引用格式　严大威,薛伟辰,江佳斐. 持续荷载下预应力纤维增强复合材料筋混凝土梁变形性能研究进展[J]. 工业建筑,2024,54(6):1-12.
YAN D W, XUE W C, JIANG J F. A State-of-the-Art Review on Deformation Performance of Concrete Beams Prestressed with FRP Tendons Under Sustained Loading[J]. Industrial Construction,2024,54(6):1-12(in Chinese). DOI:10.3724/j.gyjzG24043001

持续荷载下预应力纤维增强复合材料筋混凝土梁变形性能研究进展*

严大威　薛伟辰　江佳斐
(同济大学土木工程学院,上海　200092)

摘　要　持续荷载作用下,纤维增强复合材料(FRP)筋蠕变松弛和混凝土收缩徐变引起的过大的附加变形将影响预应力 FRP 筋混凝土(FRP-PC)梁的正常使用。通过对 FRP-PC 梁长期性能及其设计方法的最新研究进展进行综述,归纳了不同 FRP 筋的蠕变和松弛特性及其预测方法,总结了有关有黏结 FRP-PC 梁和体外 FRP-PC 梁的长期性能试验结果,介绍了基于按龄期调整有效模量法(AEMM)或基于积分型徐变表达式的 FRP-PC 梁变形性能时随有限元分析方法,以及相应的多参数分析结果,分析了 FRP-PC 梁长期变形的计算理论与简化设计方法。最后,对今后 FRP-PC 梁长期性能的研究方向进行了展望。

关键词　FRP 筋;松弛蠕变;收缩徐变;长期性能;试验研究;时随有限元分析;计算理论

A State-of-the-Art Review on Deformation Performance of Concrete Beams Prestressed with FRP Tendons Under Sustained Loading

YAN Dawei　XUE Weichen　JIANG Jiafei
(*College of Civil Engineering*, *Tongji University*, *Shanghai* 200092, *China*)

Abstract: The serviceability of FRP prestressed concrete (FRP-PC) beams under sustained loading would be affected by the excessive long-term additional deflection, which is caused by the coupled effect of creep and relaxation of FRP tendons, and shrinkage and creep of concrete. A systematic review of the research progress on the long-term performance and design methods of FRP-PC beams was carried out. Firstly, the creep and relaxation properties of FRP tendons were introduced and the prediction methods were summarized. Secondly, the relevant results related to the past 20-year-research on the experiments of long-term performance of bonded prestressed concrete beams and externally prestressed concrete beams were concluded. The time-dependent finite element analysis method based on the age-adjusted effective modulus method (AEMM) or the integral-type creep model was summarized, and the corresponding parametric results were introduced. In addition, the similarities and differences of calculation theories and the simplified methods were analyzed. Finally, the future research on the long-term performance of FRP-PC beams was suggested.

Keywords: FRP tendon; creep and relaxation; creep and shrinkage; long-term behavior; experiments; time-dependent finite element analysis; calculation theories

* 国家重点研发计划项目(2022YFB3706500);国家自然科学基金重点项目(52130806)。
第一作者:严大威,博士研究生,主要从事 FRP 筋混凝土结构方面的研究,2110045@ tongji.edu.cn。
通信作者:薛伟辰,博士,教授,博士生导师,主要从事土木工程复合材料及预应力混凝土结构的研究,xuewc@ tongji.edu.cn。
收稿日期:2024-04-30

© 2024 工业建筑

0 引 言

钢筋锈蚀是影响混凝土结构耐久性与安全性的主要因素[1]。纤维增强复合材料(Fiber Reinforced Polymer,FRP)筋是以树脂为基体、纤维为增强体形成的复合材料,具有轻质高强、耐腐蚀、抗疲劳等优点[2]。国内外已有研究和工程实践表明,采用 FRP 筋替代钢筋是彻底解决混凝土结构中钢筋锈蚀问题的一种有效方法[3]。根据不同纤维种类,FRP 筋可分为:玻璃纤维 FRP 筋(GFRP)、碳纤维 FRP 筋(CFRP)、玄武岩纤维 FRP 筋(BFRP)和芳纶纤维 FRP 筋(AFRP)等[4]。

各类典型 FRP 筋与普通钢筋、钢绞线的物理力学性能对比如表 1 所示。从表 1 可见:相比于普通钢筋,GFRP 筋与钢筋强度相当,其他三类 FRP 筋的抗拉强度较高,但弹性模量均较低(钢筋的 25%~70%);CFRP 筋与钢绞线的抗拉强度及松弛损失率相当。在实际工程中,CFRP 筋和 AFRP 筋常用作预应力筋,GFRP 筋和 BFRP 筋常用作非预应力筋。由于 GFRP 筋和 BFRP 筋的弹性模量较低,非预应力 FRP 筋混凝土(FRP-RC)梁的配筋设计往往由正常使用极限状态(挠度和裂缝)控制[9-12]。对 FRP-RC 梁施加预应力是减小梁挠度与截面裂缝宽度的有效方法[13-14],并充分发挥 FRP 筋抗拉强度高的优势。按预应力度的不同,预应力 FRP 筋混凝土(FRP-PC)梁可分为全预应力 FRP-PC 梁和部分预应力 FRP-PC 梁。按预应力体系的不同,FRP-PC 梁可分为有黏结 FRP-PC 梁、无黏结 FRP-PC 梁和体外 FRP-PC 梁等三类。相比其他两类 FRP-PC 梁,有黏结 FRP-PC 梁力学性能较好,是主体结构主要采用的预应力体系。无黏结 FRP-PC 梁施工方便,但其承载力比相应的有黏结 FRP-PC 梁低,主要被应用于次要结构和板类构件。体外 FRP-PC 梁具有预应力筋布置灵活、易于更换和摩擦损失小等特点,主要用于桥梁工程和加固工程中。

表 1 FRP 筋、普通钢筋和钢绞线物理力学性能对比[5-8]

Table 1 Comparisons of mechanical properties between FRP bars, rebars and steel wires

材料类型	密度/(kg·m^{-3})	抗拉强度/MPa	屈服强度/MPa	弹性模量/GPa	伸长率/%	松弛损失率/%
CFRP	1 500~1 810	1 336~3 690	—	120~150	0.5~1.7	1.0~3.0
AFRP	1 200~1 400	1 200~2 324	—	40~125	1.9~4.4	7.0~20.0
GFRP	1 700~2 100	480~1 200	—	30~70	1.2~3.1	8.1~10.5
BFRP	2 000~2 600	920~1 738	—	38~70	>1.9	4.2~6.4
普通钢筋	7 850	470~700	280~420	210	>10.0	—
钢绞线	7 850	1 400~1 890	1 050~1 400	180~210	>4.0	3.0

持续荷载作用下,预应力混凝土梁过大的附加变形将影响其正常使用甚至结构安全[15-17]。与预应力钢筋混凝土梁不同,FRP-PC 梁的长期变形不仅受预应力筋松弛和混凝土收缩徐变的影响,还受 FRP 筋蠕变的影响。这使得 FRP-PC 梁的长期性能及其设计方法与预应力钢筋混凝土梁的有所不同。为此,国内外自 2000 年以来开始研究 FRP-PC 梁的长期性能及其设计方法[18-21]。本文将从 FRP 筋蠕变松弛性能、FRP-PC 梁的长期试验、时随有限元分析、计算理论与简化设计方法等方面综述国内外研究最新进展。

