子图匹配和强化学习增强的三维点云配准

张义[1)], 董华[1)], 吴巧云[2)], 易程[3)], 汪俊[3)*]

[1)] (中建三局第一建设工程有限责任公司 武汉 430040)
[2)] (安徽大学人工智能学院 合肥 230601)
[3)] (南京航空航天大学机电学院 南京 210016)
(wjun@nuaa.edu.cn)

摘 要: 针对低质量三维点云数据配准精度不足、效率低的问题, 为了实现低质量点云的精确、快速配准, 提出一种基于子图匹配和强化学习的点云配准方法. 首先将三维点云配准转化为一系列离散的刚性变换连续作用结果, 利用强化学习策略训练一个端到端的模型以迭代输出刚性变换动作; 然后对于模型架构, 采用双流主干网络分别提取源点云与目标点云的局部特征信息, 设计交叉图注意力模块将源点云图和目标点云图中的相似节点关联起来, 使用带选通向量的加权实现图节点的聚合, 分别获取源点云图与目标点云图的全局特征表示; 最后融合源点云图与目标点云图的全局特征, 基于融合特征预测离散的刚性变换动作. 强化学习策略的引入显著提高了点云配准算法的泛化性, 在加入交叉图注意力模块后, 点云配准的精度及效率也进一步被提升. 在 ModelNet40 和 ScanObjectNN 这 2 个公共基准数据集上与最新的点云配准方法 ReAgent 进行实验的结果表明, 所提方法能够将旋转误差的均方差数值降低至少 0.16, 各向同性旋转误差数值也降低至少 0.16, 有效地提升低质量点云配准的精度.

关键词: 点云配准; 强化学习; 图神经网络; 子图匹配; 交叉图注意力机制
中图法分类号: TP391.41 **DOI:** 10.3724/SP.J.1089.2024.19802

3D Point Cloud Registration Enhanced by Subgraph Matching and Reinforcement Learning

Zhang Yi[1)], Dong Hua[1)], Wu Qiaoyun[2)], Yi Cheng[3)], and Wang Jun[3)*]

[1)] (*China Construction Third Bureau First Engineering Co., Ltd., Wuhan* 430040)
[2)] (*School of Artificial Intelligence, Anhui University, Hefei* 230601)
[3)] (*College of Mechanical and Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing* 210016)

Abstract: Aiming at the insufficient accuracy and the low efficiency of 3D point cloud registration, a point cloud registration method based on subgraph matching and reinforcement learning was proposed to achieve the accurate and fast registration of low-quality point cloud. Firstly, the 3D point cloud registration can result from a series of discrete rigid transformation actions, and this work used a reinforcement learning strategy to train an end-to-end model to iteratively predict the rigid transformation actions. Then, for the model architecture, a Siamese backbone was used to extract the local feature information of the source point cloud and the target point cloud, respectively. Similar nodes in the source graph and the target graph were associated through a proposed cross-graph attention module. The aggregation of graph nodes was designed to extract global features of two graphs, by using the weighted sum with gating vectors. Finally, the global features of the source graph

收稿日期: 2022-06-22; 修回日期: 2022-09-13. **基金项目**: 国家自然科学基金重大研究计划(92160301); 江苏省科技项目(BE2021057). **张义**(1970—), 男, 大专, 高级工程师, 主要研究方向为点云数据处理、钢结构设计及施工技术; **董华**(1984—), 男, 硕士, 工程师, 主要研究方向为点云数据处理、钢结构设计及施工技术; **吴巧云**(1993—), 女, 博士, 讲师, 主要研究方向为数字几何处理、计算机视觉; **易程**(1988—), 男, 博士, 助理研究员, 主要研究方向为数字化检测、点云数据处理; **汪俊**(1981—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 论文通信作者, 主要研究方向为数字几何处理.

and the target graph were fused, and the discrete rigid transformation action was predicted based on the fused feature. The reinforcement learning strategy significantly improves the generalization of point cloud registration. The cross-graph attention module further improves the accuracy and efficiency of point cloud registration. Extensive experiments on both synthetic and real-scanned datasets, ModelNet40 and ScanObjectNN, demonstrate that, compared with the latest point cloud registration method, ReAgent, the proposed method can reduce the mean average error of rotation by at least 0.16 and the isotropic rotation error by at least 0.16, effectively improving the accuracy of registration on low-quality point clouds.

Key words: point cloud registration; reinforcement learning; graph neural network; subgraph matching; cross-graph attention mechanism

三维点云配准是计算机图形学、计算机视觉和机器人学中的一项基本任务[1-2]. 给定 2 个部分重叠且含有数据噪声的三维点云，点云配准的目标是估计将 2 个输入点云对齐的刚性变换矩阵，广泛应用于三维场景重建[3]、定位[4]和同步定位与建图(simultaneous localization and mapping, SLAM)[5]等方面. 这些应用要求配准方法对低质量的点云具有鲁棒性，且当传感器相距较远时能够实时运行.

传统的点云配准方法是在假设点云对处于相对较好的初始姿势的情况下，迭代解决该问题，如迭代最近点(iterative closest point, ICP)方法[6]. 然而，这种方法的迭代性质限制了其在大规模点云中的实时应用；此外，当初始姿态估计较差时，这些方法也容易收敛于局部最优，出现非全局最优解. 文献[7-8]通过引入全局优化变量解决局部最优问题，但是也会带来较高的计算复杂度.

随着深度学习技术发展，出现了大量基于深度学习和特征对应的配准方法[9-14]. 它们通过训练深度神经网络提取 2 个输入点云间的点对应关系，在此基础上，使用鲁棒刚性变换估计器计算 2 个点云对齐变换矩阵，如随机抽样一致性算法(random sample consensus, RANSAC)[15]. 大多数基于特征对应的方法依赖关键点检测[9,16-17]，但当 2 个点云包含数据噪声较多时，在其上检测重叠的关键点比较困难.

为了应对上述问题及挑战，借鉴文献[18]的方法，本文提出一种基于子图匹配及强化学习的点云配准方法，在点云对噪声严重的情况下，能够精确、高效地估算使点云对对齐的刚性变换矩阵. 本文将三维点云配准转化为一系列离散的刚性变换连续作用结果，并利用强化学习策略训练一个端到端的模型以迭代输出刚性变换动作，实现源点云和目标点云的高精度快速配准；利用子图匹配的技术增强源点云和目标点云之间相似部分的特征信息，进一步提高低质量点云配准精度.

1 相关工作

1.1 传统的点云配准方法

ICP[6]是一种精配准方法，其假设在点云对初始相对姿势较好的情况下，迭代计算刚性变换参数，以最小化源点云中的点与其目标点云中的最近邻点之间的距离；该方法对点云初始姿态高度敏感，在点云对初始姿态较差时会收敛到局部极小值. 为了缓解这种情况，文献[7-8]利用变换空间上的分枝定界搜索来计算 ICP 的全局最优解；但这种全局方法的计算复杂度很高，限制了其在实时任务中的应用. 文献[19]使用多维特征向量对点云的局部几何结构进行编码，并基于编码结果确定空间点之间的对应关系，使用 ICP 实现 2 个点云的对齐. 文献[20]提出一种基于邻域曲率的低特征辨识度点云配准方法，首先基于法向量投影协方差分析提取关键点，结合快速特征直方图对关键点进行描述；然后设计多重匹配条件对特征点进行筛选；最后通过最小化对应特征点之间的距离实现粗配准. 文献[21]选取局部拟合曲面变化大的点为关键点，对关键点选取不同尺度的邻域空间，计算各空间之间的特征值归一化向量差异和法向量夹角，建立关键点描述符提升配准性能. 文献[22]通过优化在曲面上密集定义的目标方程，直接生成精确的刚性变换矩阵；该算法不涉及迭代采样、模型拟合或局部优化，也不需要好的初始化. 但是，这类方法都极易被噪声数据影响，导致最终的配准精度较低.

