文章编号:1003－207(2021)09－0102－09
DOI:10.16381/j.cnki.issn1003－207x.2019.0315

具有电力存储设备的实时需求响应与能量调度

朱红波[1,2],刘长平[2,3],冯 雪[4],刘松涛[5],王宗尧[2,3]

(1.淮阴工学院数理学院,江苏 淮安 223003;2.江苏智能工厂工程研究中心,江苏 淮安 223003;
3.淮阴工学院管理工程学院,江苏 淮安 223003;
4.空军航空大学航空基础学院,吉林 长春 130022;
5.江苏省水文水资源勘测局淮安分局,江苏 淮安 223001)

摘 要:实时需求响应与能量调度是智能电网中调节电力供需平衡的理想手段,其实施必然对用户的用电行为和电网的运行与管理产生深远影响。本文考虑用户具有多个可充、放电的电力存储设备,兼顾供电商发电量平稳的需求,在社会福利最大化模型的基础上,建立一个实时需求响应与能量调度的优化模型。给出模型的对偶问题,在满足强对偶性的前提下,可以通过求解对偶问题得到原问题的最优解,并确定可供用户与供电商参考的实时电价。在对偶问题中,问题可以分解为用户侧和供电侧两类子问题。进而设计分布式实时需求响应算法,并证明了算法的收敛性,供电侧与用户侧通过信息互动求得最优解。仿真结果验证了模型的合理性和算法的可行性。

关键词:智能电网;需求响应;电力存储设备;分布式算法
中图分类号:TM73;O22 **文献标识码**:A

1 引言

智能电网是电力网络系统的智能化,其建立在高度集成的双向通信网络信息系统基础上,通过先进的技术设备、控制理论方法等,实现电网安全可靠、经济高效、环境友好和安全使用的目标[1]。电力系统要求供需实时平衡,随着可再生能源容量快速上升,特别是其随机波动性并网,对电力系统安全、高效运行带来了巨大的挑战。另一方面,相对较短的用电尖峰时刻消耗着较大比例的电力资源和成本,事实上电力成本主要取决于耗电的尖峰时刻,解决这一问题的有效措施是削峰填谷。因此,仅依靠供给侧的调节能力很难完全实现供需平衡,由此推动了现代智能电网环境下的新型管理问题:需求侧管理(Demand Side Management)。所谓需求侧管理,是指供电侧和需求侧之间相互协作以调节用户的用电时间和方式,达到削峰填谷,增加用电效率,在保证用电效用前提下减少电力消耗,达到节约能源的管理活动。

需求侧管理问题是目前学者们的研究重点。从宏观角度,兼顾供电侧与需求侧的利益,Mohsenian－Rad 等[2－4]建立智能电网下的社会福利最大化模型,在考虑供电商供电成本的同时兼顾用户用电效用,能充分调动用户参与电力运行的积极性。在此模型基础上考虑不同情况得到了很多扩展形式。Song Xin 和 Qu Jiayu[5]将原有的优化模型中的二次效用函数替换为对数效用函数,利用对偶次梯度算法进行求解。Asadi 等[6]考虑了一个供电商多类用户的情况,用户包括商业用户和居民用户,不同类型用户电价不同。朱红波等[7]考虑用户电力总需求的动态变化,改进已有的在线实时电价风险模型中的用电风险项,将个体用户的用电量波动调整为全体用户电量总需求的波动,建立社会福利最大化模型。

这些研究均将实时需求响应与能量调度问题离散为某个时刻的单阶段问题予以考虑,下一时刻的电价、用电量和生产电量的取值以及变化趋势没有得到充分体现[2－10]。学者考虑时刻间具有关联性,建立多个时刻的社会福利最大化模型,深入研究实

收稿日期:2019－03－10;**修订日期**:2019－10－31
基金项目:江苏省社会科学基金资助项目(19GLB022);国家社会科学基金资助项目(17BSH040);教育部人文社会科学基金资助项目(16YJA630032)
通讯作者简介:朱红波(1981—),女(汉族),吉林蛟河人,淮阴工学院数理学院,副教授,博士,研究方向:智能电网优化与控制、需求侧管理,E-mail:zhb8151@hyit.edu.cn.

时需求响应与能量调度策略[11-16]。Qian Liping 等[11]将居民用户的家用电器进行分类,考虑到家用电器运行具有连续性,建立多个时刻的社会福利最大化模型,运用模拟退火算法求解实时电价定价策略。Chang 等[12]针对半弹性家用电器的运行时间、等待时间以及何时开启等要素建立多阶段的马尔可夫模型,利用动态规划方法进行求解。Zhu Hongbo 等[13]将智能家用电器进行分类,考虑多个时刻用电量间的相互关联性,建立了一个周期的期望社会福利最大化模型。

在智能电网环境下,借助于电力调度器,用户的电力存储设备参与到电网运行中,可以大大提高电力的使用效率。针对多阶段的智能电网储能控制问题,在考虑业务需求和用户行为的随机分布特性,以及储能设备的充放电特性的基础上,计鹿飞等[17]建立了基于半马尔可夫控制过程的系统分析模型和策略优化框架。禹威威等[18]以系统的总运行费用及与电网的交换电量最小为目标,综合考虑功率平衡、储能的荷电状态、可转移负荷的时间范围、电动汽车的充电时间等约束条件,构建了在分时电价和需求侧响应机制下的光伏微电网多目标优化模型。

电力存储设备充、放电的特性,使得用户多个时刻的用电量间密切相关、不可分割。在考虑需求侧用户多个时刻间用电量关联性的同时,供电商作为智能电网的供电侧,其生产电量的相互关联性也不容忽略,而这方面的研究较少。一般情况下,供电商的供电量是趋于平稳的,这就使得供电尖峰时刻对电网的安全运营带来了很大的威胁。为了缓解供电商供电压力同时兼顾生产电量的波动幅度不能过大,一方面可以通过实时需求响应与能量调度,达到削峰填谷的目的,另一方面,需要在模型中加入生产电量的前后关联性,有利于确保生产电量的平稳性。

本文从全局考虑充分利用供电商及用户间的双向影响,以充分调动用户积极性,实现削峰填谷为目标,考虑用户具有多个充、放电的电力存储设备,兼顾供电商发电量平稳的需求,在社会福利最大化模型的基础上,建立多时刻的实时需求响应与能量调度的优化模型。证明了模型存在唯一的全局最优解。给出模型的对偶问题,在满足强对偶性的前提下,可以通过求解对偶问题得到原问题的最优解,并确定可供用户与供电商参考的实时电价。在对偶领域将问题分解为用户侧和供电侧两类子问题,进而设计分布式实时需求响应算法,并证明了算法的收敛性。通过供电侧与用户侧的信息互动求得最优解,有效的保护用户隐私,同时又提高运算效率。

