DOI：10.3724/1000-6915.jrme.2025.0611

考虑双向应变软化的压气储能洞室围岩力学响应解析方法

徐 晨[1, 2, 3]，张世殊[4]，夏才初[1, 2, 3, 5*]

（1. 宁波大学 岩石力学研究所，浙江 宁波 315211；2. 宁波大学 宁波市能源地下结构重点实验室，浙江 宁波 315211；3. 深部金属矿智能开采与装备全国重点实验室，浙江 宁波 315211；4. 中国电建集团 成都勘测设计研究院有限公司，四川 成都 611130；5. 宁波大学 全省岩石力学与地质灾害重点实验室，浙江 宁波 315211）

摘要：岩体在高应力状态下具有显著的应变软化特性。在开挖阶段，围岩可能发生塑性剪切破坏，其强度将发生应变软化。在高内压作用下，围岩主应力次序发生转变，会发生另外一个方向的应变软化，该现象称为双向应变软化。基于此，从应力路径角度出发，提出考虑双向应变软化特性的围岩应力和位移的解析计算方法，揭示围岩在塑性卸载、塑性加载与塑性扩张阶段的应力和位移演化规律。结果表明，应变软化对围岩变形和塑性区发展具有显著影响，尤其在软岩中表现更为显著。如果围岩质量较好（如 III 级以上），在进行洞室结构设计计算时可以忽略围岩的双向应变软化特性。但对于质量较差的 V_1 级围岩，洞室在高压储气时，考虑和不考虑双向应变软化情况下计算得到的洞壁位移相差 1 倍多。对于IV_1 级围岩，该值也相差约 14%。因此，在进行压气储能洞室结构设计时，中软岩层的应变软化特性不可忽视。研究成果可为建造在中软岩层中的压气储能洞室结构设计提供借鉴。

关键词：地下工程；压气储能；围岩；应力路径；双向应变软化；解析方法

中图分类号：TU 92 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－6915(2026)03－0777－13

第 一 作 者：徐 晨（1991－），现任副研究员，主要从事深地储能方面的研究工作。E-mail：tjxuchen@126.com

***通信作者**：夏才初（1963－），现任教授，主要从事深地储能方面的研究工作。E-mail：tjxiaccb@126.com

Analytical procedure for mechanical response of surrounding rock of compressed air energy storage caverns considering bidirectional strain-softening

XU Chen[1, 2, 3], ZHANG Shishu[4], XIA Caichu[1, 2, 3, 5*]

(1. *Institute of Rock Mechanics*, *Ningbo University*, *Ningbo*, *Zhejiang* 315211, *China*; 2. *Ningbo Key Laboratory of Energy Geostructure*, *Ningbo University*, *Ningbo*, *Zhejiang* 315211, *China*; 3. *State Key Laboratory of Intelligent Deep Metal Mining and Equipment*, *Ningbo*, *Zhejiang* 315211, *China*; 4. *PowerChina Chengdu Engineering Corporation Limited*, *Chengdu*, *Sichuan* 611130, *China*; 5. *Zhejiang Key Laboratory of Rock Mechanics and Geohazards*, *Ningbo University*, *Ningbo*, *Zhejiang* 315211, *China*)

Abstract: Rock masses exhibit significant strain-softening characteristics under high-stress conditions. During excavation, surrounding rock may undergo plastic shear failure with strain-softening. Under high internal pressure, the primary stress sequence of surrounding rock changes, leading to strain-softening in another direction, known as bidirectional strain-softening. Accordingly, an analytical method for calculating rock stress and displacement—considering the biaxial strain-softening characteristics—has been proposed from a stress path perspective. For rock

收稿日期：2025－08－20；**修回日期**：2025－11－20

基金项目：国家重点研发计划政府间合作专项（2024YFE0105800）；国家自然科学基金资助项目（U23B20145）；中国电建集团核心攻关项目（DJ-HXGG－2023－09）

Supported by the National Key Research and Development Program Government Cooperation Special Project (Grant No. 2024YFE0105800), National Natural Science Foundation of China (Grant No. U23B20145) and Key Research Project of Powerchina (Grant No. DJ-HXGG－2023－09)

masses of superior quality (e.g., Grade III and above), the effects of bidirectional strain-softening can be overlooked in the structural design calculations for caverns. However, for lower-quality rock masses (e.g., Grade V_1), the calculated rock displacements during high-pressure gas storage can differ significantly—by more than a multiple—when accounting for strain-softening versus neglecting it. For rock masses classified as Grade IV_1, this discrepancy is approximately 14%. Therefore, the strain-softening characteristics of medium-to-soft rock strata must be considered in the structural design of compressed air energy storage caverns. These findings offer valuable insights for the design of cavern structures within medium-to-soft rock formations.

Key words: underground engineering; compressed air energy storage; surrounding rock; stress path; bidirectional strain-softening; analytical method

First author: XU Chen(1991－), associate researcher fellow, is engaged in research on deep underground energy storage. E-mail: tjxuchen@126.com

***Corresponding author:** XIA Caichu(1963－), professor, is engaged in research on deep underground energy storage. E-mail: tjxiaccb@126.com

1 引 言

围岩是压气储能地下洞室承载的主体[1]。在压气储能洞室的开挖和运行阶段，围岩的应力状态存在显著差异。在开挖阶段，围岩径向应力一般为最小主应力，环向应力为最大主应力；而洞室受高内压作用后，径向应力跃升为最大主应力，环向应力则转变为最小主应力[2]。洞室围岩应力状态复杂，围岩变形计算也较复杂。在高内压洞室结构设计时，衬砌结构的应力对围岩变形非常敏感，甚至几毫米的变形将极大影响工程建设成本。因此，正确认识围岩应力状态并准确计算围岩变形对于高内压洞室的结构设计至关重要。

在洞室高内压运行阶段，围岩的强度和应力状态不仅与洞内气压大小相关，也与其应力历史相关。洞室运行前的围岩应力状态对运行阶段的力学行为有较大影响[3]。因此，研究高内压条件下洞室围岩与支护间相互作用必须首先探明围岩的加卸载应力路径。J. Zhao 和 G. Wang[2]描述了地下洞室围岩在加卸载条件下的应力路径。洞室开挖卸荷后，围岩发生了塑性变形，随后再主动增加洞室的内压，围岩内部存在显著的残余应力和残余变形[4]。C. Xu 等[5]采用应力路径分析方法基于 Mohr-Coulomb(M-C)强度准则给出了高内压地下洞室的围岩力学解析解，系统地梳理了分块式衬砌结构支护的高压储能洞室围岩从开挖到储气过程中围岩的应力路径，更真实地反映了压气储能洞室围岩的应力和变形状态。洞室开挖时已发生塑性屈服的围岩在洞室高内压运行时会依次经历塑性卸载阶段、塑性加载阶段和塑性扩张阶段。王者超等[6]和 Y. Xu 等[7]均从不同角度探索了压气储能地下洞室围岩的应力路径，给出了洞室围岩的解析解。张世殊等[8]从应力路径角度研究了压气储能洞室围岩在施工及运行阶段的应力状态演化规律及破坏模式。静水压力下，当地应力较低且围岩强度较高时，在洞室高内压运行阶段洞壁处围岩会发生拉伸破坏，否则洞壁处会发生剪切破坏。这些解答均假定围岩为理想弹塑性岩体。

为降低建造成本，在压气储能洞室选址时，应尽量选择强度较高、较完整的岩层(质量等级为 I 级或 II 级)作为储气库的场址，但实际工程中很难遇到地质条件非常好的岩层。例如北京门头沟某拟建压气储能项目围岩质量等级为 III～IV 级；四川遂宁某拟建压气储能项目围岩质量等级为 IV 级。随着越来越多的压气储能项目开工建设和洞室密封技术的提升，更多的储气库将建在中软岩层中。深部中软岩体所受应力达到峰值强度后，其强度会随着塑性应变的增加而逐渐劣化，即应变软化。应变软化是一个非线性过程。在工程应用中，为了简化计算，通常将岩体的全应力－应变关系简化成三阶段模型，即弹性阶段、塑性软化阶段和塑性流动阶段[9-10]。在塑性软化阶段，较多研究者认为强度参数和变形参数与塑性偏应变呈线性关系[11-12]。由于考虑应变软化的围岩解析解较复杂，通常需要结合数值计算手段辅助求解。Y. K. Lee 和 S. Pietruszczak[13]采用数值差分的方法推导了基于不同屈服准则考虑岩体应变软化的围岩力学解答，为解决这类问题提供了新思路。W. Jing 等[14-17]均采用类似的方法开展了地下洞室围岩的力学分析。夏才初等[18-21]还基于 GZZ 三维岩体强度准则开展了复杂应力状态下的围岩力学特性研究。然而，上述关于洞室围岩应变软化强度规律的研究均是在考虑外压作用下的岩体单向应变软

化。针对压气储能洞室围岩在复杂应力路径下的连续软化行为关注尚少，尚不足以揭示高内压工况下应力状态演化规律及其对围岩性能的影响。

在洞室开挖过程中，围岩环向应力为最大主应力而径向应力为最小主应力。如果围岩在开挖后已进入塑性阶段，其应力达到峰值强度后将进入应变软化阶段。而在洞室高压储气过程中，围岩的主应力次序发生转变，环向应力转变为最小主应力而径向应力为最大主应力[8]。如果内压非常大，围岩将再次进入塑性阶段，发生另一个方向的应变软化，其强度低于开挖阶段的强度，承载能力进一步降低，该过程称为“双向应变软化”。围岩发生双向应变软化的根本原因是其在经历加载、卸载、转向加载过程中主应力次序发生转变，从而在不同阶段发生不同方向的剪切塑性屈服破坏。李兆霖等[22]的真三轴试验表明，不同的卸荷应力路径下岩石的破坏特征有较大差异，破裂面也不相同。由于压气储能洞室的围岩应力状态与普通地下洞室应力状态有显著区别，从洞室开挖到运行，围岩在经历加载、卸载、转向加载过程中会发生不同方向的剪切破坏[8]，而围岩达到剪切峰值强度后将进入应变软化阶段。因此，如果压气储能洞室建造在中软岩层，围岩的双向应变软化特性是不可忽略的。K. Qiu 等[23]提出了一种考虑应变软化的高压储氢洞室围岩力学解析方法，给出了塑性区半径的演化规律。但在计算应用时，地应力与围岩强度参数取值忽视了上述塑性剪切破坏的条件，即围岩在开挖阶段不会发生塑性破坏，而在运行阶段围岩发生拉裂破坏时，本文提出的公式可能不适用该工况。

