

面向三段翼绕流模拟的重叠笛卡儿网格生成方法

陈浩^{1,2)}, 齐龙¹⁾, 华如豪¹⁾, 毕林^{1,2)}, 袁先旭^{1,2)}, 陈波¹⁾, 庞宇飞¹⁾, 刘杨^{1)*}

¹⁾ (中国空气动力研究与发展中心计算空气动力研究所 绵阳 621000)

²⁾ (空天飞行空气动力科学与技术全国重点实验室 绵阳 621000)

(liuyang@cardc.cn)

摘 要: 三段翼绕流问题几何特征和外部流动复杂, 高质量网格生成和数值模拟难度大, 是计算流体力学领域具有挑战性的问题之一. 针对该类问题建立适用的重叠笛卡儿网格生成方法, 以降低空间网格生成的复杂度, 实现笛卡儿网格框架下三段翼黏性流动模拟. 基于笛卡儿网格的自适应优势, 构建了重叠区尺度匹配的笛卡儿网格自适应技术, 保证在不同网格间实现光滑过渡; 在重叠区贡献单元搜索过程中, 针对重叠区不同类型网格设计了相匹配的搜索方法, 构建了近壁贴体结构网格和背景笛卡儿网格之间的数据交互和传递方法; 在上述网格框架的基础上, 通过黏性流动控制方程在不同网格区域的空间和时间离散, 构建了匹配的黏性流动数值求解器; 采用所构建的数值求解器, 针对高雷诺数状态下的三段翼绕流问题进行了算例考核, 机翼整体及不同展位的压力系数计算结果与实验值吻合较好, 证明了所提方法的有效性和可靠性.

关键词: 笛卡儿网格; 重叠网格技术; 高雷诺数; 三段翼

中图法分类号: TP391.41

DOI: 10.3724/SP.J.1089.2023-00688

An Overset Cartesian Grid Methodology for Simulation of Flow around Three-Element Airfoils

Chen Hao^{1,2)}, Qi Long¹⁾, Hua Ruhao¹⁾, Bi Lin^{1,2)}, Yuan Xianxu^{1,2)}, Chen Bo¹⁾, Pang Yufei¹⁾, and Liu Yang^{1)*}

¹⁾ (Computational Aerodynamics Institute, China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang 621000)

²⁾ (State Key Laboratory of Aerodynamics, Mianyang 621000)

Abstract: The geometric characteristics and external flow of the three-element airfoils problem are complex, and the high-quality mesh generation and numerical simulation are difficult, which is one of the challenging problems in the field of Computational Fluid Dynamics. In order to reduce the complexity of spatial mesh generation and realize the simulation of three-element airfoils viscous flow under the Cartesian mesh framework, an applicable overset Cartesian mesh generation method is established to reduce the complexity of spatial mesh generation. A Cartesian mesh adaptation technology with overset area scale matching is constructed to ensure smooth transition between different meshes. In the process of searching for the contribution cells of the overset area, a matching method is designed for different types of grids, and the data transfer method between the near-wall structured grid and the background Cartesian grid is constructed. On the basis of the above grid framework, the spatial and temporal discretization of the governing equations of viscous flow in different grid regions is carried out, and a matching numerical solver for viscous flow is constructed. Using the constructed numerical solver, a numerical example is used to verify the three-element airfoils problem in the state of high

收稿日期: 2023-10-19; 修回日期: 2024-04-02. 陈浩(1992—), 男, 博士, 高级工程师, 主要研究方向为笛卡儿网格; 齐龙(1986—), 男, 硕士, 工程师, 主要研究方向为结构网格生成; 华如豪(1987—), 男, 博士, 副研究员, 主要研究方向为流固耦合; 毕林(1981—), 男, 博士, 研究员, 硕士生导师, 主要研究方向为笛卡儿网格; 袁先旭(1974—), 男, 博士, 研究员, 博士生导师, 主要研究方向为非定常流动; 陈波(1986—), 男, 硕士, 高级工程师, 主要研究方向为笛卡儿网格; 庞宇飞(1970—), 男, 硕士, 正高级工程师, 硕士生导师, 主要研究方向为网格生成; 刘杨(1985—), 男, 硕士, 高级工程师, 硕士生导师, 论文通信作者, 主要研究方向为网格生成.

Reynolds number, the calculated results of the pressure coefficient of the whole wing and different booths are in good agreement with the experimental values, which proves the effectiveness and reliability of the proposed methodology.