2　预备知识

考虑一个微网系统,其含有一个供电商和多个用户。每个用户均配备嵌有电力消耗控制器(ECC)的智能电表,ECC 的作用是控制用户的电力消耗,并相互连通实时交换信息,实现供电侧和需求侧以及需求侧用户之间的信息互动。每个用户均有若干个电力存储设备。将用户的时间周期划分为 K 个时刻,每个时刻 $k \in \mathbb{K}$,$\mathbb{K}=\{1,2,\cdots,K\}$ 是时刻的集合。按照不同用户的电量需求形式可以做任意划分,可选取 60 分钟,30 分钟,15 分钟等间隔均分,也可以在用电高峰期更加细分,时间段的划分对模型没有影响。用户数量为 N 个,每个用户 $i \in \mathbb{N}=\{1,2,\cdots,N\}$。

2.1　电力存储设备

电动汽车、蓄电池等都可列为电力存储设备,它们具有既可以充电同时又可以放电的特性。假设用户具备 Q 个存储设备,设备集合 $\mathbb{Q}=\{1,2,\cdots,Q\}$,每个设备 $q \in \mathbb{Q}$。令 $C_i^{q,\max}$ 表示用户 i 第 q 个存储设备的最大容量,且 $C_i^{q,min}$ 为最小存储电量。第 k 时段的充电量记为 $y_{i,k}^{q,c}$,放电量记为 $y_{i,k}^{q,d}$。当 $y_{i,k}^{q,c}=y_{i,k}^{q,d}=0$ 时,设备处于闲置状态。$C_{i,k}^q$ 表示第 k 时刻设备存储的电量,$C_{i,0}^q$ 为初始电量,有:

$$C_{i,k}^q = C_{i,0}^q + \sum_{\tau=1}^{k-1}(y_{i,\tau}^{q,c} - y_{i,\tau}^{q,d}), i \in \mathbb{N}, k \in \mathbb{K}, q \in \mathbb{Q}, \tag{1}$$

且有:

$$C_i^{q,\min} \leqslant C_{i,k}^q \leqslant C_i^{q,\max}, i \in \mathbb{N}, k \in \mathbb{K}, q \in \mathbb{Q}. \tag{2}$$

假定设备充电功率为 $g_i^{q,c}$,放电功率为 $g_i^{q,d}$,则第 k 时刻的充电量范围为:

$$0 \leqslant y_{i,k}^{q,c} \leqslant \min\{g_i^{q,c}, C_i^{q,\max} - C_{i,k}^q\},\ i \in \mathbb{N}, k \in \mathbb{K}, q \in \mathbb{Q}. \tag{3}$$

公式(3)等价于如下两个约束:

$$0 \leqslant y_{i,k}^{q,c} \leqslant g_i^{q,c}, i \in \mathbb{N}, k \in \mathbb{K}, q \in \mathbb{Q}, \tag{4}$$

$$y_{i,k}^{q,c} \leqslant C_i^{q,\max} - C_{i,k}^q, i \in \mathbb{N}, k \in \mathbb{K}, q \in \mathbb{Q}. \tag{5}$$

放电量范围为:

$$0 \leqslant y_{i,k}^{q,d} \leqslant \min\{g_i^{q,d}, C_{i,k}^q\} i \in \mathbb{N}, k \in \mathbb{K}, q \in \mathbb{Q}. \tag{6}$$

公式(6)等价于如下两个约束:

$$0 \leqslant y_{i,k}^{q,d} \leqslant g_i^{q,d}, i \in \mathbb{N}, k \in \mathbb{K}, q \in \mathbb{Q}, \tag{7}$$

$$y_{i,k}^{q,d} \leqslant C_{i,k}^q, i \in \mathbb{N}, k \in \mathbb{K}, q \in \mathbb{Q}. \tag{8}$$

假定用户 i 第 k 时刻用电器的总体用电量为 x_i^k，在每一时段的电量消耗是有界的，即有：

$$x_i^k \in \mathbb{X} = [m_i^k, M_i^k], i \in \mathbb{N}, k \in \mathbb{K}, \tag{9}$$

其中 m_i^k 为日常生活中第 k 时段必须运行的设备所需用电量，M_i^k 为所有设备开启所需用电量。考虑 Q 个充电设备，用户 i 每个时刻的实际用电量为：

$$s_i^k = x_i^k + \sum_{q=1}^{Q}(y_{i,k}^{q,c} - y_{i,k}^{q,d}), i \in \mathbb{N}, k \in \mathbb{K}, q \in \mathbb{Q}. \tag{10}$$

2.2 用户效用函数

电力系统中的每个用户都是一个独立的个体，电量需求可以用不同的参数来刻画，引入经济学中的效用函数 $U_i(x_i^k, w_i^k)$ 来表示用户 i 在第 k 时刻消耗 x_i^k 单位电量所获得的满意程度。弹性系数 w_i^k 反映了用户的用电弹性。根据用户的实际效用来选取效用函数，但要满足两个基本假设：(1)非递减函数；(2)边际效用递减。通常选取二次函数如下[2−4, 6−10]：

$$U_i(x_i^k, w_i^k) = \begin{cases} w_i^i x_i^k - \dfrac{\alpha_i}{2}(')2, & 0 \leqslant x_i^k \leqslant \dfrac{w_i^k}{\alpha_i}, \\ \dfrac{(w_i^k)^2}{2\alpha_i}, & x_i^k \geqslant \dfrac{w_i^k}{\alpha_i}, \end{cases} \tag{11}$$

其中 $i \in \mathbb{N}, k \in \mathbb{K}$ 且 $\alpha_i > 0$ 为给定的已知参数。

2.3 用户存储设备成本及供电商发电成本

用户存储设备受到电池寿命，充放电的深度及速率等因素影响，具有一定的成本，参考文献[19]，令 $D_{i,k}^q(y_{i,k}^{q,c}, y_{i,k}^{q,d})$ 为电力存储设备的成本函数，则：

$$D_{i,k}^q(y_{i,k}^{q,c}, y_{i,k}^{q,d}) = \xi_{i,1}^q[(y_{i,k}^{q,c})^2 + (y_{i,k}^{q,d})^2] + \xi_{i,2}^q(y_{i,k-1}^{q,d} y_{i,k}^{q,c} + y_{i,k-1}^{q,c} y_{i,k}^{q,d}) + \xi_{i,3}^q, \tag{12}$$

其中，$\xi_{i,1}^q$ 为快速充放电成本系数，$\xi_{i,2}^q$ 为充放电周期成本系数，$\xi_{i,3}^q$ 为考虑电池寿命以及环境等因素带来的成本。