1 FRP 筋蠕变和松弛性能

1.1 FRP 筋蠕变性能

国内外学者针对不同 FRP 筋在不同应力水平、不同环境温度下的蠕变性能开展了系列试验研究[22-26]。已有研究表明[8,27-28]:FRP 筋的蠕变通常包括以下三个阶段(图 1)。1)快速增长段:施加应力后 24~96 h,由于纤维不均匀分布,此时外力主要由树脂基体承担。树脂基体在外力作用下发生黏弹性变形,导致 FRP 筋的应变随时间快速增长。在这一过程中,纤维随着树脂基体的变形被拉直,树脂基体和纤维出现应力重分布;2)稳定段:FRP 筋应变增长速度变缓,并趋向于恒定值,在这一过程中,被拉直的纤维和树脂基体共同受力,并发生了蠕变;3)断裂破坏段:当初始应力过大时,筋材内部有缺陷或较弱的纤维在长期荷载作用下陆续发生断裂,断裂纤维周围的树脂基体发生卸载,最终 FRP 筋未达到其短期抗拉强度而提前断裂破坏。上述时随规律与筋材种类、持续应力水平、环境温湿度等因素有关。伊朗谢里夫理工大学 Najafabadi 教授等[25]进行了不同种类 FRP 筋的蠕变试验。试验结果表明:当应力水平为 0.5f_u 时,1 000 h 后 CFRP 筋、GFRP 筋的蠕变与初始应变的比值分别为 1.33%、1.65%,GFRP 筋的蠕变绝对值更大。加拿大 Benmokrane 院士通过试验研究发现[29] FRP 筋的纤维含量和直径也是影响 FRP 筋蠕变性能的因素。对比试验结果表明,纤维含量低、直径大的 GFRP 筋比纤维含量

高、直径小的 GFRP 筋具有更大的蠕变。Benmokrane 等[30]和汪昕等[31-32]的试验研究表明，FRP 筋的蠕变随应力水平的提高而增加，且蠕变断裂时间与应力水平成反比。1999 年，美国亚利桑那大学 Saadatmanesh 教授和 Tannous 博士[33]开展了不同温度下应力水平为 0.5f_u 的 CFRP 筋的蠕变试验。结果表明，60 ℃下 CFRP 筋 1 年后蠕变显著，是 25 ℃下 CFRP 筋相应蠕变的 1.29 倍。

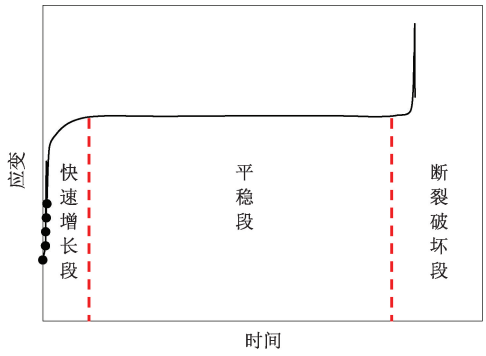


图 1　典型的 FRP 筋蠕变曲线[34]

Fig. 1　The typical creep-time curve for FRP tendons

在计算方法方面，美国布朗大学的 Findley 基于蠕变试验结果提出了预测 FRP 筋快速增长段和稳定段的应变规律的模型[8,35]：

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_0 + mt^n \tag{1}$$

式中：$\varepsilon_c(t)$为蠕变应变；ε_0 为初始应变；m 为应力和温度影响系数；t 为持荷时间；n 为与应力无关的常数。

为防止 FRP 筋发生蠕变断裂破坏，国内外学者基于蠕变试验与计算分析，提出了蠕变断裂系数，即保证 FRP 筋在一定时间内（通常取 50 a、100 a，或 50 万 h、100 万 h）不发生断裂破坏的最大应力限值与抗拉强度的比值。目前，国内外规范给出了各类 FRP 筋的蠕变断裂系数，详见表 2。其中，CFRP 筋的蠕变断裂系数最高（0.55～0.70），GFRP 筋的蠕变断裂系数最低（0.2～0.29），其最大应力限值仅 140～400 MPa。这也是 GFRP 筋通常不用作预应力筋的原因之一。然而近年来，部分生产商研发了新型树脂基体以提高 GFRP 筋的抗拉强度和改善其蠕变性能。加拿大滑铁卢大学 Zawam 教授等[36]开展了全 GFRP-PC 梁持荷 300 d 后的抗弯试验研究，该梁的张拉控制应力为 0.4f_u（f_u 为 FRP 筋的抗拉强度）。结果表明，GFRP 筋预应力损失为 8%～15%，且 300 d 持续荷载下 GFRP 筋未发生蠕变断裂。需要说明 GFRP 筋的有效应力为 0.34～0.37。因此，Zawam 教授等建议可适度提高规范 CSA-S6-14 中 GFRP 筋的蠕变断裂系数。

表 2　各类 FRP 筋的蠕变断裂系数

Table 2　Creep rupture coefficients for FRP tendons

来源	CFRP	AFRP	BFRP	GFRP
ACI 440.1R[9]	0.55	0.30	—	0.20
ACI 440.4R[20]	0.70	0.55	—	—
CSA S6[21]	0.65	0.35	—	0.25
GB 50608[37]	0.71	0.50	0.50	0.29
CJJ/T 280[8]和 DG/TJ 08—2398[38]	0.71	0.50	0.50	0.29

1.2　FRP 筋松弛性能

松弛是预应力损失的重要组成部分。已有的试验结果表明 FRP 筋的应力松弛可分为两个阶段（图 2）。1）快速增长段：加载后 24～96 h 内，由于 FRP 筋的树脂基体蠕变较快，由树脂基体承担的荷载卸载至纤维，这将导致松弛；2）稳定段：纤维和树脂基体均发生松弛，变形趋于稳定。

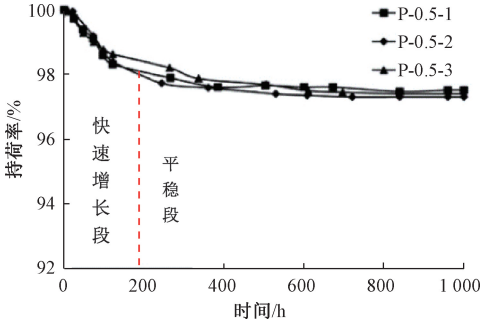


图 2　0.5f_u 下 BFRP 筋的应力松弛曲线[22]

Fig. 2　Typical stress relaxation curves of BFRP tendons at 0.5f_u

不同种类 FRP 筋与钢绞线松弛损失率的对比如表 1 所示。总体而言，CFRP 筋和 BFRP 筋的松弛损失率较低（1.0%～6.4%），而 AFRP 筋和 GFRP 筋的松弛损失率较高（高于 7%），是钢绞线松弛损失率的 2～7 倍）[22,39-40]，这与纤维种类、树脂基体、生产工艺和规格型号有关。

美国亚利桑那大学 Saadatmanesh 教授和 Tannousc 博士[33]的试验结果表明 FRP 筋的松弛损失率与时间呈对数函数关系[式（2）]。其他学者开展的松弛试验印证了上述结论。因此，式（2）被其他学者广泛采用[32,39-40]，并已纳入我国标准 GB 50608—2020《纤维增强复合材料工程应用技术标准》[37]。

$$r = a + b\lg(t) \tag{2}$$

式中：r 为松弛损失率%；t 为时间，h；a 和 b 为恒定系数，目前尚须基于松弛试验确定。

总体上，国内外学者基于 FRP 筋蠕变和松弛试验研究，揭示了筋的蠕变和应力损失时随规律。国内外现行标准给出了不同 FRP 筋的蠕变断裂系数

和松弛损失率表征 FRP 筋的长期性能,但不同标准中有关同种 FRP 筋的蠕变断裂系数区别较大,还须进一步研究。

2 FRP-PC 梁长期性能试验研究

2000 年以来,国内外学者开展了 FRP-PC 梁长期试验研究,但相关试验研究较少。本文系统收集了 49 根 FRP-PC 梁的长期试验数据(表 3)。需要说明,已有试验主要集中在有黏结和体外 FRP-PC 梁,有关无黏结 FRP-PC 梁的研究几乎是空白[41-44]。因此,以下分别介绍有黏结 FRP-PC 梁和体外 FRP-PC 梁的长期试验结果。

