DOI：10.3724/zrht.1674-5825.2026017

地月系三体垂直轨道的转移轨道设计

范大伟[1]， 刘 勇[1, 2*]， 刘 磊[1, 2]， 梁伟光[1, 2]， 李皓皓[1]
（1. 北京航天飞行控制中心，北京 100094；2. 航天飞行动力学实验室，北京 100094）

摘 要：针对地球发射约束下地月系平动点垂直轨道转移设计的问题，开展了地月系三体垂直轨道的转移轨道设计研究。建立圆型限制性三体动力学模型，明确垂直轨道的空间特点与计算方法；引入借力方位角概念，提出月球借力约束下的 B 平面参数计算方法，解决其计算区间不连续问题。考虑发射场倾角、近月点高度等约束，提出直接转移和月球借力 2 种向地月系垂直轨道的转移轨道设计策略，确定各策略的设计变量与目标量，将转移轨道设计问题转化为非线性规划问题。数值仿真结果表明，直接转移至垂直轨道的航天器入轨速度增量约 800 m/s，转移时间约 5 d；月球借力策略的入轨速度增量仅约 300 m/s，较直接转移节省约 500 m/s，转移时间为 20~30 d。

关键词：平动点；垂直轨道；月球借力；转移轨道
中图分类号：V412.41 **文献标识码：**A **文章编号：**1674-5825(2026)02-0182-08

Design of the Transfer Orbit for the Three-body Vertical Orbit in the Earth-Moon System

FAN Dawei[1], LIU Yong[1,2*], LIU Lei[1,2], Liang Weiguang[1,2], LI Haohao[1]
(1. Beijing Aerospace Control Center, Beijing 100094, China;
2. Aerospace Flight Dynamics Laboratory, Beijing 100094, China)

Abstract: Toward solving the transfer design for vertical orbits at the Earth–Moon libration points under the constraints of Earth launch, the transfer orbit design of three-body vertical orbits in the Earth–Moon system was studied. First, a circular restricted three-body dynamic model was established, and the spatial characteristics and calculation method of vertical orbits were clarified. By introducing the concept of gravity-assist azimuth angle, a calculation method for B-plane parameters under the constraints of lunar gravity assist was proposed, which solved the problem of discontinuous calculation interval of the parameters. Considering constraints such as launch site inclination and perilune altitude, two transfer-orbit design strategies, namely, direct transfer and lunar gravity assist, were proposed for the vertical orbits in the Earth–Moon system. The design variables and objective quantities of each strategy were determined, and the transfer orbit design problem was transformed into a nonlinear programming problem. The numerical simulation results show that the velocity increment for orbit insertion of the spacecraft directly launched from the Earth to the vertical orbit is ~800 m/s with a transfer time of about 5 days. For the lunar gravity assist strategy, the velocity increment for orbit insertion is only ~300 m/s, ~500 m/s faster than the direct transfer, with a transfer time of 20~30 days.

Key words: Lagrange points; vertical orbit; lunar gravity assist; transfer trajectory

收稿日期：2026-02-10； 修回日期：2026-03-31
第一作者：范大伟，男，硕士，工程师，研究方向为轨道设计与控制。E-mail：fandawei1997@126.com
* 通讯作者：刘勇，男，学士，正高级工程师，研究方向为轨道设计与控制。E-mail：ly2218_cn@sina.com
引用格式：范大伟，刘勇，刘磊，等. 地月系三体垂直轨道的转移轨道设计[J]. 载人航天，2026，32（2）：182-189. Fan D W，Liu Y，Liu L，et al. Design of the transfer orbit for the three-body vertical orbit in the Earth-Moon system[J]. Manned Spaceflight，2026，32（2）：182-189.

1　引言

地月圆限制性三体问题中可求得 5 个平动点，包含 2 个三角平动点和 3 个共线平动点，每个平动点附近均存在着大量垂直轨道族（Vertical 轨道），又名垂直李雅普诺夫（Lyapunov）轨道，其具有较大的平面外位置分量，有利于俯瞰地月空间，可以被应用于导航星座、空间中转站等深空探测任务，具有重要的应用价值[1]。

解析法和数值法是目前求解平动点附近周期轨道和拟周期轨道的常用方法。对于圆型限制性三体问题的解析解，Suryawanshi[2]给出了共线平动点附近 Halo 周期轨道的近似解析解，Richardson 等[3]利用庞加莱—林德斯泰特方法进一步给出了共线平动点附近 Halo 周期轨道的三阶解析解。翟冠峤等[4, 5]和钱霙婧等[6]基于多项式展开法，给出了平面周期轨道及垂直周期轨道的高阶解析解，并且得到了周期轨道各个运动方向之间的解析关系。