在每一时段的开始时刻，供电商和用户相互交换信息，供电商的生产电量确定下来。一般来说，供电商有义务满足用户的最低用电需求。如用 G_k 表示供电商在第 k 时刻所提供的电量，则：

$$G_k \in \mathbb{G} = [G_k^{\min}, G_k^{\max}], \tag{13}$$

其中 $G_k^{\min} = \sum_{i \in \mathbb{N}} m_i^k, G_k^{\max} = \sum_{i \in \mathbb{N}} M_i^k, \forall k \in \mathbb{K}$。$D_k(G_k)$ 表示生产 G_k 单位电量所用的成本，$D_k(G_k)$ 应满足单调增加且为凸函数。在电力系统分析中，成本函数目前普遍使用二次函数[2−10]如下：

$$D_k(G_k) = a_k G_k{}^2 + b_k G_k + c_k, \tag{14}$$

其中 $a_k > 0, b_k, c_k \geq 0$ 是已知参数。

3 实时电价优化模型

从全社会总福利角度出发，考虑用户具有多个充、放电的电力存储设备，兼顾供电商发电量平稳的需求，建立多个时刻的实时需求响应与能量调度的优化模型如下：

$$\max_{\substack{x_i^k \in \mathbf{X}, G_k \in \mathbf{G} \\ y_{i,k}^{q,c} \in Y_C, y_{i,k}^{q,d} \in Y_D \\ i \in \mathbb{N}, k \in \mathbf{K}, q \in \mathbb{Q},}} \sum_{k=1}^{K}[\sum_{i=1}^{N}[U_i(x_i^k, w_i^k) - \sum_{q=1}^{Q} D_{i,k}^q(y_{i,k}^{q,c}, y_{i,k}^{q,d})] - D_k(G_k)] \tag{15}$$

$$\text{s.t. } C_{i,k}^q = C_{i,0}^q + \sum_{\tau=1}^{k-1}(y_{i,\tau}^{q,c} - y_{i,\tau}^{q,d}), i \in \mathbb{N}, k \in \mathbb{K}, q \in \mathbb{Q}, \tag{15.1}$$

$$0 \leqslant y_{i,k}^{q,c} \leqslant C_i^{q,\max} - C_{i,k}^q, i \in \mathbb{N}, k \in \mathbb{K}, q \in \mathbb{Q}. \tag{15.2}$$

$$0 \leqslant y_{i,k}^{q,d} \leqslant C_{i,k}^q, i \in \mathbb{N}, k \in \mathbb{K}, q \in \mathbb{Q}. \tag{15.3}$$

$$\sum_{i=1}^{N}(x_i^k + \sum_{q=1}^{Q}(y_{i,k}^{q,c} - y_{i,k}^{q,d})) \leqslant G_k, k \in \mathbb{K}, \tag{15.4}$$

$$|G_{k+1} - G_k| \leqslant R_k, k \in \mathbb{K}. \tag{15.5}$$

模型中全局变量为 x_i^k 和 G_k，变化范围满足约束(9)和(13)，即 $x_i^k \in \mathbb{X}, G_k \in \mathbb{Q}$。局部变量为 $y_{i,k}^{q,c}$ 和 $y_{i,k}^{q,d}$，变化范围满足约束(4)和(7)，记 $Y_C = [0, g_i^{q,c}], Y_D = [0, g_i^{q,d}]$。中间变量 $C_{i,k}^q$ 表达式为(15.1)，变化范围满足约束(2)。用户 i 第 k 时刻在有电力存储设备基础上的实际总用电量 s_i^k 表示为(10)，即从供电公司购买的电量。约束条件(15.4)确保了用户总体用电量不会超过供电商的总体供电量，不会出现断电现象。约束条件(15.5)建立了供电商供电前后时刻的关联性，参数 R_k 的取值确保了生产电量的波动幅度，根据实际生产能力实时调节 R_k 的值，确保生产电量满足用户用电需求的同时兼顾生产能力的限制。

若用户的电力存储设备不工作，则优化模型退化为经典的社会福利最大化模型：

$$\max \sum_{k=1}^{K}\Big[\sum_{i=1}^{N} U_i(x_i^k, w_i^k) - D_k(G_k)\Big] \tag{16}$$

$$\text{s.t. } \sum_{i=1}^{N} x_i^k \leqslant G_k, \tag{16.1}$$

$$|G_{k+1} - G_k| \leqslant R_k. \tag{16.2}$$

定理 1 优化问题(15)中效用函数 $U_i(x_i^k, w_i^k)$ 由(11)给出，电力存储设备的成本函数 $D_{i,k}^q(y_{i,k}^{q,c},$

$y_{i,k}^{q,d}$) 表示为(12),供电商的成本函数 $D_k(G_k)$ 为(14),则优化问题(15)存在唯一的全局最优解。

证明:由函数 $U_i(x_i^k,w_i^k)$,$D_{i,k}^q(y_{i,k}^{q,c},y_{i,k}^{q,d})$,$D_k(G_k)$,$i\in\mathbb{N}$,$k\in\mathbb{K}$,$q\in\mathbb{Q}$ 的定义知,$U_i(x_i^k,w_i^k)$,$i\in\mathbb{N}$,$k\in\mathbb{K}$,是严格凹函数,$D_{i,k}^q(y_{i,k}^{q,c},y_{i,k}^{q,d})$,$i\in\mathbb{N}$,$k\in\mathbb{K}$,$q\in\mathbb{Q}$ 是严格凸函数,$D_k(G_k)$,$k\in\mathbb{K}$是严格凸函数,则问题优化(15)的目标函数 $\sum_{k=1}^{K}[\sum_{i=1}^{N}[U_i(x_i^k,w_i^k)-\sum_{q=1}^{Q}D_{i,k}^q(y_{i,k}^{q,c},y_{i,k}^{q,d})]-D_k(G_k)]$ 是一个严格凹函数,则(15)是求解一个严格凹函数的最大值问题。另外,变量的变化范围 $x_i^k\in\mathbb{X}$,$G_k\in\mathbb{G}$,$y_{i,k}^{q,c}\in\mathbb{Y}_C$,$y_{i,k}^{q,d}\in\mathbb{Y}_D$,约束条件(15.1)—(15.5)都是仿射的,这保证了可行域是非空闭凸集,从而问题(15)是一个凸规划问题而且是一个严格凸规划问题。对于严格凸规划问题(15),显然可行域内存在内点,即存在可行解满足 Slater 条件,从而问题(15)存在唯一的全局最优点。

问题(15)是求最大值的凸优化问题,可以利用凸规划技巧进行求解,如集中式算法。但是,一方面,集中式算法中供电商需要收集用户的所有信息,包括具体的效用函数,电力存储设备的成本函数等。这涉及到用户的隐私,数据不易收集。另一方面,所有数据都集中在供电侧进行求解,用户数量的增加将会导致信息量倍增,直接影响模型的求解速度[20];同时若收集的数据有误,则会影响全局变量的精确性[21]。

最重要的是模型要实现实时需求响应与能量调度,不仅仅要知道各个时刻用户的具体用电量、供电商的生产电量,更关键的是确定实时电价。实时电价不但可以为供电商制定策略做参考,同时可以有效地调动用户参与电力运行的积极性,是一个必不可少的重要指标。确定实时电价不是直接求解社会福利最大化模型,而是依据它来确定电量的影子价格,即求优化问题(15)的拉格朗日乘子。

