视觉感知中的边际效应递减现象

周芳芳[1)], 盛宇轩[1)], 唐健恒[1)], 赵颖[1)*], 赵健[2)], 魏水润[1)], 申冉冉[1)], 胡可[1)], 许丽瑄[1)]

[1)] (中南大学计算机学院 长沙 410083)
[2)] (School of Computer Science, University of Waterloo, Waterloo Ontario N2L 3G1 Canada)
(zhaoying@csu.edu.cn)

摘 要: 边际效应递减法则是经济学基本理论, 在管理、环境、教育等很多领域都实证了该法则的存在性. 文中通过实验验证视觉感知中是否存在边际效应递减现象. 首先选取随机生成的散点图作为实验数据, 选取散点图相关性作为感知对象, 招募参与者并设计了实验流程; 然后让参与者根据视觉感知估计散点图相关系数大小, 并记录参与者在多次测试中的感知偏差和完成时间等量化指标; 最后用基数效应理论计算散点图相关性视觉感知偏差的总效应曲线和边际效应曲线, 并选取边际效应作为评价指标. 实验结果表明, 参与者在实验中出现了边际效应递减现象, 即随着测试次数的增加, 参与者相关性视觉感知偏差的减小幅度呈现降低趋势; 同时, 参与者容易低估相关性, 有可视化专业知识的参与者和其他参与者在感知偏差与完成时间上不存在显著性差异.

关键词: 边际效应递减; 视觉感知; 散点图; 相关性
中图法分类号: TP391.41 **DOI:** 10.3724/SP.J.1089.2024.19920

Evaluating Diminishing Marginal Utility in Visual Perception

Zhou Fangfang[1)], Sheng Yuxuan[1)], Tang Jianheng[1)], Zhao Ying[1)*], Zhao Jian[2)], Wei Shuirun[1)], Shen Ranran[1)], Hu Ke[1)], and Xu Lixuan[1)]

[1)] (*School of Computer Science and Engineering, Central South University, Changsha* 410083)
[2)] (*School of Computer Science, University of Waterloo, Waterloo, Ontario* N2L 3G1 *Canada*)

Abstract: The law of diminishing marginal utility is one of fundamental theorems of economics. It reveals a phenomenon that the marginal utility tends to diminish when people continually consume one same commodity. The law has been confirmed to exist in varied fields, while no previous research has investigated its existence in visual perception. In this study, we conduct a controlled experiment to investigate the existence of diminishing marginal utility in visual perception. We recruit participants to estimate the correlations of a set of scatterplots by visual perception. We record the perception bias and completion time of each trial, and then apply the cardinal utility theory to quantitatively analyze the marginal utility occurred in the experiment. The results confirm that the law of diminishing marginal utility exists in the correlation perception of scatterplots; the participants tend to underestimate scatterplot correlation; no significant difference exists between the participants majored in visualization and other professional backgrounds in terms of perception bias and completion time.

Key words: diminishing marginal utility; visual perception; scatterplot; correlation

收稿日期: 2022-08-18; 修回日期: 2022-11-14. **基金项目**: 国家自然科学基金(62072470, 62272480); 湖南省自然科学基金(2021JJ30881). **周芳芳**(1980—), 女, 博士, 教授, 博士生导师, CCF 会员, 主要研究方向为可视化、虚拟现实、大数据技术; **盛宇轩**(1999—), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为可视化与可视分析; **唐健恒**(2002—), 男, 在校学生, 主要研究方向为可视化与大数据技术; **赵颖**(1980—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 论文通信作者, 主要研究方向为可视化与可视分析、数据挖掘; **赵健**(1980—), 男, 博士, 副教授, 博士生导师, 主要研究方向为信息可视化、人机交互、数据科学; **魏水润**(1996—), 女, 硕士研究生, 主要研究方向为可视化与可视分析; **申冉冉**(2000—), 女, 在校学生, 主要研究方向为可视化与可视分析; **胡可**(2000—), 女, 在校学生, 主要研究方向为可视化与可视分析; **许丽瑄**(2000—), 女, 在校学生, 主要研究方向为可视化与可视分析.

边际效应递减法则是经济学中的基本理论[1-2]. 边际效应(marginal utility, MU)指人们在消费同一种商品时, 每增加一个单位消费所新增的效应. 边际效应递减法则指人们在连续多次消费同一种商品时, 每新消费一个单位, 增加的效应会越来越少[3-4]. 例如, 一个饥饿的人在吃第 1 个包子时会感觉非常满足, 因为这个包子能产生明显充饥效应; 他在吃第 2, 3 个包子时会感觉比较满足, 因为仍然有一定充饥效应; 当他吃到第 4~6 个包子时, 每吃一个所增加的充饥效应将越来越小.

除了经济学, 边际效应递减法则在企业管理、环境保护、教育学习等各行各业中随处可见. 在企业管理中, 一个新政策的引导效应在刚开始时很明显, 但随着时间推移和环境变化, 这个新政策的引导效应会逐步减弱[5-6]. 在环境保护中, 有研究表明, 新技术研发和使用对减少碳排放有积极作用, 但当研发投入达到企业运营费用的一定比例时, 对减少碳排放的边际影响将明显减少[7]. 在教育学习中, 德国心理学家 Ebbinghaus[8]发现, 信息输入大脑后遗忘也随之开始, 遗忘率随时间流逝而先快后慢, 这就是著名的 Ebbinghaus 遗忘曲线[9], 该曲线也符合边际效应递减法则.