对于数值法的研究，也较为成熟。基于圆型限制性三体模型Meng 等[7]给出了计算周期轨道的微分修正法，Connor 等[8]给出了周期轨道的数值求解方法，即多步打靶法。Tagliaferri 等[9]利用数值法得到了平动点三维周期轨道，并提出了一种基于全局优化的方法来求解周期轨道之间的能量最优转移轨迹。Canales 等[10]利用插值的方法给出了 Lyapunov 轨道和远距离逆行轨道等周期轨道基于圆型限制性三体模型计算方法。Johnston 等[11]利用泛函连接理论提出了一种求解 Lyapunov 轨道和 Halo 轨道的数值方法。部分学者也开始着手研究地月平动点周期轨道的实际应用问题。Meng 等[7]提出了地月空间星座设计的要素和步骤。Xu 等[12]利用地月 L3、L4、L5 附近周期轨道与远逆行轨道组成四星导航星座，实现了地月空间导航服务。

地月空间平动点周期轨道有很好的应用前景，航天器到达地月空间平动点周期轨道剩余速度增量的多少，决定了航天器的寿命，如何减小航天器在转移至地月空间平动点周期轨道过程中的速度增量是个值得研究的问题。

陈天冀等[13]、陆林等[14]等根据载人月球探测任务约束，采用特殊点变轨和 Lambert 算法相结合的方法进行计算，设计了地月转移轨道，能够有效地降低速度增量的消耗。刘磊等[15]基于地月 Lyapunov 轨道的平动点拓展任务，给出了平动点轨道直接转移与入轨等轨道设计方法。屈琮渊等[16]研究了 NRHO 和 Butterfly 轨道的最优脉冲解。曾豪[17]、乔琛远等[18]、王宇轩等[19]、彭坤等[20]、曹鹏飞等[21]基于不变流形理论，研究了地月系统中低能往返环月轨道与平动点轨道的转移设计问题。连一君[22]、张浩铭[23]、彭蕾等[24]、王艾雪等[25]利用月球转向助力进入稳定流形，进而达到节省燃料消耗的目标。

综上所述，地月空间周期轨道的计算方法较为成熟，部分研究了平动点周期轨道的最优转移轨迹设计问题。然而，上述大多研究地球至环月轨道和环月轨道至平动点轨道的转移轨道设计问题，对于考虑地球发射约束的地月三体垂直轨道的转移轨道的设计问题研究较少。本文将考虑地球发射倾角约束，基于月球转向借力的方法，研究地月空间平动点垂直轨道的转移轨道设计问题。

2　动力学模型

2.1　圆型限制性三体动力学模型

限制性三体问题仅研究第三体在两大天体引力作用下的运动，故至多是 3 自由度系统。为了分析问题和计算上的方便，采用归一化的单位，如式（1）所示。设大天体质量为 m_1，小天体质量为 m_2，质量单位为 2 个天体质量之和 m_1+m_2，长度单位用 2 个天体的距离 a，时间单位是小天体绕大天体飞行的角速度的倒数 $1/n$。

$$\begin{cases}[M]=m_1+m_2\\ [L]=a\\ [T]=\sqrt{a^3/G(m_1+m_2)}=1/n\end{cases}\tag{1}$$

设 $\mu=m_2/(m_1+m_2)$，则在归一化单位下，万有引力常数 $G=1$。大天体的质量为 $1-\mu$，小天体的质量为 μ。

如图 1 所示，质心惯性系 $O\text{-}x_cy_cz_c$ 原点位于 2 个天体质心处，其 x_c 轴指向春分点，z_c 轴垂直于天体公转轨道平面，方向与两天体总角动量方向一致，y_c 轴由右手法则确定。研究三体问题时，通常用到质心旋转坐标系 $O\text{-}xyz$，其 x 轴始终由大

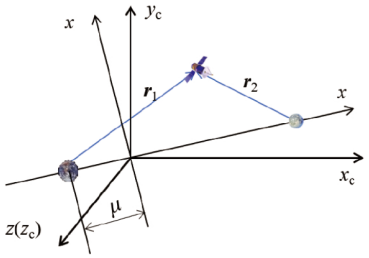


图 1 质心惯性系与质心旋转坐标系

Fig. 1 Centroid inertial system and centroid rotation coordinate system

天体指向小天体，z 轴与质心惯性系重合，y 轴垂直于 x 轴指向小天体飞行方向。

在圆型限制性三体问题下，质心旋转坐标系中航天器运动的微分方程如式（2）和式（3）所示。

$$\begin{cases} \dot{x} = v_x \\ \dot{y} = v_y \\ \dot{z} = v_z \\ \dot{v}_x = 2v_y + \dfrac{\partial \Omega}{\partial x} \\ \dot{v}_y = -2v_x + \dfrac{\partial \Omega}{\partial y} \\ \dot{v}_z = \dfrac{\partial \Omega}{\partial z} \end{cases} \tag{2}$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \Omega}{\partial x} = x - \dfrac{1-\mu}{r_1^3}(x+\mu) - \dfrac{\mu}{r_2^3}(x+\mu-1) \\ \dfrac{\partial \Omega}{\partial y} = y\left(1 - \dfrac{1-\mu}{r_1^3} - \dfrac{\mu}{r_2^3}\right) \\ \dfrac{\partial \Omega}{\partial z} = -z\left(\dfrac{1-\mu}{r_1^3} + \dfrac{\mu}{r_2^3}\right) \end{cases} \tag{3}$$