表 3 国内外 FRP-PC 梁长期试验研究

Table 3 Research on long-term performance of FRP-PC beams at home and abroad

来源	试件数量	截面形式	类型	预应力筋类型	荷载类型	持荷时间	长期变形/初始变形
Braimah 等(2003)[42]	4	T 型	有黏结	CFRP	两点集中	651 天	1.15~1.47
Zou (2003)[43-44]	6	矩形	有黏结	CFRP	两点集中	288~519 天	1.50~2.50
Terrasi 等(2014)[45]	3	空心圆管	有黏结	CFRP	两点集中	6 000 天	2.30~2.50
Sovjak 等(2018)[46]	2	矩形	有黏结	CFRP	两点集中	7 年	3.00~4.32
Pavlovic 等(2022)[47]	6	矩形	有黏结	BFRP	两点集中	180 天	1.25~1.36
Zawam 等(2017)[36, 48]	12	矩形	有黏结	GFRP	两点集中	300 天	1.29~1.39
本课题组[49]	2	T 型	有黏结	CFRP	均布	3 000 天	1.61
本课题组[50]	4	T 型	体外	CFRP	均布	3 000 天	1.35~1.40
方志和曹国辉(2007)[51-53]	1	箱型	体外	CFRP	均布	1 001 天	2.32~2.42
汪昕和史健喆(2022)[54]	4	T 型	体外	BFRP	两点集中	300 天	1.05~1.18

2.1 有黏结 FRP-PC 梁长期试验研究

目前,国内外重点研究了预应力筋类型、混凝土强度、荷载水平、预应力和环境温度等因素对有黏结 FRP-PC 梁长期变形的影响[42-46]。

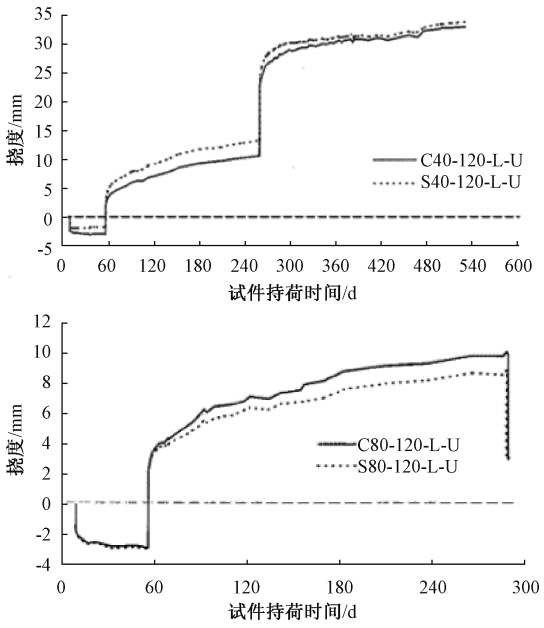
2.1.1 预应力筋类型的影响

2003 年,澳大利亚新南威尔士大学 Zou 教授[43-44]开展了 4 根 CFRP-PC 梁的长期试验研究。试验表明:不论是普通混凝土还是高强混凝土梁,CFRP-PC 梁和预应力钢筋混凝土梁的长期变形发展趋势相近,如图 3 所示。这主要与 CFRP 筋的蠕变小、且 CFRP 筋与钢绞线具有相近的松弛损失率(2.5%~3%)相关。

本课题组[49]开展了 3 000 d 有黏结 CFRP-PC 梁长期性能试验,并与预应力钢筋混凝土梁的长期性能进行了对比。对比结果表明:两类预应力梁的长期变形、曲率、混凝土应变、非预应力筋应变、预应力筋应变和混凝土最大裂缝宽度均呈现相似的增长趋势,该增长趋势在 100 d 后逐渐趋缓;3 000 d CFRP-PC 梁和预应力钢筋混凝土梁的长期变形分别为初始变形的 1.61 倍和 1.49 倍,CFRP-PC 梁和预应力钢筋混凝土梁的裂缝宽度与初始宽度的比值均约为 2.0 倍。

2.1.2 混凝土强度的影响

2003 年,澳大利亚新南威尔士大学 Zou 教授[43]开展了 2 根 CFRP-PC 梁的长期试验研究(图 4)。



C 和 S 表示 CFRP 筋和钢绞线,40 和 80 表示 C40 和 C80 混凝土。

图 3 CFRP-PC 梁和预应力钢筋混凝土梁的跨中长期变形对比[43]

Fig. 3 Comparisons of mid-span long-term deflections of CFRP-PC beams and prestressed reinforced concrete beams

研究表明:随着混凝土强度增加,FRP-PC 梁的初始变形和长期变形均减小,且裂缝宽度也减小;270 d 时,混凝土标号为 C40 和 C80 的 CFRP-PC 梁长期变形分别是初始变形的 1.87 倍和 1.67 倍;C40 的 CFRP-PC 梁长期变形约为 C80 梁长期变形的 2 倍;C40 和 C80 的 CFRP-PC 梁的初始最大裂缝宽度分

别为 1.8 mm 和 0.9 mm;250 d 后,C40 和 C80 的 CFRP-PC 梁的最大裂缝宽度分别增至 2.3 mm 和 1.2 mm。这是由于混凝土弹性模量随强度的增加而增加,相应梁的截面抗弯刚度增加。此外,混凝土徐变随强度的增加而减小,由长期变形引起的裂缝宽度增量减小。

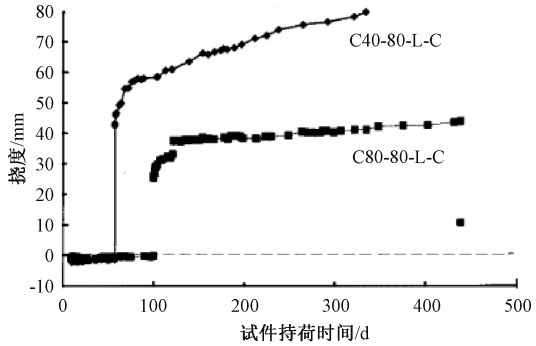


图 4　混凝土强度等级为 C40 与 C80 的 CFRP-PC 梁跨中长期变形对比[43]

Fig. 4　Comparisons of mid-span long-term deflections of CFRP-PC beams with C40 and C80 concrete strengths

2.1.3　荷载水平的影响

加拿大滑铁卢大学 Zawam 教授等[36,48,55]开展了 12 根 GFRP-PC 梁 300 d 持续荷载下的长期试验。研究表明:提高荷载水平,FRP-PC 梁的初始变形和长期变形均增加;300 d 时 0.60P_u 和 0.80P_u 下梁长期变形分别是 0.35P_u 下梁长期变形的 1.8 和 4.4 倍。主要原因是随着荷载水平的增加,受压区混凝土应力增大,相应的徐变以及梁的长期附加变形显著增加。此外,相关研究表明,荷载水平会导致 FRP-PC 梁的破坏模式发生变化。2014 年,瑞士 EMPA 研究所 Terrasi 教授等[45]在室外环境下进行了 0.36P_u、0.50P_u、0.72P_u(P_u 为极限荷载)3 种持荷水平下 3 根 CFRP-PC 空心圆管为期 16.5 a 的长期试验(图 5)。试验结果表明:当荷载水平分别为 0.36P_u 和 0.50P_u 时,试件未发生破坏,且试件的裂缝宽度保持稳定;而当荷载水平为 0.72P_u 时(高于正常使用荷载),试件发生预应力 FRP 筋锚固失效(图 6)。

2.1.4　张拉控制应力的影响

2003 年,加拿大 Braimah 教授等[56]开展了 651 天持续荷载下 4 根 CFRP-PC 梁的长期试验。结果表明:当张拉控制应力由 0.5f_u(f_u 为 FRP 筋抗拉强度)增至 0.7f_u 时,402 天时梁的长期附加变形下降了 29%,但长期变形放大系数(长期变形和初始变形的比值)由 1.15 增至 1.47。这表明提高张拉控制应力将减小梁的初始变形和长期附加变形,且初始变形比长期附加变形减小明显。2017 年,加拿大滑铁卢大学 Zawam 教授等[36]开展了 300 d 持续荷载下 9 根 GFRP-PC 梁的长期试验。结果表明:持荷 0.35P_u 和 0.60P_u(P_u 为极限荷载)下梁的总变形和长期变形随预应力的增大而减小。这是因为提高预应力导致开裂荷载增大,从而减小了初始挠度,且提高预应力能减小截面压应力,导致混凝土徐变和梁的长期变形减小。2003 年,澳大利亚新南威尔士大学 Zou 教授[43-44]研究了张拉控制应力对 2 根 CFRP-PC 梁长期变形的影响。需要说明:2 根 CFRP-PC 梁分别为全预应力 CFRP-PC 梁和部分预应力 CFRP-PC 梁。结果表明,全预应力 CFRP-PC 梁长期变形增速比部分预应力 CFRP-PC 梁快,但部分预应力混凝土梁比全预应力混凝土梁具有更大的初始变形和长期变形。