本文从应力路径角度出发，考虑在洞室运行阶段围岩不同的破坏模式，包括剪切破坏和拉剪破坏，并考虑洞室开挖和运行过程中围岩塑性区的双向应变软化特性，提出洞室围岩从开挖到高内压运行过程中的应力和位移解析解，拓展传统的不考虑应变软化的应力路径分析方法，为中软岩地层条件下高内压洞室围岩的力学计算和结构设计提供新思路。

2　洞室开挖后围岩力学响应的回顾

洞室开挖阶段围岩力学解析方法已有较多学者开展过研究，夏才初等[18]也给出了考虑应变软化的围岩力学解析。这里简要介绍求解思路和主要步骤。

当地应力和围岩强度满足下式[8]时，洞室开挖后围岩为弹性应力状态：

$$p_0 < c\cos\varphi/(1-\sin\varphi) \tag{1}$$

式中：c，φ 分别为围岩的黏聚力和内摩擦角；p_0 为初始地应力。

围岩的弹性应力为

$$\sigma_r = p_0 - (p_0 - p_{i0})(R_0/r)^2 \tag{2}$$

$$\sigma_\theta = p_0 + (p_0 - p_{i0})(R_0/r)^2 \tag{3}$$

式中：σ_r，σ_θ 分别为径向和环向应力；r 为围岩计算点到隧道中心的距离；R_0 为洞室开挖半径；p_{i0} 为支护反力。

开挖引起的围岩应变及位移为

$$\varepsilon_\theta = -\varepsilon_r = (p_0 - p_{i0})R_0^2/(2Gr^2) \tag{4}$$

$$u_r = -(p_0 - p_{i0})R_0^2/(2Gr) \tag{5}$$

式中：G 为围岩剪切模量。应力、应变以压为正，围岩径向位移 u_r 以向洞室外部扩张为正。

如果地应力和强度参数不满足式(1)，则洞室开挖后洞壁附近围岩有可能处于塑性状态。洞室开挖后，弹性区($r>R_{p0}$)围岩的应力、应变和位移表达式与式(2)～(5)类似，只需将式(2)～(5)中 p_{i0} 替换成 p_0-M，将 R_0 替换成 R_{p0} 即可。其中，$M = p_0\sin\varphi + c\cos\varphi$；$R_{p0}$ 为塑性区半径。

设塑性区($R_0<r<R_{p0}$)围岩应力满足 M-C 强度准则：

$$\sigma_\theta - \sigma_r N_\varphi - 2c\sqrt{N_\varphi} = 0 \tag{6}$$

其中，

$$N_\varphi = (1+\sin\varphi)/(1-\sin\varphi)$$

考虑软岩的应变软化特性，对强度参数进行折减。假设 M-C 准则中的围岩强度参数 c 和 φ 的软化规律与塑性偏应变 γ^{p} 相关：

$$\chi(\gamma^{\mathrm{p}}) = \begin{cases} \chi^{\mathrm{p}} - \dfrac{\chi^{\mathrm{p}} - \chi^{\mathrm{r}}}{\gamma^{\mathrm{p}*}}\gamma^{\mathrm{p}} & (0<\gamma^{\mathrm{p}}<\gamma^{\mathrm{p}*}) \\ \chi^{\mathrm{r}} & (\gamma^{\mathrm{p}}\geqslant\gamma^{\mathrm{p}*}) \end{cases} \tag{7}$$

式中：γ^{p} 为塑性偏应变，$\gamma^{\mathrm{p}} = \varepsilon_\theta^{\mathrm{p}} - \varepsilon_r^{\mathrm{p}}$；$\gamma^{\mathrm{p}*}$ 为临界塑性偏应变，当 γ^{p} 达到该值时表示开始进入残余状态；χ 为岩体强度参数 c 和 $\tan\varphi$；χ^{p}，χ^{r} 分别为强度参数的峰值和残余值。

参考 Y. K. Lee 和 S. Pietruszczak[13]的数值计算方法，通过有限差分法给出围岩塑性区半径、应力及位移的近似解。如图 1[18]所示，将塑性区围岩分割成 n 个圆环，由内到外分别编号为 1，2，…，n+1。

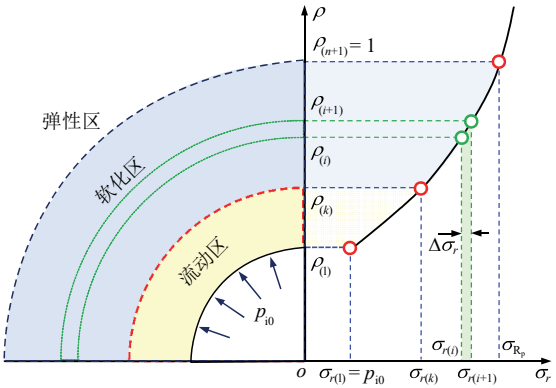
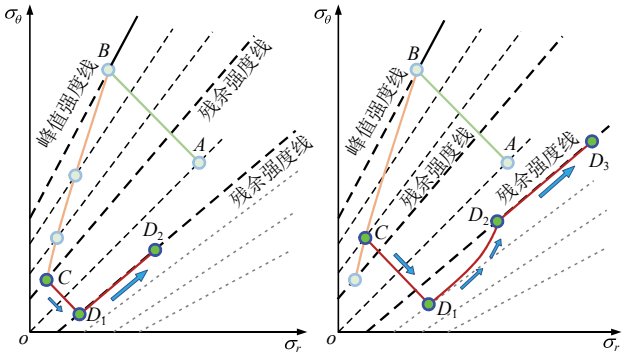


图 1　洞室开挖阶段围岩塑性区的节点划分[18]

Fig.1　Node division of the plastic zone of surrounding rock during the excavation stage of cavern[18]



(a) 开挖后强度降至残余强度　(b) 开挖后强度未降至残余强度

(a) Rock strength has decreased to residual strength after excavation　(b) Rock strength has not decreased to residual strength after excavation

图 2　洞室内压增大过程中围岩应力路径示意图

Fig.2　Schematic diagram of stress paths of surrounding rock during the increase of internal pressure in the cavern

考虑围岩体积扩容，假设径向塑性应变与切向应变满足：

$$\varepsilon_r^{\mathrm{p}(0)} + \zeta\varepsilon_\theta^{\mathrm{p}(0)} = 0 \tag{8}$$

式中：ζ 为剪胀系数，当 $\zeta = 1$ 时，表示没有塑性体积应变。ζ 与剪胀角 ψ 的关系满足：

$$\zeta = \frac{1+\sin\psi(\gamma^{\mathrm{p}})}{1-\sin\psi(\gamma^{\mathrm{p}})} \tag{9}$$

隧道开挖后，塑性区半径 $R_{\mathrm{p}0}$，塑性区围岩的应力 $\sigma_{r(i)}^{(0)}$，$\sigma_{\theta(i)}^{(0)}$，应变 $\varepsilon_{r(i)}^{(0)}$、$\varepsilon_{\theta(i)}^{(0)}$，塑性偏应变 $\gamma_{(i)}^{\mathrm{p}(0)}$，位移 $u_{r(i)}^{(0)}$，节点坐标 $r_{(i)}$，围岩各位置处的强度参数 $c_{(i)}^{(0)}$，$\varphi_{(i)}^{(0)}$ 的求解方法可参考 Y. K. Lee 和 S. Pietruszczak[13]研究。上述物理量中的上标“(0)”表示开挖阶段结束时刻，下标“(i)”表示塑性区围岩节点编号。

3　洞室运行阶段的围岩力学响应

如果地应力较大或强度较低，在洞室运行阶段围岩将发生塑性剪切破坏。随着洞室内压的增大，塑性区内围岩应力状态将依次经历塑性卸载阶段、塑性加载阶段和塑性扩张阶段[5]。

在塑性加载和塑性扩张阶段，围岩还会继续产生塑性应变。如图 2 所示，线段 AB 为开挖弹性阶段的应力路径，BC 段为开挖塑性阶段的应力路径。如果在开挖阶段其强度已经降低至残余强度，则在运行阶段其强度按照残余强度计算，其应力路径如图 2(a)中的线段 CD_1D_2 所示。如果在开挖阶段其强度没有降低至残余强度，则在运行阶段围岩强度将进一步软化直至残余强度，其应力路径如图 2(b)中的线段 $CD_1D_2D_3$ 所示。

3.1　塑性卸载阶段

在内压增加的初期，洞壁围岩应力逐渐发生松弛，围岩产生向外扩张的位移。在该阶段，仅有弹性应变得到恢复，已经屈服的围岩不能再恢复到弹性状态，因此塑性区内的围岩会存在残余变形和残余应力。塑性圈内围岩的应力、应变及位移可表示为

$$\left.\begin{aligned}\sigma_{r(i)}^{(1)} &= \sigma_{r(i)}^{(0)} + (R_0/r_{(i)})^2\,\mathrm{d}p_{\mathrm{i}}\\ \sigma_{\theta(i)}^{(1)} &= \sigma_{\theta(i)}^{(0)} - (R_0/r_{(i)})^2\,\mathrm{d}p_{\mathrm{i}}\end{aligned}\right\} \tag{10}$$

$$\left.\begin{aligned}\varepsilon_{r(i)}^{(1)} &= \varepsilon_{r(i)}^{(0)} + (R_0/r_{(i)})^2\,\mathrm{d}p_{\mathrm{i}}/(2G)\\ \varepsilon_{\theta(i)}^{(1)} &= \varepsilon_{\theta(i)}^{(0)} - (R_0/r_{(i)})^2\,\mathrm{d}p_{\mathrm{i}}/(2G)\end{aligned}\right\} \tag{11}$$

$$u_{r(i)}^{(1)} = u_{r(n+1)}^{(1)} + \sum_{k=i}^{n}\varepsilon_{r(k)}^{(1)}(r_{(k+1)} - r_{(k)}) \tag{12}$$