视觉感知指人们利用视觉通道, 从主观层面感受某些物理量[10-12]. 具体到数据分析与数据可视化领域, 视觉感知指人们从可视化图表或图形中准确获取具体数据值或抽象数据模式[13-15]. 那么, 在视觉感知中是否存在边际效应递减现象呢? 从经验上, 该假说有可能存在. 例如, 在暗房里连续点亮多只蜡烛时, 刚开始随着蜡烛数量增加, 眼睛可以明显感受房间内亮度增大; 但蜡烛多起来后, 人眼能感受到的亮度增加变得越来越微弱. 在理论上, 心理物理学中的 Weber-Fechner 定律表明, “当触觉、声音、光线等物理刺激强度呈线性增长时, 人感知到的强度呈对数增长, 即人感知量的增加落后于物理量的增加”[16-17], 该定律间接支持了本文的假说. 然而, 目前尚未见到对该假说进行实证的报道.

本文通过视觉感知实验来验证这个假说. (1) 选取散点图相关性作为感知对象. 因为它难度适中, 相关视觉感知研究多[18-19], 而且已有学者验证了相关性视觉感知符合 Weber-Fechner 定律. (2) 招募参与者, 并设计实验流程和实验系统. 在实验中, 让参与者根据视觉感知估计散点图相关系数大小, 并记录他们在多次测试中的感知偏差和完成时间等量化指标. 感知偏差是散点图相关系数大小的视觉估计值与该散点图的相关系数真实值之间的差异, 该偏差的减小量是本文实验关注的多次商品消费(多次完成测试任务)带来的边际效应. (3) 用基数效应理论计算散点图相关性视觉感知偏差的总效应(total utility, TU)曲线和边际效应曲线. 参与者在实验中出现了边际效应递减现象, 即随着测试次数增加, 参与者相关性视觉感知偏差的减小幅度呈现降低趋势, 且容易低估相关性, 验证了本文的假说; 另外, 有可视化专业知识的参与者和其他参与者在感知偏差和完成时间上不存在显著性差异. 本文探索边际效应递减法则在视觉感知中的存在性, 拓宽了边际效应递减法则的应用范围, 促进了学科间的交叉融合.

1 相关工作

1.1 边际效应递减法则的实证研究

边际效应递减概念是从 19 世纪 70 年代经济学家解决价格的基本经济意义发展而来的[20-22]. 德国经济学家 Gossen 首先提出该概念: 同一享乐不断重复, 则其带来的享受逐渐递减[23]. 之后, 一些经济学家进一步演绎了 Gossen 的观点. Ormazabal[24]提出, 当某人保有的任何事物增加, 其增加部分所带来的额外收益都会随着库存量的增长而降低; Samuelson 等[25]诠释道, 对某一财货的消费量增加, 则财货的边际效应相应降低; Jevons[26]用基数效应理论量化探讨了边际效应, 认为商品总效应的度量是商品数量的连续函数, 该理论为边际效应的相关研究提供了数学基础.

边际效应递减法则可以很好地解释投入与产出的关系, 但它的存在性还需验证, 以便有理有据地指导生产生活和科学研究. 边际效应递减法则的实证研究分为理论证明、规律类比、和实验验证 3 类. 理论证明法在经济学中应用较多. 以 Gossen, Jevons, Menger 为代表的西方经济学家从基数效应理论出发, 多方面证明了边际效应递减法则在经济学中的存在性. 规律类比法是由一类事物的已知规律推测与其类似事物的规律. 摆玉萍[27]采用规律类比法分析语言学习中的“高原期现象”, 即语言水平到了一定阶段就开始放缓、停滞不前, 甚至有所下降. 实验验证法是当前各种领域中验证边际效应递减现象的主要方式. 胡振等[28]用实验说明了城市家庭居住碳排放存在边际能耗递减现象. 本文采用实验验证法探索视觉感知中的边际效应递减现象.

1.2　散点图相关性视觉感知的评估研究

相关性视觉感知指人们通过可视化图表感受2个变量的关联程度[29-30]. 相关性视觉感知具有应用广泛且难度适中的特点, 很多视觉感知规律研究都将相关性感知列为首选[18-19]. 散点图是常见可视化图表, 已有研究表明, 散点图在表现二维变量间相关性方面具有高稳定性[31], 容易让人觉察出相关模式和强弱程度[32]. 因此, 本文的视觉感知研究也选择散点图相关性作为切入点.

散点图相关性视觉感知可分成感知基本规律与感知影响因素2类.

(1) 总结散点图相关性视觉感知中的规律. Erlick[33]和 Strahan 等[34]发现, 人容易低估正相关和高估负相关; Bobko 等[35]通过实验证明了当散点分布斜率较高或较低时, 人会倾向于低估相关性; Pollack[36]发现, 人鉴别散点图相关性大小的能力随着相关系数增加而增加; Rensink[37]发现, 散点图相关性的视觉感知满足 Weber-Fechner 定律, 即人对散点图相关系数变化的最小可觉差与相关系数的大小呈线性关系, 且人感觉到的相关系数大小与真实相关系数呈对数函数, 该研究对本文的实验设计具有较强的指导意义.

(2) 探索影响散点图相关性视觉感知的各种因素. Yang 等[38]通过实验证明了散点图本身的可视化特征会影响人对相关性大小的视觉估计; Cleveland 等[18]和 Wei 等[39]发现, 当散点图进行缩放时会影响人对相关性的视觉感知; Meyer 等[40]和 Lauer 等[19]发现, 散点斜率、散点密度、散点数量和屏幕大小都会影响人对相关性大小的视觉估计; Elliott[41]发现, 散点的颜色和形状会影响人对相关性的判断: 本文充分考虑这些研究的结论, 在实验过程中严格保持散点图设置和散点可视编码的一致性, 避免参与者的视觉感知受到影响.

