DOI:10.3724/j.issn.1004-3918.2026.02.012

# 气候过渡地带黄山松人工林树高-胸径模型研究

周梦丽[1]， 鲁沛瑶[1]， 张玉辉[1]， 靳姗姗[1]，
郑天才[2]， 谢其均[2]， 闫东锋[1]

（1. 河南农业大学 林学院，郑州 450046； 2. 河南省国有商城黄柏山林场，河南 信阳 465350）

**摘 要：** 黄山松（*Pinus taiwanensis*）为我国重要的用材林树种，具有重要的生态价值和地区经济价值。建立适宜的黄山松树高-胸径模型，可为黄山松生长收获预测及森林资源经营管理提供理论参考。以河南省国有商城黄柏山林场的黄山松人工林为研究对象，基于野外实测数据，选取30个常用的树高-胸径经验模型为基础模型，利用$R^2_{adj}$、RMSE、MAE、RMAE和AIC这5个评价指标筛选出最佳的基础模型。将竞争指数（I）、枝下高（Z）及冠幅（W）这3个显著影响林木生长的因子引入所筛选出的3个最佳基础模型中，构建了21个修正模型。通过比较各修正模型的拟合效果，确定了适宜的气候过渡地带黄山松人工林树高-胸径模型。结果表明：30个基础模型中，有27个树高-胸径模型可求解，且评价结果显示，M02、M10和M11这3个基础模型的拟合效果较优，被确定为最佳基础模型。综合考虑模型的拟合效果及参数显著性检验结果认为，引入Z的M10基础模型（即M10-Z修正模型）的拟合效果最好，且模型参数均存在统计学上的显著性差异。与M10基础模型的$R^2_{adj}$相比，M10-Z修正模型的$R^2_{adj}$提高了70.46%，表明Z因子的引入显著增强了对树高-胸径关系的解释能力。综上认为，M10-Z修正模型为适宜的气候过渡地带黄山松人工林树高-胸径模型，能有效表征气候过渡地带黄山松人工林的树高-胸径关系。

**关键词：** 气候过渡地带；黄山松；树高-胸径模型；枝下高；冠幅；竞争指数

**中图分类号：** S758.5 **文献标志码：** A **文章编号：** 1004-3918（2026）02-0349-12

# Modeling Height-Diameter Relationships for *Pinus taiwanensis* Plantation in a Climate Transition Zone

ZHOU Mengli[1], LU Peiyao[1], ZHANG Yuhui[1], JIN Shanshan[1],
ZHENG Tiancai[2], XIE Qijun[2], YAN Dongfeng[1]

（1. College of Forestry, Henan Agricultural University, Zhengzhou 450046, China;
2. State-owned Huangbaishan Forest Farm of Shangcheng County in Henan Province, Xinyang 465350, Henan China）

**Abstract:** *Pinus taiwanensis* is an important timber species in China and has significant ecological and regional economic value. Establishing an appropriate height-diameter at breast height (DBH) model for *P. taiwanensis* is essential for accurately predicting its growth and yield, thereby providing a theoretical foundation for the effective management and sustainable utilization of these forest resources. Taking the *P. taiwanensis* plantations in the State-owned Huangbaishan Forest Farm of Shangcheng County in Henan Province as the research object, based on the field-measured data, the research initially selected 30 commonly used empirical height-diameter models as

**收稿日期：** 2025-06-11 **修回日期：** 2025-09-25 **接受日期：** 2025-11-05

**基金项目：** 河南省科技攻关项目（242102320245）；河南省自然基金项目（252300420682）

**作者简介：** 周梦丽（1990-），女，讲师，博士，主要研究方向为森林生长模型与模拟研究

**通信作者：** 闫东锋（1979-），男，教授，博士，主要研究方向为森林经理学，E-mail：ydflx@henau.edu.cn

**引用格式：** 周梦丽，鲁沛瑶，张玉辉，等. 气候过渡地带黄山松人工林树高-胸径模型研究[J]. 河南科学，2026，44（2）：349-360.

Zhou M L，Lu P Y，Zhang Y H，et al. Modeling height-diameter relationships for *Pinus taiwanensis* plantation in a climate transition zone[J]. Henan Science，2026，44（2）：349-360.

candidate basic models. The most effective basic models were identified through a comprehensive evaluation using five statistical indicators of $R^2_{adj}$, RMSE, MAE, RMAE and AIC. Subsequently, to enhance the predictive accuracy and biological realism of the models, three key factors known to significantly influence individual tree growth, namely the competition index (I), height to the first live branch (under-branch height, Z), and crown width (W), were introduced into the three best-performing basic models, and 21 modified models were constructed. A comparative analysis of the fitting performance of these modified models was then conducted to determine the most suitable height-diameter model specifically for *P. taiwanensis* plantations located in the climate transition zone. The results indicated that among the 30 initial basic models, parameters of 27 tree height-diameter models could be successfully estimated. The evaluation results revealed that the three basic models, designated as M02, M10 and M11, had superior fitting performance and were therefore selected as the optimal basic models for further modification. After the thorough comparison of the fitting effects and the significance test results of the parameters for 27 modified models, the study concluded that the M10-Z modified model (i.e., the M10 basic model introduced with the under-branch height (Z) factor) had the best fitting effect. Notably, all parameters within the M10-Z modified model were statistically significant differences. Compared with the M10 basic model, the $R^2_{adj}$ value of the M10-Z modified model increased by 70.46%, indicating that the introduction of Z factor significantly enhanced the explanatory ability for the relationship between tree height and DBH. This significant increase underscores the under-branch height, a morphological trait related to light capture and historical growth, has critical influence on the height-diameter relationship for *P. taiwanensis* in these environments. In conclusion, this study identifies the M10-Z modified model as the most appropriate height-diameter model for *P. taiwanensis* plantations in the climate transition zone. This model can effectively characterize the relationship between tree height and diameter at breast height, offering a robust tool for growth and yield prediction for *P. taiwanensis* plantations in the climate transition zone. The demonstrated importance of the under-branch height factor suggests that silvicultural practices influencing crown development and stem form may be particularly important for managing this species in such ecotonal regions. The application of this model can significantly enhance the precision of forest inventory, improve harvest forecasts, and inform strategic forest management decisions, ultimately contributing to the sustainable stewardship of *P. taiwanensis* plantation resources.

**Key words**: climate transition zone; *Pinus taiwanensis*; height-diameter model; height to the first live branch; crown width; competition index

## 0 引言

树高与胸径是森林资源调查的基础测树因子，不仅可以用于估测林分生产力和蓄积量[1-4]，还可用于森林生长发育阶段划分、立地质量评价以及碳储量的测算[5-7]，同时还是优化森林结构（包括空间结构和非空间结构）、量化林木竞争的重要依据[8-10]。在实际林业调查工作中，胸径测量简便快捷且精度高，树高测量则需要准确判断林木的树梢位置，故树高测量相对困难。尽管目前已引入超声波、激光等技术测量树高，但是其调查误差较大[11-13]，需要依靠遥感手段进行校正，调查成本较高。除此之外，气候、竞争、林龄、立地条件及经营措施等因素共同影响着林木树高增长[14-15]。由于胸径与树高显著相关，因此建立树高-胸径模型可有效估测树高，从而提升林业调查中树高测量的精度与效率。

当前，林业科研人员已针对树高-胸径关系模型开展了大量研究，主流方法普遍采用经典经验方程及其衍生形式，模型参数通常通过极大似然法进行估计，并综合运用模型评价指标（模型决定系数、均方根误差、赤池信息准则等）、预测值与实测值散点图、学习曲线、残差分布图等方式评估模型性能，进而筛选出较适宜的树高-胸径模型[13]。然而，该研究方法存在明显局限性，即模型预测效果在很大程度上取决于候选模型的形式、数量以及训练数据集规模。这种局限主要源于研究者依据经验或既有文献进行的主观选择，且不同研究所建立的候选模型体系也存在显著差异，部分研究仅选择几种候选模