(x,y,z,v_x,v_y,v_z)为航天器在质心旋转坐标系中的位置速度，Ω为圆型限制性三体问题的有效引力势，r_1、r_2 分别是航天器到 2 个天体的距离。

2.2 月球借力飞行约束下B平面参数计算

本研究采用动力借力模型，即在近月点施加切向机动脉冲。通过近月点的高度和倾角可以求解地月转移段轨迹，即可求得施加切向脉冲的近月点，而地月转移段轨迹可进一步转换为 B 平面参数进行计算。

如图 2 所示，定义 B 平面矢量 $\boldsymbol{B}$ 为进入月球影响球时的密切双曲线短半轴，方向由双曲线焦点垂直于无穷远速度或渐近线，B 平面是指通过月心并垂直于双曲线渐近线的平面。

设渐近线方向的单位矢量为 $\boldsymbol{S}$，月球赤道面法向的单位矢量为 $\boldsymbol{N}$，$\boldsymbol{S}$ 与 $\boldsymbol{N}$ 的矢积作为 T 轴，既 $\boldsymbol{T}=\boldsymbol{S}\times\boldsymbol{N}$，$R$ 轴由 S 轴和 T 轴按右手法则确定既 $\boldsymbol{R}=\boldsymbol{S}\times\boldsymbol{T}$，B 平面参数即为矢量 $\boldsymbol{B}$ 在 $\boldsymbol{T}$ 轴的分量 B_T 和在 $\boldsymbol{R}$ 轴的分量 B_R。已知轨道参数可以计算 B 平面参数，也可通过迭代求解目标 B 平面参数。

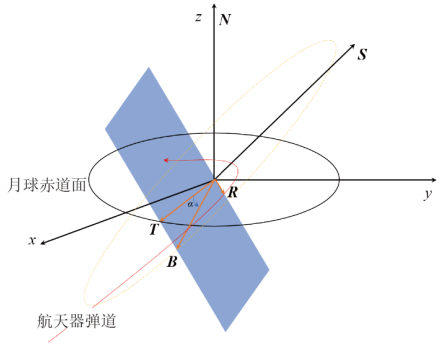


图 2 B平面与方位角α示意

Fig. 2 Schematic of plane B and azimuth angle α

航天器弹道的平面法向量 $\boldsymbol{n}=\dfrac{\boldsymbol{v}_\infty^-\times\boldsymbol{v}_\infty^+}{|\boldsymbol{v}_\infty^-\times\boldsymbol{v}_\infty^+|}$，则 $\boldsymbol{B}$ 矢量可以表示为式（4）。

$$\boldsymbol{B} = \frac{g}{v_\infty^2}\cot\frac{\delta}{2}\frac{\boldsymbol{S}\times\boldsymbol{n}}{|\boldsymbol{S}\times\boldsymbol{n}|} \tag{4}$$

其中，g 表示月球引力常数，δ为双曲线剩余速度转角，$\boldsymbol{v}_\infty^-$为进入月球双曲线的渐近速度，$\boldsymbol{v}_\infty^+$为离开月球双曲线的渐近速度。

由于倾角的值域为 0°~180°，需要引入 B 平面的符号量，造成计算区间不连续。本研究直接引入 B 平面矢量的方位角，可以方便地计算目标 B 平面参数，便于地月转移轨道的计算，借力方位角α定义如图 2 所示。B 平面方位角的值域为 0°~360°，表示 $\boldsymbol{B}$ 矢量绕 $\boldsymbol{S}$ 矢量的旋转角，起点为参考平面与 B 平面的交线。

则 B 平面参数偏差方程如式（5）所示。

$$\begin{cases} \Delta B_T = B_T - B_{T,\mathrm{tar}} \\ \Delta B_R = B_R - B_{R,\mathrm{tar}} \\ B_T = |\boldsymbol{B}|\cos\alpha \\ B_R = |\boldsymbol{B}|\sin\alpha \\ B_{T,\mathrm{tar}} = \sqrt{\left(r_p^2 - 2\dfrac{r_p p_0}{1-e_0^2}\right)}\cos\alpha \\ B_{R,\mathrm{tar}} = \sqrt{\left(r_p^2 - 2\dfrac{r_p p_0}{1-e_0^2}\right)}\sin\alpha \end{cases} \tag{5}$$