2　概　念

2.1　相关性

相关性指2个变量的关联程度. 本文关注线性相关性, 常用皮尔逊相关系数衡量2个变量之间线性相关性大小[31,42], 表示为

$$r(X,Y)=\frac{\mathrm{COV}(X,Y)}{\sqrt{\mathrm{VAR}[X]\mathrm{VAR}[Y]}}.$$

其中, X 和 Y 表示 2 个变量; $\mathrm{COV}(X,Y)$表示 X 和 Y 的协方差; $\mathrm{VAR}[X]$表示 X 的方差; $\mathrm{VAR}[Y]$表示 Y 的方差. 相关性系数 r 的值介于–1~1. 如果 X 值增大(减小), Y 值随之增大(减小), 则 2 个变量正相关, $r\in(0.00,1.00]$; 如果 X 值增大(减小), Y 值随之减小(增大), 则 2 个变量负相关, $r\in[-1.00,0.00)$. $|r|$ 越大, 相关性越强; $r=0$ 时, 2 个变量不相关.

2.2　边际效应与边际效应递减

在经济学中, 效应(或效用)指消费者消费商品对欲望的满足程度, 总效应是消费者在一定时间内从一定数量的商品消费中所得到的满足程度总和[4]. 边际效应指消费者在一定时间内每增加一单位商品消费所得到的效应增量[4]. 边际效应递减指随着消费的商品量不断增加, 单位商品增加量带来的效应增加量不断减小.

基数效应理论[4]给出了总效应 TU 和边际效应 MU 的量化表达. 假定消费者对一种商品进行多次消费, 则消费者在第 x 次消费后获得的 TU 表示为

$$\mathrm{TU}_x=f(x) \tag{1}$$

其中, $f(x)$表示过去 x 次消费使消费者获得总效应的过程, 该过程可以抽象为一个函数. 对于每个 TU_x, 其对应的 MU 表示为 $\mathrm{MU}_x=\dfrac{\Delta \mathrm{TU}_x}{\Delta x}$. 其中, Δx 表示消费次数的增加量; $\Delta \mathrm{TU}_x$ 表示总效应的增加量.

2.3　Weber 定律与 Fechner 定律

Weber 定律认为, 随着触觉、声音、光线等刺激的强度增加, 人可以感知到的最小刺激变化量, 即刺激量的最小可觉差也会增加, 两者呈线性关系[16-17] $k=\mathrm{JND}/S$. 其中, k 常量也叫 Weber 系数; JND 表示最小可觉差(just-noticeable differences, JND); S 表示刺激强度. 以质量感知为例, 假设观察者恰好能注意到 100 g 质量和 103 g 质量间的差异, 那么 S=100 g, JND=3 g; 当 S 增加到 1 000 g, 那么 JND=3 g, Weber 系数 $k=0.03$.

Fechner 在 Weber 定律的基础上提出 JND 是感知大小的基本单位, 并且每个 JND 的主观感知量都是相等的[17]. 按照上面的例子, 任何质量无论是水果还是水泥, 只要增减原来质量的 3%, 其质量差别的主观感知量都是相等的. Fechner 还指出, 刺激强度呈线性增长时, 人感知到的强度呈对数增长, 即人感知量的增加落后于物理量的增加, 表示为 $P=k\log I$. 其中, I 表示刺激量; P 表示主观感知量.

Weber-Fechner 定律间接印证了经济学中的边

际效应递减法则, 因为随着物理刺激量的增加, 单位物理刺激增加量带来的人感知增加量不断减小; 该定律也间接支持了本文的假说. 另外, 在设计实验时要考虑 JND.

3 实验设计

3.1 实验目标

本文的实验目标是验证散点图相关性视觉感知中是否存在边际效应递减现象. 根据经济学中的边际效应递减法则, 在实验设计之前, 需要定义实验中的“商品消费”和“边际效应”. 大部分现有相关性视觉感知研究都将感知偏差作为量化度量[29,38-39], 即参与者通过视觉估计得到的一幅散点图的相关系数, 与该散点图的真实相关系数之间的差异. 本文实验仍然沿用这一传统, 并定义: 商品消费是参与者完成一次散点图相关性调整任务并从结果的反馈中学习的过程; 边际效应是邻近 2 次商品消费的相关性视觉感知偏差的减小量. 因此, 实验中要验证的边际效应递减现象表述为: 随着参与者完成的相关性视觉感知任务不断增加, 参与者的相关性视觉感知偏差的减小量会不断降低.

3.2 实验任务

实验中, 参与者的任务是手动调整一幅散点图的散点分布, 使其相关系数达到给定目标值. 为了设计实验任务, 本文在查阅大量资料的基础上开展先导实验. 在已有相关研究中, 获取参与者相关性感知偏差的办法有 3 种: 直接估计一幅散点图的相关系数[34-35], 手动调整一幅散点图相关系数到给定目标值, 以及手动排序一组具有不同相关系数的散点图. 在先导实验中发现, 直接估计方式难度偏大; 手动排序方式难度较小; 而难度适中的手动调整方式最适合本文的实验目标, 该方法在提交结果前可以多次微调, 使得相关性视觉感知能有更细致的视觉比较和学习过程.

3.3 实验数据和实验人员

实验中的数据集是一系列散点图, 每幅散点图包含 100 个具有特定相关系数的散点, 散点图通过经典方法人工生成[42-43]. 实验中, 邀请 56 名大学生/研究生参加, 所有参与者视力均正常或矫正至正常, 都有使用散点图的经验. 实验平台为一台普通台式电脑, 参与者使用一个有线鼠标和一个有线键盘与实验系统进行交互并作答.