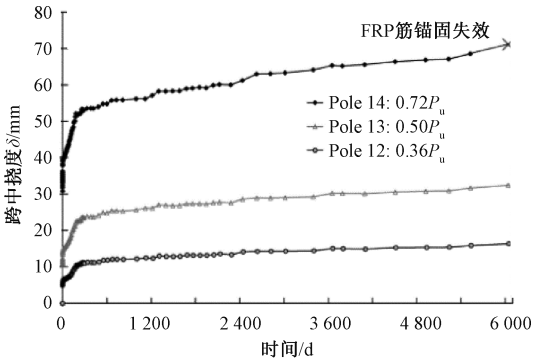


图 5　CFRP-PC 空心圆管 6 000 d 跨中长期变形[45]

Fig. 5　Mid-span long-term deformation of CFRP-PC tubes within 6 000 days of sustained loading



图 6　长期荷载下 CFRP-PC 空心圆管破坏模式[45]

Fig. 6　Failure modes of CFRP-PC tubes under sustained loading

2.1.5　环境温度的影响

目前国内外有关环境温度对 FRP-PC 梁长期性能影响的研究较少。2013 年,加拿大女王大学 Saiedi 工程师等[57]开展了低温(-27℃)和室温环境下 3

根 CFRP-PC 梁 163 d 长期试验研究。研究表明:无论在低温还是室温环境下,梁的长期变形没有明显差异;但在低温下,梁的变形增长更快趋于恒定。这与混凝土在低温下具有较高的徐变速率有关。

2.2 体外 FRP-PC 梁长期试验研究

相比于有黏结 FRP-PC 梁,体外 FRP-PC 梁长期性能的试验研究较少,且主要集中在国内。

2008 年,湖南大学方志教授等[51-52]开展了体外 CFRP-PC 薄壁箱梁持荷 1 001 d 的长期试验。研究表明:持荷前 3 个月,梁的挠曲变形发展较快;梁跨中长期变形为初始变形的 2.32~2.42 倍;受压区钢筋应变、混凝土表面压应变和受拉钢筋应变较初始应变增长 225%~268%、164%~224%、36~38%;持荷 2 a 后,挠曲变形、混凝土表面应变和受压钢筋应变基本趋于稳定。

东南大学汪昕教授等[54]开展了 150 d 持续荷载下体外 BFRP-PC 梁长期试验。试验表明:体外 BFRP-PC 梁的长期变形在加载后 50 d 内增加迅速,而后变形增长趋于稳定;预应力由 40 kN 增加到 50 kN,梁的长期变形放大系数由 1.05 增加到 1.18;混凝土标号由 C40 增加到 C60,梁长期变形放大系数由 1.18 降低到 1.12。

本课题组[50,58]完成了 3 000 d 持续荷载下 4 根体外 CFRP-PC 足尺梁的长期试验,并于体外预应力钢筋混凝土梁进行对比。结果表明:体外梁的跨中挠度、曲率、混凝土应变、非预应力筋应变和预应力筋应变都呈现出类似的趋势,即施加荷载后 100 d 增长较快,随后增长缓慢;体外 CFRP-PC 梁的跨中长期变形为初始变形的 1.37~1.40 倍,体外钢筋混凝土梁的跨中长期变形为初始变形的 1.35 倍,CFRP-PC 梁的长期附加变形比相应的预应力钢筋混凝土梁略大。

总体上,国内外学者对有黏结和体外 FRP-PC 梁开展了一系列长期试验研究。其中,FRP-PC 梁长期试验的持荷时间较短,普遍低于 3 a。针对长持荷时间下 FRP-PC 梁的变形增长规律,还须进一步开展相关研究工作。

3 FRP-PC 梁长期性能时随有限元分析

考虑混凝土徐变的有限元分析方法包括:按龄期调整有效模量法(AEMM),积分型表达式的逐步计算法和 Kelvin 或 Maxwell 率型表达式的逐步计算法[59]。FRP 筋蠕变引起的预应力松弛损失通常采用松弛损失率计算。在此基础上,已有研究分别基于自编的有限元分析程序[60-61]、或基于通用有限元软件建立了 FRP-PC 梁的长期变形时随有限元分析模型[36],开展了时随有限元参数分析。

2016 年,武汉科技大学楼铁炯教授[60-61]等编制了时随有限元分析程序(图 7),用于预测有黏结 FRP-PC 梁的长期变形。该程序基于欧拉-伯努利梁理论,并考虑了 FRP 筋松弛和混凝土收缩徐变。其中,混凝土徐变采用积分型表达式的逐步计算法确定。通过与已有的长期试验结果对比,该程序能较好地预测有黏结 FRP-PC 梁的长期变形[图 7(c)]。基于上述模型,楼铁炯教授等针对 AFRP-PC 梁开展了参数分析。分析结果表明:AFRP-PC 梁的长期变形和预应力损失比相应的预应力钢筋混凝土梁大;增加受压筋数量可以显著减少梁的长期变形。

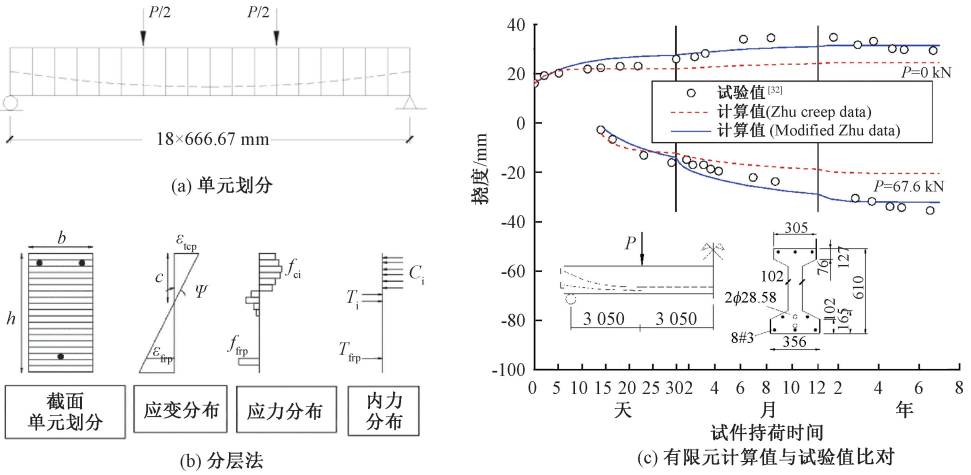


图 7 FRP-PC 梁时随有限元分析方法与分析结果[36, 61]

Fig. 7 The time-dependent FEA method and its corresponding analysis results for FRP-PC beams

本课题组[49-50,58,62]基于 AEMM 和步进法，编制了时随有限元分析程序，考虑了混凝土收缩、徐变和预应力筋松弛三者耦合作用对梁长期变形的影响，实现了有黏结/体外 FRP-PC 梁长期变形、预应力损失、截面应变的时随全过程模拟。该程序的模拟结果与试验结果吻合良好(图 8)。在此基础上，分析了有黏结和体外 FRP-PC 梁在 10 000 d(近 30 a)持续荷载下的长期变形(图 9)。结果表明：有黏结 FRP-PC 梁的长期变形是初始变形的 1.32～1.49 倍，体外 FRP-PC 梁长期变形是初始变形的 1.39～1.56 倍。此外，多参数分析结果表明，采用高性能混凝土、减小截面上下缘应力差、提高混凝土强度或提高年平均相对湿度等均有利于降低 FRP-PC 梁的长期附加变形。