1.2 基于学习的点云配准方法

基于深度学习的方法借鉴 ICP 及一些变体方法的思路，通过设计神经网络架构提取点云的局部几何特征；通过衡量局部几何特征之间的相似性，确定空间点之间的匹配对应关系；基于这种匹配关系，可以使用可微加权奇异值分解[23-24]以闭

合形式得到刚性变换，或者使用随机梯度下降[25]进行优化. 因此，可定义端到端的深度学习点云配准框架，显著提升点云配准的效率. DCP-v2[23]是一个端到端的深度学习模型，由点云嵌入模块，基于注意力机制的指针生成层实现近似组合匹配，可微奇异值分解层提取刚性变换 3 部分组成. 然而，这类方法受噪声数据影响较大，易出现不完美的对应关系. 基于神经网络提取整个点云的全局特征，并基于全局特征对齐点云[26-27]可增强对不完美对应关系的鲁棒性. PointNetLK[26]是一种基于全局 PointNet 特性的迭代方法，其修改了经典的光流算法，以避免 PointNet 表示无法通过卷积适应梯度估计的问题；然后将改进的光流算法框架展开为递归神经网络，集成到 PointNet 中形成 PointNetLK 架构. 文献[28]提出一种基于重叠域采样混合特征的点云配准方法，可实现在有效提取重叠点的同时降低目标点云中正确对应点被移除的概率. 文献[18]将全局特征表示作为强化学习的状态表示，首次提出基于强化学习的点云配准模型，以提升点云配准的精度及效率. 本文改进了文献[18]中强化学习奖励函数，引入子图匹配技术增强源点云和目标点云之间相似部分的特征信息，进一步提高低质量点云配准精度.

2　本文方法

本文针对低质量点云数据的配准问题，将子图匹配技术和深度强化学习相结合，提升低质量点云配准精度和效率. 本文方法框架如图 1 所示，利用强化学习策略训练一个端到端的模型，以迭代预测一系列离散的刚性变换动作，实现源点云和目标点云的配准. 其中，模型利用子图匹配的技术增强源点云和目标点云之间相似部分的特征信息，以提高预测精度.

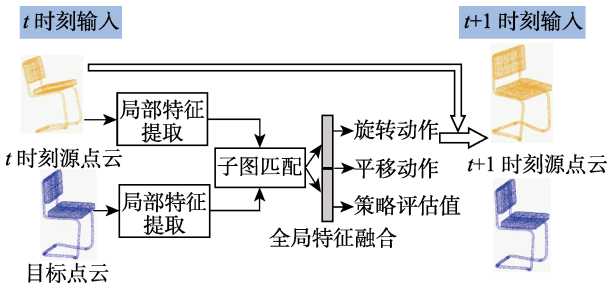


图 1　本文方法框架

2.1　问题描述

给定源点云 $\boldsymbol{P}$ 和目标点云 $\boldsymbol{Q}$，点云配准任务目标是估计一个刚性变换矩阵 $\boldsymbol{T}$ (包括旋转矩阵 $\boldsymbol{R}\in\mathbb{R}^{3\times3}$ 和平移向量 $\boldsymbol{t}\in\mathbb{R}^{3\times1}$，即 $\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{R} & \boldsymbol{t}\\ \boldsymbol{0} & 1\end{bmatrix}\in\mathbb{R}^{4\times4}$)，使得 $\boldsymbol{P}$ 和 $\boldsymbol{Q}$ 的重叠部分 $\tilde{\boldsymbol{P}}$ 和 $\tilde{\boldsymbol{Q}}$ 能够尽可能对齐. 这一过程可以表达为

$$\arg\min_{\boldsymbol{T}}\sum_{\boldsymbol{p}_i\in\tilde{\boldsymbol{P}},\boldsymbol{q}_j\in\tilde{\boldsymbol{Q}}}\left\|\boldsymbol{T}\begin{bmatrix}\boldsymbol{p}_i\\1\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}\boldsymbol{q}_j\\1\end{bmatrix}\right\|_2.$$

本文将刚性变换矩阵 $\boldsymbol{T}$ 离散为一系列刚性变换动作的组合 $\{\boldsymbol{T}_t\}_{t=1}^{n}$，即通过迭代对 $\boldsymbol{P}$ 施加刚性变换动作，最终使得源点云 $\boldsymbol{P}$ 与目标点云 $\boldsymbol{Q}$ 的重叠部分尽可能对齐. 本文提出一个基于强化学习的点云配准模型：在每个时刻 t，模型输入当前时刻源点云 $\boldsymbol{P}_t$ 和目标点云 $\boldsymbol{Q}$，策略网络 $\pi(\cdot)$ 输出使得 $\boldsymbol{P}_t$ 与 $\boldsymbol{Q}$ 重叠部分对齐的刚体变换 $\boldsymbol{T}_{t+1}$，公式为

$$\begin{cases}\boldsymbol{P}_0=\boldsymbol{P}\\ \boldsymbol{T}_{t+1}\Leftrightarrow\pi(\boldsymbol{P}_t,\boldsymbol{Q})\\ \begin{bmatrix}\boldsymbol{P}_{t+1}\\1\end{bmatrix}=\boldsymbol{T}_{t+1}\begin{bmatrix}\boldsymbol{P}_t\\1\end{bmatrix}\end{cases}\tag{1}$$

值网络 $v(\cdot)$ 输出对当前策略的评估.

2.2　强化学习设置

本文强化学习的关键要素包括输入和最终目标、动作空间，以及奖励函数.

2.2.1　输入和最终目标

在任意 t 时刻，本文的点云配准模型输入是 t 时刻的源点云 $\boldsymbol{P}_t\in\mathbb{R}^{N\times3}$ 和目标点云 $\boldsymbol{Q}\in\mathbb{R}^{M\times3}$；其中，$N$ 和 M 分别表示 $\boldsymbol{P}_t$ 和 $\boldsymbol{Q}$ 中点的个数，在本文中取值都是 1 024. 本文最终的目标是经过 T 次迭代变换，使得 $\boldsymbol{P}_T$ 与 $\boldsymbol{Q}$ 重叠部分间的距离尽可能小.

2.2.2　动作空间

类似于点云配准方法 ReAgent[18]，本文使用一组沿每个轴和围绕每个轴的离散步骤作为动作空间. 其中，动作步长使用指数尺度，以实现在初始配准期间快速覆盖较大的空间，同时允许在后续步骤中进行精确的精细配准. 给定当前 t 时刻源点云 $\boldsymbol{P}_t$ 和目标点云 $\boldsymbol{Q}$，点云配准模型的策略网络 $\pi(\boldsymbol{P}_t,\boldsymbol{Q})$ 给出选择动作 $\boldsymbol{a}_t$ 的概率. 本文中，旋转动作和平移动作是分开预测的，因此，策略网络 $\pi_{\mathrm{R}}(\boldsymbol{P}_t,\boldsymbol{Q})$ 给出绕 3 个坐标轴旋转的动作的概率，策略网络 $\pi_{\mathrm{T}}(\boldsymbol{P}_t,\boldsymbol{Q})$ 给出沿 3 个坐标轴平移的动作的概率. $\pi_{\mathrm{R}}(\cdot)$ 和 $\pi_{\mathrm{T}}(\cdot)$ 共用了大量的参数，不同之处在最后一个感知结构设计. 每个动作对应一个 11 维向量 $[-0.27,-0.09,-0.03,-0.01,-0.003\,3,$

0, 0.003 3, 0.01, 0.03, 0.09, 0.27]，分别表示选择不同平移步长或者旋转弧度的概率. 因此，策略网络 $\pi_{\mathrm{R}}(\boldsymbol{P}_t,\boldsymbol{Q})$ 和 $\pi_{\mathrm{T}}(\boldsymbol{P}_t,\boldsymbol{Q})$ 的输出都是 33 维向量. 本文强化学习的值网络 $v(\boldsymbol{P}_t,\boldsymbol{Q})$ 与策略网络也共享了大量的参数，差异也是在最后一个感知器，最终输出是一个一维向量，以评估当前策略网络的输出.