3.4 实验界面

本文实验系统的操作界面如图 1 所示, 其中, 主体部分为 3 幅并排显示的散点图; 中间的散点图是测试图, 每次任务开始时测试图会更新, 其相关系数是一个 0.1~0.9 的随机值, 参与者需要使用测试图正下方的“增大”或“减小”按钮, 将测试图的相关系数调整到 0.5. 每次按下按钮时, 调整的步长是 0.02~0.1 的一个随机值, 保留 3 位小数; 当参与者完成手动调整后, 点击测试图中的任意位置提交结果, 进入下一次任务. 这些界面设计细节经过了理论调研和先导实验进行反复确认. (1) 目标相关系数为 0.5 是相关系数取值范围的中值, 可以使得参与者相关性感知正负偏差范围一致; (2) 调节步长最大值设置为 0.1, 因为根据 Weber-Fechner 定律以及相关研究, 相关性感知的 JND 为 0.1 左右[42];

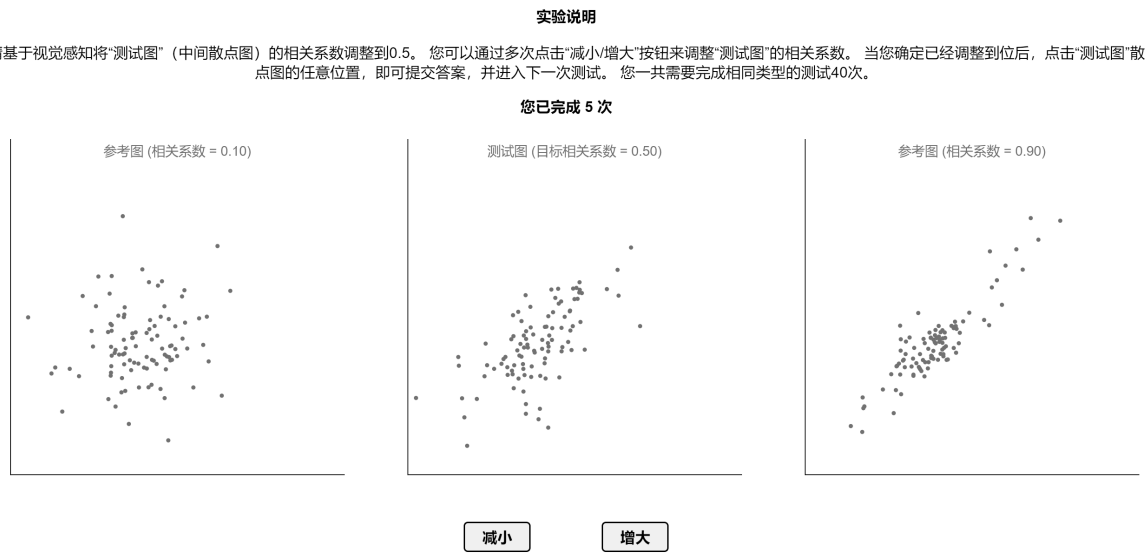


图 1 本文实验界面

(3) 非固定步长是为了使参与者要调整多次才能达到目标相关系数, 同时也减少参与者通过经验完成调整过程.

图 1 中, 操作区左右两侧为 2 幅参考散点图, 左侧散点图相关系数固定为 0.1, 右侧散点图相关系数固定为 0.9; 执行每次任务时, 2 幅参考散点图中散点会更新, 但相关系数保持不变. 在先导实验中, 如果没有可参考的已知相关系数大小的散点图, 参与者在前几次任务中会表现犹豫, 导致完成任务时间长且相关性感知偏差非常大. 因此, 本文实验中提供了 2 幅参考图.

本文借鉴散点图视觉设计的相关工作[31,42-43], 设置散点图的背景为白色, 散点为蓝紫色, 不透明度为 0.8, 形状为圆点; 散点图的大小为 400×400 像素, 散点的半径为 4 像素. 这些设置确保 3 幅散点图可以被水平排列在操作区, 并且参与者可以清楚地观察到散点分布.

3.5 实验步骤

3.5.1 训练实验

进行正式实验之前, 参与者需要进行 2 个训练实验.

(1) 让参与者直观地理解相关性的定义, 并熟练掌握用视觉感知估计散点图相关系数大小, 该训练包括 3 个步骤: a. 实验指导员向参与者解释散点图、相关性、相关系数和视觉感知的定义; b. 指导员通过训练软件界面向参与者同时提供 9 幅散点图, 其相关系数等间隔分布在[0.1,0.9], 散点图按相关系数从小到大排序, 要求参与者认真观察这 9 幅散点图; c. 系统向参与者重新提供 9 幅散点图, 其相关系数仍然等间隔分布在[0.1,0.9], 但散点图呈乱序排列, 要求参与者对 9 幅散点图按相关系数从小到大排序. 如果参与者排序结果正确率超过 70%, 则可以进行下一个训练; 否则, 参与者将再次训练. 在先导实验中, 本文尝试了其他训练模式, 例如, 选出 2 幅散点图中相关系数较大者, 或直接说出一幅散点图相关系数具体大小; 实验结果表明, 9 幅图排序模式的训练效果好且参与感强, 大部分参与者经过认真训练可以达到 70%的排序正确率.

(2) 实验的目的是让参与者理解正式实验的任务、熟悉实验系统的操作流程, 该训练包括 2 个步骤: a. 实验指导员讲解正式实验的任务, 演示实验软件的操作; b. 参与者需要在正式实验软件界面上完成 5 次任务练习. 如果参与者反馈任务理解不足或界面操作不熟练, 可重复上述步骤.