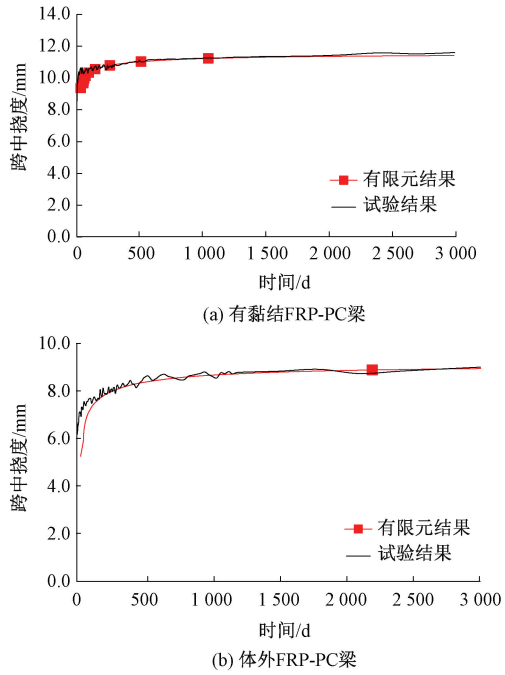


图 8　FRP-PC 梁长期变形有限元计算结果与试验值对比[50]

Fig. 8　Comparisons of FEM results and test data of long-term deflections for FRP-PC beams

2023 年，青岛理工大学黄悦教授等[63]基于通用有限元软件 ABAQUS，建立了预应力 CFRP 筋再生混凝土梁长期变形的分析模型(图 10)。该模型考虑了 FRP 筋松弛、再生混凝土徐变收缩、再生粗骨料取代率和混凝土开裂刚化等因素的影响，其中，混凝土徐变采用 AEMM 法确定。其模型的计算结果也与已有试验结果吻合良好。黄悦教授等进一步开展了相关的参数分析，研究了再生粗骨料取代率对梁长期性能的影响，结果表明：增加再生粗骨料取代率，梁的初始变形、长期变形和混凝土应变均显著增加；再生粗骨料取代率从 0%增至 50%时，预应力损失仅增加 10%。

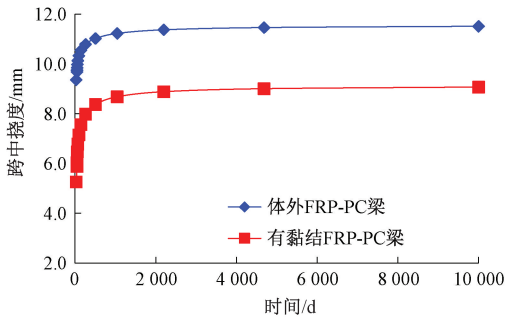


图 9　10 000 d 持续荷载下有黏结 FRP-PC 梁和体外 FRP-PC 梁长期变形计算结果[50]

Fig. 9　Calculated results of long-term deformation of bonded FRP-PC beams and externally prestressed FRP-PC beams within 10 000 days of sustained loading

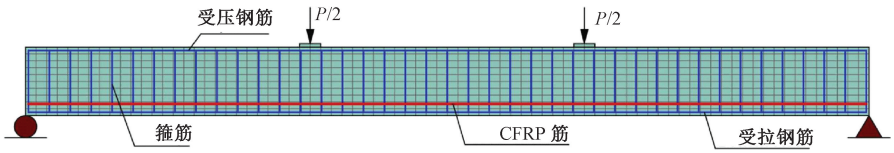
综上可见：国内外已建立的有黏结/体外 FRP-PC 梁时随有限元分析模型或程序大多采用基于 AEMM 法的混凝土徐变模型，且模型或程序的计算结果均可与已有试验值吻合较好。为开展梁长期性能的多参数分析提供了全过程时随分析方法。

4　FRP-PC 梁长期变形计算理论与简化设计方法

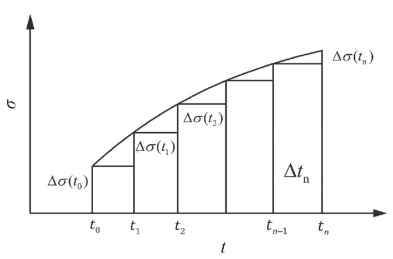
针对 FRP-PC 梁的长期变形，国内外学者提出了计算理论和简化设计方法，部分简化方法已纳入国内外现行的 FRP 混凝土结构设计标准。

4.1　计算理论

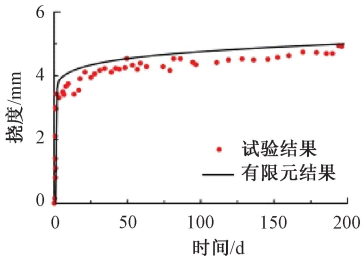
2003 年，澳大利亚新南威尔士大学 Zou 教授[44]提出了考虑混凝土收缩徐变和预应力损失的 FRP-PC 梁截面长期应变和曲率计算方法。该方法假定梁截面中和轴高度不受混凝土徐变的影响，分析过程分为以下 4 个步骤：1)计算初始时刻梁截面在恒载和预应力作用下产生的初应变；2)假定混凝土收缩徐变以及 FRP 筋松弛均自由发生，得到相应的截面附加应变和曲率；3)基于应力-应变关系将应变和曲率换算成对截面形心施加的约束力，并将约束力反向作用于换算截面上，得到时随应变增量和曲率增量；4)叠加初应变得到时随应变。2007 年，加利福尼亚大学 Karbhari 教授[64]基于平衡方程和变形协调条件(图 11)，提出了计算 CFRP/AFRP-PC 梁预应力损失的理论计算式[式(3a)]和基于截面曲率的长期变形计算式[式(3b)]。



(a) ABAQUS有限元模型



(b) 逐步计算法



(c) 有限元计算值与试验值对比

图 10 基于 ABAQUS 的 CFRP-PC 梁时随有限元分析[63]

Fig. 10 Time-dependent FEA for CFRP-PC beams based on ABAQUS

$$\Delta\sigma_{\mathrm{p}} = E_{\mathrm{p}}\{k_{\mathrm{A}}(\Delta\varepsilon_{\mathrm{cc}})_{\mathrm{free}} + y_{\mathrm{p}}\left[k_1\Delta\psi_{\mathrm{free}} + \frac{k_{\mathrm{cc}}(\Delta\varepsilon_{\mathrm{cc}})_{\mathrm{free}}}{h}\right]\} + k_{\mathrm{p}}\Delta\sigma_{\mathrm{pr}} \tag{3a}$$

$$\Delta D = \frac{l^2}{192}(\Delta\psi_1 + 6\Delta\psi_2 + 10\Delta\psi_3 + 6\Delta\psi_4 + \Delta\psi_5) \tag{3b}$$

式中:k_{p}、k_{A}、k_1、k_{cc} 为与截面形状和材料相关的系数;E_{p} 为 FRP 筋的弹性模量;E_{c} 为混凝土龄期调整有效弹性模量;$(\Delta\varepsilon_{\mathrm{cc}})_{\mathrm{free}}$ 为由混凝土徐变和收缩引起的应变变化值;y_{p} 为 FRP 筋到截面中心的垂直距离;$\Delta\psi_{\mathrm{free}}$ 为混凝土徐变和收缩引起的曲率变化值;σ_{pr} 为预应力筋松弛引起的应力损失值;h 为梁的高度;ΔD 为跨中挠度;l 为梁长。

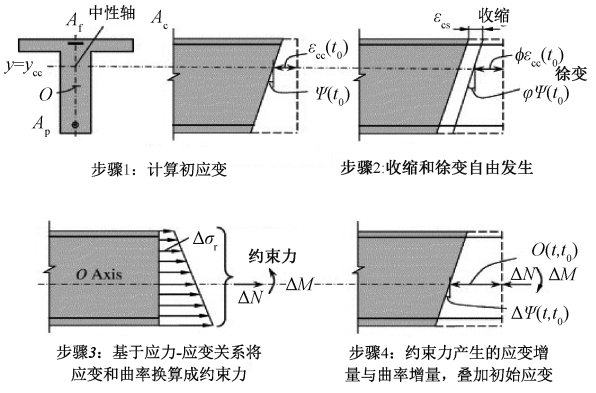


图 11 截面时随应力-应变分析[64]