对偶方法是最优化中一个重要方法,起源于线性规划,而后发展为求解一般的非线性优化问题,对偶方法不仅可以求解优化问题的决策变量,同时还可以附带求解拉格朗日乘子[22-23]。因此,关于社会福利最大化实时电价模型的求解目前都采用对偶方法[2-10]。

进一步,模型中电力存储设备的成本函数考虑了前后两时刻间充放电的关联性,保证供电平稳性,建立了供电量前后的关联性,实际上问题是一个时间耦合优化问题;此外,每个时刻所有用户的用电量不能超过生产电量,这样问题(15)是一个时间空间耦合优化问题,耦合约束的复杂性也加大了问题的求解难度。

对偶分解的方法可以求解这种复杂的耦合优化问题。在对偶领域,问题(15)可以分解为一系列独立的子问题,以分布式的形式求解每个时刻供电侧的最佳生产电量,以及用户侧的最佳用电量、电力存储设备的充、放电量。不需要分享用户的隐私信息确保了算法的可行性。下面详细介绍对偶次梯度算法。首先,给出问题(15)的 Lagrange 函数:

$$\begin{aligned}
&L(X,Y^c,Y^d,G,\lambda,\mu,\upsilon,\theta)\\
&=\sum_{k=1}^{K}[\sum_{i=1}^{N}[U_i(x_i^k,w_i^k)\\
&-\sum_{q=1}^{Q}D_{i,k}^q(y_{i,k}^{q,c},y_{i,k}^{q,d})]-D_k(G_k)]\\
&+\sum_{k=1}^{K}\lambda_k(G_k-\sum_{i=1}^{N}(x_i^k+\sum_{q=1}^{Q}(y_{i,k}^{q,c}-y_{i,k}^{q,d})))\\
&+\sum_{k=1}^{K}\sum_{i=1}^{N}\sum_{q=1}^{Q}\mu_i^{k,q}(C_i^{q,\max}-C_{i,k}^q-y_{i,k}^{q,c})\\
&+\sum_{k=1}^{K}\sum_{i=1}^{N}\sum_{q=1}^{Q}\upsilon_i^{k,q}(C_{i,k}^q-y_{i,k}^{q,d})+\theta\begin{bmatrix}I_bG-R\\-I_bG-R\end{bmatrix},
\end{aligned}\tag{17}$$

其中 $\lambda_k,\mu_i^{k,q},\upsilon_i^{k,q},\theta\geqslant 0$,$i\in\mathbb{N}$,$k\in\mathbb{K}$,$q\in\mathbb{Q}$ 为拉格朗日乘子,定义拉格朗日乘子矩阵 $\mu\triangleq[\mu_i^{k,q}]_{i\in\mathbb{N},k\in\mathbf{K},q\in\mathbb{Q}}$,$\upsilon\triangleq[\upsilon_i^{k,q}]_{i\in\mathbb{N},k\in\mathbf{K},q\in\mathbb{Q}}$,$\lambda\triangleq[\lambda_k]_{k\in\mathbf{K}}$,$\theta=[\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_{2(K-1)}]$,分别对应于约束条件(15.2)—(15.5)。全局约束(15.4)对应的拉格朗日乘子 λ_k,$k\in\mathbb{K}$,在经济中称之为影子价格,本文则表示模型中第 k 时刻的实时电价。其余辅助拉格朗日乘子 $\mu_i^{k,q},\upsilon_i^{k,q},\theta\geqslant 0$,$i\in\mathbb{N}$,$k\in\mathbb{K}$,$q\in\mathbb{Q}$ 不具有实际意义。另外,Lagrange 函数中的其他变量定义为 $X\triangleq[x_i^k]_{i\in\mathbb{N},k\in\mathbf{K}}$,$Y^c\triangleq[y_{i,k}^{q,c}]_{i\in\mathbb{N},k\in\mathbf{K},q\in\mathbb{Q}}$,$Y^d\triangleq[y_{i,k}^{q,d}]_{i\in\mathbb{N},k\in\mathbf{K},q\in\mathbb{Q}}$,$G\triangleq[G_k]_{k\in\mathbf{K}}^T$ 是一个长度为 K 的列向量,$R=[R_1,R_2,\cdots,R_{K-1}]^T$ 是一个长度为 $K-1$ 的列向量,I_b 是一个对角元素为 1 和 -1 的 $(K-1)\times K$ 双对角矩阵。

将 Lagrange 函数变形改写为如下形式:

$$\begin{aligned}
&L(X,Y^c,Y^d,G,\lambda,\mu,\upsilon,\theta)\\
&=\sum_{k=1}^{K}\sum_{i=1}^{N}\Big[U_i(x_i^k,w_i^k)-\sum_{q=1}^{Q}D_{i,k}^q(y_{i,k}^{q,c},y_{i,k}^{q,d})\Big]\\
&+\sum_{k=1}^{K}\sum_{i=1}^{N}\sum_{q=1}^{Q}\mu_i^{k,q}(C_i^{q,\max}-C_{i,k}^q-y_{i,k}^{q,c})\\
&+\sum_{k=1}^{K}\sum_{i=1}^{N}\sum_{q=1}^{Q}\upsilon_i^{k,q}(C_{i,k}^q-y_{i,k}^{q,d})\\
&+\sum_{k=1}^{K}\lambda_kG_k-\sum_{k=1}^{K}C_k(G_k)+\theta\begin{bmatrix}I_bG-R\\-I_bG-R\end{bmatrix}.
\end{aligned}\tag{18}$$

根据 Lagrange 乘子 $\lambda,\mu,\upsilon,\theta$ 求变量 X,Y^c,Y^d,G 的最大值，给出如下对偶函数：

$$T(\lambda,\mu,\upsilon,\theta)=\max_{\substack{x_i^k\in\mathbf{X},G_k\in\mathbb{Q}\\ y_{i,k}^{q,c}\in Y_C,y_{i,k}^{q,d}\in Y_D\\ i\in\mathbb{N},k\in\mathbf{K},q\in\mathbb{Q},}} L(X,Y^c,Y^d,G,\lambda,\mu,\upsilon,\theta)=\sum_{i=1}^{N}R_i(\lambda,\mu,\upsilon,\theta)+S(\lambda,\mu,\upsilon,\theta),\tag{19}$$

其中，

$$\begin{aligned}R_i(\lambda,\mu,\upsilon,\theta)=&\max_{\substack{x_i^k\in\mathbf{X}\\ y_{i,k}^{q,c}\in\mathbf{Y}_C,y_{i,k}^{q,d}\in\mathbf{Y}_D\\ i\in\mathbb{N},k\in\mathbf{K},q\in\mathbb{Q},}}\sum_{k=1}^{K}\Big[U_i(x_i^k,w_i^k)-\sum_{q=1}^{Q}D_{i,k}^q(y_{i,k}^{q,c},y_{i,k}^{q,d})\Big]\\&-\sum_{k=1}^{K}\lambda_k\Big(x_i^k+\sum_{q=1}^{Q}(y_{i,k}^{q,c}-y_{i,k}^{q,d})\Big)\\&+\sum_{k=1}^{K}\sum_{q=1}^{Q}\mu_i^{k,q}(C_i^{q,\max}-C_{i,k}^q-y_{i,k}^{q,c})\\&+\sum_{k=1}^{K}\sum_{q=1}^{Q}\upsilon_i^{k,q}(C_{i,k}^q-y_{i,k}^{q,d}),\end{aligned}\tag{20}$$

$$S(\lambda,\mu,\upsilon,\theta)=\max_{G_k\in\mathbf{G},k\in\mathbf{K}}\sum_{k=1}^{K}\lambda_kG_k-\sum_{k=1}^{K}D_k(G_k)+\theta\begin{bmatrix}I_bG-R\\-I_bG-R\end{bmatrix}.\tag{21}$$