型[15-16]，另一些研究则选择几十种模型[17-18]。候选模型数量过少可能影响预测准确性，过多则会加大工作量导致计算效率低下。

近年来，已存在大量成功开发并应用的树高-胸径模型。例如，曹晓梅等[19]以黑龙江省帽儿山天然次生林为研究对象，基于树种分类构建了含林分结构、竞争、混交及物种多样性变量的广义模型，并建立样地、树种组两水平混合效应模型，揭示了耐荫与喜光树种树高生长的差异。黄宏超等[20]在广义可加混合效应模型中引入竞争指标作为辅助变量，并以林木分级为随机效应，结果表明该模型显著提高了次生混交林树高-胸径关系的估计精度与预测能力。吕乐乐等[21]以大兴安岭兴安落叶松天然林数据为基础，结合哑变量与分位数回归及林分密度指数（SDI）构建幼树树高-胸径模型，研究表明含SDI的哑变量模型精度最优，验证了林分密度调控对兴安落叶松幼树生长的促进作用。韩新生等[22]在构建多因子响应耦合模型时引入林龄、密度、坡向和土壤厚度，结果表明该模型显著提高了宁夏六盘山北部华北落叶松人工林树高-胸径模型的预测精度。总之，在构建树高-胸径模型时，针对具体的林分和树种，将与树高相关性较高的因子引入模型之中，将有助于提高模型的预测精度。

黄山松（*Pinus taiwanensis*）属于我国重要造林树种之一，具有耐瘠薄、对恶劣环境适应性强、可以作为水土保持和改造土质的重要造林树种等优点[23]。黄山松在河南省最南部广泛分布，具有重要的生态价值和地区经济价值。以往对黄山松的树高-胸径模型的研究主要集中在树木生长的生物因子（枝下高、冠幅）方面，忽略了竞争因子对林木生长的影响[22]。此外，目前对地处亚热带向暖温带过渡地带的黄山松人工林的树高-胸径模型的研究极其少见。鉴于此，本文以河南省国有商城黄柏山林场的黄山松人工林为研究对象，首先以30个树高-胸径经验模型为基础模型，利用模型评价指标筛选出3个最佳的基础模型，然后将与树高具有相关性的因子（冠幅、枝下高以及竞争指数）引入3个最佳的基础模型中，构建修正模型，并比较了各修正模型的拟合精度，最后筛选出较佳的树高-胸径模型作为适宜量化气候过渡地带黄山松人工林树高与胸径间生长关系的模型。研究可为气候过渡地带针叶林生长收获与预估以及适宜性经营提供一定的参考依据。

## 1 研究区概况

研究区位于河南省国有商城黄柏山林场（115°16′~115°23′E、31°23′~31°35′N），属于大别山山脉，处于北亚热带向暖温带过渡地带，黄山松分布的最北端[24]，属季风型大陆气候，四季分明，气候温和，雨量充沛。年平均气温15.4 ℃，年平均降雨量1 509.0 mm，年平均相对湿度76%，土壤类型为亚热带黄棕壤土[16,25]，有机质丰富，肥力丰厚，保水保肥能力较强，整体呈微酸性。国有商城黄柏山林场作为中型林场具备显著优势，其森林覆盖率居全省首位，拥有全省规模最大的集中连片人工林，且林分结构优良，活立木蓄积总量也为全省之最。该地植物资源丰富，主要树种有黄山松（*Pinus taiwanensis*）、君迁子（*Diospyros lotus*）、化香（*Platycarya strobilacea*）、杉木（*Cunninghamia lanceolata*）、海棠（*Malus spectabilis*）等[16]。

## 2 研究方法

### 2.1 数据来源

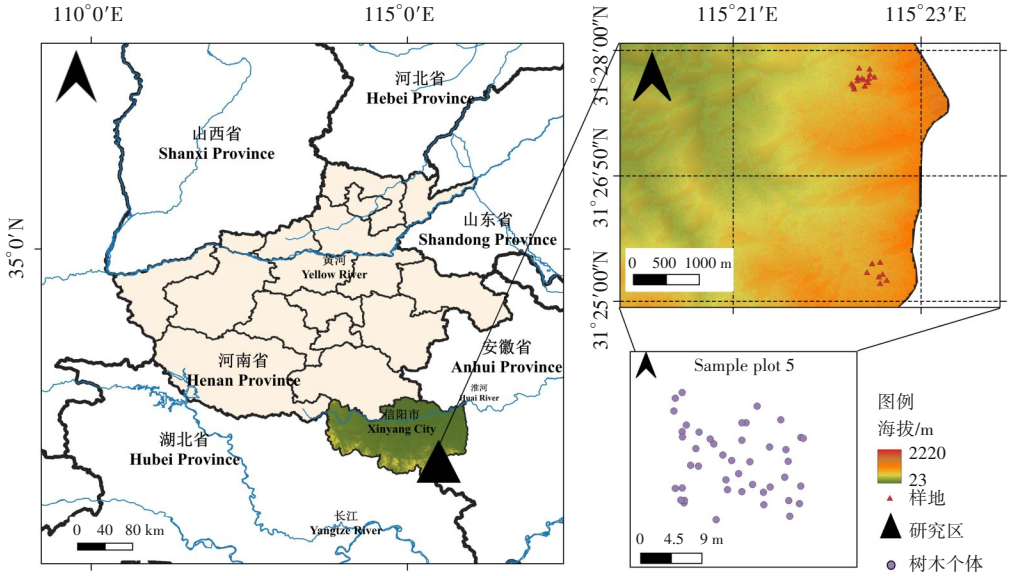
2020年在河南省国有商城黄柏山林场沿着海拔梯度共设立了23块20 m×30 m的黄山松人工纯林长方形样地（图1），对样地内胸径≥5 cm的乔木进行每木检尺，以每块样地的西南角为坐标原点，记录样地内所有单株树木的树种及其相对坐标，并测量胸径、树高、冠幅、枝下高等因子。同时采集每块样地的基本信息，包括海拔、坡度、坡向、坡位、龄组、郁闭度等，各样地的林分特征见表1。

为建模需要，按照建模集和验证集的数据量比例接近3∶1的要求，将23块黄山松人工林固定样地中的475株黄山松林木随机分为两组，即用于建模的黄山松350株，用于验证的黄山松125株。基于此，建模数据与验证数据的基本统计信息见表2。建模集与验证集中胸径与树高的分布情况以散点图形式呈现，具体见图2。

### 2.2 建模方法

#### 2.2.1 基础模型

经过数据的整合与分析之后，本研究选取30个常用的树高-胸径经验模型作为候选基础模型[18,26]，具体模型表达式如表3所示。采用非线性最小二乘法进行参数估计，通过综合比较5个常用的模型评价指标（表4），包括调整决定系数（Adjusted Coefficient of Determination，$R^2_{adj}$）、均方根误差（Root Mean




注：该图基于国家测绘地理信息局标准地图服务网站下载的审图号为GS(2023)2767号的中国标准地图绘制，底图无修改。

**图1　研究区地理位置及样地分布图**

Fig.1　Geographical location of the study area and the distribution of sample plots

**表1　各样地林分特征因子统计表**

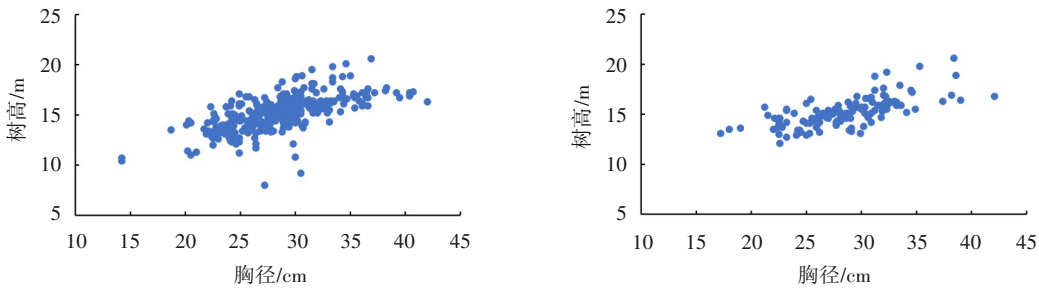
Tab.1　Statistical table of stand characteristics for each sample plot