3.5.2 正式实验

参与者经过上述 2 个训练实验后, 参与者进入正式实验. 在正式实验中, 参与者要完成 40 次测试, 每次测试中完成一个正式实验任务, 即根据视觉感知, 将测试散点图的相关系数手动调整到目标值, 见第 3.2 节. 本文通过先导实验确定该测试数量, 因为若次数太少会导致边际效应递减不明显, 次数过多则导致参与者疲劳.

正式实验可以概括为 4 个步骤. (1) 实验系统向参与者提供 3 幅水平排列的散点图, 其中, 左、右是参考图, 中间是测试图; (2) 参与者需要通过多次点击“增大”或“减小”按钮来对测试图的相关系数进行调整, 调整的目标值为 0.5, 没有时间限制, 也没有按钮点击次数限制, 每次测试中, 3 幅散点图的初始相关系数的设置和按钮的调整步长设置见第 3.4 节; (3) 当参与者对自己的调整结果满意时, 点击测试图中的任意位置提交结果; (4) 实验系统重新随机生成 3 幅散点图, 参与者回到(2), 直至完成全部 40 次测试. 根据观察, 1 次测试平均用时 35 s, 2 次测试之间休息 20 s, 完成 40 次测试大致需要 1 h.

参与者在每次测试提交结果时, 实验系统进行 2 个工作: (1) 收集参与者对调整结果的自信程度, 参与者需要在弹出框中填写自信程度 (用数字 1~5 来表示, 1 表示非常不自信, 5 表示非常自信); (2) 告知参与者所提交结果与目标值 0.5 之间的偏差大小, 差值为负表示偏小, 差值为正表示偏大, 保留 3 位小数. 通过先导实验发现, 提供每次测试的感知偏差能提高参与者在多次测试过程中的稳定性, 缩短训练时间和减少正式测试的次数.

参与者完成 40 个测试后, 需要做一份主观问卷, 用于收集参与者对实验设计的可靠性、有效性以及视觉感知过程的主观感受.

4 实验结果

4.1 原始实验结果处理

原始实验结果分为 2 个部分: (1) 每个参与者在每次测试中的感知偏差、完成时间和自信程度. (2) 每个参与者的主观问卷数据. 本文对原始实验结果的处理包括 2 个部分.

(1) 降低数据抖动

感知偏差, 即参与者感知到的相关系数与目标相关系数之间的差值, 是本文实验的核心实验结果. 实验结果中, 少数测试的感知偏差产生了一

定的局部抖动, 主要有 2 个原因: a. 本文的用户实验属于启发式实验, 单次学习所产生的效应将会作用于之后的多次操作, 从而产生系统性的数据抖动; b. 参与者在近 1 h 的实验中难免偶尔出现误操作或走神, 从而产生偶然性的数据抖动. 为了减少抖动对实验结果分析的影响, 本文做了 2 方面数据处理: 一方面, 计算 56 个参与者在同测试序号中(如同在第 1 次测试中)获得的 56 个感知偏差的标准差和中值, 并将超过 2 个标准差的值替换为中值; 另一方面, 将每位参与者在 40 次测试中获得的 40 个感知偏差看作一个序列数据, 对其进行平滑. 本文选择移动平均法, 将滑动窗口的大小设置为 5, 即对邻近的 5 次测试的感知偏差取平均值, 然后用平均值代替位于窗口中心的测试的感知偏差.

(2) 计算总效应和边际效应

为了观察 56 位参与者总体上是否会出现边际效应递减, 需要对他们获得的感知偏差按测试次序计算平均值. 即分别计算第 i 次测试获得的 56 个感知偏差的平均值(average of perception bias, APB), 表示为 APB_i, 则 40 次测试共得到 40 个 APB.

根据式(1), TU_i 是测试次数 i 的一个函数 $f(i)$. 本文用经济学中的学习效应函数对 40 个 APB_i 进行拟合来获得 $f(i)$ 的公式表达. 选择学习效应函数的原因有 2 个: 一是它曾被一些边际效应递减现象实证研究使用[27,44-47], 特别是在知识学习、技能训练、教学方法研究等领域; 二是本文实验中要求参与者连续多次完成同一个任务, 他们对相关系数视觉估计和实验系统操作都存在一个逐步熟练的过程. 拟合结果为 $f(i)=0.089\times i^{\mathrm{lb}0.886}$, 拟合判定系数 $R^2=0.776$. 因此, 实验中的相关性视觉感知偏差的总效应 TU 和边际效应 MU 分别表示为

$$\mathrm{TU}_i=0.089\times i^{\mathrm{lb}0.886},1\leqslant i\leqslant 40;$$

$$\mathrm{MU}_j=\mathrm{TU}_j-\mathrm{TU}_{j+1},1\leqslant j\leqslant 39.$$

其中, TU_i 表示第 i 次测试后的总效应, 可以理解为使用学习效应函数拟合后得到的理想 APB_i, 表示为 $\widehat{\mathrm{APB}_i}$; MU_i 表示第 i 次测试的感知偏差边际效应, 即 2 次邻近测试中感知偏差的减小量.

4.2 实验结果分析

4.2.1 相关性视觉感知偏差的边际效应分析

(1) 逐次分析 40 次测试中 56 位参与者的 $\mathrm{APB}_i,1\leqslant i\leqslant 40$ 、平均完成时间及平均自信程度的情况. 从图 2 可以看出, APB 曲线总体呈现下降趋势; 平均完成时间在前 6 次测试中快速下降, 随后稳定在 33 s 左右; 参与者自信程度存在一些抖动, 但总体上越来越自信. 这 3 个实验结果互相验证了: 随着测试次数增加, 参与者感知到的相关系数与真实相关系数之间的差值越来越小, 完成任务用时快速减少后保持稳定, 自信程度总体上越来越高, 参与者出现了相关性视觉感知的学习效应. 已有研究证明: 当学习效应出现时, 很可能伴随着边际效应递减现象的出现[44-45].