Key words: Cartesian mesh; overset grid; high Reynolds number; three-element airfoils

三段翼是现代飞机增升装置的典型构型之一,其构成包括主翼、前缘缝翼、后缘襟翼等多个分段,对于飞机的升阻比和起降性能具有重要影响.高升力多段翼绕流问题是计算流体力学(computational fluid dynamics, CFD)领域的热点问题.

三段翼构型几何外形复杂,具有多体/缝隙等典型特征,手动生成网格难度大,需要耗费大量时间划分拓扑,并且网格质量受到人工经验约束;相应的,其外部流动也十分复杂,存在流动分离、尾迹区与边界层掺混、湍流和转捩等流动现象,对于匹配的数值方法提出较高要求.因此,高效、高质量的网格生成和相应的数值方法是实现精细模拟三段翼流动问题的关键,相关研究具有重要的价值和意义.

国内外很多学者对多段翼绕流的数值模拟进行研究,王运涛等^[1]提出多段翼绕流的高精度模拟方法;白文等^[2]对于高雷诺数高升力多段翼的流动问题进行了数值模拟;朱自强等^[3]和 Rumsey 等^[4]对于高升力多段翼绕流问题进行综述.这些工作在多段翼绕流问题的数值方法方面取得了卓有成效的进展.

上述方法多采用分块结构网格,虽然其生成网格的质量高却较为复杂.在自动化方面有显著优势的是自适应笛卡儿网格,但其对于黏性附面层的捕捉能力相比结构网格有很多不足^[5-12].为了保证近壁网格质量前提下提高网格生成的自动化程度,靠近物面处可以采用结构网格、背景可采用自适应块笛卡儿网格,两者之间通过重叠技术处理.这种方法本质上属于混合网格方法,可以在一定程度上综合2种网格的优势^[13-20].当前,国内对于黏性重叠笛卡儿网格技术相关研究的公开文献不多,而其有研究和应用的价值.

针对三段翼绕流问题,本文对近壁贴体结构网格/笛卡儿网格的重叠技术进行研究和应用,提出面向三段翼绕流模拟的重叠笛卡儿网格生成方法.该方法包括黏性笛卡儿网格数值离散方法,重叠区尺度匹配的笛卡儿网格自适应技术,重叠网格数据传递和交互技术;并建立了三段翼绕流问题重叠笛卡儿网格生成和黏性流动数值求解器,可为高升力

多段翼流动问题的高效可靠模拟提供技术手段.

1 数值方法

本文基于三维守恒型 Navier-Stokes 方程进行数值离散,该方程是由连续性方程、动量方程和能量方程综合得到的,其无量纲化^[21]后可写为

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial z} = \frac{\text{Ma}}{\text{Re}} \left(\frac{\partial \mathbf{E}_v}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}_v}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{G}_v}{\partial z} \right).$$

其中, $\mathbf{U}$ 表示守恒变量矢量; $\mathbf{E}$, $\mathbf{F}$, $\mathbf{G}$ 分别对应 x, y, z 坐标方向上的通量矢量; $\mathbf{v}$ 代表黏性通量; Ma 代表来流马赫数, Re 代表雷诺数.

数值离散采用无波动、无自由参数的耗散差分格式(non-oscillatory, containing no free parameters and dissipative scheme, NND)格式^[22-23]进行无黏项的离散,通过中心差分方法进行黏性项的离散,该方法已经通过大量实验验证.

以 x 方向上的变量为例(其他方向的形式类似),采用 NND 格式的无黏通量空间离散公式为

$$\begin{cases} (\delta_x \mathbf{E})_i = \mathbf{E}_{i+1/2} - \mathbf{E}_{i-1/2} \\ \mathbf{E}_{i+1/2} = \frac{1}{2}(\mathbf{E}_i + \mathbf{E}_{i+1}) + \\ \quad \frac{1}{2}(\mathbf{A}_{i+1/2}^+ \Delta \mathbf{U}_{i+1/2}^L - \mathbf{A}_{i+1/2}^- \Delta \mathbf{U}_{i+1/2}^R) \\ \Delta \mathbf{U}_{i+1/2}^L = -\Delta \mathbf{U}_{i+1/2} + \min \text{mod}(\Delta \mathbf{U}_{i+1/2}, \Delta \mathbf{U}_{i-1/2}) \\ \Delta \mathbf{U}_{i+1/2}^R = -\Delta \mathbf{U}_{i+1/2} + \min \text{mod}(\Delta \mathbf{U}_{i+3/2}, \Delta \mathbf{U}_{i+1/2}) \end{cases}.$$