Fig. 11 Analysis of cross-section stress-strain relations

2023 年,乌拉圭国立大学 Páez 教授[65]提出了考虑预应力筋和非预应力筋松弛蠕变和混凝土收缩徐变影响的 FRP-PC 梁长期变形的理论计算公式[式(4a)]。Páez 假定开裂梁的挠曲线近似满足抛物线分布,基于截面曲率分析提出了开裂 FRP-PC 梁长期变形的计算方法[式(4b)]。与 Zou 教授[44]和 Karbhari 教授[64]的分析方法相比,该方法考虑了混凝土受拉刚化。但该方法须假定梁裂缝分布范围(图 12),其准确性尚须验证。

$$\delta(x,t) = \iint_{s=0}^{s=x}\psi(s,t)\,\mathrm{d}t\mathrm{d}s + ax + c \tag{4a}$$

$$\delta_{\mathrm{M}} = \frac{(\alpha L)^2(3\alpha-2)}{12(\alpha-1)}\kappa_{\mathrm{A}} + \frac{(\alpha L)^2(3\alpha-4)}{12(\alpha-1)}\kappa_1 + \frac{L^2(6\alpha-1)(2\alpha-1)}{48}\kappa_2 - \frac{L^2(6\alpha+5)(2\alpha-1)}{48}\kappa_{\mathrm{M}} \tag{4b}$$

式中:ψ 为混凝土徐变和收缩引起的曲率;a 和 c 为系数;κ_{A}、κ_1、κ_2、κ_{M} 为曲率;δ_{M} 为梁跨中挠度;α 为支座到开裂段的距离系数;L 为梁长。

本课题组[49,58]在综合考虑预应力 FRP 筋松弛和混凝土收缩徐变耦合影响的基础上,建立了有黏结及体外 FRP-PC 梁长期变形的显式计算式,简化了长期变形的求解方法。对比分析表明计算值和试验值及本课题组提出的时随有限元程序的分析结果吻合良好(图 13)。

4.2 简化设计方法

目前,国内外标准和文献大都采用长期变形放大系数来计算 FRP-PC 梁的长期变形。长期变形放大系数可分为长期变形终值和时随两种。

ACI 440.4R-04[16]给出了只能计算 FRP-PC 梁的长期变形终值的放大系数(表 4)。

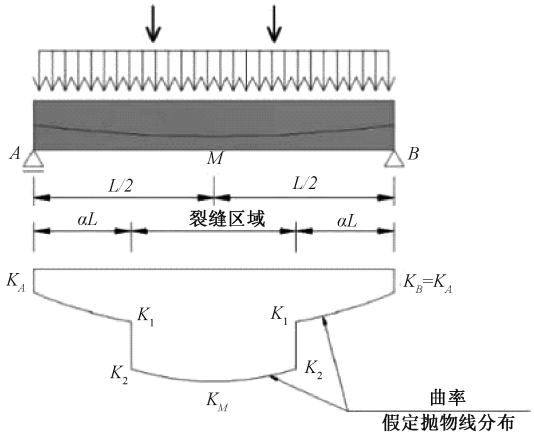
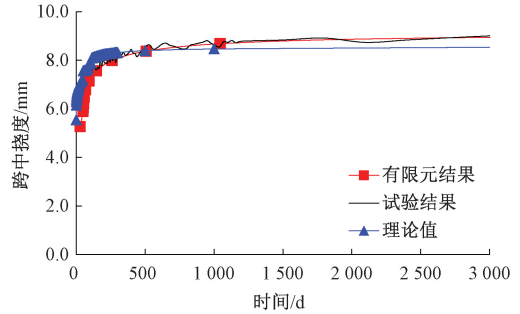
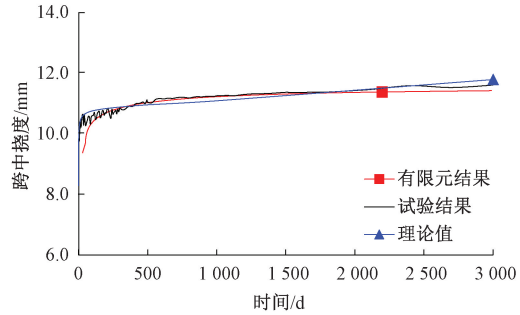


图 12　开裂梁截面跨中挠度的简化计算方法[66]

Fig. 12　The simplified calculation method for the mid-span deflection at the cross-section of a cracked beam



(a) 有黏结FRP-PC梁



(b) 体外FRP-PC梁

图 13　FRP-PC 梁理论计算结果与试验值对比[49]

Fig. 13　Comparisons of theoretical and experimental deflections for FRP-PC beams

表 4　FRP-PC 梁长期变形放大系数[16]

Table 4　Amplification factors of long-term deflections for FRP-PC beams

阶段	类型	CFRP 筋	AFRP 筋
施工阶段	自重引起的下挠	1.85	1.85
	预应力引起的上挠	1.80	2.00
最终阶段	自重引起的下挠	2.70	2.70
	预应力引起的上挠	1.00	1.00
	外荷载引起的下挠	4.10	4.00

美国 ACI 440.1R-06 标准[15]基于 ACI 318-05 标准中钢筋混凝土梁长期变形放大系数，提出了不考虑张拉控制应力影响的 FRP-PC 梁长期时随变形修正公式[式(5)]。

$$\delta_{T(ACI440)} = (1 + 0.6\lambda)\delta_{t_0} \tag{5a}$$

$$\lambda = \frac{\xi}{1 + 50\rho'} \tag{5b}$$

式中：δ_T 为总变形(考虑混凝土收缩和徐变的长期附加变形和初始变形)；λ 为长期变形放大系数；δ_{t0} 为梁初始变形；ρ'为梁受压筋配筋率；ξ 为考虑混凝土收缩徐变影响的时随系数，持荷 3 个月 $\xi=1.0$，持荷 6 个月 $\xi=1.2$，持荷 12 个月 $\xi=1.4$，持荷 5 a 或 5 a 以上 $\xi=2$。

2018 年，武汉科技大学楼铁炯教授[62]等开展了 FRP-PC 梁的时随有限元参数分析，并基于分析结果修正美国 ACI 318-14 标准中钢筋混凝土梁的长期变形放大系数[式(6)]。须要指出，相比于 ACI 318-14 中的系数，该放大系数考虑了预应力的影响，更吻合时随有限元分析结果(图 14)。

$$\lambda_\Delta = \frac{\xi_p}{1 + 50\eta_e\eta_p\rho'_s} \tag{6}$$

其中　$\xi_p = \dfrac{\xi}{\eta_p}$

$$\eta_e = \frac{E_s}{E_p}$$

$$\eta_p = \begin{cases} 1.0 & \dfrac{\sigma_{p0}}{\sigma_{pu}} \leqslant 0.4 \\ 2.5\dfrac{\sigma_{p0}}{\sigma_{pu}} & \dfrac{\sigma_{p0}}{\sigma_{pu}} > 0.4 \end{cases}$$

式中：η_P 为初始预应力(初始预应力与预应力筋抗拉强度的比值)影响系数；η_e 为预应力钢筋弹性模量和 FRP 筋弹性模量的比值；其他符号的意义参照 ACI 318-14。

