DOI：10.3724/zrht.1674-5825.2026010

地月L1点Halo轨道对近月空间可达域研究

李成晔， 宋敏章， 郑 伟*
（国防科技大学空天科学学院，长沙 410073）

摘 要：针对地月空间 L1 平动点 Halo 轨道航天器的近月空间可达能力评估问题，以圆限制性三体问题为动力学模型，利用不变流形开展转移轨道设计，结合粗遍历搜索与加密采样搜索方法，高效求解全部可行转移方案，定量分析不同雅可比常数下 Halo 轨道对近月 200 km 高度空间的可达域范围及机动能耗特性。研究结果表明，不同雅可比常数对应的 Halo 轨道可达域具有互补特性，可实现近月空间大范围覆盖，同时存在最优转移相位，使得转移速度增量与转移时长达到最优。

关键词：圆限制性三体问题；Halo轨道；不变流形；可达域
中图分类号：V412.4+1 **文献标识码：**A **文章编号：**1674-5825(2026)02-0172-10

Accessible Domain of Cislunar Space for Halo Orbits at the Earth-Moon L1 Lagrange Point

LI Chengye， SONG Minzhang， ZHENG Wei*
(College of Aerospace Sciences and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: To address the problem of evaluating the cislunar accessibility of spacecraft operating on Halo orbits around the Earth-Moon L1 libration point, this study adopted the circular restricted three-body problem as the dynamical model and designed transfer trajectories using invariant manifolds. All feasible transfer schemes were efficiently solved by combining coarse traversal search and refined sampling search. The accessible regions and maneuver energy consumption characteristics of Halo orbits with different Jacobi constants for the 200 km altitude lunar orbit were quantitatively analyzed. The results show that the accessible regions of Halo orbits corresponding to different Jacobi constants are complementary, enabling the large-scale coverage of cislunar space, and that an optimal transfer phase exists to minimize both the velocity increment and transfer time.

Key words: circular restricted three-body problem; Halo orbit; invariant manifold; accessible domain

1 引言

地月空间是衔接地球与深空探测的核心枢纽，其探索与开发已进入战略布局与工程实施协同推进阶段。构建以月球科研站为核心、空间基础设施为支撑的地月空间发展的新格局对航天器的高效物资运输、复杂任务调度等能力提出了更高要求[1]。因此，系统评估关键区域内航天器的任务执行能力是地月空间可持续开发与运营的重要前提。

地月 L1 点作为引力平衡点，其邻近的 Halo 轨道是未来地月空间任务的密集区域。高启滨等[2]从载人登月任务适配性角度指出，地月 L1 点

收稿日期：2026-02-10； 修回日期：2026-03-26
基金项目：国家自然科学基金项目（62373366，92371207）；湖南省杰出青年科学基金项目（2024JJ2064）
第一作者：李成晔，男，硕士研究生，研究方向为地月空间任务规划与仿真。E-mail：15004170002@163.com
* 通讯作者：郑伟，男，博士，教授，研究方向为脉冲星计时导航。E-mail：zw_nudt@189.cn
引用格式：李成晔，宋敏章，郑伟. 地月L1点Halo轨道对近月空间可达域研究[J]. 载人航天，2026，32（2）：172-181. Li C Y，Song M Z，Zheng W. Accessible domain of cislunar space for Halo orbits at the Earth-Moon L1 Lagrange point[J]. Manned Spaceflight，2026，32（2）：172-181.

具有空间环境优良、发射窗口充足、支持全月面到达、位置保持成本低等优势，并完成了配套转移轨道的设计。乔琛远等[3]提出四脉冲低能转移轨道设计方法，解决了地月 L1（Earth-Moon L1，EML1）点 Halo 轨道到地球静止轨道（Geostationary Earth Orbit，GEO）间的转移需求，同时明确该设计框架可拓展至 EML1 点其他周期轨道族的转移问题，为构建以 EML1 点为核心的地月空间低能转移网络提供了技术支撑，进一步强化了其作为地月轨道“中转枢纽”的工程价值。Kodukula[4]利用近端策略优化（Proximal Policy Optimization，PPO）算法实现了日地 L1 Lyapunov 轨道到 L4 附近的轨迹，该方法也可应用于地月系统轨道的设计。Han 等[5]聚焦地月 L1 点及邻近 Lyapunov 轨道的轨道封锁能力，以拦截速度增量与任务可行率为核心指标开展分析，结果表明，部署于 L1 点的追踪航天器实现了对低能量目标航天器的有效封锁，而 L1 点 Lyapunov 轨道上的追踪航天器能够完成高能量目标航天器拦截任务，初步验证了 L1 点在轨道封锁场景中的应用潜力。Mitchell[6]研究发现，在地月空间航天器于 L1 或 L2 拉格朗日点附近实施机动时，其运动状态具备一定的可预测性。