| 样地号 | 海拔/m | 郁闭度 | 平均胸径/cm | 平均树高/m | 单位面积株数/(株·hm$^{-2}$) | 单位面积胸高断面积/(m$^2$·hm$^{-2}$) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 839.0 | 0.76 | 18.9 | 10.3 | 1081 | 30.22 |
| 2 | 778.3 | 0.82 | 18.3 | 10.1 | 595 | 15.66 |
| 3 | 790.1 | 0.76 | 19.9 | 10.5 | 522 | 16.19 |
| 4 | 756.2 | 0.82 | 26.6 | 12.1 | 265 | 14.73 |
| 5 | 813.5 | 0.78 | 20.2 | 10.7 | 511 | 16.41 |
| 6 | 823.2 | 0.83 | 20.4 | 10.9 | 419 | 13.69 |
| 7 | 834.5 | 0.78 | 22.7 | 11.5 | 440 | 17.77 |
| 8 | 886.9 | 0.74 | 17.2 | 9.3 | 1152 | 26.69 |
| 9 | 853.8 | 0.75 | 18.0 | 9.8 | 899 | 22.83 |
| 10 | 939.8 | 0.70 | 18.6 | 9.9 | 558 | 15.13 |
| 11 | 944.3 | 0.72 | 18.6 | 10.0 | 737 | 20.03 |
| 12 | 912.7 | 0.76 | 16.2 | 10.8 | 881 | 18.22 |
| 13 | 909.2 | 0.80 | 19.6 | 11.5 | 714 | 21.45 |
| 14 | 839.0 | 0.75 | 20.1 | 11.2 | 873 | 27.57 |
| 15 | 820.1 | 0.85 | 17.9 | 10.4 | 1005 | 25.41 |
| 16 | 829.4 | 0.86 | 16.8 | 9.7 | 858 | 19.01 |
| 17 | 862.2 | 0.80 | 16.5 | 10.1 | 1196 | 25.63 |
| 18 | 824.0 | 0.90 | 18.9 | 10.6 | 788 | 22.08 |
| 19 | 840.9 | 0.86 | 24.6 | 12.8 | 218 | 10.35 |
| 20 | 840.9 | 0.83 | 25.3 | 13.0 | 430 | 21.60 |
| 21 | 792.7 | 0.82 | 20.7 | 12.2 | 815 | 27.38 |
| 22 | 794.2 | 0.78 | 21.8 | 13.2 | 975 | 36.54 |
| 23 | 782.4 | 0.83 | 20.0 | 10.9 | 1063 | 33.45 |

**表2　建模集与验证集的数据量统计特征**

Tab.2　Statistical characteristics of data volume for the calibration and validation datasets

| 数据类型 | 项目 | 胸径/cm | 树高/m | 枝下高/m | 冠幅/m | 竞争指数 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 建模集 | 最小值 | 14.2 | 8.0 | 4.3 | 2.7 | 5.49 |
| | 最大值 | 42.0 | 20.6 | 16.9 | 5.5 | 1 548 .95 |
| | 平均值 | 28.5 | 15.2 | 9.9 | 4.4 | 614.99 |
| | 标准差 | 4.11 | 1.66 | 1.59 | 0.41 | 315.08 |
| 验证集 | 最小值 | 17.2 | 12.1 | 4.5 | 3.1 | 11.71 |
| | 最大值 | 42.1 | 20.6 | 15.5 | 5.2 | 1 451.50 |
| | 平均值 | 28.5 | 15.2 | 9.9 | 4.4 | 604.04 |
| | 标准差 | 4.41 | 1.46 | 1.58 | 0.42 | 312.20 |




（a）建模集　　（b）验证集

**图2　树高与胸径关系散点分布**

Fig.2　Scatter plot of the relationship between tree height and diameter at breast height

**表3　常用的树高-胸径模型**

Tab.3　Commonly used height-diameter models

| 模型编号 | 模型表达式 | 模型编号 | 模型表达式 | 模型编号 | 模型表达式 |
|---|---|---|---|---|---|
| M01 | $H = a + bD + \varepsilon$ | M11 | $H = 1.3 + a\left(1 - e^{-bD}\right) + \varepsilon$ | M21 | $H = 1.3 + \frac{D^2}{a + bD + cD^2} + \varepsilon$ |
| M02 | $H = (a + bD^{-1})^{-1} + \varepsilon$ | M12 | $H = 1.3 + \frac{D^2}{(a + bD)^2} + \varepsilon$ | M22 | $H = 1.3 + aD^{\left(bD^{-c}\right)} + \varepsilon$ |
| M03 | $\ln(H - 1.3) = a + b\ln D + \varepsilon$ | M13 | $H = 1.3 + ae^{\left(\frac{b}{D}\right)} + \varepsilon$ | M23 | $H = 1.3 + a + \frac{b}{D + c} + \varepsilon$ |
| M04 | $\ln(H - 1.3) = a + \frac{b}{D} + \varepsilon$ | M14 | $H = 1.3 + 10^a D^b + \varepsilon$ | M24 | $H = 1.3 + \frac{a}{1 + b^{-1}D^{-c}} + \varepsilon$ |
| M05 | $H = a + b\ln D + \varepsilon$ | M15 | $H = 1.3 + a\frac{D}{1 + D} + bD + \varepsilon$ | M25 | $H = 1.3 + a + \frac{b}{D + c} + \varepsilon$ |
| M06 | $H = a + bD + cD^2 + \varepsilon$ | M16 | $H = 1.3 + a\left(\frac{D}{1 + D}\right)^b + \varepsilon$ | M26 | $H = 1.3 + ae^{\left(-bD^{-c}\right)} + \varepsilon$ |
| M07 | $H = a + \frac{b}{D} + cD^2 + \varepsilon$ | M17 | $H = 1.3 + \frac{a}{1 + be^{(-cD)}} + \varepsilon$ | M27 | $H = 1.3 + ae^{\left(-e^{(-b(D-c))}\right)} + \varepsilon$ |
| M08 | $H = 1.3 + aD^b + \varepsilon$ | M18 | $H = 1.3 + a\left(1 - e^{(-bD)}\right)^c + \varepsilon$ | M28 | $H = 1.3 + e^{\left(a + bD^c\right)} + \varepsilon$ |
| M09 | $H = 1.3 + e^{\left(a + \frac{b}{D+1}\right)} + \varepsilon$ | M19 | $H = 1.3 + a\left(1 - e^{\left(-bD^c\right)}\right) + \varepsilon$ | M29 | $\ln(H - 1.3) = a + bD^c + \varepsilon$ |
| M10 | $H = 1.3 + \frac{aD}{(b + D)} + \varepsilon$ | M20 | $H = 1.3 + ae^{\left(-be^{(-cD)}\right)} + \varepsilon$ | M30 | $H = a + bD + cD^2 + dD^3 + \varepsilon$ |

注：$D$为胸径；$H$为树高；$a$、$b$、$c$、$d$为模型参数；$\varepsilon$为模型误差项。

Square Error，RMSE）、平均绝对误差（Mean Absolute Error，MAE）、相对平均绝对误差（Relative Mean Absolute Error，RMAE）和赤池信息准则（Akaike Information Criterion，AIC），完成基础模型的优化筛选，确定

**表4　树高-胸径模型评价指标的计算公式**

Tab. 4　Calculation formulas of evaluation indicators for height-diameter models

| 指标 | 公式 |
|---|---|
| $R^2_{adj}$ | $R^2_{adj}=1-(1-R^2)\left(\frac{n-1}{n-k-1}\right)$，其中：$R^2=1-\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(y_i-\widehat{y_i}\right)^2}{\sum_{i=1}^{n}\left(y_i-\bar{y}\right)^2}$ |
| RMSE | $RMSE=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(y_i-\widehat{y_i}\right)^2}{n-k-1}}$ |
| MAE | $MAE=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left\|y_i-\widehat{y_i}\right\|$ |
| RMAE | $RMAE=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{\left\|y_i-\widehat{y_i}\right\|}{\widehat{y_i}}$ |
| AIC | $AIC=-\ln L+2k$ |

注：$y_i$为第$i$株林木树高的实测值；$\widehat{y_i}$为第$i$株林木树高的估计值；$\bar{y}$为所包含林木树高实测值的平均值；$n$为样本数；$k$为模型所含参数个数；$L$为似然函数值；$R^2$为决定系数。