则凸优化问题(15)的等价对偶问题为：

$$\min_{\lambda,\mu,\upsilon,\theta}T(\lambda,\mu,\upsilon,\theta)\tag{22}$$

$$\text{s.t. }\lambda_k,\mu_i^{k,q},\upsilon_i^{k,q}\geqslant 0,\forall\, i\in\mathbb{N},k\in\mathbb{K},q\in\mathbb{Q}.\tag{22.1}$$

对偶函数 $T(\lambda,\mu,\upsilon,\theta)$ 可以被分解为两类子问题：一类是用户侧问题(20)，每个用户独立求解用电量以及电力存储设备的充、放电量；一类是供电侧问题(21)，供电商可以求解出生产电量。

定理 2 问题(15)具有强对偶性。

证明：问题(15)的目标函数是求解凹函数的最大值，等价于求解凸函数的最小值。且约束条件(15.1)－(15.5)都是仿射的。可知凸优化问题(15)满足强对偶性[24]。

由于强对偶性是满足的，所以我们可以通过求解对偶问题(22)得到原问题(15)的最优解。利用对偶次梯度投影方法，对偶问题(22)的拉格朗日乘子可以采用下面的方式更新迭代：

$$\begin{aligned}\mu_{i,\tau+1}^{k,q}&=\Big[\mu_{i,\tau}^{k,q}-\beta\frac{\partial D(\lambda,\mu,\upsilon,\theta)}{\partial\mu^{\tau}}\Big]^{+}\\&=\big[\mu_{i,\tau}^{k,q}+\beta(C_{i,k}^q+y_{i,k}^{q,c}-C_i^{q,\max})\big]^{+},\end{aligned}\tag{23}$$

$$\begin{aligned}\upsilon_{i,\tau+1}^{k,q}&=\Big[\upsilon_{i,\tau}^{k,q}-\gamma\frac{\partial D(\lambda,\mu,\upsilon,\theta)}{\partial\upsilon_{i,\tau}^{k,q}}\Big]^{+}\\&=\big[\upsilon_{i,\tau}^{k,q}+\gamma(y_{i,k}^{q,d}-C_{i,k}^q)\big]^{+},\end{aligned}\tag{24}$$

$$\begin{aligned}\lambda_{k,\tau+1}&=\Big[\lambda_{k,\tau}-\alpha\frac{\partial D(\lambda,\mu,\upsilon,\theta)}{\partial\lambda_{k,\tau}}\Big]^{+}\\&=\Big[\lambda_{k,\tau}+\alpha\Big(\sum_{i=1}^{N}\Big(x_i^k+\sum_{q=1}^{Q}(y_{i,k}^{q,c}-y_{i,k}^{q,d})\Big)-G_k\Big)\Big]^{+},\end{aligned}\tag{25}$$

$$\theta^{\tau+1}=\theta^{\tau}+\sigma\begin{bmatrix}I_bG-R\\-I_bG-R\end{bmatrix}^{T},\tag{26}$$

其中，下标 τ 为迭代次数，且 $[x]^+=\max\{x,0\}$，$\alpha,\beta,\gamma,\sigma$ 为迭代步长。

针对本文模型，在对偶次梯度算法基础上，我们设计了分布式实时需求响应算法，具体包括以下两个部分：

1) 算法 A：适合于用户侧

算法 A. 分布式实时需求响应算法(用户侧)	
Stpe 0：	初始化：$\omega_i^k,k\in\mathbf{K},i\in\mathbb{N}$ 存储设备的成本系数 $\xi_{i,1}^q,\xi_{i,2}^q,\xi_{i,3}^q$，初始存储电量 $C_{i,0}^q$ 以及最大存储电量 $C_i^{q,\max}$，充电功率 $g_i^{q,c}$，放电功率 $g_i^{q,d}$，$\mu_{i,\tau}^{k,q}$ 和 $\upsilon_{i,\tau}^{k,q},k\in\mathbf{K},q\in\mathbb{Q}$。
Step 1：	重复：智能电网中的每个用户做下面的事情： a)从供电侧接收更新的电价 λ^{τ} 以及 θ^{τ}； b)求解问题(20)； c)利用公式(23)更新；公式(23)更新 $\upsilon_{i,\tau+1}^{k,q},k\in\mathbf{K},q\in\mathbb{Q}$； d) 将解的信息 $x_{i,\tau}^{k,*},y_{i,k,\tau}^{q,c,*},y_{i,k,\tau}^{q,d,*},k\in\mathbf{K},q\in\mathbb{Q}$ 传送给供电商。
Step 2：	停止准则：直到 $\|\lambda^{\tau+1}-\lambda^{\tau}\|<\varepsilon_1$，$\|\theta^{\tau+1}-\theta^{\tau}\|<\varepsilon_2$，$\|\mu^{\tau+1}-\mu^{\tau}\|<\varepsilon_3$ 和 $\|\upsilon^{\tau+1}-\upsilon^{\tau}\|<\varepsilon_4$ 同时成立，其中 $\varepsilon_1,\varepsilon_2,\varepsilon_3,\varepsilon_4>0$，则算法停止。
Step 3：	最优解 $x_i^{k,*}=x_{i,\tau}^{k,*},y_{i,k}^{q,c,*}=y_{i,k,\tau}^{q,c,*},y_{i,k}^{q,d,*}=y_{i,k,\tau}^{q,d,*},q\in\mathbb{Q},k\in\mathbf{K}$。

2)算法 B：适用于供电侧

算法 B. 分布式实时需求响应算法(供电侧)	
Step 0：	初始化：λ^{τ} 以及 θ^{τ}。
Step 1：	重复：供电商需要做下面的事情： a)从所有的用户处接收更新的信息 $x_{i,\tau}^{k,*},y_{i,k,\tau}^{q,c,*},y_{i,k,\tau}^{q,d,*}$，其中 $i\in\mathbb{N},q\in\mathbb{Q},k\in\mathbf{K}$； b)求解问题(21)，得 G^{τ}； c) 用公式(25)和(26)更新实时电价 $\lambda^{\tau+1}$ 以及 $\theta^{\tau+1}$； d) 公布更新的实时电价 $\lambda^{\tau+1}$ 以及 $\theta^{\tau+1}$ 信息给用户。
Step 2：	停止准则：直到 $\|\lambda^{\tau+1}-\lambda^{\tau}\|<\varepsilon_1$，$\|\theta^{\tau+1}-\theta^{\tau}\|<\varepsilon_2$，$\|\mu^{\tau+1}-\mu^{\tau}\|<\varepsilon_3$ 和 $\|\upsilon^{\tau+1}-\upsilon^{\tau}\|<\varepsilon_4$ 同时成立，其中 $\varepsilon_1,\varepsilon_2,\varepsilon_3,\varepsilon_4>0$，则算法停止。
Step3：	那么 $\lambda^*=\lambda^{\tau},G^*=G^{\tau}$。

