocks under triaxial cyclic loading and unloading conditions[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering，2022，55(2)：773－798.

[12] 赵延林，谭　涛，张春阳，等. 水－力耦合作用下砂岩力学特性与能量演化及强度准则适用性分析[J]. 煤炭学报，2023，48(9)：3 323－3 335.(ZHAO Yanlin，TAN Tao，ZHANG Chunyang，et al. Mechanical properties and energy evolution and the applicability of strength criteria of sandstone under hydro-mechanical coupling[J]. Journal of China Coal Society，2023，48(9)：3 323－3 335.(in Chinese))

[13] 刘新喜，李　玉，范子坚，等. 干湿循环作用下单裂隙炭质页岩能量演化与破坏特征研究[J]. 岩土力学，2022，43(7)：1 761－1 771.(LIU Xinxi，LI Yu，FAN Zijian，et al. Energy evolution and failure characteristics of single fissure carbonaceous shale under drying-wetting cycles[J]. Rock and Soil Mechanics，2022，43(7)：1 761－1 771.(in Chinese))

[14] LABUZ J F，ZANG A. Mohr-Coulomb failure criterion[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering，2012，45(6)：975－979.

[15] 李　斌，刘艳章，林坤峰. 非线性 Mohr-Coulomb 准则适用范围及其改进研究[J]. 岩土力学，2016，37(3)：637－646.(LI Bin，LIU Yanzhang，LIN Kunfeng. Application scope of nonlinear Mohr-Coulomb criterion and its modification[J]. Rock and Soil Mechanics，2016，37(3)：637－646.(in Chinese))

[16] 汪　斌，朱杰兵，邬爱清，等. 高应力下岩石非线性强度特性的试验验证[J]. 岩石力学与工程学报，2010，29(3)：542－548.(WANG Bin，ZHU Jiebing，WU Aiqing，et al. Experimental validation of nonlinear strength property of rock under high geostress[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering，2010，29(3)：542－548.(in Chinese))

[17] HOEK E. Strength of jointed rock masses[J]. Géotechnique，1983，23(3)：187－223.

[18] HOEK E. Estimating Mohr-Coulomb friction andcohesion values from the Hoek-Brown failure criterion[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts，1990，27(3)：227－229.

[19] ALEJANO L R，BOBET A. Drucker-Prager criterion[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering，2012，45(6)：995－999.

[20] 郭建强，蒋建国，刘新荣，等. 基于弹性应变能 D－P 强度准则修正[J]. 土木工程学报，2021，54(6)：110－116.(GUO Jianqiang，JIANG Jianguo，LIU Xinrong，et al. Modification of Drucker-Prager strength criterion based on the elastic strain energy[J]. China Civil Engineering Journal，2021，54(6)：110－116.(in Chinese))

[21] DA FONTOURA S A B. Lade and modified Lade 3D rock strength criterion[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering，2012，45(6)：1 001－1 006.

[22] 刘德稳，孙微微，邓勇亮，等. 对“基于 Lade-Duncan 和 SMP 两种强度准则的岩石残余应力研究”的讨论[J]. 岩石力学与工程学报，2014，33(1)：209－212.(LIU Dewen，SUN Weiwei，DENG Yongliang，et al. Discussion on“Study of residual stress of rock based on Lade-Duncan and SMP strength criterion”[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering，2014，33(1)：209－212.(in Chinese))

[23] LI Z，ZHOU H，HU D W，et al. Yield criterion for rocklike geomaterials based on strain energy and CMP model[J]. International Journal of Geomechanics，2020，20(3)：04020013.

[24] HAO T S，LIANG W G. A new improved failure criterion for salt rock based on energy method[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering，2016，49：1 721－1 731.

[25] LIU X S，NING J G，TAN Y L，et al. Damage constitutive model based on energy dissipation for intact rock subjected to cyclic loading[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences，2016，85：7－32.

[26] 张亮亮，程　桦，王晓健. 常规三轴压缩下高强混凝土能量演化与破坏准则[J]. 吉林大学学报：工学版，2025，待刊.(ZHANG Liangliang，CHENG Hua，WANG Xiaojian. Energy evolution law and failure criterion of high strength concrete under conventional triaxial compression[J]. Journal of Jilin University：Engineering and Technology，2025，to be pressed.(in Chinese))

[27] 乔　兰，王　旭，李　远. 深部花岗闪长岩破坏过程声发射及特征应力特性试验研究[J]. 岩石力学与工程学报，2014，33(增 1)：2 773－2 778.(QIAO Lan，WANG Xu，LI Yuan. Study of acoustic emission and characteristic stress in deep granodiorite failure process[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering，2014，33(Supp.1)：2 773－2 778.(in Chinese))

[28] 刘天为，何江达，徐文杰. 大理岩三轴压缩破坏的能量特征分析[J]. 岩土工程学报，2013，35(2)：395－400.(LIU Tianwei，HE Jiangda，XU Wenjie. Energy properties of failure of marble samples under triaxial compression[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering，2013，35(2)：395－400.(in Chinese))

[29] 周　辉，李　震，杨艳霜，等. 岩石统一能量屈服准则[J]. 岩石力学与工程学报，2013，32(11)：2 170－2 184.(ZHOU Hui，LI Zhen，YANG Yanshuang，et al. nifeied energy yield criterion of rock[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering，2013，32(11)：2 170－2 184.(in Chinese))

[30] 张　佳. 岩石压缩能量演化规律及非线性演化模型研究[J]. 煤炭科学技术，2021，49(8)：73－80.(ZHANG Jia. Study on evolution law of rock compression energy and nonlinear evolution model[J]. Coal Science and Technology，2021，49(8)：73－80.(in Chinese))

[31] YOU M Q. Three independent parameters to describe conventional triaxial compressive strength of intact rocks[J]. Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering，2010，2(4)：350－356.

[32] 张　磊，刘保国. 考虑抗拉强度的岩石强度准则对比分析[J]. 工程力学，2016，33(11)：201－207.(ZHANG Lei，LIU Baoguo. A comparison study of rock strength criterion considering tensile strength[J]. Engineering Mechanics，2016，33(11)：201－207.(in Chinese))