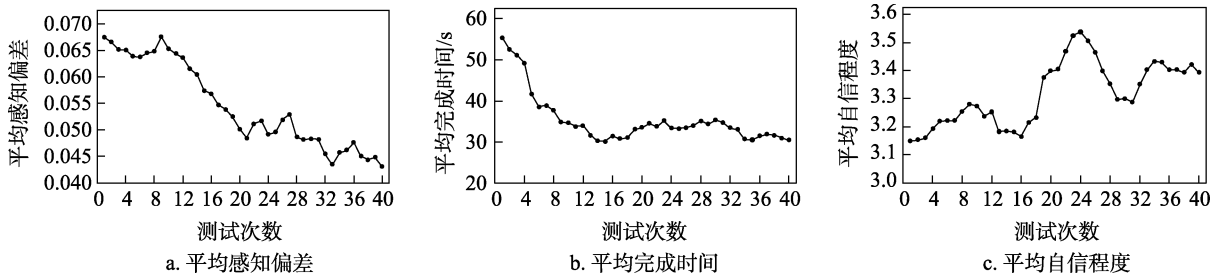


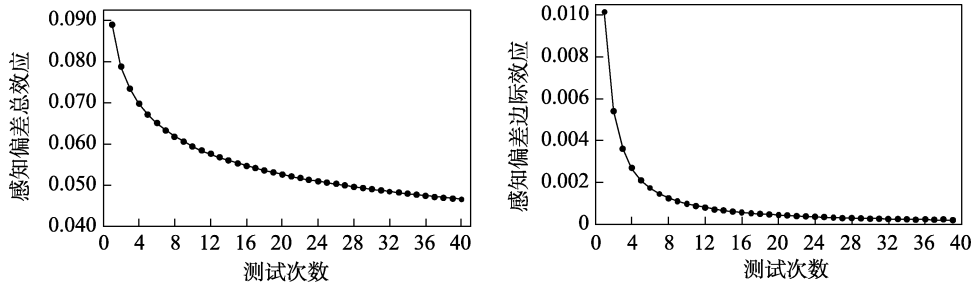
图 2 相关性视觉感知实验中获得的指标

(2) 通过 TU_i 观察相关性视觉感知偏差总效应. 从图 3a 可以看出, 随着测试次数的增加, 参与者的相关性视觉感知偏差在稳步减少, 即感知准确性在稳步提升.

(3) 通过 MU_i 观察相关性视觉感知的边际效应. 从图 3b 可以看出, 随着测试次数的增加, 参与者边际效应逐步降低, 即每进行一次测试, 感知偏差的减小幅度在降低, 初步验证了相关性视觉感知中存在边际效应递减现象.

4.2.2 相关性视觉感知中的偏差方向分析

感知偏差会出现高估和低估 2 种情况. 高估型为参与者感知到的相关系数大于真实相关系数. 例如, 在实验的某次测试中, 参与者提交了调整好的相关系数, 提交结果是 0.4, 但调整目标是 0.5, 也就是说该参与者将 0.4 高估为 0.5. 低估型为参与者感知到的相关系数小于真实相关系数. 本文



a. 感知偏差总效应曲线　　b. 感知偏差边际效应曲线

图 3　相关性视觉中的效应曲线

统计了计算感知高估型和感知低估型的占比, 56 位参与者一共进行 2 240 次测试, 其中, 57%的测试结果为感知低估型, 43%的测试结果为感知高估型, 说明参与者更容易低估散点图的相关系数. 该实验结果与已有研究结果保持一致[34-35].

4.2.3　参与者专业知识背景分析

参与者中, 有 30 位学习过可视化专业知识, 26 位没有. 本文对这 2 类参与者在感知偏差、完成时间和自信程度上是否表现出显著性差异感兴趣进行实验. 首先使用 Shapiro-Wilk 检验来检查每个指标数据是否服从正态分布, 发现 3 个指标的结果均不服从正态分布, 因此使用非参数检验 Kruskal-Wallis 来检查 2 类参与者在 3 个指标上是否表现出显著性差异(基准为 0.05). 结果表明, 有可视化专业知识背景的参与者和其他参与者在感知偏差、完成时间和自信程度等指标上不存在显著性差异. 推测主要原因是散点图对大众来说足够熟悉, 并且经过实验指导员的讲解, 所有参与者都能掌握辨别变量相关性的方法.

4.2.4　主观问卷结果分析

主观问卷中, 对于参考图、偏差提示和个人经验积累对完成实验任务是否有帮助的问题, 大部分参与者认为, 每次测试提交后的偏差提示最有用, 参考图在前几次测试有用, 个人经验积累在整个测试中都有作用; 对于是否感受到的难度变化的问题, 大部分参与者都认为实验难度基本不变, 这也间接反映了本文的实验设计较为稳定地控制了难度.

对于主观问卷中大致平均需要调节多少次的问题, 绝大部分参与者感觉自己的调节次数在 5~10 次, 系统记录的真实平均调整次数为 7 次, 但参与者也表示有时调节次数较少是由于测试图刷新之后的相关系数很接近目标值; 调节次数较多(10 次以上)一般出现在前几次测试中. 此外还发现, 调节次数与感知偏差分析存在负相关, 即调节次数越多, 感知偏差越小. 大部分参与者通过更多的调节次数, 使自己对散点图相关性有更好视觉估计结果.