地月空间平动点的不稳定周期轨道存在稳定流形与不稳定流形，航天器可以沿其自然进入或离开周期轨道，基于不变流形，航天器可以实现低能转移。Swenson 等[7]研究了李雅普诺夫轨道的稳定/不稳定流形在穿越 L1 和 L2 区域轨迹行为中的作用。 Haapala 等[8,9]的研究实现了 L1 和 L2 点（拟）周期的流形拼接，在轨道初值设计过程中，通过庞加莱截面降维与可视化手段，先从高维解空间中筛选符合约束的初始状态，然后采用微分修正，使得两段流形精确拼接。李雪华等[10]基于流形设计了 L1 Halo 轨道向近月空间的转移场景。Rausch[11]通过不变流形实现了从地球停泊轨道至地月 L1 点和 L2 点 Halo 轨道的双脉冲转移轨道设计。Jain 等[12]利用与准周期轨道相关的不稳定流形来设计单参数解族，发现利用周期轨道的流形可实现更广范围的转移。Oshima[13]将垂直稳定流形作为初始猜测，用于优化从 L1 和 L2 周围的近直线晕轨道（Near Rectilinear Halo Orbit，NRHO）到远距离逆行轨道（Distant Retrograde Orbit，DRO）的脉冲转移。而对于流形延伸不到的区域，如近地空间，可以在传统两脉冲基础上再增加一次脉冲，形成扰动流形，使其可以扩展到近地空间，实现近地向平动点轨道的低能转移[4,14-16]。此外，还有研究利用 NRHO 轨道的不变流形实现航天器交会前的调相轨道设计[17,18]。

现有研究主要围绕地月空间转移轨道的设计方法展开，而针对区域可达性判断及转移代价的分析相对缺乏。本文针对 L1 Halo 轨道航天器对近月空间可达能力展开评估：基于不变流形轨迹，结合给定的初始轨道参数与转移相位，计算航天器可抵达的近月区域、对应的机动量及转移时长，进而分析 Halo 轨道参数及初始转移相位对可达区域的影响规律。本文旨在挖掘地月空间 L1 点附近区域的潜在应用价值，为地月空间基础设施的布局规划提供理论依据与技术支撑。

2　地月L1点Halo轨道到近月空间可达域求解

2.1　坐标系定义

在地月圆限制性三体问题中，地月质心会合坐标系（*O-xyz*）为描述地月空间航天器运动的常用坐标系，其定义如图 1 所示。坐标系原点位于地月系统质心，*x* 轴沿地月连线指向月球质心，*y* 轴位于白道面内且垂直于 *x* 轴，指向月球瞬时运动方向，*z* 轴垂直于地月白道面，与月球绕地转动的角动量方向一致。

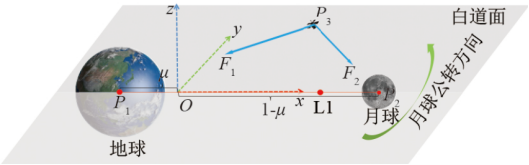


图 1　地月质心会合坐标系定义

Fig. 1　Definition of the Earth-Moon barycentric synodic coordinate system

为方便分析计算，本文对各物理量进行无量纲化。定义单位质量为地球与月球的总质量，单位长度为地球与月球的平均距离 L_{12}，单位时间为地月运行周期的 1/2π。设地月质量分别为 m_1 和 m_2，引力常数为 G，各归一化单位如式（1）所示。

$$\begin{cases} M^* = m_1 + m_2 \\ L^* = L_{12} \\ T^* = \sqrt{L_{12}^3 / G(m_1 + m_2)} \end{cases} \tag{1}$$