式中：上标“(1)”表示塑性卸载阶段，$u_{r(n+1)}^{(1)}$ 为围岩弹塑性边界处在塑性卸载阶段时的径向位移，$u_{r(i)}^{(1)}$ 为围岩塑性区任一点 i 在塑性卸载阶段时的径向位移，$\mathrm{d}p_{\mathrm{i}}$ 为洞壁处径向反力的增量。当 $\mathrm{d}p_{\mathrm{i}}$ 的值不超过临界值 $\mathrm{d}p_{\mathrm{ic1}}$ 时，塑性区内的围岩一直处于塑性卸载阶段。根据应力路径的对称性可知，$\mathrm{d}p_{\mathrm{ic1}}$ 值可表示为

$$\mathrm{d}p_{\mathrm{ic1}} = \sigma_{\theta(1)}^{(0)} - p_{\mathrm{i}0} \tag{13}$$

弹性区的应力和位移表达式为

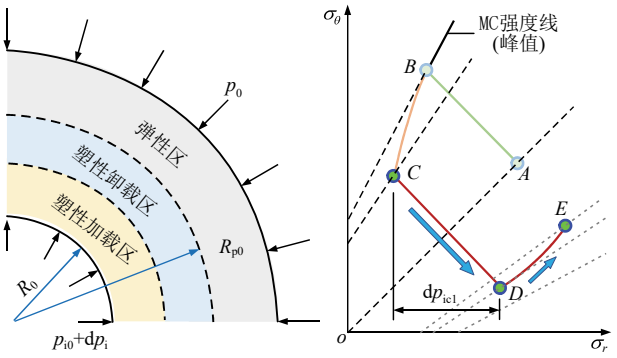
$$\sigma_r = p_0 - M^{\mathrm{p}}(R_{\mathrm{p}0}/r)^2 + (R_0/r)^2\,\mathrm{d}p_{\mathrm{i}} \tag{14}$$

$$\sigma_\theta = p_0 + M^{\mathrm{p}}(R_{\mathrm{p}0}/r)^2 - (R_0/r)^2\,\mathrm{d}p_{\mathrm{i}} \tag{15}$$

$$u_r = -(M^{\mathrm{p}}R_{\mathrm{p}0}{}^2 - \mathrm{d}p_{\mathrm{i}}R_0{}^2)/(2Gr) \tag{16}$$

3.2　塑性加载阶段

围岩径向应力随内压增加而不断增大。如图 3 所示，当 $\mathrm{d}p_i > \mathrm{d}p_{ic1}$ 时，围岩将发生反向屈服，进入塑性加载阶段(图中 *DE* 段)。在该阶段，塑性区围岩可分为塑性卸载区和塑性加载区。



(a) 围岩分区　　(b) 应力路径
(a) Rock mass division　　(b) Stress path

图 3　塑性加载阶段围岩的分区及应力路径示意图

Fig.3　Schematic diagram of surrounding rock division and stress path during the plastic loading stage

塑性加载区内围岩的反向屈服准则为

$$\sigma_r^{(2)} - \sigma_\theta^{(2)} N_\varphi - 2c\sqrt{N_\varphi} = 0 \tag{17}$$

此刻，塑性区围岩各处的应力 $\sigma_{r(i)}^{(2,\,1)}$，$\sigma_{\theta(i)}^{(2,\,1)}$，应变 $\varepsilon_{r(i)}^{(2,\,1)}$，$\varepsilon_{\theta(i)}^{(2,\,1)}$，以及位移 $u_{r(i)}^{(2,\,1)}$ 可根据式(10)～(12)求得。这些值将作为塑性加载阶段的初始值。这里，上标(2，1)表示塑性加载阶段的初始阶段。

假设洞室内压在塑性加载阶段是逐步增加的，洞壁处围岩径向应力 $\sigma_{r(1)}^{(2,\,k)}$ 也是逐步增加的。定义第 k 个加载步时洞壁处围岩径向应力为

$$\sigma_{r(1)}^{(2,\,k)} = \sigma_{r(1)}^{(2,\,k-1)} + \Delta p_i(k) \tag{18}$$

式中：$\Delta p_i(k)$ 为塑性加载阶段的第 k 个内压加载步时洞壁处围岩径向应力的增加值。

在塑性加载阶段，塑性区围岩可分为塑性加载区和塑性卸载区。每一个加载步完成后塑性加载区的范围都会往外扩大。通过控制每一个计算步的荷载增加量，使第 k 个内压加载步时塑性加载区半径为 $R_{p2}(k) = r_{(k)}$，如图 4 所示，即第 k 个加载步时，第 k 个节点的应力可表示为

$$\left.\begin{aligned}\sigma_{r(k)}^{(2,\,k)} &= \sigma_{\theta(k)}^{(0)} \\ \sigma_{\theta(k)}^{(2,\,k)} &= \sigma_{r(k)}^{(0)}\end{aligned}\right\} \tag{19}$$

塑性加载区($r \leqslant r_{(k)}$)的围岩应力满足平衡方程：

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_r}{\mathrm{d}r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \tag{20}$$

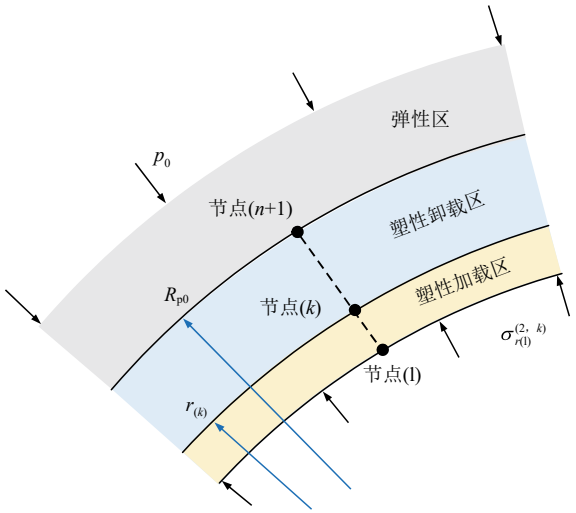


图 4　塑性加载阶段的围岩应力计算示意图

Fig.4　Calculation diagram of surrounding rock stress at plastic loading stage

联立强度准则(式(17))和平衡方程(式(20))可得

$$\sigma_{r(i-1)}^{(2,\,k)} = \left[1 + \left(1 - \frac{r_{(i-1)}}{r_{(i)}}\right)\left(1 - \frac{1}{N_\varphi}\right)\right]\sigma_{r(i)}^{(2,\,k)} + \left(1 - \frac{r_{(i-1)}}{r_{(i)}}\right)\frac{2c_{(i)}^{(2,\,k-1)}}{\sqrt{N_{\varphi(i)}^{(2,\,k-1)}}} \tag{21}$$

其中，

$$N_{\varphi(i)}^{(k-1)} = (1 + \sin\varphi_{(i)}^{(k-1)}) / (1 - \sin\varphi_{(i)}^{(k-1)}) \tag{22}$$

式中：$c_{(i)}^{(k-1)}$，$\varphi_{(i)}^{(k-1)}$ 分别为第 i 个节点在第(k−1)个加载步时的黏聚力和内摩擦角，其值由式(7)确定。此处采用近似解法，即用上一步的围岩强度参数计算该步的应力、应变和位移，并在该步结束后更新强度参数。当 n 足够大时，由该近似产生的误差可忽略不计。由于节点坐标均已知，因此只需知道一个节点的应力，即可得到塑性加载区所有节点的径向应力。环向应力可通过强度准则得到，其值为

$$\sigma_{\theta(i-1)}^{(2,\,k)} = \frac{\sigma_{r(i-1)}^{(2,\,k)}}{N_{\varphi(i)}^{(2,\,k-1)}} - \frac{2c_{(i)}^{(2,\,k-1)}}{\sqrt{N_{\varphi(i)}^{(2,\,k-1)}}} \tag{23}$$

这样，通过塑性加－卸载区边界处($r = r_{(k)}$)的围岩应力 $\sigma_{r(k)}^{(2,\,k)}$，$\sigma_{\theta(k)}^{(2,\,k)}$ 可求得整个塑性加载区的应力。

塑性卸载区($r_{(k)} \leqslant r \leqslant R_{p0}$)的应力、应变为

$$\left.\begin{aligned}\sigma_{r(i)}^{(2,\,k)} &= \sigma_{r(i)}^{(2,\,1)} + (R_{p2} / r_{(i)})^2\,\mathrm{d}\sigma_{rk}(k) \\ \sigma_{\theta(i)}^{(2,\,k)} &= \sigma_{\theta(i)}^{(2,\,1)} - (R_{p2} / r_{(i)})^2\,\mathrm{d}\sigma_{rk}(k)\end{aligned}\right\} \tag{24}$$

$$\left.\begin{aligned}\varepsilon_{r(i)}^{(2,\,k)} &= \varepsilon_{r(i)}^{(2,\,1)} + \mathrm{d}\sigma_{rk}(k)(R_{p2} / r_{(i)})^2 / (2G) \\ \varepsilon_{\theta(i)}^{(2,\,k)} &= \varepsilon_{\theta(i)}^{(2,\,1)} - \mathrm{d}\sigma_{rk}(k)(R_{p2} / r_{(i)})^2 / (2G)\end{aligned}\right\} \tag{25}$$

式中：$\mathrm{d}\sigma_{rk}(k)$ 为从塑性加载阶段的初始阶段到第 k 个加载步这个过程中，塑性加载区和塑性卸载区的交界处($r=r_{(k)}$)的径向应力的增加值，即

$$\mathrm{d}\sigma_{rk}(k)=\sigma_{r(k)}^{(2,\ k)}-\sigma_{r(k)}^{(2,\ 1)} \tag{26}$$