最佳的基础模型用于构建黄山松人工林的树高-胸径修正模型。其中，$R^2_{adj}$的值越大，RMSE、MAE、RMAE和AIC的值越小，说明模型的拟合效果越好。

2.2.2　相关性分析

树高的生长并非仅受树木自身胸径的影响，还会受到枝下高、冠幅以及林木间竞争关系的影响[27]。因此，可将树高（H）与枝下高（Z）、冠幅（W）以及竞争指数（I）进行Pearson相关性分析，从而筛选与黄山松人工林树高具有显著相关关系的林分因子。其中，竞争指数选择常用的Hegyi竞争指数来表示研究区内黄山松人工林承受的竞争压力，其计算公式如式（1）所示，且竞争木的选择方法为与对象木周围最近4株相邻木。

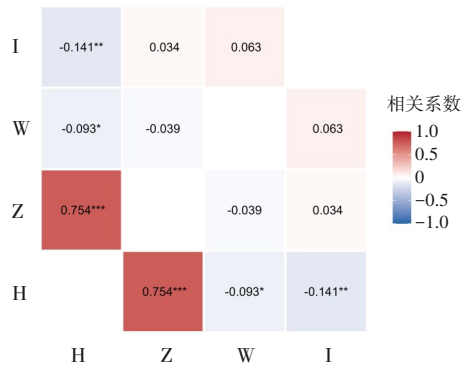
$$I_i=\sum_{j=1}^{4}\left(\frac{D_j}{D_i L_{ij}}\right), \quad (1)$$

式中：$I_i$为对象木$i$的Hegyi竞争指数；$D_j$、$D_i$分别为竞争木$j$和对象木$i$的胸径；$L_{ij}$为对象木$i$与竞争木$j$间的距离。

如图3所示，树高（H）与枝下高（Z）、冠幅（W）以及竞争指数（I）存在显著的相关性，其相关系数分别为0.754、-0.093和-0.141，说明H与Z的相关关系最大，与W的相关关系最小。

2.2.3　修正模型

模型修正通常是指通过对初始理论模型进行局部的修改或调整，以提高假设模型的适配程度[28]。本研究将与黄山松人工林树高（H）有关的枝下高（Z）、冠幅（W）、竞争指数（I）引入到基础模型




注：*、**、***分别表示在0.05、0.01、0.001水平上差异显著。

**图3　树高与枝下高、冠幅以及竞争指数的相关性分析**

Fig.3　Correlation analysis of tree height with under-branch height, crown width and competition index

参数$b$中，以修正模型[29]。于是，基础模型中参数$b$的形式分为如表5所示的三种情况。

### 2.3　修正模型评价与检验

本文选取$R^2_{adj}$、RMSE、MAE、RMAE和AIC这5个常用的模型评价指标（表4）对不同的修正模型的拟合精度进行评估，并检验各修正模型在验证集上的预测性能。最终选出效果最佳的修正模型作为适宜的气候过渡地带黄山松人工林的树高-胸径模型。

## 3　结果与分析

### 3.1　黄山松树高胸径分布特征

利用23块固定样地中的黄山松人工林数据作图，树高与胸径分布如图2所示，可以看出，样地内黄山松人工林的树高在8~20.6 m之间，胸径在14.2~

**表5　修正模型中参数$b$的形式**

Tab.5　Form of parameter $b$ in modified models

| 模型编号 | 参数$b$的形式 | 备注 |
|---|---|---|
| M-$x_1$ | $b=b_0+b_1x_1$ | 只引入Z、W、I中的某一个因子 |
| M-$x_1$-$x_2$ | $b=b_0+b_1x_1+b_2x_2$ | 同时引入Z、W、I中任意两个因子 |
| M-$x_1$-$x_2$-$x_3$ | $b=b_0+b_1x_1+b_2x_2+b_3x_3$ | 同时引入Z、W、I中三个因子 |

注：M为某一基础模型编号；$x_1$、$x_2$、$x_3$分别为Z、W、I中的某一个因子。

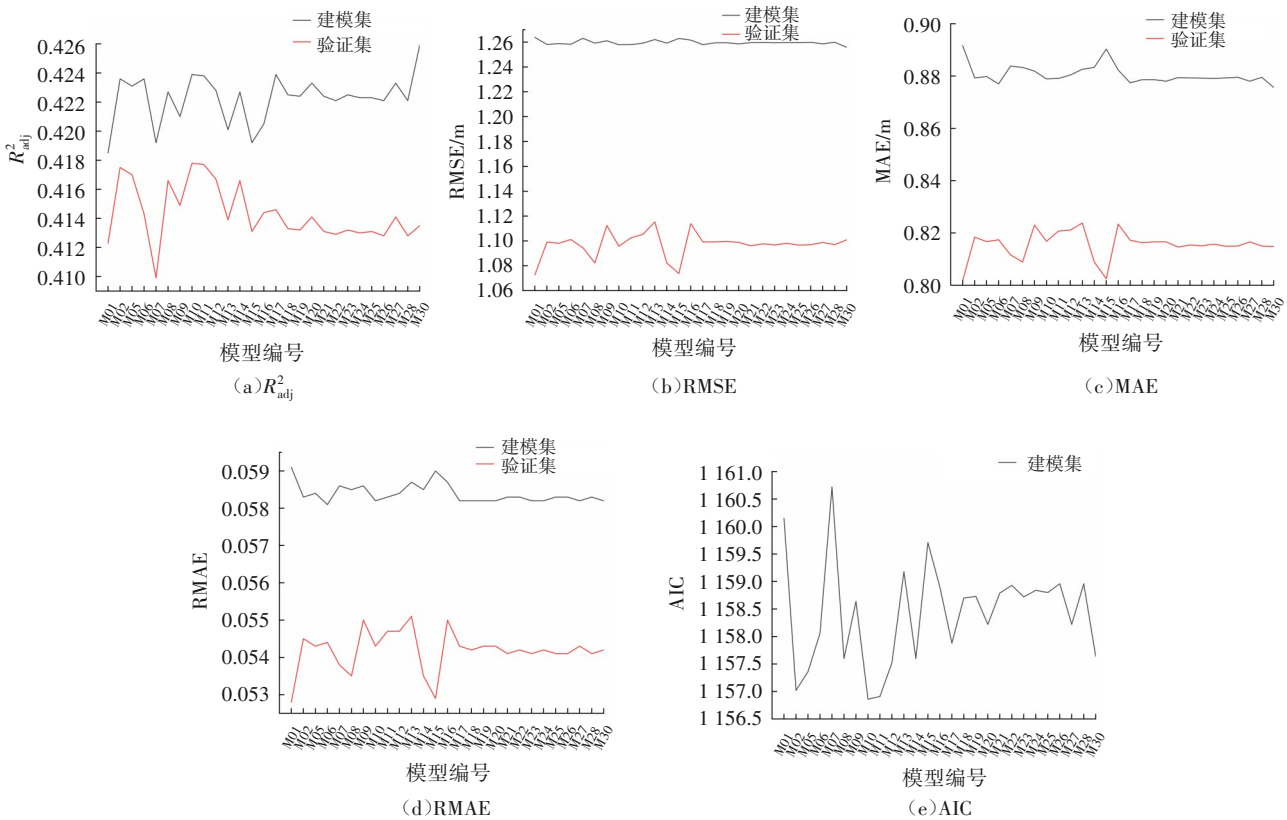



**图4　27个基础模型的拟合效果**

Fig.4　The fitting effects of the 27 basic models

42.1 cm之间。胸径主要分布在小径级以上，大都在20 cm以上，25~30 cm的个体数最多；胸径较大的个体相对较少；胸径小于15 cm的个体最少，这些数据说明样地内的黄山松大多处于较为成熟的生长阶段。与胸径分布类似，树高分布表现出一定的规律性，例如，大多数黄山松的树高高于10 m，其中多数黄山松的树高在12~18 m内。在较小的胸径范围内，树高的值较为分散，显示出树冠形状和尺寸的多样性。然而，在较大的胸径下，树高的值逐渐趋于稳定，表明随着树木胸径的增大，其胸径与树高的比例可能趋向于一个较为固定的范围。