定义质量参数如式（2）所示。

$$\mu=\frac{m_2}{m_1+m_2} \tag{2}$$

则地球在会合坐标系的坐标为$(-\mu,0,0)$，月球的坐标为$(1-\mu,0,0)$。除特殊标注外，本文坐标系均使用归一化单位。

2.2 不变流形

在地月空间平动点附近的Halo轨道存在与之自然衔接的不变流形，该不变流形可分为稳定流形与不稳定流形。航天器沿稳定流形运动时，将逐步趋近于Halo轨道；沿不稳定流形运动时，则会逐步远离该轨道。不变流形的计算，首先要确定其初始状态。

设航天器在会合坐标系的位置矢量$\boldsymbol{r}=[x,y,z]^{\mathrm{T}}$，速度$\boldsymbol{v}=[x,y,z]^{\mathrm{T}}$，状态向量$\boldsymbol{X}=[\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}},\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$，则航天器动力学微分方程见式（3）、式（4）。

$$\begin{cases}\ddot{x}-2\dot{y}=\dfrac{\partial U}{\partial x}\\ \ddot{y}+2\dot{x}=\dfrac{\partial U}{\partial y}\\ \ddot{z}=\dfrac{\partial U}{\partial z}\end{cases} \tag{3}$$

$$\begin{cases}U(\boldsymbol{r})=\dfrac{1}{2}[(x^2+y^2)+\mu(1-\mu)]+\\ \qquad\dfrac{1-\mu}{r_{\mathrm{ES}}}+\dfrac{\mu}{r_{\mathrm{MS}}}\\ r_{\mathrm{ES}}=\sqrt{(x+\mu)^2+y^2+z^2}\\ r_{\mathrm{MS}}=\sqrt{(x-1+\mu)^2+y^2+z^2}\end{cases} \tag{4}$$

其中，$U(\boldsymbol{r})$是伪势能函数，r_{ES}和r_{MS}分别为地球、月球与航天器的距离，质量参数$\mu=0.012\,15$。圆限制性三体问题中存在能量积分，定义雅可比积分常数C作为本文Halo轨道的参数，见式（5）。

$$C(\boldsymbol{X})=-(x^2+y^2+z^2)+\frac{2(1-\mu)}{r_{\mathrm{ES}}}+\frac{2\mu}{r_{\mathrm{MS}}}+x^2+y^2 \tag{5}$$

状态转移矩阵定义见式（6）。

$$\delta\boldsymbol{X}(t)=\boldsymbol{\Phi}(t,t_0)\delta\boldsymbol{X}(t_0) \tag{6}$$

状态转移矩阵满足式（7）。

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{\Phi}}(t,t_0)=\boldsymbol{M}(\boldsymbol{X})\boldsymbol{\Phi}(t,t_0)\\ \boldsymbol{\Phi}(t_0,t_0)=\boldsymbol{I}_6\end{cases} \tag{7}$$

式中，$\boldsymbol{I}_6$为6阶单位矩阵，$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{X})$为雅可比矩阵，满足式（8）。

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{X})=\begin{bmatrix}\boldsymbol{O}_{3\times3} & \boldsymbol{I}_3\\ \boldsymbol{U}_{XX} & \boldsymbol{C}\end{bmatrix} \tag{8}$$

其中：

$$\boldsymbol{C}=\begin{bmatrix}0&2&0\\-2&0&0\\0&0&0\end{bmatrix},\ \boldsymbol{U}_{XX}=\begin{bmatrix}U_{XX}&U_{XY}&U_{XZ}\\U_{YX}&U_{YY}&U_{YZ}\\U_{ZX}&U_{ZY}&U_{ZZ}\end{bmatrix}$$

不变流形初值计算方法如图2所示。取Halo轨道上某一点P作为不变流形的特征点，并记录状态$\boldsymbol{X}_{\mathrm{P}}$。从这一点开始积分一个周期，得到的状态转移矩阵称为单值矩阵。对单值矩阵进行特征值分解，会得到3对乘积为1的特征值。其中，选取模长显著大于1的特征值对应的特征向量为不稳定特征向量，记为$\boldsymbol{V}$u；选取模长趋近于0的特征值所对应的特征向量作为稳定特征向量，记为$\boldsymbol{V}$s。据此可由式（9）分别确定不稳定流形与稳定流形的积分初始值。