得到应力分量后，根据物理方程可以求得塑性加载区的应变。总应变由弹性和塑性分量组成，即

$$\left.\begin{aligned}\varepsilon_{r(i)}^{(2,\ k)}&=\varepsilon_{r(i)}^{\mathrm{e}(2,\ k)}+\varepsilon_{r(i)}^{\mathrm{p}(2,\ k-1)}+\mathrm{d}\varepsilon_{r(i)}^{\mathrm{p}(2,\ k)}\\ \varepsilon_{\theta(i)}^{(2,\ k)}&=\varepsilon_{\theta(i)}^{\mathrm{e}(2,\ k)}+\varepsilon_{\theta(i)}^{\mathrm{p}(2,\ k-1)}+\mathrm{d}\varepsilon_{\theta(i)}^{\mathrm{p}(2,\ k)}\end{aligned}\right\} \tag{27}$$

式中：$\varepsilon_{r(i)}^{\mathrm{p}(2,\ k-1)}$，$\varepsilon_{\theta(i)}^{\mathrm{p}(2,\ k-1)}$ 为第 i 个节点在第 k–1 个内压加载步时的塑性应变，为已知量；弹性应变分量 $\varepsilon_{r(i)}^{\mathrm{e}(2,\ k)}$ 和 $\varepsilon_{\theta(i)}^{\mathrm{e}(2,\ k)}$ 可以写成

$$\left.\begin{aligned}\varepsilon_{r(i)}^{\mathrm{e}(2,\ k)}&=\frac{1-\nu}{2G}(\sigma_{r(i)}^{(2,\ k)}-p_0)-\frac{\nu}{2G}(\sigma_{\theta(i)}^{(2,\ k)}-p_0)\\ \varepsilon_{\theta(i)}^{\mathrm{e}(2,\ k)}&=\frac{1-\nu}{2G}(\sigma_{\theta(i)}^{(2,\ k)}-p_0)-\frac{\nu}{2G}(\sigma_{r(i)}^{(2,\ k)}-p_0)\end{aligned}\right\} \tag{28}$$

当主应力次序发生变化后，假设径向塑性应变增量与切向塑性应变增量满足：

$$\mathrm{d}\varepsilon_{\theta(i)}^{\mathrm{p}(2,\ k)}+\zeta\mathrm{d}\varepsilon_{r(i)}^{\mathrm{p}(2,\ k)}=0 \tag{29}$$

其中，塑性应变增量的定义为

$$\left.\begin{aligned}\mathrm{d}\varepsilon_{r(i)}^{\mathrm{p}(2,\ k)}&=\varepsilon_{r(i)}^{\mathrm{p}(2,\ k)}-\varepsilon_{r(i)}^{\mathrm{p}(2,\ k-1)}\\ \mathrm{d}\varepsilon_{\theta(i)}^{\mathrm{p}(2,\ k)}&=\varepsilon_{\theta(i)}^{\mathrm{p}(2,\ k)}-\varepsilon_{\theta(i)}^{\mathrm{p}(2,\ k-1)}\end{aligned}\right\} \tag{30}$$

联立式(28)～(30)解得塑性应变分量 $\mathrm{d}\varepsilon_{r(i)}^{\mathrm{p}(2,\ k)}$ 为

$$\begin{aligned}\mathrm{d}\varepsilon_{r(i)}^{\mathrm{p}(2,\ k)}=-\frac{(r_{(i)}-r_{(i+1)})r_{(i)}}{r_{(i)}+(\zeta+1)(r_{(i)}-r_{(i+1)})}\Bigg[&\frac{\sigma_{\theta(i)}^{(2,\ k)}-\sigma_{r(i)}^{(2,\ k)}}{2Gr_{(i)}}+\\ &\frac{\varepsilon_{\theta(i)}^{\mathrm{p}(2,\ k-1)}-\varepsilon_{\theta(i+1)}^{\mathrm{p}(2,\ k)}}{r_{(i)}-r_{(i+1)}}+\frac{\varepsilon_{\theta(i)}^{\mathrm{p}(2,\ k-1)}-\varepsilon_{r(i)}^{\mathrm{p}(2,\ k-1)}}{r_{(i)}}+\\ &\frac{(1-\nu)\Delta\sigma_{\theta(i)}^{(2,\ k)}-\nu\Delta\sigma_{r(i)}^{(2,\ k)}}{2G(r_{(i)}-r_{(i+1)})}\Bigg]\end{aligned} \tag{31}$$

其中，

$$\left.\begin{aligned}\Delta\sigma_{r(i)}^{(2,\ k)}&=\sigma_{r(i)}^{(2,\ k)}-\sigma_{r(i+1)}^{(2,\ k)}\\ \Delta\sigma_{\theta(i)}^{(2,\ k)}&=\sigma_{\theta(i)}^{(2,\ k)}-\sigma_{\theta(i+1)}^{(2,\ k)}\end{aligned}\right\} \tag{32}$$

将式(28)～(31)代入式(27)可以计算得到塑性应变分量。再根据式(7)更新塑性加载区的强度参数 $c_{(i)}^{(k)}$ 和 $\varphi_{(i)}^{(k)}$。其中，塑性应变偏量 $\gamma_{(i)}^{\mathrm{p}(k)}$ 的计算要考虑累积塑性应变，其值按照下式计算：

$$\gamma_{(i)}^{\mathrm{p}(k)}=\gamma_{(i)}^{\mathrm{p}(1)}+(\varepsilon_{\theta(i)}^{\mathrm{p}(2,\ 1)}-\varepsilon_{\theta(i)}^{\mathrm{p}(2,\ k)})-(\varepsilon_{r(i)}^{\mathrm{p}(2,\ 1)}-\varepsilon_{r(i)}^{\mathrm{p}(2,\ k)}) \tag{33}$$

塑性区(包括塑性加载区和塑性卸载区)围岩的位移表达式为

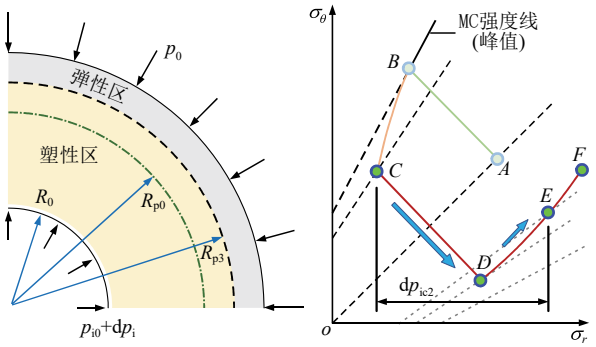
$$u_{r(i)}^{(2,\ k)}=u_{r(k)}^{(2,\ k)}+\sum_{m=i}^{k-1}\varepsilon_{r(m)}^{(2,\ k)}(r_{(m+1)}-r_{(m)}) \tag{34}$$

弹性区应力和位移表达式与式(14)～(16)类似。只需将 $\mathrm{d}p_{\mathrm{i}}$ 换成 $\sigma_{r(n+1)}^{(2,\ k)}-\sigma_{R\mathrm{p}}$，将 R_0 换成 $R_{\mathrm{p}0}$ 即可。

3.3　塑性扩张阶段

塑性加载阶段的第 n+1 个内压加载步时，塑性区已全部演变成塑性加载区，即 $R_{\mathrm{p}2}(n+1)=R_{\mathrm{p}0}$。若进一步增加洞室内压，塑性区范围将进一步扩大，即进入塑性扩张阶段。如图 5 所示，当洞壁处径向反力的增量 $\mathrm{d}p_{\mathrm{i}}$ 的值超过临界值 $\mathrm{d}p_{\mathrm{ic}2}$ 时，围岩进入塑性扩张阶段(见图 5(b)中 EF 段)。$\mathrm{d}p_{\mathrm{ic}2}$ 的值为

$$\mathrm{d}p_{\mathrm{ic}2}=\sigma_{r(1)}^{(2,\ n+1)}-p_{\mathrm{i}0} \tag{35}$$



(a) 围岩分区　　(b) 应力路径

(a) Rock mass division　　(b) Stress path

图 5　塑性扩张阶段围岩的分区及应力路径示意图

Fig.5　Schematic diagram of surrounding rock mass division and stress path during the plastic expansion stage

与开挖阶段类似，在塑性扩张阶段，围岩可以划分成弹性区和塑性区 2 个区域。但由于主应力次序与开挖阶段有所区别，塑性区围岩的强度准则应满足式(17)。

弹塑性边界处的应力不仅满足强度准则，还满足弹性应力的基本条件 $\sigma_r^{(3)}+\sigma_\theta^{(3)}=2p_0$，由此可得

$$\left.\begin{aligned}\sigma_r\big|_{r=R_{\mathrm{p}3}}&=p_0+M^{\mathrm{p}}\\ \sigma_\theta\big|_{r=R_{\mathrm{p}3}}&=p_0-M^{\mathrm{p}}\end{aligned}\right\} \tag{36}$$

在塑性扩张阶段，塑性区围岩的应力用 $\sigma_{r(i)}^{(3,\ m)}$，$\sigma_{\theta(i)}^{(3,\ m)}$ 表示。其中，上标(3)表示塑性扩张阶段，上标(m)表示该阶段的第 m 个加载步，下标(i)为节点编号。假设洞室内压在塑性扩张阶段也是逐步增加的，洞壁处围岩径向应力 $\sigma_{r(1)}^{(3,\ m)}$ 也是逐步增加的。定义塑性扩张阶段的第 m 个加载步时洞壁处

围岩径向应力为

$$\sigma_{r(1)}^{(3,\ m)}=\sigma_{r(1)}^{(2,\ n+1)}+m\Delta p \tag{37}$$

式中：Δp 为塑性扩张阶段每个内压加载步对应的洞壁处围岩径向应力的增量，为定值。为了提高计算精度，每一个加载步对应的 Δp 不宜过大。

根据式(20)可知，在塑性扩张阶段的第 m 个加载步时塑性区半径为

$$R_{\mathrm{p3}}^{(m)}=\left[1-\frac{\sigma_{r(n+m+1)}^{(3,\ m)}-\sigma_{r(n+m)}^{(3,\ m)}}{\sigma_{\theta(n+m+1)}^{(3,\ m)}-\sigma_{r(n+m+1)}^{(3,\ m)}}\right]^{-1}r_{(n+m)} \tag{38}$$