其中，r_p 为近月点高度，e_0 为初始轨道偏心率，p_0 为初始轨道半通径。下标0表示标称轨道的值。根据式（5），利用微分修正可以求解中途修正速度增量。

3　地月系垂直轨道的转移轨道设计策略

3.1　垂直轨道的计算

Vertical 轨道其特点是关于 xOz 和 xOy 平面对称，且在 xOy 面的穿越点只有一个，在 xOy 平面的投影近似为椭圆，在 yOz 平面的投影为 8 字形。因此，在最高或最低处穿越 xOz 平面时的初始 x 和 z 方向的速度为 0，从最高处出发在 1/4 周期后的 y 和 z 方向的位置以及 x 方向的速度为 0。

如图 3 所示，其设计方法为：从 y=0 的位置开始，给定 z 或 x 方向坐标，设计变量为 y 方向的速度以及 x 或 z 方向的位置，目标量为 1/4 周期，y、z 方向的位置和 x 方向的速度为 0。采用微分修正计算 Vertical 轨道时，其初值可以用 Halo 轨道的三阶解析解，用查找第一次穿越 xOz 面的方式计算终端目标参数，无需初始轨道周期。

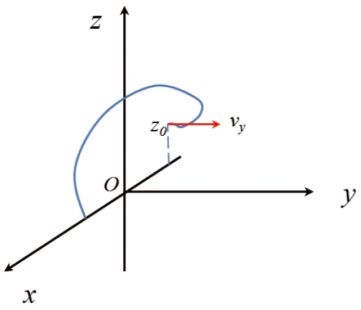


图 3　垂直轨道计算示意
Fig. 3　Schematic of vertical orbit calculation

基于圆型限制性三体模型轨道初值，采用连续环绕法或并行打靶法可以得到星历模型下的地月系垂直轨道，如图 4 所示，为地月系 5 个平动点 Vertical 轨道在旋转坐标系的三维轨迹。分析可得，Vertical 轨道在垂直于白道面方向的位置分量很大，能够到达地球南北极上空 3.8×10^5 km 的位置，可以俯瞰地月空间，具有很好的应用前景。

3.2　垂直轨道的转移轨道设计

首先计算直接从地球发射到各垂直轨道的情况。入轨点地心轨道倾角设定为 30°~40°，入轨轨道的升交点经度设定为 45°，近地点高度设定为 200 km。进入使命轨道点的时间需在使命轨道历元之后，是待优化的变量，通过插值得到进入点的精确轨道参数。从 2027 年 1 月 1 日起遍历发射日期，得到使命轨道初始历元附近的最优直接发射参数，具体发射时间通过匹配升交点经度得到。直接转移轨道的设计参数如表 1 所示，设计策略

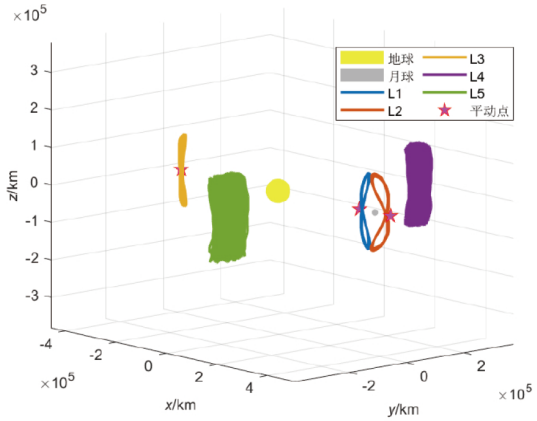


图 4　地月系平动点Vertical轨道在旋转坐标系的三维轨迹
Fig. 4　Three-dimensional trajectory of the vertical orbit at the Earth-Moon system's Lagrange points in a rotating coordinate system

表 1　从地球发射直接到地月系各垂直轨道的设计变量
Table 1　Design variables for launching directly from Earth to the various vertical orbits of the Earth–Moon system

序号	符号	含义
1	t_0	入轨时刻
2	***Orb***	轨道参数
3	T_{in}	进入使命轨道的时间
4	$\Delta\boldsymbol{v}_{\text{in}}$	进入使命轨道的速度增量

如图 5 所示。

通过遍历入轨时刻 t_0 可以获得最优的初始轨道参数 ***Orb***，进一步通过优化进入使命轨道的时间 T_{in}，可以获得进入使命轨道的位置速度状态量，与积分至此时间点的初始轨道速度量相减，就可以得到进入使命轨道的速度增量$\Delta\boldsymbol{v}_{\text{in}}$。