此外, NND 格式存在出现非物理解的可能性,这是 Godunov 类求解器^[21-23]经常会遇到的问题.当无黏通量矩阵特征值较小时,与熵增条件相违背,就会产生非物理的数值解,此时必须引入熵修正,但熵修正的引入对于数值格式的精度和稳定性都有影响,需要一定的经验性.本文采用 Harten 熵修正方法^[21-23],公式为

$$|\lambda| = \begin{cases} \lambda, & |\lambda| \geq \delta \\ \frac{(\lambda^2 + \delta^2)}{2\delta}, & |\lambda| < \delta \end{cases}.$$

其中, λ 表示特征值; δ 表示修正的经验参数.

显式时间推进格式常用的是 Runge-Kutta 显式

推进方法,可以得到全离散格式;其中,有些可以保持差分解的总变差衰减(total variation diminishing, TVD)性质,而有些却不能,如常规的三阶和四阶 Runge-Kutta 方法难以保持 TVD 性质. 本文选取具有 TVD 性质的 Runge-Kutta 型时间离散格式^[24].

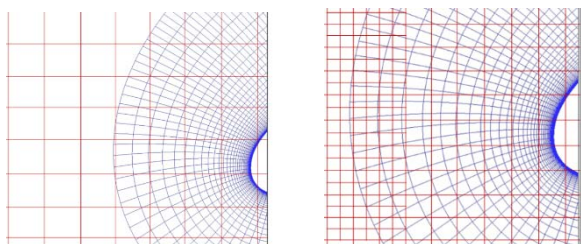
2 尺度匹配的自适应笛卡儿网格技术

重叠区的网格之间需要确保过渡的光滑性,若尺寸相差较大,可能引起数值振荡剧烈甚至计算失败. 本文借助笛卡儿网格自适应的优势,灵活构建重叠区网格尺度匹配方式,该自适应尺寸匹配技术的基本思路如下:

(1) 在重叠网格间边界定义基础上,将重叠边界附近的笛卡儿网格与贴体结构网格的网格尺度进行对比,计算重叠区网格尺寸比例系数.

(2) 对于网格尺寸比例系数不符合要求的笛卡儿网格,采用自适应技术对其进行加密处理:重叠区网格尺寸比例系数记为 $k = |d_1/d_2|$, 其中, d_1, d_2 分别表示笛卡儿网格和贴体网格最短边长. k 的比例系数为 0.5~2.0, 若 $k > 2.0$, 笛卡儿网格通过等分进行加密,二维笛卡儿网格一分为四、三维笛卡儿网格一分为八;若 $k < 0.5$, 笛卡儿网格通过子单元合并进行粗化.

(3) 逐个检查贴体网格的外边界附近的笛卡儿网格,直到重叠边界区笛卡儿网格没有不符合要求的单元为止,如图 1 所示.



a. 尺度匹配前

b. 尺度匹配后

图 1 重叠区网格尺度匹配前后对比

3 重叠网格数据传递和交互技术

3.1 贡献单元搜索方法

贡献单元搜索方法^[25]是重叠区数据检索和传递的常用方法. 由于笛卡儿网格和贴体网格具有不同的拓扑特点和数据结构,因此需要根据各自的特点分别设计对应网格区域的单元搜索方法.

3.1.1 笛卡儿网格贡献单元搜索方法

笛卡儿网格贡献单元搜索方法步骤如下.

Step1. 对笛卡儿网格的格心构建匹配的包围盒,以如图 2a 为例, $P_1(x_{\min}, y_{\min}, z_{\min})$ 和 $P_2(x_{\max}, y_{\max}, z_{\max})$ 为界定包围盒范围的对角点,其距离可视为包围盒在笛卡儿空间的特征尺度.

Step2. 对包围盒内的所有结构网格点进行搜索.

Step3. 计算笛卡儿网格包围盒内结构网格点的总数,若网格数目达到根据精度要求人工设置的计算需求,则进行计算各结构网格点与笛卡儿格心点的距离参数,进一步选择结构网格点;否则,继续基于对角点扩大所设定的包围盒范围,直至满足要求.

Step4. 贡献单元为 Step3 最终选中的结构网格点,构建相应的重构插值算法,即可获取笛卡儿格心流动参数. 例如,若选中的结构网格点数目为 N ,对于目标点 P 点的流动参数 Q_p 为

$$Q_p = \left(\sum_{i=1}^N Q_i e^{-|l_i|} \right) / \left(\sum_{i=1}^N e^{-|l_i|} \right) \quad (1)$$

其中, l_i 表示第 i 点到 P 的距离; Q_i 表示第 i 点的流动参数.