式中：R_{p3} 为在塑性扩张阶段的塑性区半径，上标“(m)”为该阶段的第 m 个加载步。由于进入塑性扩张阶段后，每个加载步对应的塑性区半径都不同，因此用上标(m)加以区别。

由于塑性区范围扩大，这里在原来塑性区节点划分的基础上扩充形成新的节点，节点编号在原来编号的基础上续编。新的节点位于新的弹塑性边界处，即 $r_{(n+2)}=R_{\mathrm{p3}}^{(1)}$，如图 6 所示。每次增加内压，塑性区都会进一步扩大，产生新的节点，编号为 n+2，n+3，n+4，…。通过式(36)，(38)得到弹塑性边界处节点的应力及节点坐标后，可参照式(21)，(23)求解塑性区围岩的应力，即

$$\sigma_{r(i+1)}^{(3,\ m)}=\frac{r_{(i+1)}N_{\varphi(i+1)}^{(3,\ m-1)}\sigma_{r(i)}^{(3,\ m)}-2c_{(i+1)}^{(3,\ m-1)}(r_{(i+1)}-r_{(i)})\sqrt{N_{\varphi(i+1)}^{(3,\ m-1)}}}{r_{(i+1)}N_{\varphi(i+1)}^{(3,\ m-1)}+(r_{(i+1)}-r_{(i)})(N_{\varphi(i+1)}^{(3,\ m-1)}-1)} \tag{39}$$

$$\sigma_{\theta(i)}^{(3,\ m)}=(\sigma_{r(i)}^{(3,\ m)}-2c_{(i)}^{(3,\ m-1)})/(N_{\varphi(i)}^{(3,\ m-1)}) \tag{40}$$

塑性区的围岩的应变、变形求解思路与节 3.2 中塑性加载区的应变、变形求解思路完全相同，可参照式(27)～(34)求解。

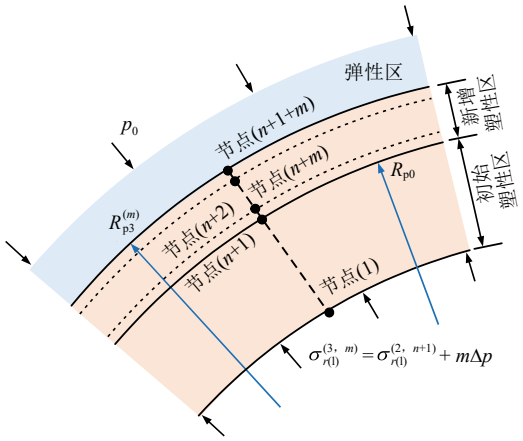


图 6　塑性扩张阶段的围岩应力计算示意图

Fig.6　Calculation diagram of surrounding rock stress at plastic expansion stage

4　不同等级围岩的力学响应

由于不同质量等级的围岩其强度参数差异较大，在洞室内压增大过程中围岩的力学响应必然有所差异。考虑 III～V 级围岩条件，对洞室内压增大过程中围岩的应力、位移以及应力路径开展研究。参考规范[24]建议的围岩分级和参数取值范围，各级围岩的力学参数如表 1 所示。计算时，洞室半径取 5 m，地应力取 5 MPa，洞室最大压力为 15 MPa。

4.1　围岩应力

图 7 给出了不同等级围岩条件下洞壁径向应力和环向应力随洞室内压增加的演化规律。在洞室开挖阶段，如果围岩质量较好(如 $\mathrm{III_1}$ 级)，洞壁处的环向应力相对较大，但塑性区范围较小。随着洞室内压增加，径向位移曲线由向下弯曲逐渐转为向上弯曲，由最小主应力逐渐变成最大主应力。如果围岩质量较差(如 $\mathrm{V_1}$ 级)，洞壁处围岩的环向应力对内压较敏感，在高内压下表现出明显的应变软化特性。从环向应力的分布可以分辨出围岩软化区和流动区的界限。

表 1　不同质量等级围岩的力学参数

Table 1　Mechanical parameters of surrounding rocks with different quality grades

质量等级 (quality grades)	弹性模量 (elastic modulus) E/GPa	泊松比 ν (Poisson's ratio ν)	黏聚力 (cohesion)/MPa		内摩擦角 (friction angle)/(°)		$\gamma^{\mathrm{p}*}$	剪胀角 (dilation angle) ψ/(°)
			c^{p}	c^{r}	φ^{p}	φ^{r}		
$\mathrm{III_1}$	18	0.25	1.50	1.0	48	38	0.005	5
$\mathrm{III_2}$	10	0.28	1.00	0.4	42	32	0.010	3
$\mathrm{IV_1}$	6	0.30	0.60	0	38	30	0.010	3
$\mathrm{IV_2}$	4	0.30	0.40	0	33	28	0.010	3
$\mathrm{IV_3}$	2	0.33	0.25	0	29	24	0.010	3
$\mathrm{V_1}$	1.3	0.35	0.20	0	27	23	0.010	3

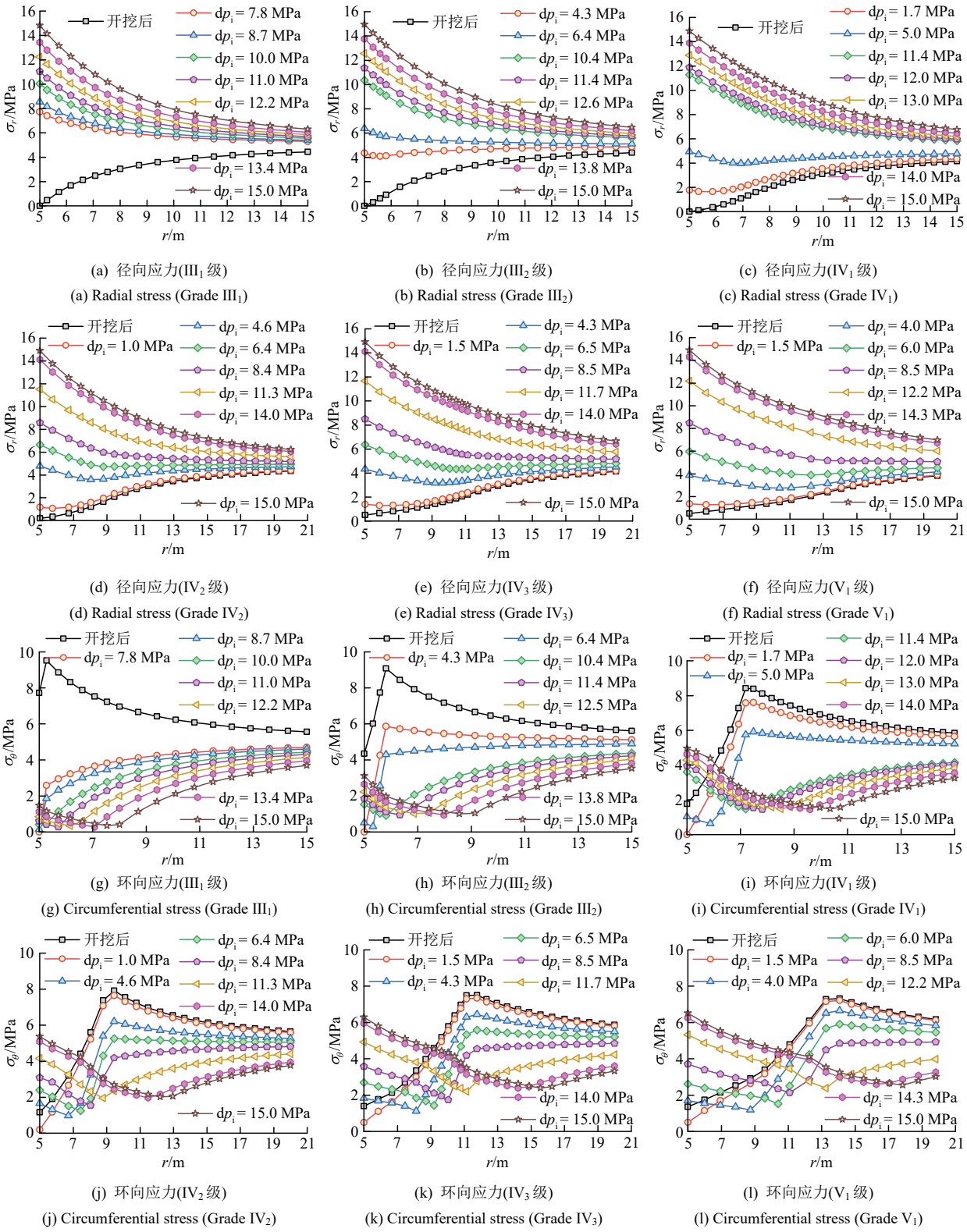
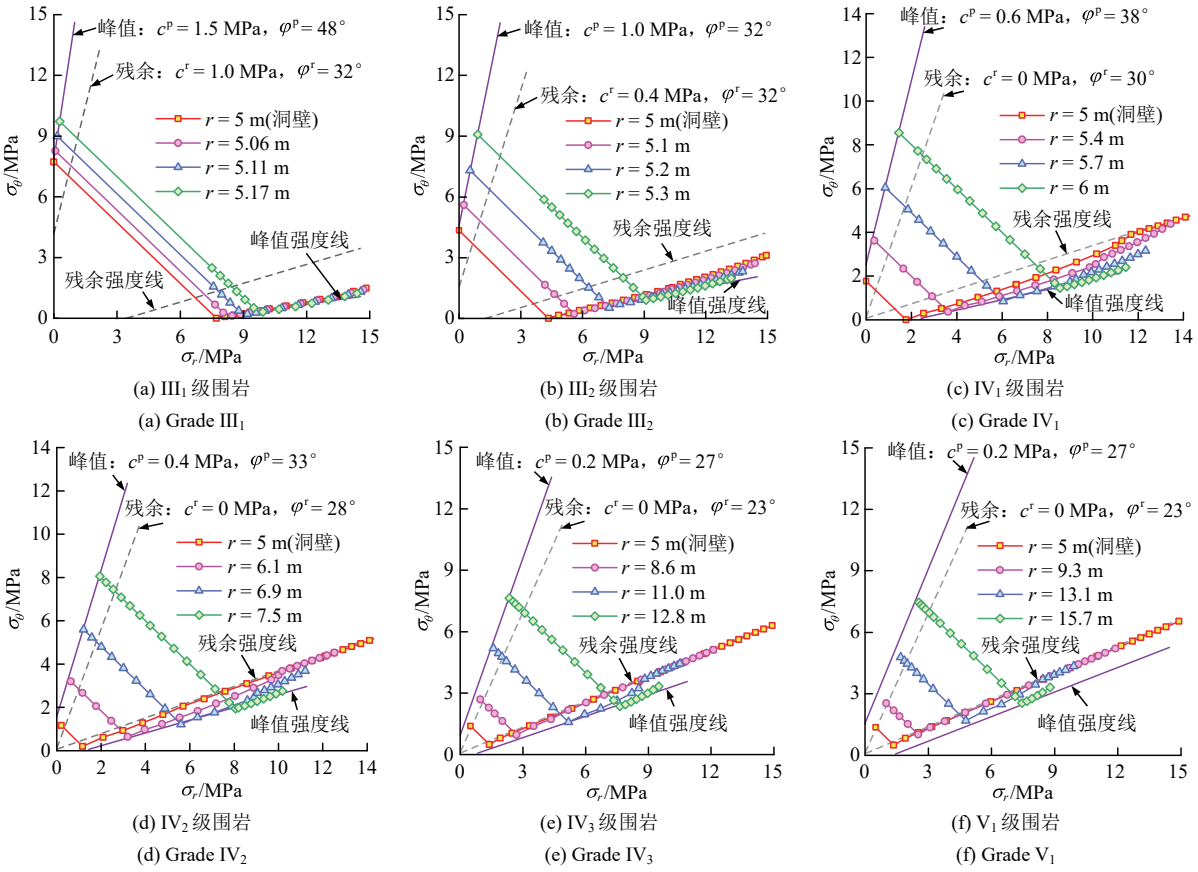