平动点垂直轨道直接转移轨道参数计算结果如表 2 所示。由表 2 分析可知，直接进入各平动

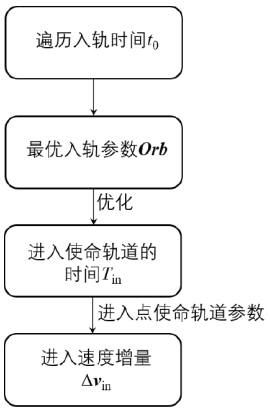


图 5　地月系三体垂直轨道的直接转移轨道设计策略
Fig. 5　Direct transfer orbit design strategy for the three-body vertical orbit in the Earth-Moon system

表 2 从地球直接发射到地月系各垂直轨道的参数

Table 2 Parameters for direct launch from Earth to each vertical orbit of the Earth-Moon system

序号	L1	L2	L3	L4	L5
入轨时间/BJT	2027-01-02 T18:19:01	2027-01-26 T15:36:06	2027-01-05 T01:10:57	2027-01-03 T21:42:01	2027-01-28 T20:45:09
半长轴/km	203 904.012	243 611.536	204 508.254	208 637.814	206 303.092
偏心率	0.96454	0.970365	0.964732	0.965527	0.96519
倾角/(°)	30.000	40.000	30.000	40.000	40.000
升交点赤经/(°)	301.594	284.409	46.833	353.469	363.854
近地点辐角/(°)	158.655	134.519	269.490	183.185	23.568
平近点角/(°)	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
进入时刻/BJT	2027-01-07 T20:04:19	2027-01-31 T22:52:30	2027-01-09 T23:18:30	2027-01-09 T05:44:16	2027-02-03 T07:59:29
进入Δv_x/(m/s)	680.542	783.296	–556.972	50.858	337.710
进入Δv_y/(m/s)	114.005	–475.548	–514.798	813.547	–507.277
进入Δv_z/(m/s)	127.876	145.679	–264.434	85.751	–489.520
进入$\lvert\Delta v\rvert$/(m/s)	701.774	927.858	803.219	819.633	781.670

点垂直轨道的速度增量较大，约为 800 m/s， 转移时间一般在 4~5 d。为节省速度增量，本文给出基于月球借力的垂直轨道转移设计方法。月球借力转移策略适合地月空间的任意三体轨道类型，通过月球借力能够有效减小速度增量。

如图 6 所示，其飞行过程为：①地球发射进入地月转移轨道；②在近月点进行一次切向机动动力借力飞行；③在适当位置进行一次中途机动瞄准使命轨道；④在达到使命轨道后进行一次进入机动。

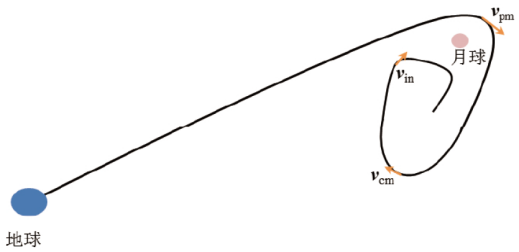


图 6 月球借力地月系三体垂直轨道的转移轨道设计

Fig. 6 Schematic of the transfer orbit design for the three-body vertical orbit in the Earth-Moon system using lunar gravity assist

在使命轨道已经确定的情况下，转移轨道的设计参数如表 3 所示。其中，轨道倾角可以根据发射场条件指定，也可以作为优化变量，共 13~18 个设计变量，设计约束为进入使命轨道，优化目标是转移过程中速度增量最小。其中的中途机动脉冲用于修正轨道面的偏差或者调相，一般情况下，最优修正轨道面的脉冲和调相脉冲不在同一个位置，所以中途机动考虑 1~2 次机动。有些情况下， 2 个脉冲时间比较接近，联合修正

表 3 从地球发射经月球借力到地月系各垂直轨道的设计变量

Table 3 Design variables for launch from the Earth to various vertical orbits in the Earth–Moon system via lunar gravity assist

序号	符号	含义
1	t_0	入轨时刻
2	T_{em}	地月转移时间
3	H_{pm}	月球借力高度
4	α_{pm}	月球借力方位角
5	$\Delta\boldsymbol{v}_{pm}$	近月制动速度增量
6	T_{cm}	中途机动时间
7	$\Delta\boldsymbol{v}_{cm}$	中途机动速度增量
8	T_{in}	进入使命轨道的时间
9	$\Delta\boldsymbol{v}_{in}$	进入使命轨道的速度增量