3.1.2 结构网格贡献单元搜索方法

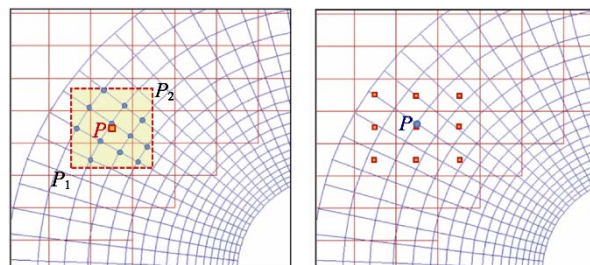
结构网格贡献单元搜索方法步骤如下.

Step1. 依据近壁贴体网格确定的重叠网格边界,可获得结构网格节点所在笛卡儿网格相交单元的逻辑位置.

Step2. 以上述相交单元为中心,根据笛卡儿网格的数据结构,可方便、快速地确定该笛卡儿网格相交单元的邻居单元,如图 2b 所示.

Step3. 统计邻居单元数目,并依次计算其格心与目标结构网格格心间的距离. 若邻居单元数满足贡献单元所需数目,依据距离参数选取所需笛卡儿单元;否则,继续扩大笛卡儿网格邻居层数,直到可选贡献单元数目满足条件为止.

Step4. 以所选笛卡儿网格及其邻居单元为贡献单元,结合相应插值算法(与前述插值算法式(1)类似,这里不再赘述),获得贴体结构网格重叠边界节点的流动参数.



a. 笛卡儿网格贡献单元搜索

b. 结构网格贡献单元搜索

a. 笛卡儿网格贡献单元搜索

b. 结构网格贡献单元搜索

图 2 待查询目标单元和贡献单元

3.2 网格数据传递技术

重叠网格必须通过插值的方法实现网格域之间的信息交流,合理可靠的插值方式是保证流场计算正确的基础之一.常用的非守恒型插值方法有双/三线性插值、Lagrange插值、Kriging插值等^[2].与其他非守恒型插值方法相比,双线性插值方法计算量更小,计算效率较高,可用来构建高效的数据传递和交互技术方法.

图3所示为双线性插值方法示意图,其中, A_1 , A_2 , A_3 ,和 A_4 等单元是目标单元流场信息获取所需

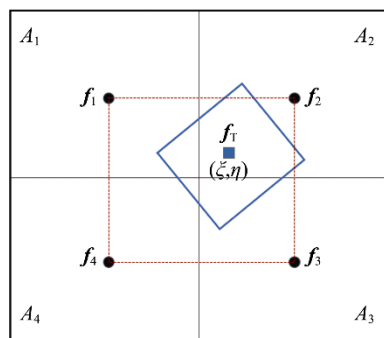


图3 双线性插值方法示意图

要的插值重构贡献单元,其插值公式为

$$\begin{cases} f_T = K_1\xi + K_2\eta + K_3\xi\eta + K_4 \\ K_1 = f_2 - f_1 \\ K_2 = f_3 - f_1 \\ K_3 = f_1 - f_2 - f_3 + f_4 \\ K_4 = f_1 \end{cases} \quad (2)$$

其中, f_T , $f_1 \sim f_4$ 分别表示目标单元和各贡献单元的流场值; (ξ, η) 表示目标单元中心坐标.

4 算例及结果分析

NHLP 二维三段翼绕流问题,是考核重叠或混合网格技术的经典算例,包含前缘缝翼、主翼和后缘襟翼;其中,前缘缝翼的偏转角为 25° ,后缘襟翼的偏转角为 20° ,这种构型容易产生流动分离,很考验数值方法对于复杂边界层流动问题的模拟能力.根据实验状态^[26],来流马赫数 $Ma=0.197$,基于平均弦长的来流雷诺数 $Re=3.52 \times 10^6$,在攻角为 4° 下开展计算.