5　讨　论

在实验设计方面, 本文通过多次先导实验确定了实验设计细节. 然而, 仍有部分细节存在改进空间: (1) 正式实验中, 测试图的初始相关系数的随机性控制不足, 有时落在 0.5 附近, 导致当次测试的难度降低, 有时又远离 0.5, 导致当次测试的难度提高. (2) 本文曾用固定相关性调节步长 0.1, 但发现 2 个现象, 一是有些参与者会短时间连续点击多次调节按钮, 二是参与者能较快摸清楚调节步长与实验目标之间的规律, 这 2 个现象都会导致只需少量调节即可达到目标, 边际效应递减不明显. 多次先导实验的结果表明, 非固定步长为 0.02~0.1 较为合适, 但这个经验值可能还有进一步改进空间. (3) 因为参与者反映参考图只在头几次测试中作用较大, 所以可以考虑在正式实验中不提供参考图, 参考图只在训练中提供, 并将训练任务次数从 5 次提高到 10 次.

在实验结果方面, 还有很多内容值得继续探索. (1) 本文实验的人数不够多, 采样人群类型也不丰富, 而且只讨论了相关性感知, 未来还可以进一步增加参与者和丰富视觉感知类型. 例如, 本文曾简单测试了面积视觉感知, 发现了类似的边际效应递减现象. (2) 实验结果中的感知偏差总效应曲线拟合结果不算完美, 一是拟合判定系数 0.776 不够高, 二是边际效应递减绝对值较小, 推测原因可能与原始数据的去抖动处理有关, 也可能相关性视觉感知的边际效应递减现象确实不明显. (3) 针对相关性视觉感知的结论还不够细致, 有研究表明, 相关系数大小和正负都对视觉感知有影响, 而本文实验中只要求参与者调整到固定的目标值

0.5, 未来可以引入更多相关性视觉感知变量.

实验结果提醒可视化设计者、学习者或运用者, 在连续、重复的视觉感知过程中, 应考虑到利用或避免边际效应递减现象. 例如, 在许多安全场景下, 监控人员需要根据监控屏上呈现的视觉信息做出临场判断, 在培训这类监控人员时需要进行大量重复的视觉感知训练. 考虑到边际效应递减现象的存在, 训练师可以定期地切换训练内容, 设计师应该在训练系统甚至实际系统中提供多组不同视觉设计以供切换, 学习者应该了解到视觉认知精度提升会越来越艰难.

6 结 语

本文对视觉感知中的边际效应递减现象开展了实证研究, 设计了一个散点图相关性的视觉感知实验, 并招募参与者进行实验. 实验结果验证了相关性视觉感知中存在边际效应递减现象. 本文探索边际效应递减法则在视觉感知中的存在性, 拓展了边际效应递减法则的应用场景, 可以激发学者进一步验证人们在颜色、面积、形状等感知中是否存在边际效应递减现象, 以及比较其程度差异.

参考文献(References):

[1] Dhillon I S. Co-clustering documents and words using bipartite spectral graph partitioning[C] //Proceedings of the Seventh ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. New York: ACM Press, 2001: 269-274

[2] Castro L C, Araujo A S. Marginal utility & its diminishing methods[J]. International Journal of Tax Economics and Management, 2019, 2(6): 35-47

[3] Price C. Diminishing marginal utility: the respectable case for discounting?[J]. International Journal of Sustainable Development, 2003, 6(1): 117-132

[4] Gao Hongye. Western economics (microscopic section)[M]. 3rd ed. Beijing: China Renmin University Press, 2004(in Chinese)
(高鸿业. 西方经济学: 微观部分[M]. 3 版. 北京: 中国人民大学出版社, 2004)

[5] Groom B, Maddison D. New estimates of the elasticity of marginal utility for the UK[J]. Environmental and Resource Economics, 2019, 72(4): 1155-1182

[6] Dickert S, Västfjäll D, Kleber J, *et al*. Scope insensitivity: the limits of intuitive valuation of human lives in public policy[J]. Journal of Applied Research in Memory and Cognition, 2015, 4(3): 248-255

[7] Li L, McMurray A, Li X M, *et al*. The diminishing marginal effect of R&D input and carbon emission mitigation[J]. Journal of Cleaner Production, 2021, 282: 124423

[8] Ebbinghaus H. Memory: a contribution to experimental psychology[J]. Annals of Neurosciences, 2013, 20(4): 155-156

[9] Murre J M J, Dros J. Replication and analysis of Ebbinghaus' forgetting curve[J]. PLoS One, 2015, 10(7): e0120644

[10] Chen Wei, Shen Zeqian, Tao Yubo, *et al*. Data visualization [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2013(in Chinese)
(陈为, 沈则潜, 陶煜波. 数据可视化[M]. 北京: 电子工业出版社, 2013)

[11] Zhao Y, Shi J C, Liu J W, *et al*. Evaluating effects of background stories on graph perception[J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 2022, 28(12): 4839-4854

[12] Zhao Y, Luo F, Chen M H, *et al*. Evaluating multi-dimensional visualizations for understanding fuzzy clusters[J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 2019, 25(1): 12-21

[13] Zhao Y, Jiang H J, Chen Q A, *et al*. Preserving minority structures in graph sampling[J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 2021, 27(2): 1698-1708

[14] Zhou F F, Lin X R, Liu C, *et al*. A survey of visualization for smart manufacturing[J]. Journal of Visualization, 2019, 22(2): 419-435

[15] Liu H Y, Chen X H, Wang Y D, *et al*. Visualization and visual analysis of vessel trajectory data: A survey[J]. Visual Informatics, 2021, 5(4): 1-10