### 3.2　基础模型拟合与评价

利用非线性最小二乘法拟合30个树高-胸径基础模型，其中M03、M04、M29无法求解，其余27个基础模型在建模集和验证集上的$R^2_{adj}$、RMSE、MAE、RMAE和AIC值如图4所示。由图4可知，在建模集上，$R^2_{adj}$最大的前5个模型分别为M30、M10、M17、M11、M02，RMSE最小的前5个模型分别为M30、M10、M11、M17、M02，AIC最小的前5个模型分别为M10、M11、M02、M05、M12，故得出在建模集上表现最佳的基础模型有3个，分别为M02、M10和M11；在验证集上$R^2_{adj}$最大的前5个模型分别为M10、M11、M02、M05、M12，且这5个基础模型在验证集上的RMSE处于可接受的中间水平，未出现显著的性能下降。综合以上结果认为，在建模集和验证集上均表现较佳的基础模型为M02、M10和M11。因此，本文将M02、M10和M11作为构建黄山松人工林树高-胸径修正模型的备选基础模型。

### 3.3　修正模型拟合与评价

将枝下高(Z)、冠幅(W)及竞争指数(I)分别作为修正参数引入3个最优基础模型(M02、M10和M11)的参数$b$中，针对每个基础模型均构建三种参数化方案，分别对应表5中所描述的修正形式，即只引入Z、W、I中的一个因子或两个因子以及同时引入Z、W、I三个因子，共得到21个修正模型。21个修正模型的拟合效果及参数估计结果见图5和表6。需要说明的是，修正模型的编号与其引入的因子有关，如：修正模型M02-Z、M02-I、M02-W表示只引入了Z、I、W中的一个因子到M02基础模型，修正模型M02-Z-I、M02-Z-W、M02-W-I表示只引入了Z、I、W中的任意两个因子到M02基础模型，修正模型M02-Z-W-I表示同时引入了Z、I、W三个因子到M02基础模型。

由图5可知，对于任一基础模型，仅引入W的修正模型，其在建模集与验证集上的各项评价指标均为同组中最差。相比之下，表现最佳的修正模型均引入了多个因子：对于基础模型M02和M10而言，同时引入Z和W两个因子的修正模型(M02-Z-W、M10-Z-W)的拟合效果最佳；对于基础模型M11而言，同时引入Z、W和I的修正模型表现最优。这3个修正模型(M10-Z-W、M02-Z-W、M11-Z-W-I)在建模集上具有最高的拟合优度，$R^2_{adj}$分别为0.723 6、0.723 9和0.682 9，且在验证集上的表现也相对较优。综合比较21个修正模型的$R^2_{adj}$、RMSE、MAE、RMAE和AIC的值可知，在建模集上表现最佳的前5个修正模型依次为M10-Z-W、M02-Z-W、M10-Z-W-I、M02-Z-W-I、M10-Z；在验证集上表现最佳的前5个修正模型依次为M10-Z、M02-Z、M10-Z-W、M02-Z-W、M10-Z-I。

由表6的参数检验结果可知，修正模型M02-W、M10-W、M11-W的拟合参数$b_1$、修正模型M02-Z-W、M10-Z-W、M11-Z-W、M02-Z-I、M10-Z-I的拟合参数$b_2$、修正模型M02-W-I、M10-W-I、M11-W-I的拟合参数$b_1$、修正模型M02-Z-W-I、M10-Z-W-I的拟合参数$b_2$、$b_3$以及M11-Z-W-I的拟合参数$b_2$的$p$值均大于0.05，说明这些修正模型所对应的参