图4所示为三段翼重叠笛卡儿网格示意图,其

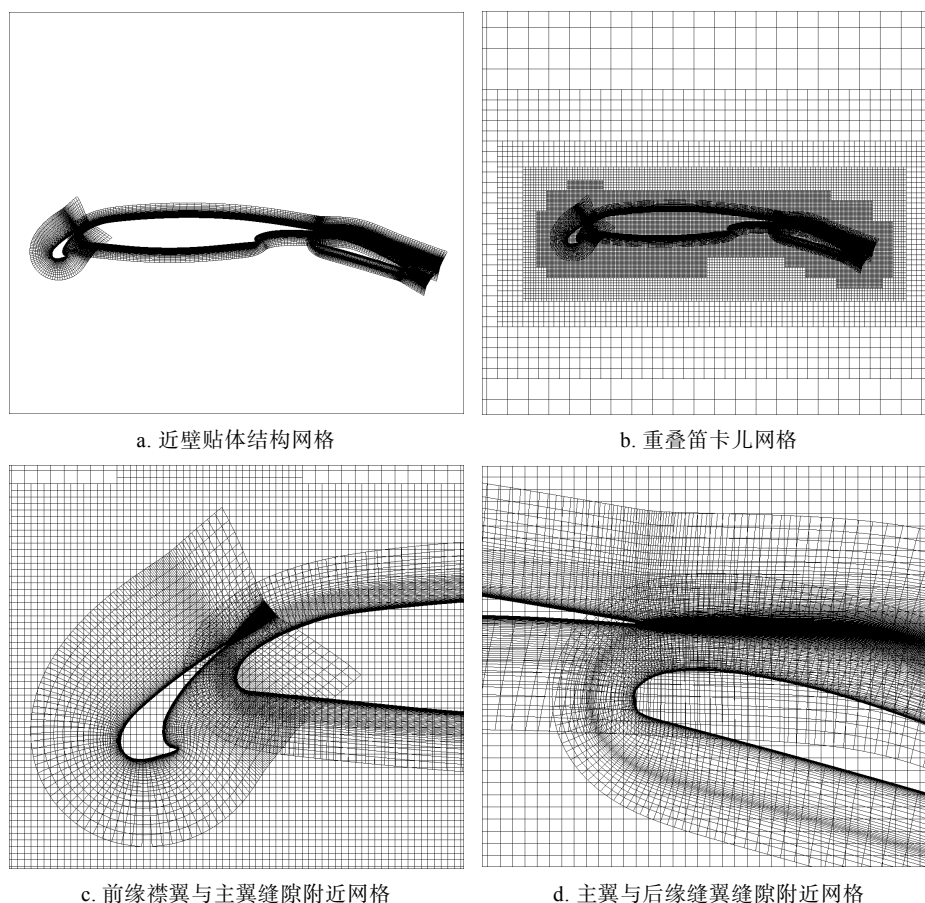
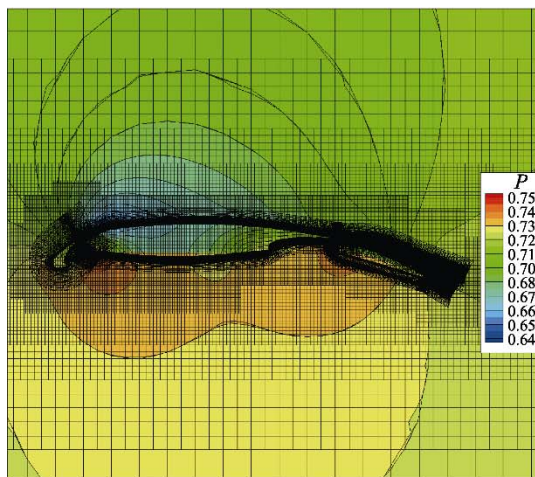


图4 三段翼重叠笛卡儿网格示意图

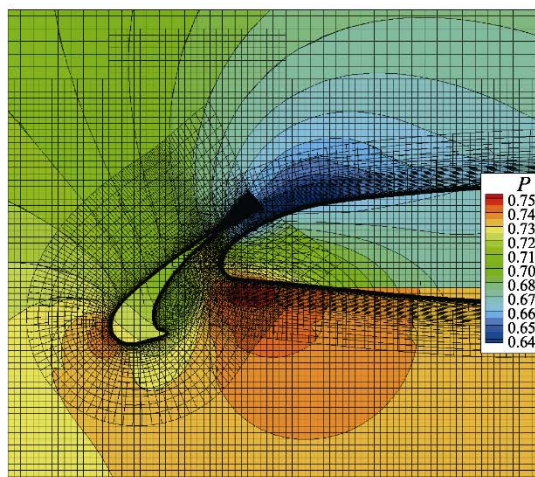
中的网格是基于根据自动生成算法,在前缘缝翼、主翼和后缘襟翼不同部件的框架上进行贴体结构网格生成.背景笛卡儿网格根据框架边界最外层网格尺度进行自动匹配加密,生成高质量贴体和笛卡儿重叠网格.图 5 所示为网格分布和流场马

赫数云图.其中, P 表示压强分布.可以看出,流场云图流线有重叠和不光滑的现象,这是因为不同网格块重叠造成了云图显示的重复,并不影响其流场特性;重叠笛卡儿网格技术能够很好地捕捉三段翼复杂构型基本的流动特征.