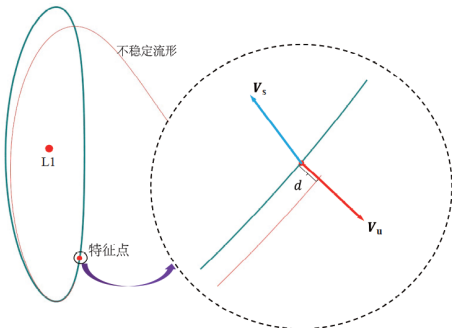


图2 不变流形初值计算示意图

Fig. 2 Schematic of initial value calculation for invariant manifolds

$$\begin{cases}\boldsymbol{X}_0^{\mathrm{u}}=\boldsymbol{X}_{\mathrm{P}}\pm d\cdot\boldsymbol{V}_{\mathrm{u}}\\ \boldsymbol{X}_0^{\mathrm{s}}=\boldsymbol{X}_{\mathrm{P}}\pm d\cdot\boldsymbol{V}_{\mathrm{s}}\end{cases} \tag{9}$$

通常，扰动因子d取实际距离50 km[19]。

2.3 基于流形的转移轨道设计方法

贺波勇等[20]在开展载人登月轨道的近月可达域研究时，针对设计变量求解问题，先采用较大步长进行遍历搜索，在获取参数分布区间后再进一步细化搜索步长。本文以航天器出发位置为设计变量，借鉴上述研究思路，首先对Halo轨道相位进行如下定义：已知Halo轨道的周期为T，航天器从指定起始点出发运行时长为t，则此时刻相位定义为$\varphi=2\pi t/T$。图3展示了周期轨道部分相位的流形，起始点定义如图中标号为0的点。随后，对给定的Halo轨道进行时间域离散化处理：以轨道初始时刻为起点，一个完整周期结束为终

点，将全周期均匀划分为360 个时间间隔，对应生成 360 个轨道采样点（首末采样点因周期性重合），因此每个相邻采样点间隔的相位差为 1°。将每个采样点视为特征点，采用 2.2 节提出的流形计算方法，求解其不稳定流形的初始状态向量。最后基于该初始向量，通过动力学微分方程的数值积分方法，生成各采样点对应的不稳定流形的后续演化轨道。

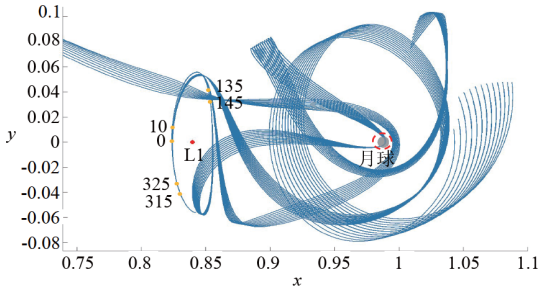


图 3　L1 Halo轨道流形
Fig. 3 L1 Halo orbit manifold

由图 3 可知，并非所有不稳定流形轨道均能抵达近月轨道高度，因此需建立轨道可达性判断准则：在航天器运行过程中，若某一时刻其与月球表面的距离小于目标高度，则判定该轨道具备与目标近月轨道的相交条件，即航天器可通过该条不稳定流形轨道，实现从 Halo 轨道向低月球轨道的转移。在完成 360 个离散相位的初步遍历后，对存在有效转移轨道的相位区间进行加密采样搜索，最终筛选出满足转移需求的不稳定流形初始状态集合，具体过程如图 4~图 6 所示。

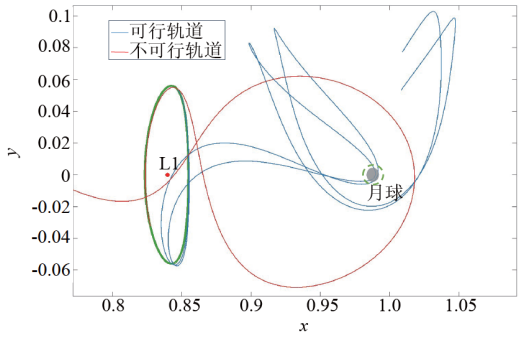


图 4　可行轨道与不可行轨道示意图
Fig. 4　Schematic of feasible and infeasible orbits

2.4　近月空间可达域的定义及计算方法

2.4.1　近月空间定义

近月空间是以月球为中心、月球引力占主导作用，且可实现航天器轨道探测任务的空间区域，属于地月空间中紧邻月球的关键子区域，与地球引力主导的近地空间及地月平动点附近过渡区域相区分。在此空间内，航天器轨道可近似为椭圆轨道。本文重点针对近月 200 km 高度圆轨道区域开展分析。