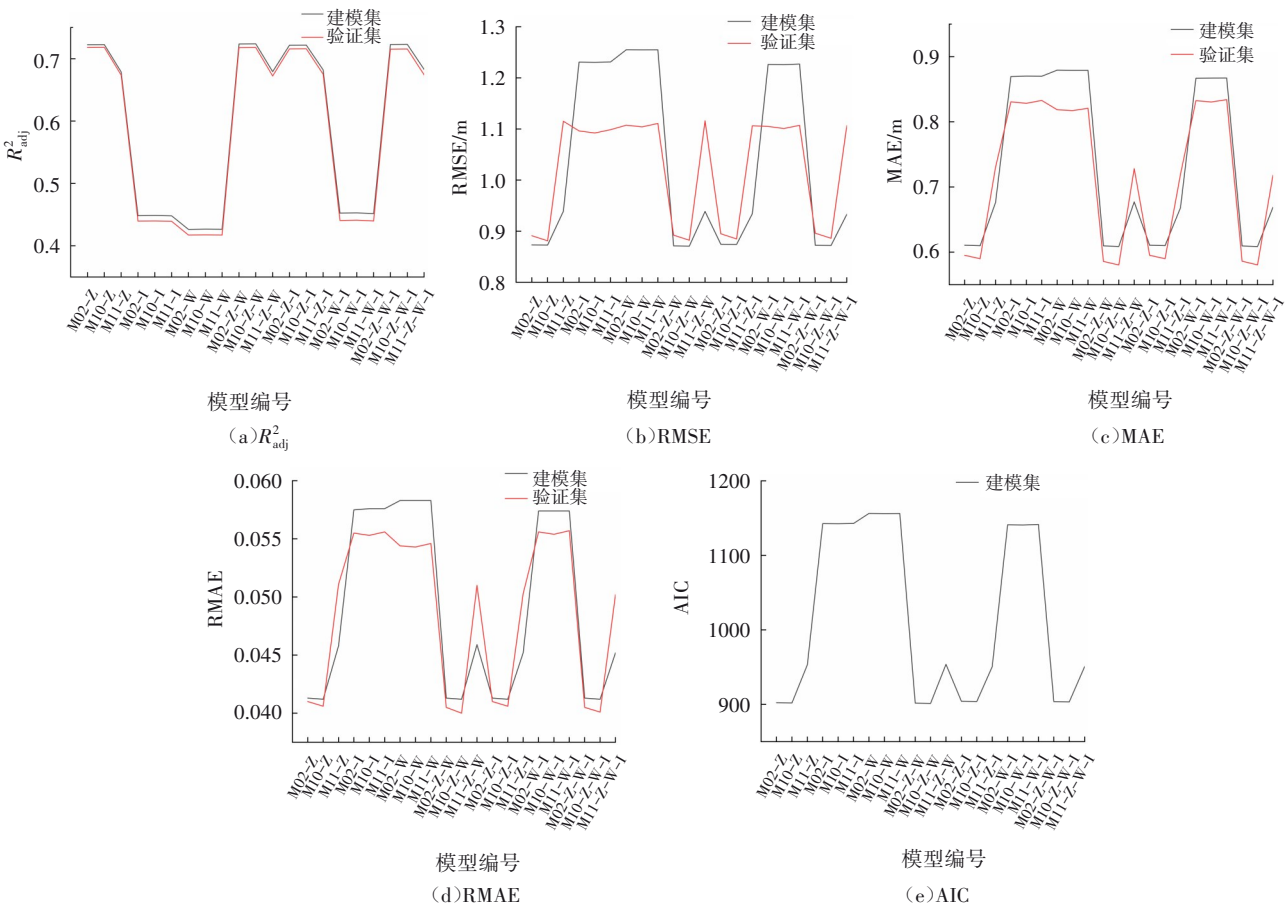



**图5　21个修正模型的拟合效果**

Fig.5　Fitting effects of the 21 modified models

**表6　21个修正模型的参数估计结果**

Tab.6　Results of the parameter estimation of the 21 modified models

| 模型编号 | 参数 | 估计值 | 标准差 | $t$值 | $p$值 | 模型编号 | 参数 | 估计值 | 标准差 | $t$值 | $p$值 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M02-Z | $a$ | 0.046 9 | 0.001 6 | 29.934 9 | 0.000 0 | M02-Z-I | $a$ | 0.046 9 | 0.001 8 | 25.587 3 | 0.000 0 |
| M02-Z | $b_0$ | 1.293 7 | 0.044 6 | 28.992 7 | 0.000 0 | M02-Z-I | $b_0$ | 1.293 5 | 0.051 8 | 24.961 9 | 0.000 0 |
| M02-Z | $b_1$ | −0.076 2 | 0.003 8 | −20.138 6 | 0.000 0 | M02-Z-I | $b_1$ | −0.076 2 | 0.004 0 | −18.882 2 | 0.000 0 |
| M10-Z | $a$ | 20.300 2 | 0.770 9 | 26.333 8 | 0.000 0 | M02-Z-I | $b_2$ | 0.000 0 | 0.000 0 | 0.009 2 | 0.992 7 |
| M10-Z | $b_0$ | 31.336 6 | 2.043 8 | 15.332 9 | 0.000 0 | M10-Z-I | $a$ | 20.272 1 | 0.899 7 | 22.532 2 | 0.000 0 |
| M10-Z | $b_1$ | −1.836 2 | 0.086 3 | −21.286 9 | 0.000 0 | M10-Z-I | $b_0$ | 31.254 9 | 2.446 8 | 12.773 5 | 0.000 0 |
| M11-Z | $a$ | 18.006 3 | 0.427 2 | 42.150 9 | 0.000 0 | M10-Z-I | $b_1$ | −1.835 7 | 0.086 6 | −21.190 7 | 0.000 0 |
| M11-Z | $b_0$ | 0.007 3 | 0.003 5 | 2.119 7 | 0.034 7 | M10-Z-I | $b_2$ | 0.000 0 | 0.000 5 | 0.060 2 | 0.952 0 |
| M11-Z | $b_1$ | 0.004 6 | 0.000 6 | 7.675 4 | 0.000 0 | M11-Z-I | $a$ | 18.328 2 | 0.497 2 | 36.865 1 | 0.000 0 |
| M02-I | $a$ | 0.029 5 | 0.002 2 | 13.213 9 | 0.000 0 | M11-Z-I | $b_0$ | 0.007 2 | 0.003 3 | 2.195 6 | 0.028 8 |
| M02-I | $b_0$ | 1.102 5 | 0.074 3 | 14.841 7 | 0.000 0 | M11-Z-I | $b_1$ | 0.004 3 | 0.000 6 | 7.045 9 | 0.000 0 |
| M02-I | $b_1$ | −0.000 1 | 0.000 0 | −4.093 7 | 0.000 1 | M11-Z-I | $b_2$ | 0.000 0 | 0.000 0 | 2.249 5 | 0.025 1 |
| M10-I | $a$ | 35.163 5 | 3.297 7 | 10.663 1 | 0.000 0 | M02-W-I | $a$ | 0.029 5 | 0.002 2 | 13.244 2 | 0.000 0 |
| M10-I | $b_0$ | 46.504 6 | 7.439 2 | 6.251 3 | 0.000 0 | M02-W-I | $b_0$ | 0.938 8 | 0.112 2 | 8.366 8 | 0.000 0 |
| M10-I | $b_1$ | −0.005 0 | 0.001 5 | −3.350 5 | 0.000 9 | M02-W-I | $b_1$ | 0.037 9 | 0.019 6 | 1.933 6 | 0.054 0 |
| M11-I | $a$ | 22.909 2 | 1.553 8 | 14.744 2 | 0.000 0 | M02-W-I | $b_2$ | −0.000 1 | 0.000 0 | −4.207 0 | 0.000 0 |
| M11-I | $b_0$ | 0.030 7 | 0.003 6 | 8.498 7 | 0.000 0 | M10-W-I | $a$ | 35.179 5 | 3.293 3 | 10.682 3 | 0.000 0 |
| M11-I | $b_1$ | 0.000 0 | 0.000 0 | 4.284 1 | 0.000 0 | M10-W-I | $b_0$ | 39.594 9 | 7.638 0 | 5.183 9 | 0.000 0 |
| M02-W | $a$ | 0.033 7 | 0.002 0 | 16.478 2 | 0.000 0 | M10-W-I | $b_1$ | 1.608 7 | 0.837 8 | 1.920 2 | 0.055 7 |
| M02-W | $b_0$ | 0.763 9 | 0.106 1 | 7.200 6 | 0.000 0 | M10-W-I | $b_2$ | −0.005 2 | 0.001 5 | −3.426 0 | 0.000 7 |
| M02-W | $b_1$ | 0.033 0 | 0.019 8 | 1.663 0 | 0.097 2 | M11-W-I | $a$ | 22.901 5 | 1.549 6 | 14.778 6 | 0.000 0 |
| M10-W | $a$ | 29.848 5 | 2.179 4 | 13.695 5 | 0.000 0 | M11-W-I | $b_0$ | 0.035 7 | 0.005 3 | 6.746 6 | 0.000 0 |
| M10-W | $b_0$ | 27.315 8 | 5.187 3 | 5.265 9 | 0.000 0 | M11-W-I | $b_1$ | −0.001 2 | 0.000 7 | −1.711 9 | 0.087 8 |
| M10-W | $b_1$ | 1.188 3 | 0.710 1 | 1.673 5 | 0.095 1 | M11-W-I | $b_2$ | 0.000 0 | 0.000 0 | 4.343 4 | 0.000 0 |
| M11-W | $a$ | 20.516 8 | 1.033 7 | 19.847 3 | 0.000 0 | M02-Z-W-I | $a$ | 0.046 8 | 0.001 8 | 25.553 4 | 0.000 0 |
| M11-W | $b_0$ | 0.046 5 | 0.006 3 | 7.335 9 | 0.000 0 | M02-Z-W-I | $b_0$ | 1.199 9 | 0.078 7 | 15.245 3 | 0.000 0 |
| M11-W | $b_1$ | −0.0015 | 0.000 9 | −1.559 7 | 0.119 7 | M02-Z-W-I | $b_1$ | −0.075 9 | 0.004 0 | −18.799 2 | 0.000 0 |
| M02-Z-W | $a$ | 0.046 9 | 0.001 6 | 29.973 2 | 0.000 0 | M02-Z-W-I | $b_2$ | 0.021 7 | 0.013 7 | 1.578 3 | 0.115 4 |
| M02-Z-W | $b_0$ | 1.197 4 | 0.075 7 | 15.823 2 | 0.000 0 | M02-Z-W-I | $b_3$ | 0.000 0 | 0.000 0 | −0.118 3 | 0.905 9 |
| M02-Z-W | $b_1$ | −0.076 0 | 0.003 8 | −20.108 3 | 0.000 0 | M10-Z-W-I | $a$ | 20.326 3 | 0.903 8 | 22.490 3 | 0.000 0 |
| M02-Z-W | $b_2$ | 0.021 5 | 0.013 7 | 1.576 0 | 0.115 9 | M10-Z-W-I | $b_0$ | 29.026 5 | 2.734 4 | 10.615 4 | 0.000 0 |
| M10-Z-W | $a$ | 20.292 4 | 0.769 6 | 26.368 9 | 0.000 0 | M10-Z-W-I | $b_1$ | −1.832 2 | 0.086 7 | −21.126 3 | 0.000 0 |
| M10-Z-W | $b_0$ | 28.941 5 | 2.457 0 | 11.779 2 | 0.000 0 | M10-Z-W-I | $b_2$ | 0.536 6 | 0.334 1 | 1.606 1 | 0.109 2 |
| M10-Z-W | $b_1$ | −1.831 7 | 0.086 1 | −21.269 9 | 0.000 0 | M10-Z-W-I | $b_3$ | 0.000 0 | 0.000 5 | −0.072 2 | 0.942 5 |
| M10-Z-W | $b_2$ | 0.533 6 | 0.330 6 | 1.614 0 | 0.107 4 | M11-Z-W-I | $a$ | 18.352 1 | 0.500 5 | 36.670 3 | 0.000 0 |
| M11-Z-W | $a$ | 18.016 4 | 0.428 6 | 42.036 5 | 0.000 0 | M11-Z-W-I | $b_0$ | 0.013 4 | 0.005 5 | 2.457 5 | 0.014 5 |
| M11-Z-W | $b_0$ | 0.013 4 | 0.006 0 | 2.235 6 | 0.026 0 | M11-Z-W-I | $b_1$ | 0.004 2 | 0.000 6 | 7.018 9 | 0.000 0 |
| M11-Z-W | $b_1$ | 0.004 6 | 0.000 6 | 7.654 9 | 0.000 0 | M11-Z-W-I | $b_2$ | −0.001 4 | 0.001 0 | −1.330 4 | 0.184 3 |
| M11-Z-W | $b_2$ | −0.001 3 | 0.001 1 | −1.170 9 | 0.242 4 | M11-Z-W-I | $b_3$ | 0.000 0 | 0.000 0 | 2.350 7 | 0.019 3 |