本课题组基于已有的试验和时随有限元参数分析结果修正了 ACI 318-14 中的长期变形放大系数，提出了考虑预应力筋类型、非预应力受拉筋类型、混凝土强度、构件类型和配筋率等参数影响的 FRP-PC 梁长期变形放大系数时随公式[式(7)]。该公式计算的 FRP-PC 梁长期变形与试验值及有限元分析结果均吻合较好(最大误差在 11%以内[58])。该计算方法已被上海市标准 DG/TJ 08—2398《纤维增强复合材料筋混凝土结构技术标准》采纳。

$$\theta = \frac{k_1k_2k_3k_4\xi}{1 + 50m(\rho'_f + \rho'_s)} \tag{7}$$

式中：ξ 为时随变化系数；k_1 为非预应力受拉筋类型

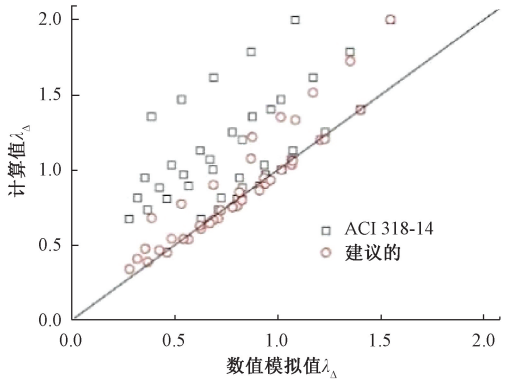


图 14 长期变形放大系数修正公式(6)与 ACI 318-14 公式计算值和有限元结果的对比[62]

Fig. 14 Comparisons of calculation results from long-term deflection amplification factor Eq (6) or ACI 318-14 and FEA results

影响系数;k_2 为混凝土强度影响系数;k_3 为预应力筋类型影响系数;k_4 为构件类型影响系数;m 为非预应力受压筋类型影响系数;ρ'_s为非预应力受压钢筋配筋率;ρ'_f为非预应力受压 FRP 筋配筋率。

综上可见,大部分 FRP-PC 梁长期变形的理论计算公式较为复杂。为此,FRP-PC 梁长期变形的预测主要采用初始变形乘以长期变形放大系数的简化计算方法,该方法也是国内外 FRP-PC 梁设计标准所采用的设计方法。

5 结论与展望

5.1 结 论

1)FRP 筋长期性能试验研究结果表明,FRP 筋蠕变与松弛的时随规律均有快速增长期和稳定期。为便于考虑 FRP 筋蠕变与松弛对预应力混凝土梁长期变形的影响,国内外现行标准给出了各类 FRP 筋的蠕变断裂系数和松弛损失率。

2)已有的试验研究表明,有黏结 FRP-PC 梁和体外 FRP-PC 梁与相应的预应力钢筋混凝土梁的长期变形具有相似时随规律,有黏结和体外 FRP-PC 梁的长期变形与初始变形之比分别约为 1.15~2.50 和 1.05~2.42。需要说明,已有的 FRP-PC 梁长期试验的持荷时间大多不超过 3 a。

3)已有的时随有限元分析方法大多基于按龄期调整有效模量法(AEMM),为分析长持荷作用下梁的长期变形提供了全过程分析方法。

4)国内外学者提出了考虑预应力 FRP 筋松弛、混凝土收缩徐变、混凝土开裂刚化等影响因素的计算理论,在此基础上提出了基于放大系数的简化计算方法,部分成果已纳入相关标准。

5.2 展 望

1)建议开展严酷环境(紫外线、干湿循环、冻融循环等)下有黏结/体外 FRP-PC 梁长期性能研究。

2)建议开展新型 FRP 筋新型混凝土梁的长期性能试验与理论研究。

参 考 文 献

[1] HOU B R, LI X G, MA X M, et al. The cost of corrosion in China [J]. npj Materials Degradation, 2017, 1(1): 1-10.

[2] GUDONIS E, TIMINSKAS E, GRIBNIAK V, et al. Frp Reinforcement for Concrete Structures: State-of-the-Art Review of Application and Design [J]. Engineering Structures and Technologies, 2014, 5(4): 147-158.

[3] ASKAR M K, HASSAN A F, AL-KAMAKI Y S S. Flexural and shear strengthening of reinforced concrete beams using FRP composites: A state of the art [J]. Case Studies in Construction Materials, 2022,17,e01189.

[4] 尹世平, 华云涛, 徐世烺. FRP 配筋混凝土结构研究进展及其应用 [J]. 建筑结构学报, 2021, 42(1): 134-150.

[5] RAFIEIZONOOZ M, KIM J-H J, VARAEE H, et al. Testing methods and design specifications for FRP-prestressed concrete members: A review of current practices and case studies [J]. Journal of Building Engineering, 2023, 73,106723.

[6] ZDANOWICZ K, KOTYNIA R, MARX S. Prestressing concrete members with fibre-reinforced polymer reinforcement: State of research [J]. Structural Concrete, 2019, 20(3): 872-885.

[7] 董志强, 吴刚. FRP 筋增强混凝土结构耐久性能研究进展 [J]. 土木工程学报, 2019, 52(10): 1-19,29.

[8] BANIBAYAT P, PATNAIK A. Creep rupture performance of basalt fiber-reinforced polymer bars [J]. Journal of Aerospace Engineering, 2015, 28(3),04014074.

[9] FERGANI H, DI BENEDETTI M, OLLER C M, et al. Long-term performance of GFRP bars in concrete elements under sustained load and environmental actions [J]. Composite Structures, 2018, 190: 20-31.

[10] TORRES L, MIAS C, TURON A, et al. A rational method to predict long-term deflections of FRP reinforced concrete members [J]. Engineering Structures, 2012, 40: 230-239.

[11] MIAS C, TORRES L, GUADAGNINI M, et al. Short and long-term cracking behaviour of GFRP reinforced concrete beams [J]. Composites Part B:Engineering, 2015, 77: 223-231.

[12] 董志强, 吴刚. 基于试验数据分析的 FRP 筋混凝土受弯构件最大裂缝宽度计算方法 [J]. 土木工程学报, 2017, 50(10): 1-8.

[13] RAO A S P, JAYARAMAN R. Creep and shrinkage analysis of partially prestressed concrete members [J]. Journal of Structural Engineering, 1989, 115(5): 1169-1189.

[14] WEN Q J. Long-term effect analysis of prestressed concrete box-girder bridge widening [J]. Construction and Building Materials, 2011, 25(4): 1580-1586.

[15] BISCHOFF P H. Deflection calculation of FRP reinforced concrete beams based on modifications to the existing Branson equation [J]. Journal of Composites for Construction, 2007, 11(1): 4-14.

[16] JAKUBOVSKIS R, KAKLAUSKAS G, GRIBNIAK V, et al. Serviceability analysis of concrete beams with different arrangements of GFRP bars in the tensile zone [J/OL]. Journal of Composites for Construction, 2014, 18(5)[2014-02-03]. https://doi.org/10.1061/(ASCE)CC.1943-5614.0000465.

[17] DILGER W H. Creep analysis of prestressed concrete structures using creep-transformed section properties [J]. PCI Journal, 1982, 27(1): 98-118.

[18] 中华人民共和国住房和城乡建设部. 纤维增强复合材料筋混凝土桥梁技术标准: CJJ/T 280—2018[S]. 北京:中国建筑工业出版社, 2018.

[19] American Concrete Institute (ACI). Guide for the design and construction of structural concrete reinforced with fiber-reinforced polymer(FRP) bars:ACI PRC-440.1-15 [S]. Farmington Hills: ACI, 2015.

[20] American Concrete Institute (ACI). 440.4R-04: Prestressing concrete structures with FRP tendons[S]. Farmington Hills: ACI,2004.

[21] Canadian Standards Association. Commentary on CSA S6: 19, Canadian Highway Bridge Design Code: 1488321604[S]. Toronto: CSA Group, 2019.

[22] ZHAO J, MEI K, WU J. Long-term mechanical properties of FRP tendon-anchor systems: A review [J]. Construction and Building Materials, 2020, 230,117017.

[23] D'ANTINO T, PISANI M A. Long-term behavior of GFRP reinforcing bars [J]. Composite Structures, 2019, 227,111283.

[24] ESMAEILI Y, MOHAMED K, NEWHOOK J, et al. Assessment of creep rupture and long-term performance of GFRP bars subjected to different environmental exposure conditions under high sustained loads [J]. Construction and Building Materials, 2021, 300,124327.