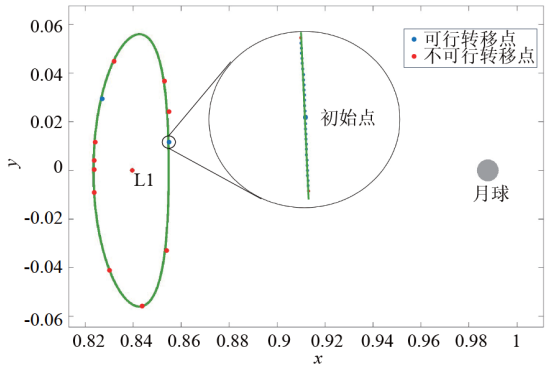


图 5　粗遍历搜索与加密采样搜索示意图
Fig. 5　Schematic of coarse traversal search and encrypted sampling search

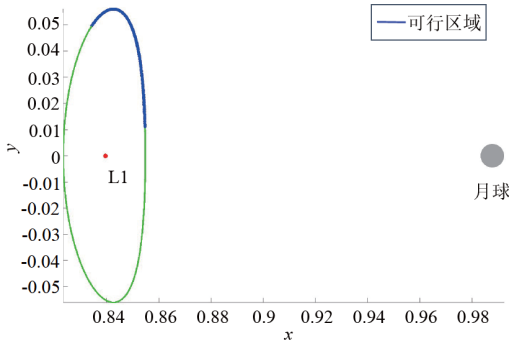


图 6　Halo轨道转移可行区域示意图
Fig. 6　Schematic of feasible region for Halo orbit transfer

2.4.2　近月空间可达域参数选取

针对未来月球探测任务，近月轨道对目标区域的空间覆盖完整性及任务适配性是核心评估指标之一。以月球南极科研站建设任务为例，受该区域特殊地形与光照条件的约束，近月航天器高轨道倾角设计是保障该区域连续覆盖的关键前提。在近月二体力学环境下，航天器轨道面调整难度较大，因此需重点关注航天器抵达目标位置时的轨道面指向。

由于角动量矢量可唯一确定轨道面的空间指向，因此可选取角动量作为近月空间可达域的衡量参数。具体而言，当航天器运行至距月球指定高度时，以其相对于月球质心的瞬时角动量矢量作为可达域的表征参数；当选取不同的 Halo 轨道及不同的转移相位时，对应的角动量矢量端点集合将在空间中构成一个曲面。

然而，角动量矢量无法直观反映近月空间的

实际可达范围，为此本文进一步引入近月轨道倾角 i 与升交点经度Ω两个参数，作为近月空间可达域的另一种参数表述形式。

2.4.3 近月空间可达域计算

通过控制数值积分终止条件，可得航天器在第一次进入 200 km 高度球时相对月球的状态$[\boldsymbol{r}_{\mathrm{m}}^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{v}_{m}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$，则在地月会合坐标系中，轨道角动量见式（10）。

$$\boldsymbol{h}=\boldsymbol{r}_{\mathrm{in}}\times\boldsymbol{v}_{\mathrm{in}} \tag{10}$$

求得轨道面角动量 $\boldsymbol{h}$ 后，再进行倾角和升交点经度的计算。

月球主要的 2 种运动为绕地球的公转和自身的自转。公转是围绕地月质心，相对质心做椭圆运动，平均轨道半径约 384 400 km。月球的轨道平面称为白道面，与黄道面（地球公转的轨道平面）的夹角约为 5.15°。在公转的同时，月球自身围绕自转轴自转，其自转轴与黄道面法向夹角为 1.54°，且方向相对于惯性系稳定，因此月球自转轴相对于白道面有大约 6.68°的倾角。由于“潮汐锁定”，月球的自转角速度和公转角速度相等，二者周期均为 27.3 d[21]。受其他因素影响，月球运动还存在岁差和极移，本研究暂不考虑。