矢量合成的速度增量会比 2 个修正独立实施的和要小，因此会退化为 1 个中途机动。

如图 7 所示，根据入轨时刻 t_0、地月转移时间 T_{em}、月球借力高度 H_{pm} 和方位角α_{pm} 可以求解出地月转移轨道，在近月点施加近月制动速度 $\boldsymbol{v}_{pm}$ 进行月球借力，之后通过三体兰伯特转移求解最后一次中途机动的速度增量$\Delta\boldsymbol{v}_{cm}$ 和捕获速度增量$\Delta\boldsymbol{v}_{in}$，这样进入使命轨道的约束自然满足，需要优化的设计变量减少 6 个，即剩下 7~12 个设计变量。不同的轨道类型具有特定的月球借力方式，如白道面内的轨道，借力方位通常为 0°或者 180°附近，而使命轨道为垂直轨道时，则借力方位在±90°附近。月球借力高度不能低于 50 km， 否则撞月风险较大，这里限定为不低于 100 km。

上述转移轨道设计问题可以转化为式（6）所示非线性规划问题，其中， $\boldsymbol{x}_0$、$\boldsymbol{x}_{end}$ 分别表示航天器初始和终端状态。

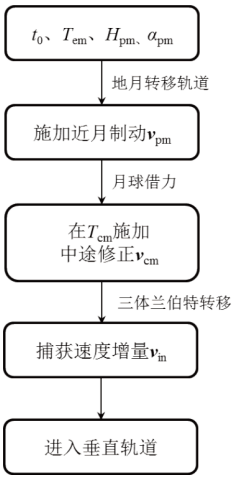


图 7　月球借力地月系三体垂直轨道的转移轨道设计策略

Fig. 7　Transfer orbit design strategy for the three-body vertical orbit in the Earth-Moon system based on lunar gravity assist

$$\begin{cases} \min\Delta v = f_1\left(t_1, T_{em}, \alpha_{pm}, H_{pm}, \Delta\boldsymbol{v}_{pm}, \Delta\boldsymbol{v}_{cm}, \boldsymbol{v}_{in}\right) \\ \boldsymbol{x}_0 = f_2(t_0) \\ \boldsymbol{x}_{end} = f_2(t_{end}) \\ \alpha_{pm} = \pm 90 \\ H_{pm} \geqslant 100 \end{cases} \tag{6}$$

月球借力飞往地月空间的转移轨道是强非线性问题，在无先验知识的情况下，一般采用粒子群或差分进化算法等启发式算法求解。对于最后的三体兰伯特转移，收敛难度很大，可采用同伦法。用月球借力法求得的到达上述各平动点垂直轨道的相关参数见表 4。

由表 4可得，近月点高度均大于 100 km，满足航天器安全性要求。结合表 2，月球借力航天器进入使命轨道的速度增量只需约 300 m/s，比直接发射节省速度增量约 500 m/s，但转移时间更长，需要 20~30 d。

如图 8 所示，分别是从地球出发至 L1、L2、L3、L4 和 L5 垂直轨道的转移轨道仿真轨迹。

4　结论

1）建立了圆型限制性三体动力学模型并给出了垂直轨道计算方法，得到垂直轨道在垂直于白道面方向的位置分量很大，能够到达地球南北极上空 3.8×10^5 km 的位置，均有很好的应用前景。

2）为求解地月转移过程中施加借力脉冲的近月点位置，给出了月球借力约束下的 B 平面参数计算方法，提出了借力方位角的概念，使得计算区间连续。

3）提出了从地球直接发射与应用月球借力到地月系各垂直轨道的策略，并分别给出了设计变量与目标量，将转移轨道设计问题转化为非线性规划问题。

4）通过数值仿真发现直接从地球发射到各垂直轨道速度的增量较大，约为 800 m/s， 而利用月球借力的转移轨道设计策略速度增量约为 300 m/s，

表 4　从地球发射经月球借力到地月系各垂直轨道的参数

Table 4　Parameters for launch from the Earth to various vertical orbits in the Earth–Moon system via lunar gravity assist

序号	L1	L2	L3	L4	L5
入轨时间/BJT	2026-12-28 T14:00:06	2026-12-30 T17:54:54	2026-12-06 T22:48:03	2026-12-28 T13:53:27	2026-12-21 T01:20:10
半长轴/km	218 789.904	212 375.172	211 408.492	225 202.091	196 655.093
偏心率	0.970106	0.969159	0.968980	0.970821	0.966586
倾角/°	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000
升交点赤经/°	231.762	292.592	342.425	230.094	394.356
近地点辐角/°	152.600	125.062	127.357	152.317	246.489
平近点角/°	0.029 157	0.025 446	0.020 260	0.000	0.000
近月时刻/BJT	2027-01-01 T10:54:59	2027-01-04 T06:23:58	2026-12-12 T01:24:37	2027-01-01 T07:44:42	2026-12-24 T08:14:53
Δv_{pm}/(m/s)	173.760	195.408	137.464	248.639	205.442
近月高度/km	108.461	2084.323	595.197	2924.845	1243.165
近月方位/°	-137.316	-113.799	-117.449	127.073	126.452
中途机动时刻/BJT	2027-01-08 T00:04:10	2027-01-14 T04:52:40	2026-12-21 T02:16:35	2027-01-03 T03:53:16	2027-01-28 T23:31:56
Δv_{cm}/(m/s)	2.589	1.939	3.209	40.640	43.045
进入时刻/BJT	2027-01-16 T20:14:08	2027-01-22 T00:41:55	2027-01-24 T09:31:00	2027-01-17 T23:45:15	2027-02-16 T14:41:33
Δv_{in}/(m/s)	168.680	112.527	100.430	74.648	66.055
总速度增量/(m/s)	345.030	309.876	241.105	363.929	314.544