[25] NAJAFABADI E P, BAZLI M, ASHRAFI H, et al. Effect of applied stress and bar characteristics on the short-term creep behavior of FRP bars [J]. Construction and Building Materials, 2018, 171: 960-968.

[26] SOKAIRGE H, ELGABBAS F, RASHAD A, et al. Long-term creep behavior of basalt fiber reinforced polymer bars [J]. Construction and Building Materials, 2020, 260,120437.

[27] GUIMARAES, BURGOYNE. Creep behaviour of a parallel-lay aramid rope [J]. Journal of Materials Science, 1992,27:2473-2489.

[28] CHAMBERS J J, BURGOYNE C J. An experimental investigation of the stressrupture behaviour of a parallel-lay aramid rope [J]. Journal of Materials Science, 1990,25:3723-3730.

[29] YOUSSEF T, BENMOKRANE B. Creep behavior and tensile properties of GFRP bars under sustained service loads[J]. Special Publication, 2011, 275: 1-20.

[30] BENMOKRANE B, BROWN V L, MOHAMED K, et al. Creep-rupture limit for GFRP bars subjected to sustained loads [J]. Journal of Composites for Construction, 2019, 23(6),06019001.

[31] WANG X, SHI J, WU Z, et al. Creep strain control by pretension for basalt fiber-reinforced polymer tendon in civil applications [J]. Materials & Design, 2016, 89: 1270-1277.

[32] SHI J, WANG X, WU Z, et al. Creep behavior enhancement of a basalt fiber-reinforced polymer tendon [J]. Construction and Building Materials, 2015, 94: 750-757.

[33] SAADATMANESH H, TANNOUS F E. Relaxation, creep, and fatigue behavior of carbon fiber reinforced plastic tendons [J]. ACI Materials Journal, 1999, 96(2): 143-153.

[34] WANG X, SHI J, LIU J, et al. Creep behavior of basalt fiber reinforced polymer tendons for prestressing application [J]. Materials & Design, 2014, 59: 558-564.

[35] FINDLEY W N. Mechanism and mechanics of creep of plastics and stress relaxation and combined stress creep of plastics [M]. Providence: Division of Engineering, Brown University, 1960.

[36] ZAWAM M, SOUDKI K, WEST J S. Effect of prestressing level on the time-dependent behavior of GFRP prestressed concrete beams [J]. Journal of Composites for Construction, 2017, 21(4),04017001.

[37] 中国治金建设协会. 纤维增强复合材料工程应用技术标准: GB 50608—2020[S]. 北京:中国计划出版社, 2020.

[38] 上海市住房和城乡建设管理委员会. 纤维增强复合材料筋混凝土结构技术标准:DG/TJ 08—2398[S]. 上海:同济大学出版社, 2022.

[39] ZOU P X W. Long-term properties and transfer length of fiber-reinforced polymers [J]. Journal of Composites for Construction, 2003, 7(1): 10-19.

[40] HIESCH D, PROSKE T, GRAUBNER C A, et al. Theoretical and experimental investigation of the time-dependent relaxation rates of GFRP and BFRP reinforcement bars [J]. Structural Concrete, 2023, 24(2): 2800-2816.

[41] GRACE N F. Transfer length of CFRP/CFCC strands for double-T girders [J]. PCI Journal, 2000, 45(5): 110-126.

[42] BRAIMAH A, GREEN M F, SOUDKI K A. Long-term behavior of CFRP prestressed concrete beams [J]. PCI Journal, 2003, 48(2):98-107.

[43] ZOU P X W. Long-term deflection and cracking behavior of concrete beams prestressed with carbon fiber-reinforced polymer tendons [J]. Journal of Composites for Construction, 2003, 7(3): 187-193.

[44] ZOU P X W. Theoretical study on short-term and long-term deflections of fiber reinforced polymer prestressed concrete beams [J]. Journal of Composites for Construction, 2003, 7(4): 285-291.

[45] TERRASI G, MEIER U, AFFOLTER C. Long-term bending creep behavior of thin-walled CFRP tendon pretensioned spun concrete poles [J]. Polymers, 2014, 6(7): 2065-2081.

[46] SOVJAK R, HAVLASEK P, VITEK J. Long-term behavior of concrete slabs prestressed with CFRP rebars subjected to four-point

bending [J]. Construction and Building Materials, 2018, 188: 781-792.

[47] PAVLOVIĆ A, DONCHEV T, PETKOVA D, et al. Short- and long-term prestress losses in basalt FRP prestressed concrete beams under sustained loading [J]. Journal of Composites for Construction, 2022, 26(6),04022069.

[48] ZAWAM M, SOUDKI K, WEST J S. Factors affecting the time-dependent behaviour of GFRP prestressed concrete beams [J]. Journal of Building Engineering, 2019, 24,100715.

[49] 薛伟辰,刘婷,严大威,等. 有粘结预应力 FRP 筋混凝土梁长期性能试验研究 [R]. 上海:同济大学,2023.

[50] XUE W C, LIU T. Time-dependent behavior of concrete beams externally prestressed with carbon fiber-reinforced polymer tendons for 1 000 days [J]. ACI Structural Journal, 2021, 118(3): 15-26.

[51] 曹国辉, 方志. 体外 CFRP 筋预应力混凝土箱梁长期受力性能试验研究 [J]. 土木工程学报, 2007(2): 18-24.

[52] 曹国辉, 方志. 体外配置 CFRP 筋预应力混凝土箱梁收缩徐变效应分析 [J]. 铁道学报, 2008, 30(6): 131-136.

[53] 李红芳. 配置体外 CFRP 预应力筋混凝土梁的受力性能研究 [D]. 长沙: 湖南大学, 2008.

[54] SHI J, WANG X, WU Z, et al. Long-term mechanical behaviors of uncracked concrete beams prestressed with external basalt fiber-reinforced polymer tendons [J]. Engineering Structures, 2022, 262,114309.

[55] ZAWAM M H M. Long-term behaviour of GFRP prestressed concrete beams [D]. Waterloo: The University of Waterloo, 2015.

[56] BRAIMAH A, GREEN M F, SOUCLKI K A. Long-term behavior of CFRP prestressed concrete beams [J]. PCI Journal, 2003, 48(2): 98-107.

[57] SAIEDI R, GREEN M F, FAM A. Behavior of CFRP-prestressed concrete beams under sustained load at low temperature [J]. Journal of Cold Regions Engineering, 2013, 27(1): 1-15.

[58] 薛伟辰,刘婷,严大威,等. 体外预应力 FRP 筋混凝土梁长期性能试验研究 [R]. 上海:同济大学, 2023.

[59] BAZANT Z P. Prediction of concrete creep and shrinkage: past, present and future [J]. Nuclear Engineering and Design, 2001, 203(1): 27-38.

[60] LOU T J, LOPES S M R, LOPES A V. Time-dependent behavior of concrete beams prestressed with bonded AFRP tendons [J]. Composites Part B: Engineering, 2016, 97: 1-8.

[61] LOU T J, KARAVASILIS T L. Time-dependent assessment and deflection prediction of prestressed concrete beams with unbonded CFRP tendons [J]. Composite Structures, 2018, 194: 365-376.

[62] 刘婷. 新型预应力混凝土梁长期性能试验与理论研究 [D]. 上海: 同济大学, 2012.

[63] LIU X, YU W, HUANG Y, et al. Long-term behaviour of recycled aggregate concrete beams prestressed with carbon fibre-reinforced polymer (CFRP) tendons [J]. Case Studies in Construction Materials, 2023, 18,e01785.

[64] YOUAKIM S A, KARBHARI V M. An approach to determine long-term behavior of concrete members prestressed with FRP tendons [J]. Construction and Building Materials, 2007, 21(5): 1052-1060.

[65] PÁEZ P M. A simplified approach to determine the prestress loss and time-dependent deflection in cracked prestressed concrete members, prestressed with fiber reinforced polymers or steel tendons [J]. Engineering Structures, 2023, 279,115523.