定理 3　令 $\Omega \triangleq (\lambda,\mu,\upsilon,\theta)$,当迭代步长满足 $0<\alpha,\beta,\gamma,\sigma<2/L$ 时,其中 L 为对偶函数 $\|\nabla T(\Omega_1)-\nabla T(\Omega_2)\|_F \leqslant L\|\Omega_1-\Omega_2\|_F$ 的 Lipschitz 常数,$\|\cdot\|_F$ 表示矩阵 Frobenius 范数,则分布式实时需求响应算法收敛于问题(15)的全局最优解。

证明:由函数 $U_i(x_i^k,w_i^k)$,$D_{i,k}^q(y_{i,k}^{q,c},y_{i,k}^{q,d})$,$D_k(G_k)$,$i\in\mathbb{N}$,$k\in\mathbb{K}$,$q\in\mathbb{Q}$ 的定义知,$U_i(x_i^k,w_i^k)$,$i\in\mathbb{N}$,$k\in\mathbb{K}$,是凹函数,$D_{i,k}^q(y_{i,k}^{q,c},y_{i,k}^{q,d})$,$i\in\mathbb{N}$,$k\in\mathbb{K}$,$q\in\mathbb{Q}$ 是凸函数,$D_k(G_k)$,$k\in\mathbb{K}$ 是凸函数。当满足 $0<\alpha,\beta,\gamma,\sigma<2/L$ 时,根据次梯度投影法[25]可知,拉格朗日乘子 $\lambda,\mu,\upsilon,\theta$ 是收敛的,进而分布式实时需求响应算法收敛于问题(15)的全局最优解。

4　数值仿真

本节通过数值仿真来验证所提出的实时电价方案的有效性和可行性。考虑一个智能电网系统,一个供电商和 50 个居民用户,用电周期为一天 24 小时,将其划分为 48 个时段。用户的效用函数选取为:

$$U_i(x_i^k,w_i^k)=\begin{cases}w_i^k x_i^k-\dfrac{1}{8}(x_i^k)2, & 0\leqslant x_i^k\leqslant 4w_i^k,\\ 2(w_i^k)2, & x_i^k\geqslant 4w_i^k,\end{cases}$$

对于所有的用户,随机选取弹性系数 $w_i^k\in[1,3.5]$。每个用户均配备有 3 个电力存储设备,初始存储电量 $C_{i,0}^q$ 均取为 1,最大存储电量 $C_i^{q,\max}$ 分别取为 3,4,5,快速充放电的成本系数 $\xi_{i,1}^q$、充放电周期成本系数 $\xi_{i,2}^q$ 和考虑电池寿命以及环境等因素带来的成本 $\xi_{i,3}^q$ 在[0,1]中随机生成。供电商的供电成本函数(14)中的参数 $a_k=0.05$,$b_k=c_k=0.01$。将算法运行多次,选取平均值给出下面结果。

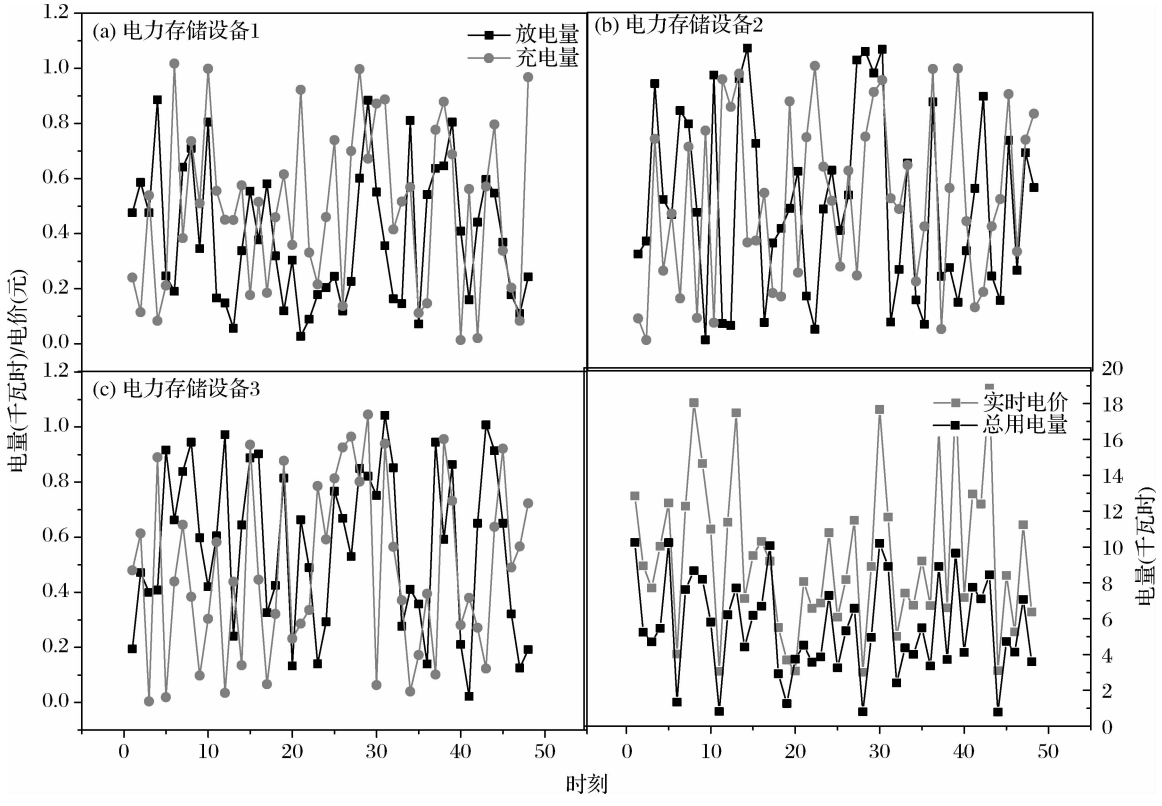

图 1　(a)—(c)用户电力存储设备充放电情况

图 1 中(a)—(c) 显示了用户侧依赖于电价给出的三个电力存储设备的充放电情况,可供用户作为用电参考。子图(d)是一天各个时刻某用户的总用电量与实时电价的波动情况对比图。左 Y 轴为电价(元),右 Y 轴为电量(千瓦时)。可以看到,用户的总用电量与电价具有相似的波动性,当总用电量较高时,实时电价较高,可以有效地抑制用户的用电需求,反之用电量较低时,较低的实时电价则能适当的鼓励用户积极用电。用户借助于电力存储设备的充放电性能可以高效地配合电网运行。