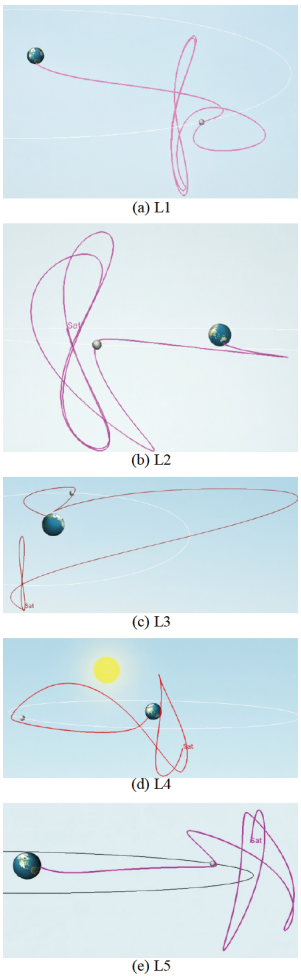


图 8 地月空间平动点垂直轨道转移轨迹

Fig. 8 Schematic of the transfer trajectory for the vertical orbit at the Lagrange points in cislunar space

相比直接转移节省速度增量约 500 m/s，但转移时间更长，需要 20~30 d 从地球直接发射到垂直轨道。

参考文献（References）

[1] 刘林，侯锡云. 三角平动点在深空探测中的应用前景[J]. 天文学进展，2009，27（2）：174-182.
Liu L，Hou X Y. Applications of the triangular libration points in deep space explorations[J]. Progress in Astronomy，2009，27（2）：174-182（in Chinese）.

[2] Suryawanshi J S. Periodic Orbit Analytic Construction in the Circular Restricted Three-Body Problem[D]. Norfolk: Old Dominion University，2019.

[3] Richardson D L. Analytic construction of periodic orbits about the collinear points[J]. Celestial Mechanics，1980，22（3）：241-253.

[4] 翟冠峤. 基于非线性关系分析的三角平动点周期轨道构建方法研究[D]. 北京: 北京工业大学，2017.
Zhai G Q.Periodic Orbit Construction around The Triangular Libration points Based On Nolinear relationship[D].Beijing: Beijing University of Technology，2017（in Chinese）.

[5] 翟冠峤，张伟，钱霎婧. 基于多项式展开的三角平动点垂直周期轨道解析构建方法研究[J]. 动力学与控制学报，2018，16（1）：26-34.
Zhai G Q， Zhang W，Qian Y J . Construction methods of vertical periodic orbit around the triangular libration points based on polynomial expansion[J]. Journal of Dynamics and Control，2018，16（1）：26-34 （in Chinese）.

[6] 钱霎婧，翟冠峤，张伟. 基于多项式约束的三角平动点平面周期轨道设计方法[J]. 力学学报，2017，49（1）：154-164.
Qian Y J，Zhai G Q，Zhang W. Planar periodic orbit construction around the triangular libration points based on polynomial constraints[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics，2017，49（1）：154-164 （in Chinese）.

[7] Meng Y H，Chen Q F. Outline design and performance analysis of navigation constellation near Earth-Moon libration point[J]. Acta Physica Sinica，2014，63（24）：248402.

[8] Connor H K. Three-dimensional，periodic，‘Halo’orbits[J]. Celestial Mechanics，1984，32（1）：53-71.

[9] Tagliaferri F，Blazquez E，Acciarini G，et al. Global optimization for trajectory design via invariant manifolds in the Earth-Moon circular restricted three-body problem[EB/OL].（2024）[2026]. https://arxiv.org/abs/2405.18916.

[10] Canales D，Perera S M，Kurttisi A，et al. A low-complexity algorithm to determine trajectories within the circular restricted three-body problem[J]. The Journal of the Astronautical Sciences，2023，70（6）：46.

[11] Johnston H，Lo M W，Mortari D. A functional interpolation approach to compute periodic orbits in the circular-restricted three-body problem[J]. Mathematics，2021，9（11）：1210.

[12] Xu Z，Shao K，Gu D，et al. Orbit determination of Earth-Moon libration point navigation constellation based on Inter-satellite links[J]. Advances in Space Research，2024，74（2）：937-948.