2.2.3 奖励函数

基于强化学习策略的点云配准目标是在迭代配准过程中收集尽可能多的奖励，而信息丰富的奖励函数是强化学习策略依赖的关键. 奖励函数的作用是评估从策略网络中得到的动作行为，并且总是需要事先提供. 然而，在实践中，定义奖励函数很有挑战性，因为信息丰富的奖励函数可能很难指定[29]，而且对于大型复杂问题而言，可能很难进行详尽的调整.

在迭代预测策略学习过程中，本文的目标是让源点云与目标点云的重叠部分越来越接近真实值. 因此，当预测的离散变换动作使得 2 个点云重叠面积增加时，将获得正值奖励；反之，则获得负值奖励；当源点云与目标点云完全对齐时，则获得一个较大的奖励. 本文使用重叠面积增量设计奖励函数，加快收敛速度. 形式上，在 t 时刻，模型获得的总奖励为

$$r_t = r_{\mathrm{step}_t} + r_{\mathrm{final}_t} \tag{2}$$

其中，r_{step_t} 与每个时刻点云对的重叠面积相关，定义为 $r_{\mathrm{step}_t} = \begin{cases} 0.2, & \text{if } f_{\mathrm{overlap}}(\boldsymbol{P}_{t+1},\boldsymbol{Q}) > f_{\mathrm{overlap}}(\boldsymbol{P}_t,\boldsymbol{Q}) \\ -0.3, & \text{otherwise} \end{cases}$；$f_{\mathrm{overlap}}(\cdot)$ 表示计算 2 个输入点云的重叠面积的函数，详见文献[17]. 如果当前预测的刚性变换动作使得 2 个输入点云的重叠面积增加，则获得 0.2 的正值奖励；否则，获得–0.3 的负值奖励. 奖励值(0.2 和–0.3)的设置考虑 2 点：(1) 基于强化学习模型训练经验，过程奖励 r_{step_t} 应该小于任务正确结束奖励，即 r_{final_t} 取值1，且有大的差距；(2) 负值奖励的绝对值应大于正值奖励，避免强化学习的训练过程无法收敛. r_{final_t} 与 2 个点云是否完全对齐相关，定义为

$$r_{\mathrm{final}_t} = \begin{cases} 1, & \text{if } A_{\mathrm{gt}} - f_{\mathrm{overlap}}(\boldsymbol{P}_{t+1},\boldsymbol{Q}) < \varepsilon A_{\mathrm{gt}} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \tag{3}$$

其中，A_{gt} 表示源点云 $\boldsymbol{P}$ 与目标点云 $\boldsymbol{Q}$ 的实际重叠面积；ε 是常数，其值越大，强化学习训练过程加快，但最终模型的配准精度较差；ε 值越小，最终模型的配准精度较高，但对噪声数据表现出较差的鲁棒性，且训练过程较长. 本文基于多次实验结果，将 ε 设置为 0.05，表明当 2 个输入点云的重叠面积足够大并超过真实值的 95% 时，认为成功完成此项点云配准任务.

2.3 点云配准模型

本文设计基于子图匹配的点云配准模型，即第 2.2 节的策略网络 $\pi_{\mathrm{R}}(\boldsymbol{P}_t,\boldsymbol{Q})$，$\pi_{\mathrm{T}}(\boldsymbol{P}_t,\boldsymbol{Q})$ 和值网络 $v(\boldsymbol{P}_t,\boldsymbol{Q})$. 首先采用双流主干网络分别提取 t 时刻源点云 $\boldsymbol{P}_t$ 与目标点云 $\boldsymbol{Q}$ 的局部特征信息；然后建立源点云图结构和目标点云图结构，通过交叉图注意力模块将源点云图和目标点云图中的相似节点关联起来，进一步分离不同的图节点；使用带选通向量的加权实现图节点的聚合，分别获取源点云图与目标点云图的全局特征表示；最后融合源点云图与目标点云图的全局特征，基于融合特征预测离散的刚性变换动作.

2.3.1 局部特征提取

本文采用双流主干结构分别提取源点云与目标点云的局部特征. 主干结构由 3 个一维卷积层串联形成，卷积层的输出通道分别是 64，128 和 256，卷积核尺寸和步长都是 1. 与二维卷积相比，一维卷积更适合于提取非结构化点云数据的特征. 此阶段的输入包括 t 时刻源点云 $\boldsymbol{P}_t$ 及目标点云 $\boldsymbol{Q}$，输出是源点云和目标点云的特征向量集 $\boldsymbol{F}_{\boldsymbol{P}_t}$ 和 $\boldsymbol{F}_{\boldsymbol{Q}}$.

2.3.2 子图匹配

通过局部特征提取模块获得的特征向量能够表示点云局部信息. 在此基础上，本文通过建立 t 时刻源点云图结构和目标点云图结构，设计交叉图注意力模块，将源点云图和目标点云图中的相似节点关联起来，进一步分离不同的图节点. 使用带选通向量的加权过滤出不相关的节点信息，实现图节点的有效聚合，从而获取 t 时刻源点云图与目标点云图的全局特征表示，如图 2 所示. 最后融合 t 时刻源图与目标图的全局特征，基于融合特征预测离散的刚性变换动作 $\boldsymbol{a}_t$.

(1) 构建图结构

基于源点云 $\boldsymbol{P}_t$ 及目标点云 $\boldsymbol{Q}$，分别构建源图结构 $G_{\boldsymbol{P}_t} = (\boldsymbol{P}_t, \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{P}_t})$ 和目标图结构 $G_{\boldsymbol{Q}} = (\boldsymbol{Q}, \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{Q}})$. 对于源图结构 $G_{\boldsymbol{P}_t}$，点集 $\boldsymbol{P}_t$ 作为图节点集；针对 $\boldsymbol{P}_t$ 中的每个节点，在 $\boldsymbol{P}_t$ 中找到 K_n 个最近邻点，创建 K_n 条边，以构建图边集 $\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{P}_t}$. 其中，$K_n$ 用于平衡模型配准效率与配准精度的结果，其值越大，在图节点更新时可以利用的局部信息范围更大，在一定程度

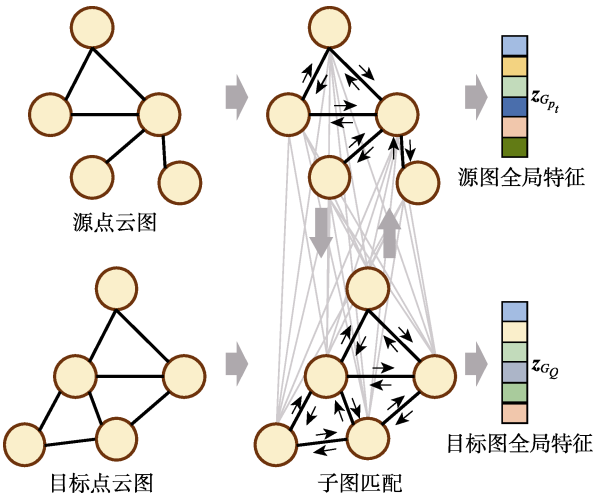


图 2　子图匹配过程

上可以提升最终点云配准的精度；但是，K_n 值的增大也会使图的规模增大，降低计算效率. 本文基于多次实验，发现 K_n 设置为 6~10 是合适的，为了保证本文的计算效率，将其设置为 6. 每个节点 $\boldsymbol{s}_i \in \boldsymbol{P}_t$ 与特征向量 $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{s}_i) \in \boldsymbol{F}_{\boldsymbol{P}_t}$ 相关联，每条边 $\boldsymbol{e}_{ij} = (\boldsymbol{s}_i, \boldsymbol{s}_j) \in \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{P}_t}$ 与特征向量 $\boldsymbol{\eta}(\boldsymbol{e}_{ij}) = [\boldsymbol{f}(\boldsymbol{s}_i), \boldsymbol{f}(\boldsymbol{s}_j)]$ 相关联，其中，$[,]$ 表示特征拼接操作. 类似地，可构建目标图结构 $G_{\boldsymbol{Q}} = (\boldsymbol{Q}, \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{Q}})$.