图 7　考虑应变软化的围岩应力分布随洞室内压的演化规律

Fig.7　Evolution of surrounding rock stress distribution with internal pressure considering strain-softening

图 8 给出了不同等级围岩条件下洞室内压增加过程中洞壁处以及深部围岩的应力路径。当围岩质量较好时(如 III_1 级)，无论是洞室开挖阶段还是运行阶段，围岩软化程度均较低，洞室内压为 15 MPa 时围岩强度仍未降至残余值，有较高的承载能力。但对于 V_1 级围岩，洞壁处围岩的强度在开挖阶段已接近残余值。洞室内压增加过程中，围岩应力路径几乎沿残余强度线移动，其承载能力大幅降低。



(a) III_1 级围岩　(b) III_2 级围岩　(c) IV_1 级围岩

(a) Grade III_1　(b) Grade III_2　(c) Grade IV_1

(d) IV_2 级围岩　(e) IV_3 级围岩　(f) V_1 级围岩

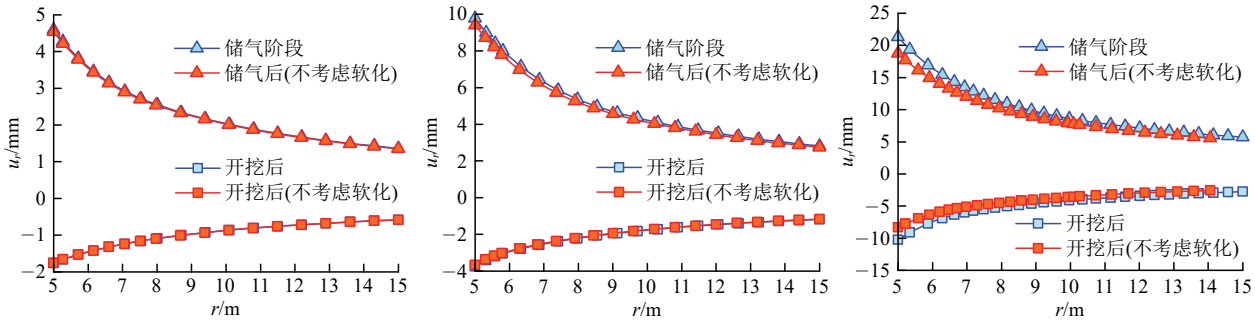
(d) Grade IV_2　(e) Grade IV_3　(f) Grade V_1

图 8　考虑应变软化的围岩应力路径

Fig.8　Stress paths of the surrounding rock considering strain-softening.

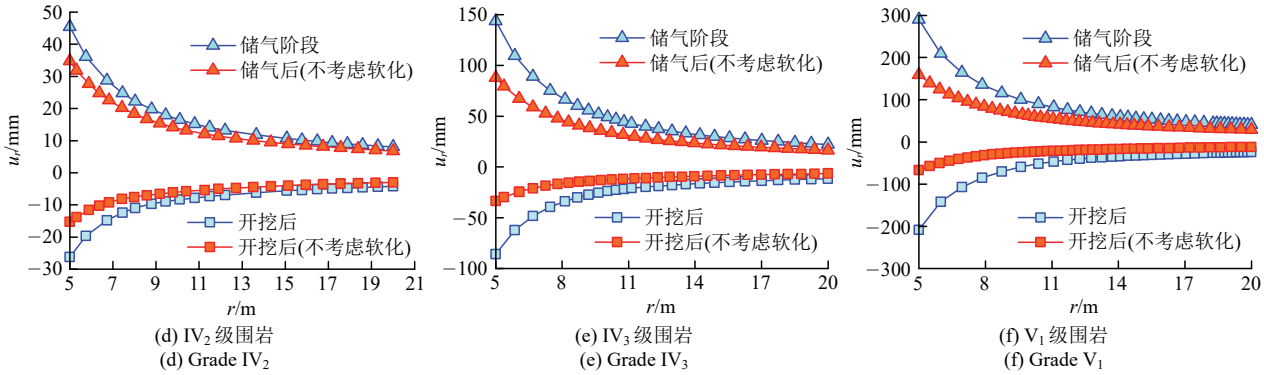
4.2　围岩变形与塑性区半径

图 9 和 10 分别对比了考虑应变软化和不考虑应变软化这 2 种情况下围岩位移以及塑性区分布的差异。其中，洞室运行时最大内压为 15 MPa。当围岩质量较好时(如 III_1 和 III_2 级)，由于围岩软化程度低，考虑应变软化和不考虑应变软化这 2 种情况下围岩位移以及塑性区分布几乎无差别。但对于质量较差的围岩，考虑和不考虑应变软化情况下围岩位移以及塑性区分布存在显著差异。例如 V_1 级围岩，洞室开挖后，考虑和不考虑应变软化情况下洞壁位移分别为−209 和−67 mm，相差 2 倍多。相应的塑性区半径分别为 13.7 和 9.7 m。洞室达到最大内压后，2 种情况下洞壁位移分别为 290 和 124 mm，也相差 1 倍多。对于IV_1 级围岩，洞室开挖后，两种情况下洞壁位移分别为−10.2 和−8.3 mm，相差约 23%。洞室达到最大内压后，2 种情况下洞壁位移分别为 21.3 和 18.7 mm，也相差约 14%。对于 III_1 级围岩，洞室开挖后未出现流动区，直到洞室内压增大至 7.7 MPa 时，洞壁附近才出现流动区，且范围很小。



(a) III_1 级围岩　(b) III_2 级围岩　(c) IV_1 级围岩

(a) Grade III_1　(b) Grade III_2　(c) Grade IV_1

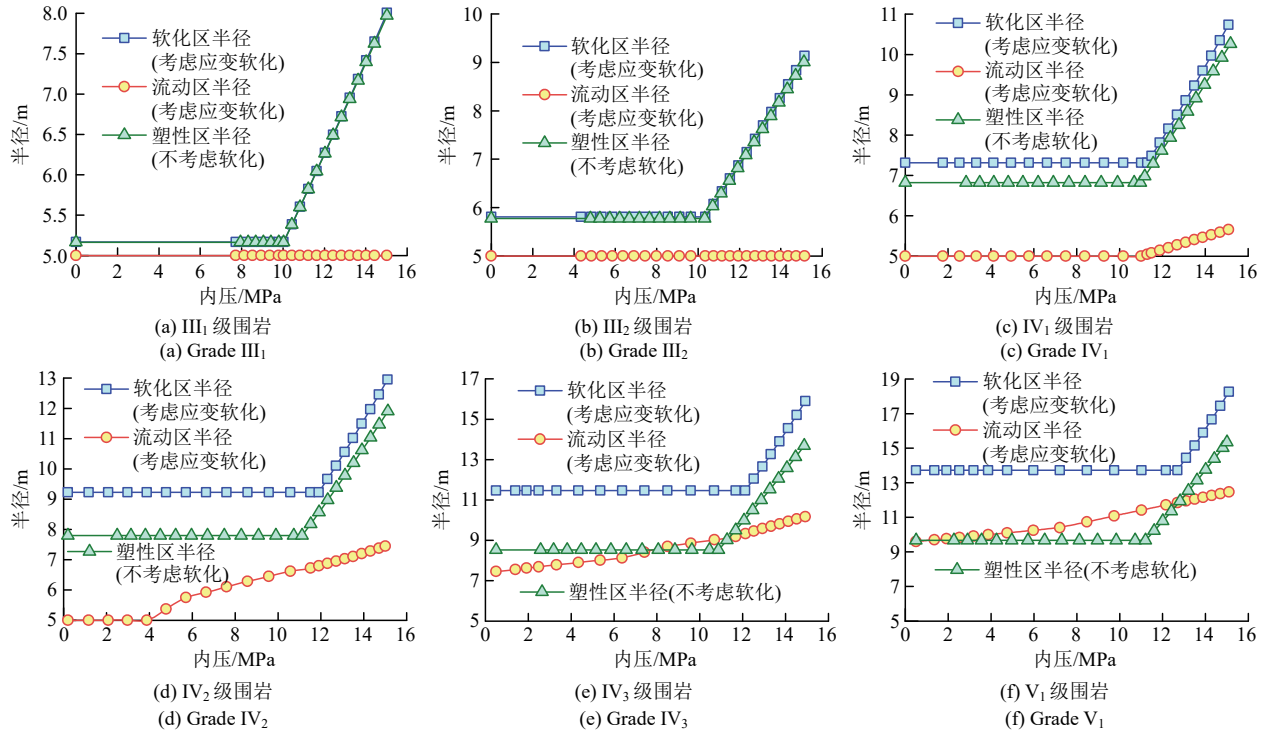


(d) IV_2 级围岩　(e) IV_3 级围岩　(f) V_1 级围岩

(d) Grade IV_2　(e) Grade IV_3　(f) Grade V_1

图 9　考虑和不考虑应变软化的围岩位移分布对比

Fig.9　Comparison of displacement distribution of surrounding rock with and without considering strain-softening