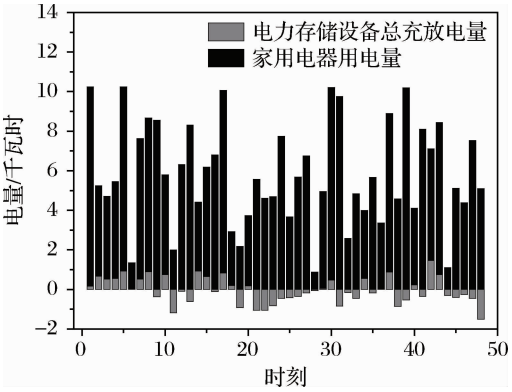

图 2 用户每时刻用电量

将电力存储设备的充放电量汇总,得到每个时刻所有电力存储设备的总充放电量,见图 2 中灰色柱状标识。若某时刻为放电状态,放电量为刻度 0 上方的取值;若某时刻为充电状态,充电量为刻度 0 下方的取值。黑色柱状标识为家用电器的用电量,此柱状堆积图显示的则是每个时刻用户的实际所有用电量。从此图中可以更加清楚的看出依赖于电价电力存储设备的充放电情况,如电价较低的第 10 时刻到第 30 时刻,可以看到所有电力存储设备的总充放电量以充电为主,符合实际情况。

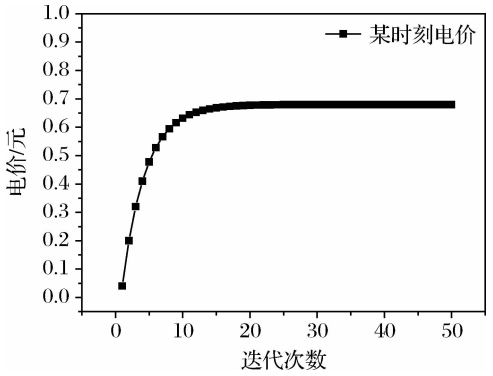

图 3 分布式实时需求响应算法的收敛性

算法的收敛速度主要与迭代步长以及停止准则有关。由定理 3 可知迭代步长应满足 $0<\alpha,\beta,\gamma,\sigma<2/L$ 才能保证此算法的收敛性,按照文献[25]中方法选取对偶函数的 Lipschitz 常数,本文取 $L=999$,则取步长 $\beta=0.002,\gamma=0.002,\alpha=0.002,\sigma=0.002$,停止准则中 $\varepsilon_1=\varepsilon_2=\varepsilon_3=\varepsilon_4=0.003$。图 3 可以看出分布式实时需求响应算法在迭代 30 次后收敛,收敛速度较快。

从社会总福利角度,将模型(15)和(16)作对比,如图 4 所示。考虑电力存储设备的优化模型(15)所获得的社会福利值均大于未考虑电力存储设备的优化模型(16)。电力具有不易存储或者说存储成本较高的特性,若用户的电力存储设备能积极的参与到电力运行过程中,则可以大规模地提升社会福利值。

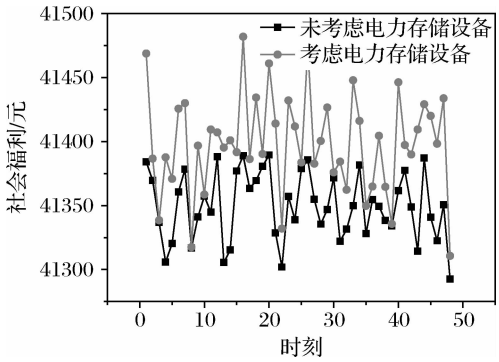

图 4 两模型社会福利值对比

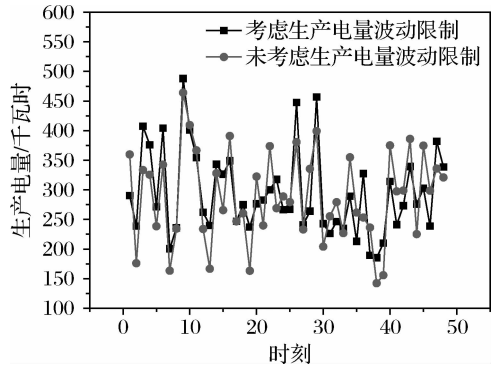

图 5 两模型生产电量对比

为了确保供电商的供电量波动不大,我们加入了约束条件(15.5),将模型(15)与去掉此约束条件的模型进行对比,验证约束条件(15.5)的有效性,见图 5。将两模型得到的最佳生产电量作对比,可以看到未考虑生产电量波动限制的模型,前后两个时刻生产电量的波动较大。第 15 时刻到第 25 时刻波动明显大于考虑生产电量波动限制的模型。求得各个时刻所得数据的标准差,未考虑生产电量波动限制时标准差为 75.70,本文中考虑生产电量波动限制时标准差降低为 71.05。

5 结语

本文考虑用户具有多个电力存储设备,同时兼顾供电商发电量平稳的需求,在社会福利最大化模型的基础上,建立了一个多时刻的实时需求响应与能量调度的优化模型。此模型是一个时间空间耦合的优化问题。利用对偶分解的方法,在对偶领域,将

模型分解为一系列独立的子问题,以分布式的形式求解最优解。设计分布式实时需求响应算法,借助于实时电价信息更新迭代直至收敛的过程,每个用户独立求解出用电量以及电力存储设备的充、放电量,供电商求出生产电量,此过程不需要分享用户的隐私信息,确保了算法的可行性与高效性。模拟仿真结果验证了算法的收敛速度快,可以在短时间内求得用户的用电量和供电商的生产电量,并反映了用户电力存储设备的充、放电状态依赖于电价的事实。进一步通过对比可知,模型中加入电力存储设备能有效的提高全社会福利值,加入的保证供电商发电量平稳的约束能够起到有效的调节作用,验证了模型的合理性。

参考文献:

[1] 气候组织. 智能电网在中国发展的现状与展望[R]. 政策简报, 2011, 3.
Climate Organization. Current situation and prospect of smart grid development in China[R]. Policy Briefs, 2011, 3.

[2] Samadi P, Mohsenian－Rad A H, Schober R, et al. Optimal real－time pricing algorithm based on utility-maximization for smart grid[C]//First IEEE International Conference on Smart Grid Communications, Gaithersburg, MD, USA,Oct. 4－6, 2010:415－420.

[3] Samadi P, Mohsenian－Rad H, Schober R, et al. Advanced demand side management for the future smart gridusing mechanism design[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2012, 3(3): 1170－1180.

[4] Mohsenian－Rad A H, Wong V W S, Jatskevich J, et al. Autonomousdemand － sidemanagement basedon game－theoretic energy consumption scheduling for the futuresmart grid[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2010,1(3): 320－331.