[16] Hecht S. The visual discrimination of intensity and the Weber-Fechner law[J]. The Journal of General Physiology, 1924, 7(2): 235-267

[17] Fechner G T. Elements of psychophysics[M]. New York: Holt, Rinehart & Winston, 1948

[18] Cleveland W S, Diaconis P, McGill R. Variables on scatterplots look more highly correlated when the scales are increased[J]. Science, 1982, 216(4550): 1138-1141

[19] Lauer T W, Post G V. Density in scatterplots and the estimation of correlation[J]. Behaviour & Information Technology, 1989, 8(3): 235-244

[20] Goetz M K. The paradox of value: water rates and the law of diminishing marginal utility[J]. Journal-American Water Works Association, 2013, 105(9): 57-59

[21] Beattie B R, LaFrance J T. The law of demand versus diminishing marginal utility[J]. Review of Agricultural Economics, 2006, 28(2): 263-271

[22] Lin C C, Peng S S. The role of diminishing marginal utility in the ordinal and cardinal utility theories[J]. Australian Economic Papers, 2019, 58(3): 233-246

[23] Jolink A, Van Daal J. Gossen's laws[J]. History of Political Economy, 1998, 30(1): 43-50

[24] Ormazabal K M. The law of diminishing marginal utility in Alfred Marshall's principles of economics[J]. The European Journal of the History of Economic Thought, 1995, 2(1): 91-126

[25] Samuelson P A, Nordhaus W D. Study guide to accompany economics[M]. Beijing: Huaxia Publishing House, 2000(in Chinese)
(保罗·萨缪尔森, 威廉·诺德豪斯. 经济学学习指南[M]. 曹祖平, 等译. 北京: 华夏出版社, 2000)

[26] Jevons W S. The theory of political economy[M]. Beijing: The Commercial Press, 2012(in Chinese)
(斯坦利·杰文斯. 政治经济学理论[M]. 郭大力, 译. 商务印书馆, 2012)

[27] Bai Yuping. A study on fossilization from the perspective of the law of diminishing marginal utility[J]. Science·Economy·Society, 2009, 27(2): 46-49+52(in Chinese)
(摆玉萍. 从边际效用递减规律看语言石化现象[J]. 科学·经济·社会, 2009, 27(2): 46-49+52)

[28] Hu Zhen, He Jingjing, Li Yingfeng. Study on the marginal effect of residential carbon emissions on urban household[J]. Population & Economics, 2018(6): 112-124(in Chinese)
(胡振, 何晶晶, 李迎峰. 城市家庭居住碳排放的人口边际效应[J]. 人口与经济, 2018(6): 112-124)

[29] Kay M, Heer J. Beyond weber's law: a second look at ranking visualizations of correlation[J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 2016, 22(1): 469-478

[30] Cui L, Massey C M, Kellman P J. Perceptual learning in correlation estimation: The role of learning category organization[C]//Proceedings of the 40th Annual Conference of the Cognitive Science Society. Madison, WI: Cognitive Science Society, 2018: 262-267

[31] Harrison L, Yang F M, Franconeri S, *et al*. Ranking visualizations of correlation using Weber's law[J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 2014, 20(12): 1943-1952

[32] Li J, Martens J B, Van Wijk J J. Judging correlation from scatterplots and parallel coordinate plots[J]. Information Visualization, 2010, 9(1): 13-30

[33] Erlick D E. Human estimates of statistical relatedness[J]. Psychonomic Science, 1966, 5(10): 365-366

[34] Strahan R F, Hansen C J. Underestimating correlation from scatterplots[J]. Applied Psychological Measurement, 1978, 2(4): 543-550

[35] Bobko P, Karren R. The perception of pearson product moment correlations from bivariate scatterplots[J]. Personnel Psychology, 1979, 32(2): 313-325

[36] Pollack I. Identification of visual correlational scatterplots[J]. Journal of Experimental Psychology, 1960, 59(6): 351-360

[37] Rensink R A. The nature of correlation perception in scatterplots[J]. Psychonomic Bulletin & Review, 2017, 24(3): 776-797

[38] Yang F M, Harrison L T, Rensink R A, *et al*. Correlation judgment and visualization features: a comparative study[J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 2019, 25(3): 1474-1488

[39] Wei Y Y, Mei H H, Zhao Y, *et al*. Evaluating perceptual bias during geometric scaling of scatterplots[J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 2020, 26(1): 321-331

[40] Meyer J, Taieb M, Flascher I. Correlation estimates as perceptual judgments[J]. Journal of Experimental Psychology: Applied, 1997, 3(1): 3-20

[41] Elliott M A. Interference in the perception of correlation in two population scatterplots[D]. Vancouver: University of British Columbia, 2016

[42] Rensink R A, Baldridge G. The perception of correlation in scatterplots[J]. Computer Graphics Forum, 2010, 29(3): 1203-1210

[43] Ondov B, Jardine N, Elmqvist N, *et al*. Face to face: evaluating visual comparison[J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 2019, 25(1): 861-871

[44] Crispen P D. Identifying the point of diminishing marginal utility for cognitive task analysis surgical subject matter expert interviews[D]. California: University of Southern California, 2010

[45] Ting D H, Cheng C F C. Measuring the marginal effect of pro-environmental behaviour: Guided learning and behavioural enhancement[J]. Journal of Hospitality, Leisure, Sport & Tourism Education, 2017, 20: 16-26

[46] Wright T P. Factors affecting the cost of airplanes[J]. Journal of the Aeronautical Sciences, 1936, 3(4): 122-128

[47] Hax A C, Majluf N S. Competitive cost dynamics: the experience curve[J]. Interfaces, 1982, 12(5): 50-61