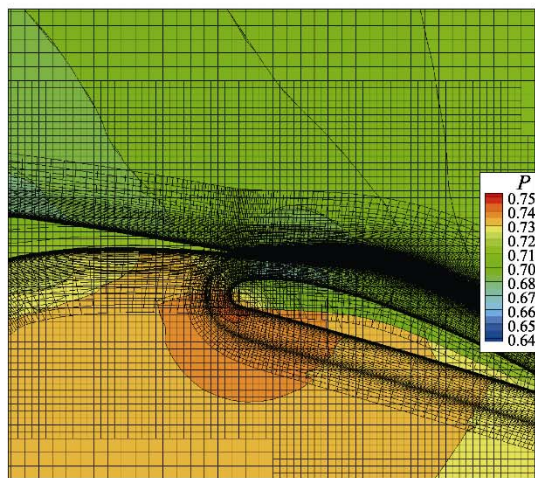
由于三段翼绕流存在典型的分离流动现象,本文选取 SST(shear stress transfer)模型和 SA (spalart-allmaras)模型进行实验,图 6 所示为表面压力系数、升阻力系数与实验值的对比结果.其中, C_p 表示表面压力系数, L_x 表示横轴坐标值与参考弦长的比值.可以看出,采用 SA 模型和 SST 模型,得到的计算结果均与实验值表现出很高的吻合度,其中, SST 模型总体上与实验值更接近,证明了本文方法的准确性和可靠性.在前缘缝翼,计算值与实验值偏差相对较大,可能是受到贴体网格间重叠插值的误差影响,将在未来工作中进一步研究.



a. 分块结果流场压力云图



b. 前缘襟翼与主翼缝隙附近压力云图



c. 主翼与后缘缝翼缝隙附近压力云图

图 5 网格分布和流场马赫数云图

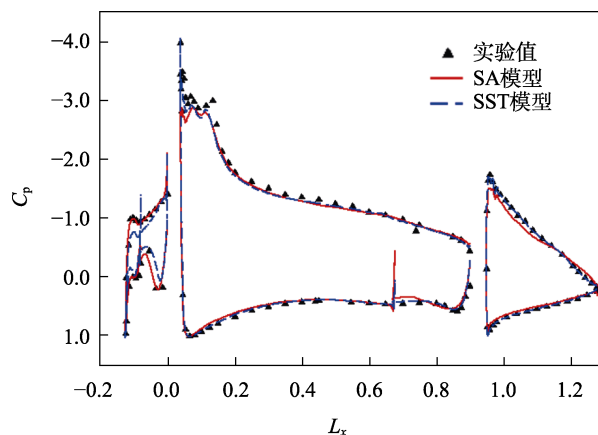


图 6 不同模型压力分布与实验值结果对比

图 7 所示为典型站位处总压系数与实验数据的对比.其中, L_y 表示纵轴坐标值与参考弦长的比值.可以看出,采用 SA 模型和 SST 模型得到的计算结果,与实验数据分布趋势呈现一致性,局部位置定量上仍有差异;图 7a~图 7c 的计算结果均呈现出边界层厚度偏大的特点,基于总压系数和当地速度的关系,还具有尾迹速度偏小、尾迹宽度偏大的特点;图 7a 处于主翼位置,图 7b 和图 7c 处于后缘襟翼的位置,各站位的基于 SST 模型的计算结果与实验数据吻合度更高,但局部位置仍有差异,可能是在分离特征明显时,所用的湍流模型模拟能力不足导致的,这将在后续工作中进一步研究.