[5] Song Xin, Qu Jiayu. An improved real－time pricing algorithm based on utility maximization for smart grid [C]//Proceeding of the 11th World Congress on Intelligent Control and Automation. IEEE, Shenyang, China, June 29－July 4, 2014:2509－2513.

[6] Asadi G, Gitizadeh M, Roosta A. Welfare maximization under real－time pricing in smart grid using PSO algorithm[C]// 21st Iranian Conference on Electrical Engineering (ICEE),Mashhad, Iran, May 14－16, 2013.

[7] 朱红波,高岩,代业明. 考虑风险的智能电网实时电价定价策略[J]. 系统仿真学报, 2018, 30(4):1376－1383.
Zhu Hongbo, Gao Yan, Dai Yeming. Real－time pricing strategy considering the risk of smart grid[J]. Journal of System Simulation, 2018, 30(4): 1376－1383.

[8] 陶莉, 高岩, 朱红波, 等. 有可再生能源和电力存储设施并网的智能电网优化用电策略[J]. 中国管理科学, 2019,27(2):150－157.
Tao Li,Gao Yan, Zhu Hongbo, et al. Optimal scheduling for smart grids with the integration of renewable resources and storage devices[J]. Chinese Journal of Management Science, 2019,27(2):150－157.

[9] 王宏杰, 高岩. 基于非光滑方程组的智能电网实时定价[J]. 系统工程学报,2018,33(3):320－327.
WangHongjie, Gao yan. Research on the real－time pricing of smart grid based on nonsmooth equation[J]. Journal of Systems Engineering,2018,33(3):320－327.

[10] 高岩. 带有边际效用非递减用户的智能电网实时电价定价方法[J]. 工业工程与管理, 2018, 23(1):141－144.
Gao Yan. Real－time pricing strategy for smart grid with users of non－decreasing marginal benefit[J]. Industrial Engineering and Management, 2018, 23(1): 141－144.

[11] Qian Liping, Zhang Ying Jun Angela, Huang Jianwei, et al. Demand response management via real－time electricity price control in smart grids[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2013, 31(7): 1268－1280.

[12] Chang T H, Alizadeh M, Scaglione A. Real－time power balancing via decentralized coordinated home energy scheduling[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2013, 4(3): 1490－1504.

[13] Zhu Hongbo, Gao Yan, Hou Yong, et al. Multi－time slots real－time pricing strategy with power fluctuation caused by operating continuity of smart home appliances[J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2018, 71:166－174.

[14] Tan Zhongfu, Song Yihang, Zhang Huijuan, et al. Joint optimization model of generation side and user side based on energy－saving policy[J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2014, 57:135－140.

[15] 陈思运, 高峰, 刘烃,等. 基于因子隐马尔可夫模型的负荷分解方法及灵敏度分析[J]. 电力系统自动化, 2016, 40(21):128－136.
ChenSiyun, Gao Feng, Liu Ting, et al. Load disaggregation method based on factorial hidden Markov model and its sensitivity analysis[J]. Automation of Electric Power Systems, 2016, 40(21):128－136.

[16] Koichi K, Ichiro M, Kazunori S, et al. Modeling and design of real－time pricing systems based on Markov decision processes [J]. AppliedMathematics, 2014, 5(10): 1485－1495.

[17] 计鹿飞，江琦，唐昊，等. 基于半马尔可夫控制过程的智能电网最优储能控制[J]. 电力系统自动化，2015，39(6):24－27.
Ji Lufei, Jiang Qi, Tang Hao, et al. Optimal enersy storage control for smart grid based on semi－Markov control processes[J]. Automation of Electric Power Systems, 2015, 39(6):24－27.

[18] 禹威威，刘世林，陈其工，等. 考虑电动汽车充电和需求侧响应的光伏微电网多目标优化调度[J]. 电力系统及其自动化学报，2018，30(1):88－97.
Yu Weiwei, Liu Shilin, Chen Qigong, et al. Multi－objective optimization scheduling for PV Microgrid considering electric vehicle charging and demand response[J]. Proceedings of the CSU－EPSA, 2018, 30(1):88－97.

[19] Hu Mian, Xiao Jiangwen, Cui Shichang, et al. Distributed real－time demand response for energy management scheduling in smart grid [J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2018, 99: 233－245.

[20] 朱红波，高岩，后勇，等. 马尔可夫过程下多类用户智能电网实时电价[J]. 系统工程理论与实践，2018，38(3):807－816.
ZhuHongbo, Gao Yan, Hou Yong, et al. Real－time pricing considering different type of users based on Markov decision processes in smart grid[J]. Systems Engineering－ Theory & Practice, 2018, 38(3):807－816.

[21] Tang Qiang, Yang Kun, Zhou Dongdai, et al. A real－time dynamic pricing algorithm for smart grid with unstable energy providers and malicious users [J]. IEEE Internet of Things Journal, 2016, 3(4): 554－562.

[22] Bertsekas D P. Constrained optimization and Lagrange multiplier methods[M]. Belmont: Athena Scientific, 1996.

[23] Bertsekas D P, Nedic A, Ozdagiar A E. Convex analysis and optimization[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2006.

[24] Stephen Boyd, Lieven Vandenberghe. Convex optimization[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2013.

[25] Trichakis N, Zymnis A, Boyd S. Dynamic network utility maximization with delivery contracts[J]. IFAC Proceedings, 2008, 41(2): 2907－2912.

Real－time Demand Response and Energy Scheduling with Power Storage Devices

ZHU Hong-bo[1,2], LIU Chang-ping[2,3], FENG Xue[4], LIU Song-tao[5], WANG Zong-yao[2,3]

(1. Faculty of Mathematics and Physics, Huaiyin Institute of Technology, Huai'an 223003, China;
2. Jiangsu Smart Factory Engineering Research Center, Huai'an 223003, China;
3. Faculty of Management engineering, Huaiyin Institute of Technology, Huai'an 223003, China;
4. Department of Mathematics, Aviation University of Air Force, Changchun 130022, China;
5. Huaian Hydrology and Water Resource Investigation Bureau of Jiangsu Province, Huai'an 223001, China)

Abstract: The real－time demand response and energy schedulingis an ideal method to adjust power balance between supply and demand in the smart grid. Its implementation has a profound impact on users' behavior, and on operation and management of the power grid. It is considered that the user has multiple power storage devices with charge and discharge function. Basing on the social welfare maximization model and ensuring that the power supply of energy supplier is stable, an optimization model of real－time demand response and energy scheduling is established. The dual problem of the model is given. On the premise of satisfying strong duality, the optimal solution of the original problem can be obtained by solving the dual problem, and the real－time electricity price for users and energy supplier is determined. In dual domain, the problem can be decomposed into two types of sub－problems: the user side and the power supply side. Then a distributed real－time demand response algorithm is designed, and its convergence is proved. The optimal solution is obtained through the interaction between the power supply side and the user side. The simulation results verify the rationality of the model and the feasibility of the algorithm.

Key words: smart grid; demand response; power storage device; distributed algorithm