(a) III_1 级围岩　(b) III_2 级围岩　(c) IV_1 级围岩

(a) Grade III_1　(b) Grade III_2　(c) Grade IV_1

(d) IV_2 级围岩　(e) IV_3 级围岩　(f) V_1 级围岩

(d) Grade IV_2　(e) Grade IV_3　(f) Grade V_1

图 10　考虑和不考虑应变软化的围岩塑性区半径分布对比

Fig.10　Comparison of radius evolution of plastic zone in surrounding rock with and without strain-softening

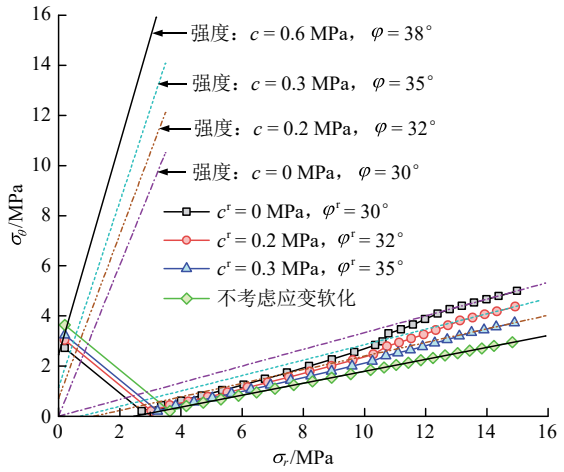
对于 IV_1 级围岩，在塑性扩张阶段出现了流动区。而对于更软弱的 IV_2，IV_3 和 V_1 级围岩，在塑性加载阶段就出现了流动区，虽然在该阶段塑性区的范围没有扩张，但流动区的扩张速度非常快。进入塑性扩张阶段后，塑性软化区范围快速增大，致使围岩变形急剧增大。

围岩变形是高内压洞室衬砌结构设计的关键参数，洞室的钢衬或混凝土衬砌所受的拉应力对围岩变形非常敏感。因此，在洞室结构设计时，围岩应变软化特性不可忽视，尤其是质量较差的围岩。

5　应变软化参数的影响

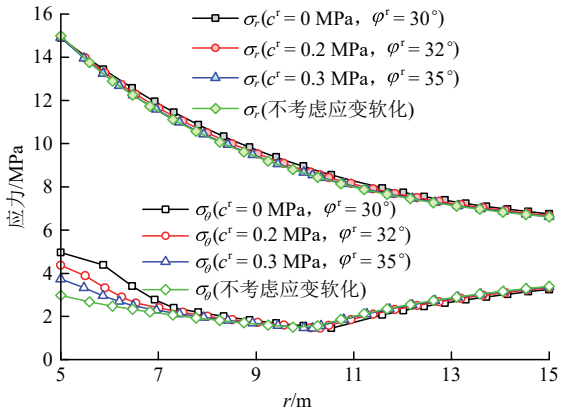
残余强度 c^{r}，φ^{r} 和临界偏塑性应变 $\gamma^{\mathrm{p}*}$ 是反映围岩软化程度的 2 个关键指标。图 11 给出了不同残余强度条件下洞室围岩应力和位移分布及围岩应力路径的差异。计算时洞室半径取 5 m，地应力为 5 MPa，围岩质量等级为 IV_1 级，其力学参数见表 1。围岩峰值强度为 $c^{\mathrm{p}}=0.6$ MPa，$\varphi^{\mathrm{p}}=38°$，残余强度参数 c^{r} 分别取 0.3，0.2 和 0 MPa；φ^{r} 分别取 35°，32° 和 30°。同时，将不考虑应变软化的计算结果作为参照。

如果不考虑应变软化，在塑性加载阶段和塑性扩张阶段，围岩应力路径沿着峰值强度线移动。考虑应变软化时，随着洞室内压的增大，围岩应力路径逐渐偏离峰值强度线，向残余强度线靠近，直至围岩强度降至残余值后，其应力路径沿着残余强度线移动。围岩软化程度越高，其强度降低得越多，



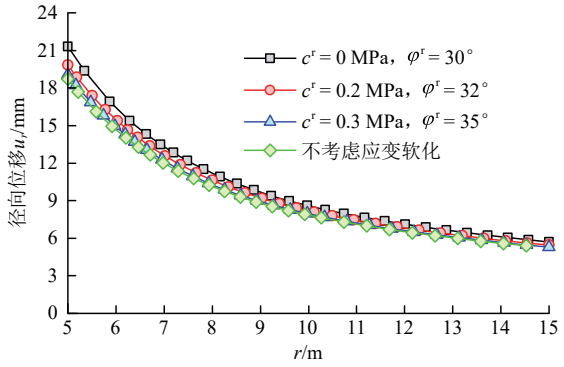
(a) 洞壁围岩应力路径

(a) Rock stress path at cavern wall



(b) 围岩应力

(b) Rock stress



(c) 围岩径向位移 u_r

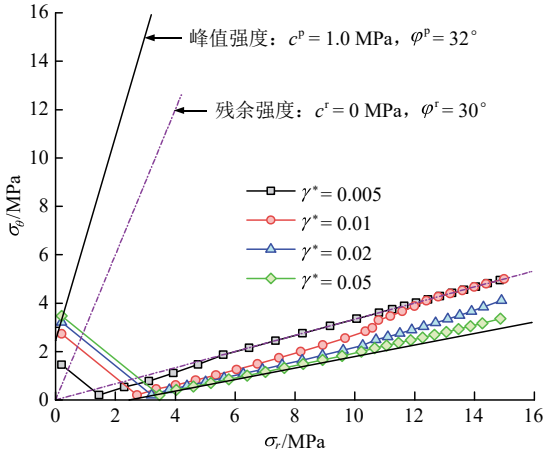
(c) Rock displacement

图 11　不同残余强度时围岩应力、位移及应力路径

Fig.11　Surrounding rock stress，displacement and stress paths with different residual strengths

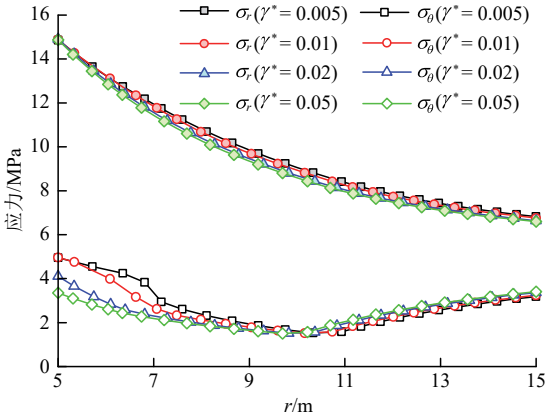
围岩的变形相对更大，塑性区围岩的环向应力也有显著的增大，洞壁处围岩应力变化最明显。当然，塑性区围岩的应力主要与其强度值相关。因为在 15 MPa 内压下，不同工况下洞壁处围岩的强度值不同。当 $c^r = 0$，$\varphi^r = 30°$ 时，洞壁处围岩已进入流动状态，而其他工况下，洞壁处围岩仍处于软化状态。因此，$c^r = 0$，$\varphi^r = 30°$ 时洞壁处围岩环向应力高于其他工况的值。

图 12 给出了不同临界偏塑性应变条件下洞室围岩应力和位移分布以及围岩应力路径的差异。计算时，临界偏塑性应变 γ^{p*} 分别取 0.005，0.01，0.02 和 0.05。如果 γ^{p*} 较小，围岩接近弹塑－脆性，即进入塑性状态后强度很快就降低至残余值，围岩变形也相对较大。γ^{p*} 值较大表示围岩有较显著的延性，



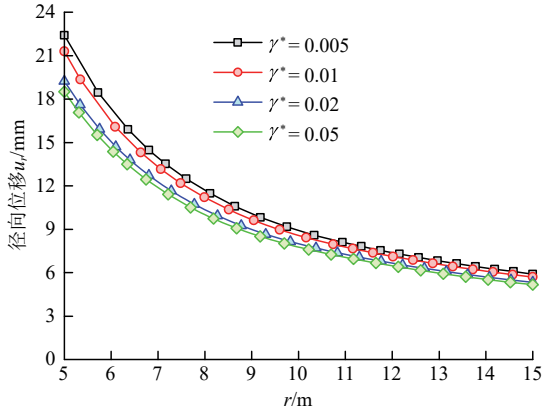
(a) 洞壁围岩应力路径

(a) Rock stress path at cavern wall



(b) 围岩应力

(b) Rock stress



(c) 围岩径向位移 u_r

(c) Rock displacement

图 12　不同临界偏塑性应变时围岩应力、位移及应力路径

Fig.12　Surrounding rock stress，displacement and stress paths with different critical deviator plastic strains

其进入塑性状态后即使发生较大的变形仍有一定的强度，围岩变形相对较小。当 γ^{p*}=0.005 和 0.01 时，在 10 MPa 内压下洞壁处围岩均已进入流动状态，强度降至残余值，这 2 种工况下洞壁处围岩应力是相同的，说明塑性区围岩的应力仅与强度参数相关。