(2) 图节点特征更新

图结构构造之后，本文使用图神经网络更新图中节点特征，该网络由特征编码和特征传播 2 部分组成. 特征编码通过 2 个相互独立的多层感知机 (multilayer perceptron, MLP)，即 $\mathrm{MLP}_{\mathrm{node}}(\cdot)$ 和 $\mathrm{MLP}_{\mathrm{edge}}(\cdot)$，将节点和边特征映射到初始节点和边向量，公式为

$$\begin{cases} \boldsymbol{v}_i^{(0)} = \mathrm{MLP}_{\mathrm{node}}\left(\boldsymbol{f}(\boldsymbol{s}_i)\right), \forall \boldsymbol{s}_i \in \boldsymbol{P}_t \\ \boldsymbol{h}_{ij}^{(0)} = \mathrm{MLP}_{\mathrm{edge}}\left(\boldsymbol{\eta}(\boldsymbol{e}_{ij})\right), \forall \boldsymbol{e}_{ij} \in \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{P}_t} \end{cases}.$$

特征传播沿边聚集特征帮助更新图节点特征. 在 $(\gamma+1)$ 次特征传播后，更新 t 时刻源点云 $\boldsymbol{P}_t$ 中的每个节点特征，公式为

$$\begin{cases} \boldsymbol{v}_i^{(\gamma+1)} = g_{\mathrm{node}}\left(\boldsymbol{v}_i^{(\gamma)}, \sum\limits_j \boldsymbol{m}_{j\to i}^{(\gamma)}, \sum\limits_k \boldsymbol{l}_{k\to i}^{(\gamma)}\right), & \forall \boldsymbol{s}_i \in \boldsymbol{P}_t \\ \boldsymbol{m}_{j\to i}^{(\gamma)} = g_{\mathrm{self}}\left(\boldsymbol{v}_i^{(\gamma)}, \boldsymbol{v}_j^{(\gamma)}, \boldsymbol{h}_{ij}^{(\gamma)}\right), & \forall \boldsymbol{s}_i, \boldsymbol{s}_j \in \boldsymbol{P}_t \\ \boldsymbol{l}_{k\to i}^{(\gamma)} = g_{\mathrm{cross}}\left(\boldsymbol{v}_i^{(\gamma)}, \boldsymbol{v}_k^{(\gamma)}\right), & \forall \boldsymbol{s}_i \in \boldsymbol{P}_t, \boldsymbol{s}_k \in \boldsymbol{Q} \\ \boldsymbol{h}_{ij}^{(\gamma+1)} = g_{\mathrm{edge}}\left(\boldsymbol{h}_{ij}^{(\gamma)}, \sum\limits_j \boldsymbol{m}_{j\to i}^{(\gamma)}\right), & \forall \boldsymbol{s}_i, \boldsymbol{s}_j \in \boldsymbol{P}_t \end{cases}.$$

其中，$\boldsymbol{v}_i^{(\gamma)}$ 和 $\boldsymbol{h}_{ij}^{(\gamma)}$ 分别表示第 γ 次传播的源图节点特征和边特征；g_{node} 表示基于文献[30]设计的选通递归神经网络结构；g_{edge} 表示更新源图中 2 个节点之间的边特征；g_{self} 表示一个 MPL，用于聚合源图自身的信息；g_{cross} 表示传递源图与目标图间信息的功能，是基于一个交叉图注意力模块，目标图节点 s_k 的注意力权重 $\alpha_{k\to i}$ 和源图节点 s_i 与目标图节点 s_k 在第 γ 次传播的差异特征 $\boldsymbol{l}_{k\to i}^{(\gamma)}$ 公式为

$$\begin{cases} \alpha_{k\to i} = \dfrac{\exp\left(c_v\left(\boldsymbol{v}_i^{(\gamma)}, \boldsymbol{v}_k^{(\gamma)}\right)\right)}{\sum\limits_{k'} \exp\left(c_v\left(\boldsymbol{v}_i^{(\gamma)}, \boldsymbol{v}_{k'}^{(\gamma)}\right)\right)} \\ \boldsymbol{l}_{k\to i}^{(\gamma)} = \alpha_{k\to i} \times \left(\boldsymbol{v}_i^{(\gamma)} - \boldsymbol{v}_k^{(\gamma)}\right) \end{cases} \tag{4}$$

因此，

$$\sum_k \boldsymbol{l}_{k\to i}^{(\gamma)} = \sum_k \alpha_{k\to i} \times \left(\boldsymbol{v}_i^{(\gamma)} - \boldsymbol{v}_k^{(\gamma)}\right) = \boldsymbol{v}_i^{(\gamma)} - \sum_k \alpha_{k\to i} \boldsymbol{v}_k^{(\gamma)}.$$

其中，c_v 是余弦相似性度量；$\sum\limits_k \boldsymbol{l}_{k\to i}^{(\gamma)}$ 直观地度量了源图 $G_{\boldsymbol{P}_t}$ 的节点 s_i 与目标图 $G_{\boldsymbol{Q}}$ 之间的差异. 该模块可以实现用目标图 $G_{\boldsymbol{Q}}$ 更改当前源图 $G_{\boldsymbol{P}_t}$ 节点的特征表示. 在 $(\gamma+1)$ 次特征传播后，目标图 $G_{\boldsymbol{Q}}$ 中节点特征也依据以上方式进行更新，最终使得源点云图 $G_{\boldsymbol{P}_t}$ 和目标点云图 $G_{\boldsymbol{Q}}$ 中的相似节点在高维特征空间更加靠近.

(3) 离散变换预测

经过 2 轮特征传播后，图节点聚合器以图中所有节点特征表示为输入，计算图的全局特征 $\boldsymbol{z}_G = f_G\left(\left\{\boldsymbol{v}_i^{(2)}\right\}\right)$. 本文使用聚合模块[31]来计算全局特征，即

$$\boldsymbol{z}_G = \mathrm{MLP}_G\left(\sum_{s_i \in S_{\boldsymbol{P}_t}} \sigma\left(\mathrm{MLP}_{\mathrm{gate}}\left(\boldsymbol{v}_i^{(2)}\right)\right) \odot \mathrm{MLP}\left(\boldsymbol{v}_i^{(2)}\right)\right).$$

其中，聚合器 $\mathrm{MLP}_G(\cdot)$ 用带选通向量的加权和来聚合节点特征. 加权和可以帮助过滤出 2 个图结构上不相关的信息，比简单的求和更加有效.

分别计算源点云图 $G_{\boldsymbol{P}_t}$ 的全局特征和目标点云图 $G_{\boldsymbol{Q}}$ 的全局特征后，本文直接拼接这 2 个全局特征 $\boldsymbol{z}_{G_{\boldsymbol{P}_t}}$ 和 $\boldsymbol{z}_{G_{\boldsymbol{Q}}}$，并将其作为 3 个相互独立的 MLP 的直接或间接输入，分别输出旋转动作概率 $\pi_{\mathrm{R}}(\boldsymbol{P}_t, \boldsymbol{Q})$，平移动作概率 $\pi_{\mathrm{T}}(\boldsymbol{P}_t, \boldsymbol{Q})$ 和评估值 $v(\boldsymbol{P}_t, \boldsymbol{Q})$，此阶段结构如图 3 所示.