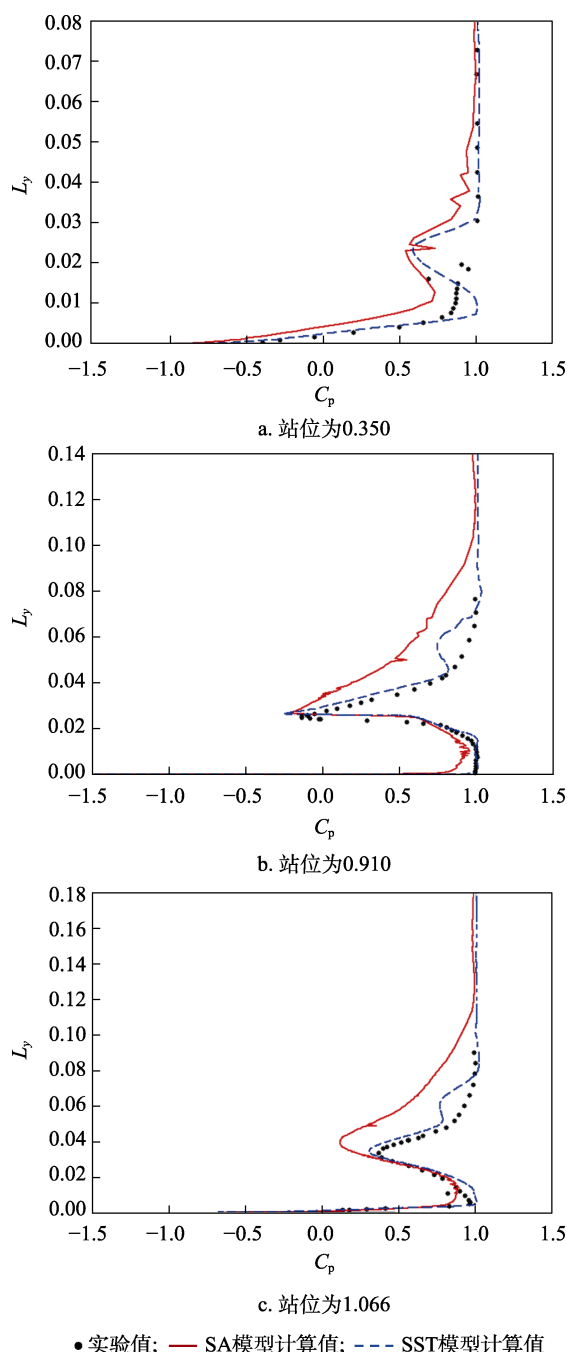


图7 不同站位总压系数与实验值结果对比

5 结 语

本文针对三段翼绕流问题, 提出面向三段翼绕流模拟的重叠笛卡儿网格生成方法. 首先构建笛卡儿网格框架下黏性流动数值求解器, 以及重叠区尺度匹配的网格自适应技术; 在此基础上, 构建了重叠网格数据传递和交互方法, 形成了基于笛卡儿网格方法的高雷诺数多段翼流动问题模拟技术. 通过算例结果, 证明了本文方法的可行性和可靠性. 未来, 将进一步探究对贴体网格间重叠插

值、更精细的湍流模拟等方法对多段翼绕流问题的数值结果的影响.

参考文献(References):

- [1] Wang Yuntao, Meng Dehong, Deng Xiaogang. High-order numerical study of complex flow over multi-element airfoil[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2013, 31(1): 88-93(in Chinese) (王运涛, 孟德虹, 邓小刚. 多段翼型高精度数值模拟技术研究[J]. 空气动力学学报, 2013, 31(1): 88-93)
- [2] Bai Wen, Yan Hong, Cheng Shuiyan, *et al.* High-order aerodynamic numerical simulation of two-dimensional high-lift airfoil NLR7301[C] //Proceedings of the High-level Forum on Key Technologies of Large Aircraft and the 2007 Annual Conference of the Chinese Society of Aeronautics and Astronautics. Shenzhen: Chinese Society of Aeronautics and Astronautics, 2007: 1-8(in Chinese) (白文, 颜洪, 成水燕, 等. 二维高升力翼型 NLR7301 高精度气动数值模拟[C] //大型飞机关键技术高层论坛暨中国航空学会2007年学术年会论文集. 深圳: 中国航空学会, 2007: 1-8)
- [3] Zhu Ziqiang, Chen Yingchun, Wu Zongcheng, *et al.* Numerical simulation of high lift system configuration[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2005, 26(3): 257-262(in Chinese) (朱自强, 陈迎春, 吴宗成, 等. 高升力系统外形的数值模拟计算[J]. 航空学报, 2005, 26(3): 257-262)
- [4] Rumsey C L, Ying S X. Prediction of high lift: review of present CFD capability[J]. Progress in Aerospace Sciences, 2002, 38(2): 145-180
- [5] Lima E Silva, Silveira-Neto, Damasceno. Numerical simulation of two-dimensional flows over a circular cylinder using the immersed boundary method[J]. Journal of Computational Physics, 2003, 189(2): 351-370
- [6] Nakahashi K, Ito Y, Togashi F. Some challenges of realistic flow simulations by unstructured grid CFD[J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 2003, 43(6-7): 769-783
- [7] Clarke D K, Salas M D, Hassan H A. Euler calculations for multielement airfoils using Cartesian grids[J]. AIAA Journal, 1986, 24(3): 353-358
- [8] Mitcheltree R A, Salas M D, Hassan H A. Grid embedding technique using Cartesian grids for Euler solutions[J]. AIAA Journal, 1988, 26(6): 754-756
- [9] Meinke M, Schneiders L, Günther C, *et al.* A cut-cell method for sharp moving boundaries in Cartesian grids[J]. Computers & Fluids, 2013, 85: 135-142
- [10] Udaykumar H S, Mittal R, Rampunggoon P, *et al.* A sharp interface Cartesian grid method for simulating flows with complex moving boundaries[J]. Journal of Computational Physics, 2001, 174(1): 345-380
- [11] Peskin C S. Flow patterns around heart valves: a numerical method[J]. Journal of Computational Physics, 1972, 10(2): 252-271
- [12] De Zeeuw, Darren, Kenneth G P. An adaptively refined Cartesian mesh solver for the Euler equations[J]. Journal of Compu-