6　结论与展望

随着地下压气储能行业的迅速发展和洞室密封技术的提升，越来越多的储气洞室将建在中软岩层中。本文针对建造在中软岩层中的储气洞室的设计难题，基于 Mohr-Coulomb 强度准则，考虑洞室开挖和运行过程中围岩的双向应变软化特性，采用应力路径分析方法给出了洞室围岩从开挖到高内压运行过程中的应力和位移解析解，主要结论如下：

(1) 在洞室开挖过程中，如果围岩在开挖后已进入塑性阶段，应力达到峰值强度后将进入应变软化阶段。在洞室高压储气过程中，围岩的主应力次序发生转变。如果内压非常大，围岩再次进入塑性阶段，并再次发生另一个方向的应变软化，其强度低于开挖阶段的强度，承载能力进一步降低，该过程称为“双向应变软化”。在进行洞室结构设计计算时，如果考虑围岩的双向应变软化特性，对于IV_2级、IV_3级和V_1级围岩，在塑性加载阶段就出现了流动区，且流动区的扩张速度非常快。进入塑性扩张阶段后，塑性软化区范围快速增大，致使围岩变形急剧增大。

(2) 如果围岩质量较好(如 III 级以上)，在进行洞室结构设计计算时可以忽略围岩的双向应变软化特性。但对于质量较差的 V_1级围岩，洞室在高压储气时，考虑和不考虑双向应变软化情况下计算得到的洞壁位移相差 1 倍多。对于IV_1级围岩，该值也相差约 14%。由于围岩的变形是高内压洞室衬砌设计的关键参数，高内压下衬砌所受拉应力对围岩变形非常敏感。因此，在进行压气储能洞室结构设计时，中软岩层的双向应变软化特性不可忽视。

(3) 残余强度 c^{r}，φ^{r} 和临界偏塑性应变 γ^{p*} 是反映围岩软化程度的 2 个关键指标。围岩残余强度越低、软化程度越高，其变形相对更大。如果 γ^{p*} 较小，围岩接近弹塑－脆性，即进入塑性状态后强度很快就降低至残余值，围岩变形也相对较大。γ^{p*} 值较大表示围岩有较显著的延性，即进入塑性状态后即使发生较大的变形仍有一定的强度，围岩变形相对较小。

本文的解析解拓展了传统的不考虑应变软化的应力路径分析方法，为中软岩地层条件下高内压洞室围岩的力学计算和结构设计提供了新思路。但由于解析解的复杂性，计算过程中做了大量简化，仍有一些问题待进一步研究：

(1) 本文的解析解是基于静水外压和圆形洞室的假定下推导的，非静水外压下非圆形洞室的围岩应力路径和相应的解析解有待进一步研究。

(2) 尽管本文考虑了岩体的双向应变软化特性，但在洞室开挖阶段和运行阶段采用的是相同的软化规律。洞室围岩在经历加卸载过程中，其应变软化规律可先通过岩石加载－卸载－转向加载试验得到，再进一步采用不同的应变软化规律进行修正。

参考文献(References)：

[1] 张国华，相　月，王薪锦，等. 压气储能地下内衬储气库结构荷载分担解析解及影响因素分析[J]. 岩石力学与工程学报，2024，43(增 2)：3 633－3 650.(ZHANG Guohua，XIANG Yue，WANG Xinjin，et al. Analytical solution for load sharing in the structure of an underground lined rock cavern for compressed air energy storage and analysis of influencing factors[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering，2024，43(Supp.2)：3 633－3 650.(in Chinese))

[2] ZHAO J，WANG G. Unloading and reverse yielding of a finite cavity in a bounded cohesive-frictional medium[J]. Computers and Geotechnics，2010，37(1/2)：239－245.

[3] CHEN X，WANG J. Stability analysis for compressed air energy storage cavern with initial excavation damage zone in an abandoned mining tunnel[J]. Journal of Energy Storage，2022，45：103725.

[4] 夏才初，徐　晨，杜时贵. 考虑应力路径的深埋隧道黏弹－塑性围岩与支护相互作用[J]. 岩石力学与工程学报，2021，40(9)：1 789－1 802.(XIA Caichu，XU Chen，DU Shigui. Interaction between viscoelastic-plastic rock mass and support in deep tunnels considering stress paths[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering，2021，40(9)：1 789－1 802.(in Chinese))

[5] XU C，ZHANG G，XIA C，et al. Mechanical behavior of a new segmented lining for underground rock caverns with high internal pressure[J]. Computers and Geotechnics，2024，167：106100.

[6] 王者超，李嘉祥，郝薛将，等. 压气储能地下内衬洞室建设中若干关键问题研究进展[J]. 隧道与地下工程灾害防治，2024，6(1)：1－13.(WANG Zhechao，LI Jiaxiang，HAO Xuejiang，et al. A review of several issues for compressed gas energy storage in lined rock cavern[J]. Hazard Control in Tunnelling and Underground Engineering，2024，6(1)：1－13.(in Chinese))

[7] XU Y，XIA C，ZHOU S，et al. An analytical solution for elastoplastic

responses of a lined rock cavern for compressed air energy storage considering excavation and high internal pressure[J]. Computers and Geotechnics，2024，170：106318.

[8] 张世殊，徐　晨，夏才初. 压气储能硐室围岩应力路径及稳定性调控[J]. 岩石力学与工程学报，2025，44(11)：2 825－2 842.(ZHANG Shishu，XU Chen，XIA Caichu. Stress path and stability control of surrounding rock in caverns for compressed air energy storage[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering，2025，44(11)：2 825－2 842.(in Chinese))

[9] 彭　俊，荣　冠，周创兵，等. 一种基于 GSI 弱化的应变软化模型[J]. 岩土工程学报，2014，36(3)：499－507.(PENG Jun，RONG Guan，ZHOU Chuangbing，et al. A strain-softening model based on GSI softening[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering，2014，36(3)：499－507.(in Chinese))

[10] 王延宁，张　强，李子仪，等. 考虑弹塑性耦合效应的应变软化模型[J]. 煤炭学报，2020，45(12)：4 037－4 051.(WANG Yanning，ZHANG Qiang，LI Ziyi，et al. Strain softening model considering elastic-plastic coupling effect[J]. Journal of China Coal Society，2020，45(12)：4 037－4 051.(in Chinese))

[11] 孙振宇，张顶立，房　倩，等. 隧道初期支护与围岩相互作用的时空演化特性[J]. 岩石力学与工程学报，2017，36(增 2)：3 943－3 956.(SUN Zhenyu，ZHANG Dingli，FANG Qian，et al. Spatial and temporal evolution characteristics of interaction between primary support and tunnel surrounding rock[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering，2017，36(Supp.2)：3 943－3 956.(in Chinese))

[12] ZHANG J，WANG Y，YAO B，et al. Investigation of deep shaft-surrounding rock support technology based on a post-peak strain-softening model of rock mass[J]. Applied Sciences，2022，12(1)：253.

[13] LEE Y K，PIETRUSZCZAK S. A new numerical procedure for elasto-plastic analysis of a circular opening excavated in a strain-softening rock mass[J]. Tunnelling and Underground Space Technology，2008，23(5)：588－599.

[14] JING W，ZHOU J，YUAN L，et al. Deformation and failure mechanism of surrounding rock in deep soft rock tunnels considering rock rheology and different strength criteria[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering，2023，57(1)：545－580.

[15] 崔　岚，廖哲贤，盛　谦，等. 弹性模量跌减效应下应变软化围岩开挖力学响应[J]. 岩石力学与工程学报，2024，43(增 2)：3 907－3 922.(CUI Lan，LIAO Zhexian，SHENG Qian，et al. Excavation disturbance characteristics of strain softening surrounding rock under the attenuation effect of elastic modulus[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering，2024，43(Supp.2)：3 907－3 922.(in Chinese))

[16] XU C，WANG S，XIA C，et al. Viscoelastic plastic interaction of tunnel support and strain-softening rock mass considering longitudinal effect[J]. Rock Mechanics Bulletin，2024，3(4)：100152.

[17] XU C，WANG S，XIA C. Analytical prediction for time-dependent interaction of a circular tunnel excavated in strain-softening rock mass[J]. Rock Mechanics Bulletin，2024，3(3)：100127.

[18] 夏才初，徐　晨，刘宇鹏，等. 基于 GZZ 强度准则考虑应变软化特性的深埋隧道弹塑性解[J]. 岩石力学与工程学报，2018，37(11)：2 468－2 477.(XIA Caichu，XU Chen，LIU Yupeng，et al. Elastoplastic solution of deep buried tunnel considering strain-softening characteristics based on GZZ strength criterion[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering，2018，37(11)：2 468－2 477.(in Chinese))

[19] XU C，XIA C. Interaction between yielding tunnel support and strain-softening rock mass based on the three-dimensional strength criterion[J]. Acta Geotechnica，2024，19：7 835－7 850.

[20] XU C，XIA C. A new large strain approach for predicting tunnel deformation in strain-softening rock mass based on the Generalized Zhang-Zhu strength criterion[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences，2021，143：104786.

[21] XU C，XIA C，HAN C. Modified ground response curve (GRC) in strain-softening rock mass based on the generalized Zhang-Zhu strength criterion considering over-excavation[J]. Underground Space，2021，6(5)：585－602.

[22] 李兆霖，周　伟，王连国，等. 不同真三轴路径下岩石卸荷特性与破裂特征研究[J]. 采矿与安全工程学报，2022，39(3)：480－488.(LI Zhaolin，ZHOU Wei，WANG Lianguo，et al. Unloading properties and fracture characteristics of rock under different true triaxial unloading paths[J]. Journal of Mining and Safety Engineering，2022，39(3)：480－488.(in Chinese))

[23] QIU K，LI S，LIU Z，YUAN M，et al. An elastoplastic solution for lined hydrogen storage caverns during excavation and operation phases considering strain softening and dilatancy[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences，2024，183：105949.

[24] 中华人民共和国行业标准编写组. JTG 3370.1—2018 公路隧道设计规范(第一册　土建工程)[S]. 北京：人民交通出版社，2019.(The Professional Standards Compilation Group of People's Republic of China. JTG 3370.1—2018 Specifications for design of highway tunnels(Section 1 Civil Engineering)[S]. Beijing：China Communications Press，2019.(in Chinese))