2.3.3　损失函数

使用强化学习，如近端策略优化(proximal policy optimization, PPO)[32]从头开始学习复杂的

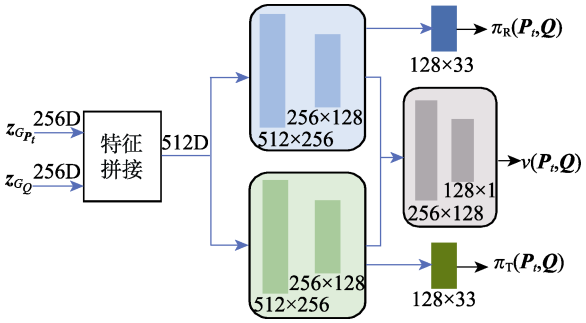


图 3 配准模型末端结构

点云配准任务需要较长时间才能收敛，并且有可能会陷入次优策略. 为了应对这些问题，本文借鉴 ReAgent[18]，使用行为克隆(behavior cloning, BC)初始化本文的点云配准模型，训练 50 个周期. 假设在每次预测刚体变换后，代理都可以获得最优的反馈，反馈的使用类似于监督学习中的训练数据标签. 在之后的 50 个周期中，本文的损失函数包括 2 个部分，分别是与 BC 相关的交叉熵损失[18]及强化学习相关的 PPO 损失[32]. 基于强化学习的一个周期的训练步骤如下:

Step1. 在训练数据集中不放回采样一对点云数据 $(\boldsymbol{P},\boldsymbol{Q})$，初始化: $t\leftarrow 0,\boldsymbol{P}_t\leftarrow\boldsymbol{P}$.

Step2. 重复以下步骤，直到配准任务顺利完成或者 t 达到 10:

Step2.1. 计算策略网络及值网络: $\pi_R(\boldsymbol{P}_t,\boldsymbol{Q})$，$\pi_T(\boldsymbol{P}_t,\boldsymbol{Q})$ 和 $v(\boldsymbol{P}_t,\boldsymbol{Q})$;

Step2.2. 确定当前的刚性变换矩阵 $\boldsymbol{T}_t$;

Step2.3. 采用式(1)计算源点云 $\boldsymbol{P}_{t+1}$;

Step2.4. 采用式(2)计算奖励值 r_t;

Step2.5. 将 $(\boldsymbol{P}_t,\boldsymbol{Q},\pi_R(\boldsymbol{P}_t,\boldsymbol{Q}),\pi_T(\boldsymbol{P}_t,\boldsymbol{Q}),v(\boldsymbol{P}_t,\boldsymbol{Q}),r_t)$ 作为一条数据存储到缓存器;

Step2.6. 更新: $\boldsymbol{P}_t\leftarrow\boldsymbol{P}_{t+1},t\leftarrow t+1$;

Step2.7. 采用式(3)判断配准任务是否顺利结束.

Step3. 重复 Step1 和 Step2，当存储器中数据量达到一定数量时，打乱存储器中数据的存储顺序，并针对存储器中所有数据每次采样一个批次数据，完成以下步骤计算:

Step3.1. 计算新的策略值及评估值: π'_R，π'_T，以及 v';

Step3.2. 计算交叉熵损失和与强化学习相关的 PPO 损失，通过梯度回传更新配准模型参数.

Step4. 清空存储器，判断训练集中数据是否都已经被遍历: 如果没有，转 Step1; 否则，当前周期的训练结束.

在模型训练的后 50 个周期，基于 ModelNet40 验证集[33]评估模型的配准性能. 本文的评估指标与 ReAgent[18]完全一致，包括关于旋转量 $\boldsymbol{R}$ 和平移量 $\boldsymbol{t}$ 的均方差度量(mean average error, MAE)及各向同性误差度量(isotropic error, ISO)、修正的倒角距离(modified chamfer distance, CD)、精确度-召回度曲线下的面积比率(the area under the precision and recall curve, AUC)，点云配准时间度量 T_C. 其中，MAE$(\boldsymbol{R})$，ISO$(\boldsymbol{R})$，MAE$(\boldsymbol{t})$，ISO$(\boldsymbol{t})$ 和 CD 的值越小，配准精度越高; AUC 的值越大，整体配准性能越好; T_C 的值越小，配准推断速度越快. 图 4 所示为本文方法与 ReAgent[18]方法在后 50 个

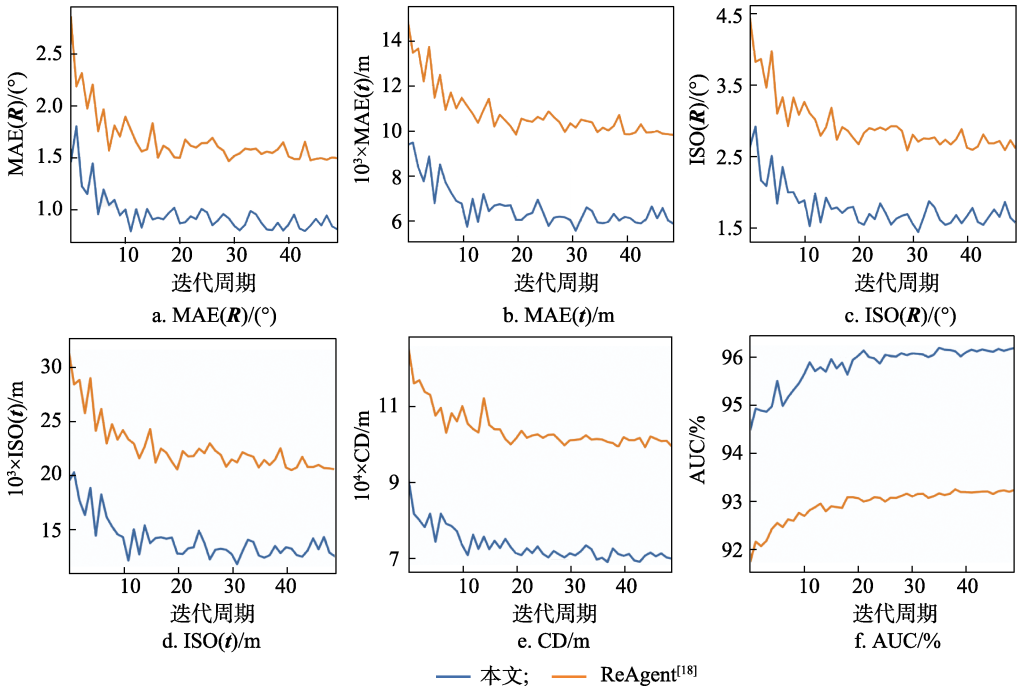


图 4 训练过程的模型配准对比

周期训练中的配准精度对比．可以看出，ReAgent[18]方法的各项性能评估值约在第 20 个训练周期后比较平缓，而本文的各项评估值约在第 10 个周期后就比较平缓；与 ReAgent[18]模型相比，在每个训练周期后，本文方法在验证集上表现出更好的配准性能，配准精度更高，说明了本文方法的有效性．

3　实验及结果分析

本文在合成数据集和真实数据集上评估所提出的点云配准模型，并将本文方法与其他比较先进的点云配准方法进行对比．此外，通过消融实验确定本文中不同的设计对点云配准性能的影响．

3.1　实验设置

3.1.1　数据集

本文在合成数据集 ModelNet40[33]和真实数据集 ScanObjectNN[34]上进行实验．ModelNet40 数据集包括 40 种不同类型的点云，本文基于前 20 种类型的点云进行训练及验证，并在后 20 种类型的点云上评估不同点云配准方法的泛化性；其中，数据扩充遵循文献[18]. ScanObjectNN 是真实世界点云数据集，包括 15 000 个对象，共 15 种类型．本文不在 ScanObjectNN 数据集上训练，直接评估基于 ModelNet40 数据集的点云配准模型在真实数据集 ScanObjectNN 上的表现．