数在统计学上与0存在不显著差异。其余修正模型的参数均存在统计学上的显著差异。

综合比较各修正模型于建模集和验证集上的拟合效果以及各修正模型的拟合参数是否存在显著性差异后认为，表现最佳的修正模型为M10-Z，即将Z引入到基础模型M10的修正模型M10-Z在建模集、验证集上表现最佳，且其拟合参数均通过显著性检验。M10-Z的表达式为：

$$H=1.3+\frac{20.300\,2D}{31.336\,6-1.836\,2Z+D}+\varepsilon。\qquad(2)$$

此外，利用基础模型M10和修正模型M10-Z对研究区黄山松人工林所有数据进行拟合，结果显示，

基础模型M10的$R^2_{adj}$值为0.423 9，修正模型M10-Z的$R^2_{adj}$值为0.722 6，与基础模型M10相比，修正模型M10-Z的拟合精度提高了70.46%。

## 4 讨论与结论

### 4.1 讨论

本研究利用常用的30个基础模型，通过引入三种林木因子，即枝下高、冠幅和竞争因子，优化树高-胸径经验模型，认为向基础模型M10中引入枝下高的修正模型M10-Z的拟合效果最佳。该研究结果与娄明华等[14]在开展四明山黄山松针阔混交林树高-胸径模型研究时所确定的最优模型M21（即$H=1.3+\frac{D^2}{a+bD+cD^2}$）存在不同，该结果差异的产生可能与研究区气候环境特征、林分结构类型以及所选取的辅助变量异质性密切相关。

黄宏超等[20]通过广义可加混合效应模型，结合竞争因子（如BAL和Hegyi竞争指数），提升了树高-胸径模型的拟合精度。本研究在基础模型中引入竞争因子，也提高了基础模型的拟合效果，说明竞争因子对模型精度存在一定影响。同时，本研究在研建树高-胸径模型时引入与树高显著相关的枝下高、冠幅等变量，这与张晓芳等[29]的研究结论具有一致性，其研究通过构建冬奥核心区华北落叶松（*Larix principis-rupprechtii*）和白桦（*Betula platyphylla*）的单木冠幅预测模型，并引入树高、枝下高等与冠幅生长显著相关的协变量作为修正参数，有效提升了模型的拟合优度。本研究模型拟合精度的改善究竟源于枝下高和冠幅参数的引入，抑或归因于竞争因子的补充，此问题尚有待进一步验证。然而需明确指出的是，枝下高、冠幅与竞争因子三个解释变量均对黄山松人工林树高生长具有显著影响，其协同作用机制仍需通过控制变量试验进行系统解析。

然而，本研究未考虑林分的空间结构、树种组成、立地因子等指标对树高产生的影响[22,30]，在下一步的研究工作中将基于多视角，整合林龄梯度数据与多维立地因子，将其引入到树高-胸径模型中，以更客观地分析黄山松人工林树高与胸径的关系。此外，在树高-胸径关系建模领域，除经典参数模型外，现有研究已广泛采用基于机器学习的非参数方法，包括随机森林、支持向量回归、深度神经网络等智能算法，以及分位数回归框架和加性混合效应模型[4,21,31-33]等统计方法，未来可通过各类方法及多因子的引入，完善黄山松人工林树高-胸径模型的研制及分析工作。

### 4.2 结论

为筛选出适用于量化气候过渡地带黄山松人工林树高与胸径间相关关系的模型，以河南省国有商城黄柏山林场的黄山松人工林为研究对象，选择30个常用的树高-胸径经验模型作为基础模型，通过比较筛选确定了M02、M10和M11这3个最佳基础模型，利用相关分析比较树高（H）与枝下高（Z）、冠幅（W）和竞争指数（I）的相关关系，分别将Z、W和I中的一个或多个因子引入到所确定的3个最佳基础模型中，构建了21个树高-胸径修正模型。经系统评估各修正模型的拟合优度指标及参数显著性检验结果，得出以下主要研究结论：

1）引入枝下高Z的M10基础模型（即M10-Z修正模型）的拟合精度在建模集与验证集中均达到最佳水平，且模型参数均在统计学上存在显著性差异，可作为表征气候过渡地带黄山松人工林树高-胸径关系的模型。

2）通过比较可知，$R^2_{adj}$从基础模型M10的0.423 9提升到修正模型M10-Z的0.722 6，拟合精度提高了70.46%。故筛选出的适宜的气候过渡地带黄山松人工林树高-胸径模型为M10-Z。

**参考文献：**


[1] Da Silva Scaranello M A, Alves L F, Vieira S A, et al. Height-diameter relationships of tropical Atlantic moist forest trees in southeastern Brazil[J]. Scientia Agricola, 2012, 69(1): 26-37.

[2] Costa E A, Schroder T, Finger C A G. Height-diameter relationships for *Araucaria angustifolia* (Bertol.) Kuntze in southern Brazil[J]. Cerne, 2016, 22(4): 493-500.

[3] 冉佳璇，戚玉娇. 黔中马尾松木荷混交林树高-胸径模型[J]. 浙江农林大学学报，2024，41(2)：343-352.
Ran J X, Qi Y J. Height-diameter model of *Pinus massoniana* and *Schima superba* mixed forest in central Guizhou Province[J]. Journal of Zhejiang A&F University, 2024, 41(2): 343-352.

[4] 樊伟，许崇华，崔珺，等. 基于混合效应的大别山地区杉木树高-胸径模型比较[J]. 应用生态学报，2017，28(9)：2831-2839.
Fan W, Xu C H, Cui J, et al. Comparisons of height-diameter models of Chinese fir based on mixed effect in Dabie Mountain area, China[J]. Chinese Journal of Applied Ecology, 2017, 28(9): 2831-2839.

[5] 康波，寸永户. 云南省4种天然针叶林树高胸径模型研究[J]. 农村实用技术，2020(12)：138-142.
Kang B，Cun Y H. Study on height-diameter models for four natural coniferous forests in Yunnan Province[J]. Rural Practical Technology，2020(12)：138-142.

[6] 董晓明. 河南黄山松立木材积模型研究[D]. 郑州：河南农业大学，2022.
Dong X M. Study on standing volume model of *Pinus taiwanensis* in Henan[D]. Zhengzhou：Henan Agricultural University，2022.

[7] 张鹏，何怀江，范春雨，等. 吉林蛟河针阔混交林主要树种树高-胸径模型[J]. 林业科学研究，2018，31(2)：11-18.
Zhang P，He H J，Fan C Y，et al. Height-diameter models of main tree species in broadleaf-conifer mixed forest in Jiaohe，Jilin，China[J]. Forest Research，2018，31(2)：11-18.

[8] Gómez-García E，Diéguez-Aranda U，Castedo-Dorado F，et al. A comparison of model forms for the development of height-diameter relationships in even-aged stands[J]. Forest Science，2014，60(3)：560-568.

[9] Qiu H Q，Liu S，Zhang Y T，et al. Variation in height-diameter allometry of ponderosa pine along competition，climate，and species diversity gradients in the western United States[J]. Forest Ecology and Management，2021，497：119477.

[10] 王景弟，杨蕊，田育新. 枫香和杉木树高-胸径模型的拟合与评价[J]. 湖南林业科技，2021，48(4)：64-67.
Wang J D，Yang R，Tian Y X. Fitting and evaluation of height-diameter model of *Liquidambar formosana* and *Cunninghamia lanceolata*[J]. Hunan Forestry Science & Technology，2021，48(4)：64-67.

[11] 陈浩，罗扬. 马尾松树高-胸径非线性混合效应模型构建[J]. 森林与环境学报，2021，41(4)：439-448.
Chen H，Luo Y. Construction of nonlinear mixed effect height-diameter model for *Pinus massoniana*[J]. Journal of Forest and Environment，2021，41(4)：439-448.

[12] 钟运宁. 树高胸径关系的初探[J]. 热带林业科技，1987(3)：33-37.
Zhong Y N. A primary study on the relation between the tree height and the diameter at breast height[J]. Tropical Forestry (Science and Technology)，1987(3)：33-37.