[13] 陈天翼，周晚萌，和星吉，等. 考虑环月交会约束的地月转移轨道设计[J]. 宇航学报，2023，44（12）：1830-1838.
Chen T J，Zhou W M，He X J，et al. Earth-moon transfer orbit design considering circumlunar rendezvous constraints[J]. Journal of Astronautics，2023，44（12）：1830-1838 （in Chinese）.

[14] 陆林，李海阳，周晚萌，等. 载人月球极地探测地月转移轨道设计[J]. 宇航学报，2021，42（4）：425-436.
Lu L，Li H Y，Zhou W M，et al. Design of Earth-Moon transfer orbit for manned lunar polar exploration missions[J]. Journal of Astronautics，2021，42（4）：425-436 （in Chinese）.

[15] 刘磊，刘勇，陈明，等. 嫦娥五号平动点拓展任务轨道方案研究[J]. 宇航学报，2022，43（3）：293-300.
Liu L，Liu Y，Chen M，et al. Trajectory schemes of chang’e-5 extended missions to libration points[J]. Journal of Astronautics，2022，43（3）：293-300 （in Chinese）.

[16] 屈琮渊，陈丹鹤，刘培彦，等. 近月空间三维周期轨道变轨策略研究[J]. 载人航天，2025，31（5）：578-586.
Qu C Y，Chen D H，Liu P Y，et al. Research on strategy of three-dimensional periodic orbital re-orbiting in near-lunar space[J]. Manned Spaceflight，2025，31（5）：578-586 （in Chinese）.

[17] 曾豪. 平动点轨道低能量转移设计与优化研究[D]. 北京: 北京理工大学，2018.

Zeng H. Design and Optimization of Low-Energy Transfer Trajectory for Libration Point Orbit[D]. Beijing: Beijing Institute of Technology，2018 （in Chinese）.

[18] 乔琛远，杨乐平. 地月L1点低能转移轨道设计与优化[J]. 系统工程与电子技术，2024，46（10）: 3519-3527.
Qiao C Y，Yang （L /Y） P. Design and optimization of Earth-Moon L1 low-energy transfer orbit[J]. Systems Engineering and Electronics，2024，46（10）: 3519-3527（in Chinese）.

[19] 王宇轩，崔书豪，王悦. 地月空间L3点近直线晕轨道的特性分析与转移轨迹设计[J]. 飞行力学，2025，43（6）: 37-43，49.
Wang Y X，Cui S H，Wang Y. Characteristics analysis and transfer trajectory design of L3 NRHOs in the cislunar space[J]. Flight Dynamics，2025，43（6）: 37-43，49 （in Chinese）.

[20] 彭坤，李明涛，王平，等. 基于不变流形的地月L2点Halo轨道转移轨道设计[J]. 载人航天，2016，22（6）: 673-679，749.
Peng K，Li M T，Wang P，et al. Transfer trajectory design for EML2 halo orbit based on invariant manifolds[J]. Manned Spaceflight，2016，22（6）: 673-679，749 （in Chinese）.

[21] 曹鹏飞，贺波勇，刘景勇，等. 地月L2点空间站转移轨道设计与特性分析[J]. 载人航天，2019，25（6）: 755-760，770.
Cao P F，He B Y，Liu J Y，et al. Trans-halo trajectory design and characteristic analysis of Earth-Moon L2 point space station[J]. Manned Spaceflight，2019，25（6）: 755-760，770 （in Chinese）.

[22] 连一君. 地月平动点动力学与交会控制研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学，2013.
Lian Y J. Study on Dynamics and intersection Control of the Earth-Moon Equilibration Point[D]. Changsha: National University of Defense Technology，2013 （in Chinese）.

[23] 张浩铭. 基于地月特殊轨道的探火轨道设计[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学，2025.
Zhang H M. Design of Fire Detection Orbit Based on Special Orbit of Earth and Moon[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology，2025 （in Chinese）.

[24] 彭蕾，梁玉莹，师鹏，等. 基于三体问题的地月空间中转站轨道设计[J]. 飞行力学，2024，42（5）: 26-33.
Peng L，Liang Y Y，Shi P，et al. Earth-Moon space station orbit design based on three-body problem[J]. Flight Dynamics，2024，42（5）: 26-33 （in Chinese）.

[25] 王艾雪，张晨，王蜀泉，等. 基于地月自由返回轨道的DRO入轨策略[J]. 载人航天，2022，28（1）: 81-89.
Wang A X，Zhang C，Wang S Q，et al. Design considerations for access in to Earth-Moon DROs with lunar free-return trajectory[J]. Manned Spaceflight，2022，28（1）: 81-89 （in Chinese）.

（责任编辑：孙京霞）