3.1.2　对比方法

本文评估 3 种经典的点云配准方法和 3 种基于学习的点云配准方法．其中，经典方法包括点对点 ICP[6]，基于邻域曲率的低特征辨识度点云配准方法 LFRReg[20]和快速全局配准方法 FGR[22]；基于学习的方法包括 ReAgent[18]，DCP-v2[23]和 PointNetLK[26]. ReAgent[18]基于模仿监督学习和强化学习实现三维点云的精确和鲁棒配准．DCP-v2[23]是一种基于局部特征的方法，用于预测一次性配准．PointNetLK[26]是一种基于全局 PointNet 特性的迭代方法．本文沿用 ReAgent[18]方法的思路，基于子图匹配技术重新设计了强化学习的奖励函数及模型框架，进一步提高点云配准的精度及效率．

本文的消融模型如下：(1) 不使用本文提出的子图匹配技术增强点云对的相似特征，仅对局部特征提取模块的 2 个输出进行简单拼接，并基于拼接结果预测离散的刚性变换动作，此模型记为 Abl-model1；(2) 用文献[18]中的奖励函数替换本文的奖励函数进行模型训练，此模型记为 Abl-model2.

3.1.3　实验细节

本文的训练及测试环境如下：AMD Ryzen Threadripper 3960X 24 核处理器，NVIDIA RTX 3070 GPU．本文使用 Adam 优化器[35]更新模型，学习率为 0.000 1，每个批次数据量为 32，强化学习回放缓冲区包含 4 条轨迹，每条轨迹包括 10 个配准动作．

3.2　合成数据集实验

3.2.1　泛化性评估

表 1 所示为不同点云配准方法在 ModelNet40 数据集中后 20 种类型点云上的测试结果．可以看出，本文方法能够成功地应用到新的点云类型上；与 6 种对比方法相比，本文方法在所有评估指标的准确性方面都有明显的提高；点云配准时间度量 T_{C} 中，本文方法也是经过评估的基于学习的点云配准方法中速度最快的．本文通过限制模型中传递的特征维度 (≤ 512) 来压缩点云配准模型，使得最终的模型参数量(0.987M)小于最新的强化学习点云配准方法 ReAgent[18](2.650M). 但是，压缩模型一般会带来信息的丢失，为了保证有效特征的传递，本文进行如下改进：(1) 在模型训练时使用重叠面积增量设计奖励函数，使得模型每次预测更加聚焦在使得源点云与目标点云之间的重叠区域最大的刚性变换上；(2) 设计了子图匹配模块，增强源点云和目标点云之间相似部分的特征信息，使得模型在每次预测时利用的信息更加有效．因此，与 ReAgent[18]相比，一般情况下，本文方法在 ModelNet40 测试集上的配准精度较高，平均配准时间度量 T_{C} 值较小．但是，本文在点云图的构建及式(4)的计算中需要大量的计算成本，因此，本文的方法在效率方面与 ReAgent[18]差距并不大．LFRReg[20]通过复杂的法向量投影协方差分析提取特征点，并结合 FPFH 特征实现粗配准．在粗配准的基础上，基于改进的 ICP 方法实现精配准，整个点云配准阶段用时最长．ICP[6]，LFRReg[20]和 PointNetLK[26]在基于旋转的度量方面准确性较差，原因是与平移变换相比，旋转变换在空间变换中是比较难区分的．本文使用强化学习后能够不断优化配准策略，显著地提高了基于旋转的度量准确性．此外，与 FGR[22], DCP-v2[23]及 ReAgent[18]这 3 种方法相比，本文提出交叉图注意力模块，将源点云图和目标点云图中的相似节点在高维特征空间关联起来，分离不同的图节点，进一步降低了对刚性变换预测的误差，提升了点云配准算法的整体泛化性能．

表 1 ModelNet40 数据集上点云配准性能评估结果

方法	MAE($\boldsymbol{R}$)/(°)	MAE($\boldsymbol{t}$)/m	ISO($\boldsymbol{R}$)/(°)	ISO($\boldsymbol{t}$)/m	AUC/%	CD/m	T_C/ms
ICP[6]	3.41	0.024	7.00	0.051	90.5	0.00308	**9**
FGR[22]	1.68	0.011	2.94	0.024	92.7	0.00124	68
LFRReg[20]	2.73	0.019	6.31	0.043	93.1	0.00217	854
PointNetLK[26]	4.51	0.031	8.89	0.064	82.3	0.00374	23
DCP-v2[23]	1.61	0.013	3.22	0.028	91.6	0.00151	45
ReAgent[18]	1.34	0.009	2.48	0.020	93.3	0.00099	21
本文	**0.89**	**0.006**	**1.70**	**0.013**	**96.2**	**0.00070**	19

注. 粗体表示最优值.

3.2.2 鲁棒性评估

评估不同点云配准方法对不同程度噪声的鲁棒性. 本文基于ModelNet40前20种类型的测试集, 通过添加不同程度的高斯噪声评估修正的CD度量. 噪声的均值是0, 标准偏差从0递增到0.05. 图5所示为7种方法对不同程度噪声的鲁棒性评估. 可以看出, 经典的点云配准方法(ICP[6], LFRReg[20]和FGR[22])受噪声影响较大; 基于局部特征学习的方法DCP-v2[23]也是随着噪声程度的增加, 配准精度在不断降低; 基于全局特征学习的方法(ReAgent[18]和本文方法)对噪声的鲁棒性较高. 总体而言, 本文方法在所有噪声量级上保持最佳的性能, 对不同程度的噪声表现出较好的鲁棒性, 原因有2点: (1) 基于强化学习的框架设计使得本文方法可以迭代优化配准结果, 因此最终的配准结果会优于一般端到端的深度学习模型; (2) 本文设计子图匹配模块, 使得点云图中每个图节点都能汇聚自身图局部信息和另外一个输入点云图的信息, 并通过使用带选通向量的加权实现图节点的聚合, 以分别获取源点云图与目标点云图的全局特征表示, 与ReAgent[18]直接通过最大池化来获取全局特征相比, 本文得到的2个全局特征表示中相关联信息被增强, 因此更容易获取高的配准精度.

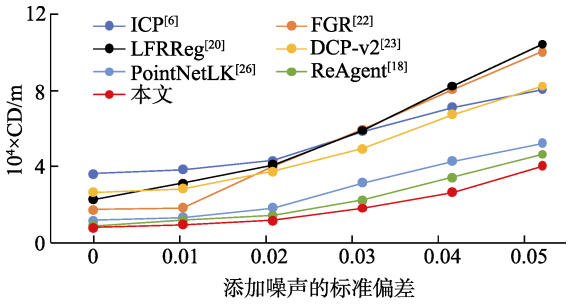


图 5 7种点云配准方法对不同程度噪声的鲁棒性评估

3.2.3 消融实验

为了确定本文不同的设计对点云配准性能的影响, 本文评估不同的消融模型在ModelNet40数据集中后20种类型点云上的表现, 结果如表2所示. 可以看出, 使用子图匹配技术对本文方法的成功至关重要, Abl-model1没有建立源点云空间点与目标点云空间点联系的过程, 因此最终的点云配准精度较低, 在预测旋转及平移变换时表现较大的误差; Abl-model2采用文献[18]的奖励函数, 与原文献相比, 在配准精度及配准推断速度方面有显著的提升. 本文使用重叠面积增量设计强化学习奖励函数, 使得模型更加聚焦在源点云与目标点云之间的重叠区域, 可以进一步提升点云配准的精度.