[13] 郭卫红，郑庆荣，胡砚秋，等. 山西五台山主要针叶树种树高-胸径曲线模型研究[J]. 湖南林业科技，2022，49(6)：72-77.
Guo W H，Zheng Q R，Hu Y Q，et al. Developing models for height-diameter curves of main conifer species of Wutai Mountain in Shanxi Province[J]. Hunan Forestry Science & Technology，2022，49(6)：72-77.

[14] 娄明华，杨同辉，王卫兵，等. 四明山黄山松针阔混交林的树高-胸径模型[J]. 林业与环境科学，2023，39(5)：7-14.
Lou M H，Yang T H，Wang W B，et al. Height-diameter models for *Pinus taiwanensis* coniferous-broad leaved mixed forest in Siming Mountain[J]. Forestry and Environmental Science，2023，39(5)：7-14.

[15] 陈明久. 基于胸径分布模型的黄山松树高分布模型的构建[J]. 宁德师范学院学报(自然科学版)，2018，30(4)：397-401.
Chen M J. Establishment of height distribution model of *Pinus taiwanensis* based on DBH distribution model[J]. Journal of Ningde Normal University (Natural Science)，2018，30(4)：397-401.

[16] 杨庆培. 黄柏山林场森林资产评估及其数字化表达[D]. 郑州：河南农业大学，2019.
Yang Q P. Forest assets appraisal and digital expression in Huangbai Mountain Forest Farm[D]. Zhengzhou：Henan Agricultural University，2019.

[17] 隆吉辉，田银芳，汪超群. 湘西杉木人工林树高-胸径混合效应模型构建[J]. 湖南林业科技，2024，51(2)：25-32.
Long J H，Tian Y F，Wang C Q. Construction of mixed effect model of height-diameter at breast height of *Cunninghamia lanceolata* plantation in Xiangxi Tujia and Miao Autonomous Prefecture[J]. Hunan Forestry Science & Technology，2024，51(2)：25-32.

[18] 卢军，张会儒，雷相东，等. 长白山云冷杉针阔混交林幼树树高-胸径模型[J]. 北京林业大学学报，2015，37(11)：10-25.
Lu J，Zhang H R，Lei X D，et al. Height-diameter models for saplings in a spruce-fir mixed forest in Changbai Mountains[J]. Journal of Beijing Forestry University，2015，37(11)：10-25.

[19] 曹晓梅，苗铮，郝元朔，等. 基于树种分类的帽儿山阔叶混交林树高-胸径模型[J]. 应用生态学报，2024，35(2)：307-320.
Cao X M，Miao Z，Hao Y S，et al. Height-diameter model of broad-leaved mixed forest based on species classification in Maoershan，northeast China[J]. Chinese Journal of Applied Ecology，2024，35(2)：307-320.

[20] 黄宏超，庞丽峰，符利勇，等. 含竞争指标的广义可加混合效应树高-胸径模型[J]. 东北林业大学学报，2024，52(6)：70-78.
Huang H C，Pang L F，Fu L Y，et al. Generalized additive mixed-effect tree height-diameter models with a competition index[J]. Journal of Northeast Forestry University，

2024,52(6):70-78.

[21] 吕乐乐,王文彬,董灵波.基于哑变量和分位数回归的兴安落叶松更新幼树的树高-胸径模型[J].应用生态学报,2023,34(9):2355-2362.
Lyu L L,Wang W B,Dong L B. Height-diameter models of regenerated saplings of *Larix gmelinii* based on dummy variable and quantile regression[J]. Chinese Journal of Applied Ecology,2023,34(9):2355-2362.

[22] 韩新生,王彦辉,于澎涛,等.宁夏六盘山北部华北落叶松林树高与胸径生长的多因子响应耦合模型构建[J].林业科学,2024,60(11):13-24.
Han X S,Wang Y H,Yu P T,et al. Construction of multi-factor response coupling models of tree height and DBH growth of *Larix principis-rupprechtii* plantations in northern Liupan Mountains,Ningxia[J]. Scientia Silvae Sinicae,2024,60(11):13-24.

[23] 白超,余敏芬,娄明华,等.宁波四明山黄山松人工林结构特征[J].浙江林业科技,2023,43(4):10-18.
Bai C,Yu M F,Lou M H,et al. Structural characteristics of *Pinus taiwanensis* plantation in Siming Mountain of Ningbo[J]. Journal of Zhejiang Forestry Science and Technology,2023,43(4):10-18.

[24] 马李璐.气候变化下黄山松潜在分布及其适宜性评价[D].合肥:安徽农业大学,2023.
Ma L L. Potential distribution and suitability evaluation of *Pinus taiwanensis* under climate change[D]. Hefei:Anhui Agricultural University,2023.

[25] 董卉卉,邱林,张建设,等.黄柏山4种典型人工林林下植物多样性研究[J].林业资源管理,2019(4):86-91.
Dong H H,Qiu L,Zhang J S,et al. Study on the diversity of undergrowth plant in four typical plantations in Huangbaishan Mountain[J]. Forest Resources Management,2019(4):86-91.

[26] Lei X D,Peng C H,Wang H Y,et al. Individual height-diameter models for young black spruce (*Picea mariana*) and jack pine (*Pinus banksiana*) plantations in New Brunswick,Canada[J]. The Forestry Chronicle,2009,85(1):43-56.

[27] 张健,颜增玉,马明呈.青海云杉种子园树木生长相关性分析[J].安徽农学通报,2007,13(4):81-82,80.
Zhang J,Yan Z Y,Ma M C. Relativity analysis on arboreal growth in *Picea crassifolia kom* seed garden[J]. Anhui Agricultural Science Bulletin,2007,13(4):81-82,80.

[28] 乔一娜,杨伟,石孟迪,等.榆林沙区樟子松人工林胸径-树高生长模型研究[J].安徽农业科学,2023,51(8):137-141.
Qiao Y N,Yang W,Shi M D,et al. Study on DBH-height growth model of *Pinus svlvestris* plantation in Yulin sandy area[J]. Journal of Anhui Agricultural Sciences,2023,51(8):137-141.

[29] 张晓芳,郭旭展,洪亮,等.冬奥核心区华北落叶松和白桦单木冠幅预测模型——组级贝叶斯模型、加性模型和混合效应模型比较[J].林业科学,2022,58(10):89-100.
Zhang X F,Guo X Z,Hong L,et al. Comparison of single tree crown prediction models of *Larix principis-rupprechtii* and *Betula platyphylla* in the core area of the Winter Olympics in China[J]. Scientia Silvae Sinicae,2022,58(10):89-100.

[30] 路文燕,董灵波,田园,等.基于树种组成的大兴安岭天然林主要树种树高-胸径曲线研究[J].南京林业大学学报(自然科学版),2023,47(4):157-165.
Lu W Y,Dong L B,Tian Y,et al. Modelling height-diameter curves of main species for natural forests based on species in Greater Khingan Mountains,northeast China[J]. Journal of Nanjing Forestry University (Natural Sciences Edition),2023,47(4):157-165.

[31] 徐奇刚,雷相东,郑宇,等.基于Richards方程的冷杉树高曲线深度神经网络激活函数[J].林业科学,2023,59(10):50-56.
Xu Q G,Lei X D,Zheng Y,et al. A new activation function based on Richards equation for tree height-diameter deep neural network model of *Abies nephrolepis*[J]. Scientia Silvae Sinicae,2023,59(10):50-56.

[32] 卯光宪,谭伟,柴宗政,等.基于BP神经网络的马尾松人工林胸径-树高模型预测[J].浙江农林大学学报,2020,37(4):752-760.
Mao G X,Tan W,Chai Z Z,et al. Diameter-height model for *Pinus massoniana* plantations based on BP neural network[J]. Journal of Zhejiang A&F University,2020,37(4):752-760.

[33] 梁瑞婷,孙玉军,李芸.深度学习和传统方法模拟杉木树高-胸径模型比较[J].林业科学研究,2021,34(6):65-72.
Liang R T,Sun Y J,Li Y. Comparison of deep learning and traditional models to simulate the height-DBH relationship of Chinese Fir[J]. Forest Research,2021,34(6):65-72.

(编辑 杨晓燕)