- tational Physics, 1993, 104(1): 56-68
- [13] Bernardini M, Modesti D, Pirozzoli S. On the suitability of the immersed boundary method for the simulation of high-Reynolds-number separated turbulent flows[J]. Computers & Fluids, 2016, 130: 84-93
- [14] Ye, Tao, Mittal R, *et al.* An accurate Cartesian grid method for viscous incompressible flows with complex immersed boundaries[J]. Journal of Computational Physics, 1999, 156(2): 209-240
- [15] Shyy W, Tong S S, Correa S M. Numerical recirculating flow calculation using a body-fitted coordinate system[J]. Numerical Heat Transfer, 1985, 8(1): 99-113
- [16] Mirzaei M, Poozesh A. Simulation of fluid flow in a body-fitted grid system using the lattice Boltzmann method[J]. Physical Review E, 2013, 87(6): 063312
- [17] Wang Z J. A Quadtree-based adaptive Cartesian/Quad grid flow solver for Navier-Stokes equations[J]. Computers & Fluids, 1998, 27(4): 529-549
- [18] Mohebbi F, Sellier M. Optimal shape design in heat transfer based on body-fitted grid generation[J]. International Journal for Computational Methods in Engineering Science and Mechanics, 2013, 14(3): 227-243
- [19] Thames F C, Thompson J F, Mastin C W, *et al.* Numerical solutions for viscous and potential flow about arbitrary two-dimensional bodies using body-fitted coordinate systems[J]. Journal of Computational Physics, 1977, 24(3): 245-273
- [20] Chang Xinghua, Ma Rong, Zhang Laiping. Parallel implicit hole-cutting method for unstructured overset grid[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2018, 39(6): 121780(in Chinese)
(常兴华, 马戎, 张来平. 并行化非结构重叠网格隐式装配技术[J]. 航空学报, 2018, 39(6): 121780)
- [21] Zhang Hanxin, Shen Mengyu. Computational fluid dynamics: principles and applications of differential methods[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2003(in Chinese)
(张涵信, 沈孟育. 计算流体力学: 差分方法的原理和应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2003)
- [22] Zhang Hanxin. Non-oscillatory and non-free-parameter dissipation difference scheme[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 1988, 6(2): 143-165(in Chinese)
(张涵信. 无波动、无自由参数的耗散差分格式[J]. 空气动力学学报, 1988, 6(2): 143-165)
- [23] van Leer B. Flux-vector splitting for the Euler equations[C] //Proceedings of the Conference on Eighth International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics. Heidelberg: Springer, 1982: 507-512
- [24] Engquist B, Majda A. Absorbing boundary conditions for the numerical simulation of waves[J]. Mathematics of Computation, 1977, 31(139): 629-651
- [25] Shen Zhiwei. Research on hybrid Cartesian grid method for simulating unsteady flows[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2016(in Chinese)
(沈志伟. 基于混合笛卡尔网格方法的非定常流动问题研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2016)
- [26] Murayama M, Lei Z, Mukai J, *et al.* CFD validation for high-lift devices: Three-element airfoil[J]. Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences, 2006, 49(163): 40-48