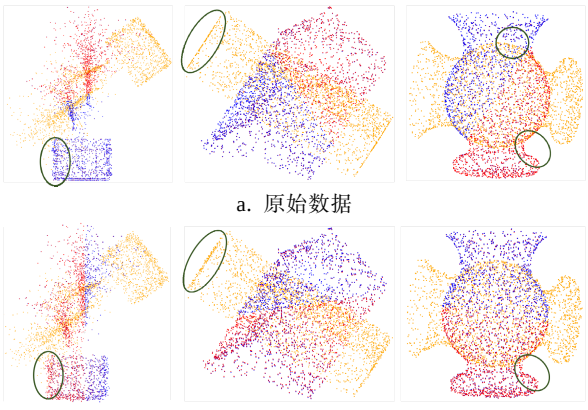
表 2 ModelNet40 数据集上消融模型的配准性能评估结果

方法	MAE($\boldsymbol{R}$)/(°)	MAE($\boldsymbol{t}$)/m	ISO($\boldsymbol{R}$)/(°)	ISO($\boldsymbol{t}$)/m	AUC/%	CD/m	T_C/ms
Abl-model1	1.32	0.009	2.41	0.019	93.7	0.00096	21
Abl-model2	0.92	0.007	1.73	0.017	96.1	0.00076	19
本文	**0.89**	**0.006**	**1.70**	**0.013**	**96.2**	**0.00070**	**19**

注. 粗体表示最优值.

3.2.4 结果可视化

图6所示为本文方法在ModelNet40数据集上点云配准可视化结果, 其中, 橘色代表源点云, 蓝色代表目标点云, 绿色的圈代表上下2行数据的明显差异处, 红色代表最终源点云配准结果. 图6a所示为直接从数据集中采样获取的点云数据拼接结果, 图6b所示为对这些测试数据添加不同程度的噪声后的配准结果. 可以看出, 本文方法对来自ModelNet40后20种类型数据集中的点云能够精确的配准; 在给输入的2个点云添加不同程度的噪



a. 原始数据

b. 噪声数据

图 6　本文方法在 ModelNet40 数据集上点云配准结果

声数据时，本文方法仍能获得较高的配准精度，在视觉上表现较好.

3.3　真实数据集实验

3.3.1　定量评估

为了评估不同配准方法从合成数据到真实数据的泛化性能，本文给出不同点云配准方法在真实数据集 ScanObjectNN 上的配准结果，如表 3 所示. 可以看出，与表 2 相比，ICP[6]由于缺乏良好的初始位置，配准性能较差；DCP-v2[23]基于深度学习方法提取点云几何特征，在真实数据集上配准精度显著降低，表现出较差的泛化性；其他方法的配准精度都有不同程度的提升，FGR[22]和 LFRReg[20]利用点云数据法矢信息计算 FPFH 特征[19]，表现出较好的配准精度；FGR[22]的推理时间几乎是本文方法的 6 倍，LFRReg[20]的配准时间更长，严重限制了其在实际任务中的应用；综合 7 项评价指标，本文方法表现出更加稳定的配准性能. 强化学习框架使得本文方法可以迭代优化配准结果，因此针对不同于训练数据的配准任务时，相比于基于其他深度学习的方法，迭代优化配准在很大概率上使得最终的配准精度更高. 此外，子图匹配模块加强了输入源点云与目标点云之间的关联，使得每次预测的刚性变换更加有效. 因此，本文方法在 ScanObjectNN 数据集上表现出更加稳定的配准性能.

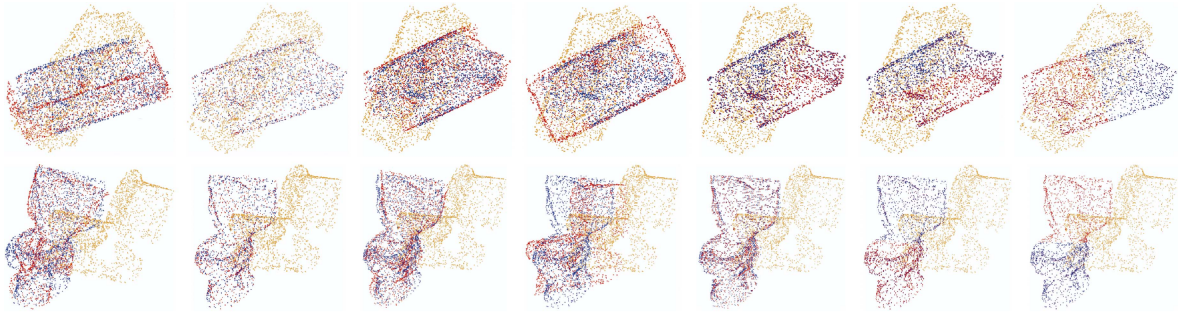
表 3　ScanObjectNN 数据集上点云配准性能评估结果

方法	MAE($\boldsymbol{R}$)/(°)	MAE($\boldsymbol{t}$)/m	ISO($\boldsymbol{R}$)/(°)	ISO($\boldsymbol{t}$)/m	AUC/%	CD/m	T_C/ms
ICP[6]	5.34	0.036	10.47	0.076	88.1	0.002 99	**19**
FGR[22]	**0.11**	**0.001**	**0.19**	**0.001**	**99.7**	**0.000 16**	131
LFRReg[20]	1.23	0.016	5.64	0.036	94.3	0.001 81	937
PointNetLK[26]	0.90	0.010	1.74	0.020	92.5	0.001 09	45
DCP-v2[23]	7.42	0.050	14.93	0.102	72.4	0.004 93	54
ReAgent[18]	0.93	0.007	1.66	0.014	95.4	0.000 34	21
本文	0.77	0.010	1.50	0.019	94.3	0.000 63	**19**

注. 粗体表示最优值.

3.3.2　定性评估

图 7 所示为不同点云配准方法对于不同点云输入的配准结果，其中，点云数据取自 ScanObjectNN 的测试集，橘色代表源点云，蓝色代表目标点云，红色代表源点云配准结果. 可以看出，在初始位姿较差的情况下，ICP[6]表现较差，易陷入局部最优；DCP-v2[23]基于局部特征直接预测刚性变换矩阵，存在较大的误差；LFRReg[20]未能高效地检测到 2 个点云之间的对应关系；与 ICP[6]，DCP-v2[23]和 LFRReg[20]方法相比，PointNetLK[18]基于全局特征



a. ICP[6]　b. FGR[22]　c. LFRReg[20]　d. DCP-v2[23]　e. PointNetLK[26]　f. ReAgent[18]　g. 本文

图 7　7 种方法点云配准结果定性评估

迭代配准，配准精度有所提升；FGR[22]表现出最佳的配准精度，但所需要的时间成本要高于ReAgent[18]和本文方法；本文方法的配准结果优于ReAgent[18]，但是无法与目标点云完全重合，表现出一定的误差.

4 结 语

本文结合子图匹配技术和强化学习策略，提出一种点云配准方法. 首先将三维点云配准转化为一系列离散的刚性变换连续作用结果，利用强化学习策略训练一个端到端的模型以迭代输出刚性变换动作；引入强化学习策略，显著地提高了点云配准算法的泛化性；在模型架构方面，利用子图匹配的技术增强源点云和目标点云之间相似部分的特征信息，进一步提高低质量点云配准精度. 在合成及真实数据集上的大量实验结果表明，本文方法在配准精度、配准效率和噪声鲁棒性方面明显优于其他同类方法.

本文提出的点云配准模型是针对物体级别的点云配准，对于大规模场景级别的点云配准问题，需要对大规模场景点云进行采样，且使得采样点尽量位于源点云与目标点云重叠区域. 下一步工作将考虑将本文的点云配准模型与高效迭代采样技术融合，实现大规模场景级别点云对的高精度快速配准工作.

参考文献(References):

[1] Li Jianwei, Zhan Jiawang. Review on 3D point cloud registration method[J]. Journal of Image and Graphics, 2022, 27(2): 349-367(in Chinese)
(李建微，占家旺. 三维点云配准方法研究进展[J]. 中国图象图形学报, 2022, 27(2): 349-367)

[2] Wu Longhua, Huang Hui. Survey on points-driven computer graphics[J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2015, 27(8): 1341-1353(in Chinese)
(伍龙华，黄惠. 点云驱动的计算机图形学综述[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2015, 27(8): 1341-1353)

[3] Li C, Lu B, Zhang Y C, *et al*. 3D reconstruction of indoor scenes via image registration[J]. Neural Processing Letters, 2018, 48(3): 1281-1304

[4] Lu W X, Zhou Y, Wan G W, *et al*. L3-Net: towards learning based LiDAR localization for autonomous driving[C] //Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Los Alamitos: IEEE Computer Society Press, 2019: 6382-6391

[5] Ramezani M, Tinchev G, Iuganov E, *et al*. Online LiDAR-SLAM for legged robots with robust registration and deep-learned loop closure[C] //Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation. Los Alamitos: IEEE Computer Society Press, 2020: 4158-4164

[6] Besl P J, McKay N D. A method for registration of 3-D shapes[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1992, 14(2): 239-256

[7] Olsson C, Kahl F, Oskarsson M. Branch-and-bound methods for Euclidean registration problems[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2009, 31(5): 783-794

[8] Yang J L, Li H D, Jia Y D. Go-ICP: solving 3D registration efficiently and globally optimally[C] //Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision. Los Alamitos: IEEE Computer Society Press, 2013: 1457-1464

[9] Bai X Y, Luo Z X, Zhou L, *et al*. D3Feat: joint learning of dense detection and description of 3D local features[C] //Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Los Alamitos: IEEE Computer Society Press, 2020: 6358-6366

[10] Deng H W, Birdal T, Ilic S. PPFNet: global context aware local features for robust 3D point matching[C] //Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Los Alamitos: IEEE Computer Society Press, 2018: 195-205

[11] Yu H, Li F, Saleh M, *et al*. CoFiNet: reliable coarse-to-fine correspondences for robust point cloud registration[OL]. [2022-06-22]. https://arxiv.org/abs/2110.14076

[12] Arnold E, Mozaffari S, Dianati M. Fast and robust registration of partially overlapping point clouds[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2022, 7(2): 1502-1509

[13] Qin Z, Yu H, Wang C J, *et al*. Geometric transformer for fast and robust point cloud registration[OL]. [2022-06-22]. https://arxiv.org/abs/2202.06688

[14] Qin Hongxing, Liu Zhentao, Tan Boyuan. Review on deep learning rigid point cloud registration[J]. Journal of Image and Graphics, 2022, 27(2): 329-348(in Chinese)
(秦红星，刘镇涛，谭博元. 深度学习刚性点云配准前沿进展[J]. 中国图象图形学报, 2022, 27(2): 329-348)

[15] Fischler M A, Bolles R C. Random sample consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography[J]. Communications of the ACM, 1981, 24(6): 381-395

[16] Ao S, Hu Q Y, Yang B, *et al*. SpinNet: learning a general surface descriptor for 3D point cloud registration[C] //Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Los Alamitos: IEEE Computer Society Press, 2021: 11748-11757

[17] Huang S Y, Gojcic Z, Usvyatsov M, *et al*. Predator: registration of 3D point clouds with low overlap[C] //Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Los Alamitos: IEEE Computer Society Press, 2021: 4265-4274

[18] Bauer D, Patten T, Vincze M. ReAgent: point cloud registration using imitation and reinforcement learning[C] //Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Los Alamitos: IEEE Computer Society Press, 2021: 14581-14589

[19] Rusu R B, Blodow N, Beetz M. Fast point feature histograms

(FPFH) for 3D registration[C] //Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation. Los Alamitos: IEEE Computer Society Press, 2009: 3212-3217

[20] Xiong Fengwei, Zhuang Jian, Shen Ren. Point cloud with low feature recognition registration method based on neighborhood curvature[J]. Application Research of Computers, 2022, 39(1): 285-290(in Chinese)
(熊丰伟，庄健，沈人．基于邻域曲率的低特征辨识度点云配准方法[J]．计算机应用研究, 2022, 39(1): 285-290)

[21] Lu Jun, Chen Kun, Fan Zhejun. Point cloud registration algorithm based on scale difference descriptor of point neighborhood[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2021, 43(3): 128-134(in Chinese)
(陆军，陈坤，范哲君．点邻域尺度差异描述的点云配准算法[J]．国防科技大学学报, 2021, 43(3): 128-134)

[22] Zhou Q Y, Park J, Koltun V. Fast global registration[C] //Proceedings of the 14th European Conference on Computer Vision. Heidelberg: Springer, 2016: 766-782

[23] Wang Y, Solomon J. Deep closest point: learning representations for point cloud registration[C] //Proceedings of the IEEE/CVF International Conference on Computer Vision. Los Alamitos: IEEE Computer Society Press, 2019: 3522-3531

[24] Yew Z J, Lee G H. RPM-Net: robust point matching using learned features[C] //Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Los Alamitos: IEEE Computer Society Press, 2020: 11821-11830

[25] Choy C, Dong W, Koltun V. Deep global registration[C] //Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Los Alamitos: IEEE Computer Society Press, 2020: 2511-2520

[26] Aoki Y, Goforth H, Srivatsan R A, *et al*. PointNetLK: robust & efficient point cloud registration using PointNet[C] //Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Los Alamitos: IEEE Computer Society Press, 2019: 7156-7165

[27] Sarode V, Li X Q, Goforth H, *et al*. One framework to register them all: PointNet encoding for point cloud alignment[OL]. [2022-06-22]. http://arxiv.org/abs/1912.05766

[28] Hu Jianghao, Wang Feng. Point cloud registration algorithm based on mixed-features sampling for overlapping domain[J]. Application Research of Computers, 2022, 39(11): 3503-3508 (in Chinese)
(胡江豪，王丰．基于重叠域采样混合特征的点云配准算法[J]．计算机应用研究, 2022, 39(11): 3503-3508)

[29] Devo A, Mezzetti G, Costante G, *et al*. Towards generalization in target-driven visual navigation by using deep reinforcement learning[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2020, 36(5): 1546-1561

[30] Dey R, Salem F M. Gate-variants of gated recurrent unit (GRU) neural networks[C] //Proceedings of the 60th IEEE International Midwest Symposium on Circuits and Systems (MWSCAS). Los Alamitos: IEEE Computer Society Press, 2017: 1597-1600

[31] Li Y J, Tarlow D, Brockschmidt M, *et al*. Gated graph sequence neural networks[OL]. [2022-06-22]. http://arxiv.org/abs/1511.05493

[32] Schulman J, Wolski F, Dhariwal P, *et al*. Proximal policy optimization algorithms[OL]. [2022-06-22]. http://arxiv.org/abs/1707.06347

[33] Wu Z R, Song S R, Khosla A, *et al*. 3D ShapeNets: a deep representation for volumetric shapes[C] //Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Los Alamitos: IEEE Computer Society Press, 2015: 1912-1920

[34] Uy M A, Pham Q H, Hua B S, *et al*. Revisiting point cloud classification: A new benchmark dataset and classification model on real-world data[C] //Proceedings of the IEEE/CVF International Conference on Computer Vision. Los Alamitos: IEEE Computer Society Press, 2019: 1588-1597

[35] Zhang Z J. Improved adam optimizer for deep neural networks[C] //Proceedings of the 26th IEEE/ACM International Symposium on Quality of Service. Los Alamitos: IEEE Computer Society Press, 2018: 1-2