因此，如果以质心会合坐标系为参考系，月球自转轴将与 z 轴保持ψ= 6.68°的角度，如图 7（a）所示，并围绕 z 轴进行周期为 27.3 d 的顺时针运动。这里定义月球自转轴在会合坐标系的方向矢量 $\boldsymbol{n}$，并定义 θ 为月球自转轴在 xOy 面的投影与 x 轴正方向的夹角，如图 7（b）所示，取值范围为[0, 2π]，则得式（11）。

$$\boldsymbol{n}=[\sin\psi\cos\theta,\sin\psi\sin\theta,\cos\psi] \tag{11}$$

为方便研究，假定卫星机动的瞬间，$\theta=0$。实际情况可以根据月球 JPL（Jet Propulsion Laboratory）星历详细计算机动时刻的自转轴指向。

则近月轨道倾角计算公式见式（12）。

$$i=\arccos\left(\frac{\boldsymbol{h}\cdot\boldsymbol{n}}{|\boldsymbol{h}|}\right) \tag{12}$$

根据地月/月地直接转移轨道可达集的定义[22]，可选取近月轨道面在白道面的交线与月球矢量方向（x 轴）的夹角作为升交点经度，如图 7（b）所示。

定义交线方向矢量见式（13）。

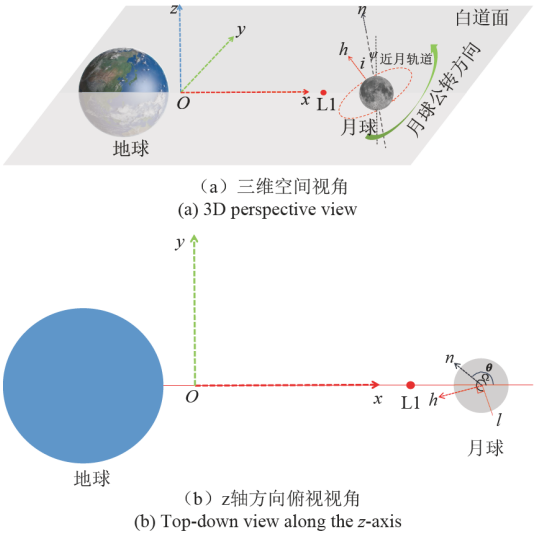


图 7 近月轨道倾角和升交点经度定义

Fig. 7 Definition of lunar orbit inclination and the right ascension of the ascending node

$$\boldsymbol{l}=\frac{1}{\boldsymbol{h}}(\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{h}) \tag{13}$$

其中，$\boldsymbol{k}$ 是会合坐标系 z 轴方向单位矢量。

则夹角Ω见式（14）。

$$\Omega=\begin{cases}\arccos(\boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{i}), & h_x\geqslant 0\\ \arccos(\boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{i})+\pi, & h_x<0\end{cases} \tag{14}$$

其中，$\boldsymbol{i}$ 为会合坐标系 x 轴方向单位矢量。

2.4.4 速度增量的计算

本文考虑航天器机动至近月圆轨道的场景，由 2.4.3 节得到$\boldsymbol{v}_{\mathrm{in}}$，并假设航天器只施加轨道面内的速度脉冲。计算$h_{\mathrm{tar}}$处的圆轨道速度见式（15）。

$$v_{\mathrm{tar}}=\sqrt{\frac{GM_{\mathrm{M}}}{h_{\mathrm{tar}}+R_{\mathrm{M}}}} \tag{15}$$

则速度脉冲矢量$\Delta\boldsymbol{v}$见式（16）。

$$\Delta\boldsymbol{v}=\frac{\boldsymbol{h}\times\boldsymbol{r}}{|\boldsymbol{h}|\cdot|\boldsymbol{r}|}\cdot v_{\mathrm{tar}}-\boldsymbol{v}_{\mathrm{in}} \tag{16}$$

3 结果分析

3.1 转移可行区域与雅可比常数的关系

图 8 呈现了雅可比常数在 3.0696~3.1743区间内对应的 Halo 轨道可转移相位。为方便展示，将 Halo 轨道相位定义在 [–180°, 180°] 区间。表 1 选取了其中 6 个 Halo 轨道进行可行区域的计算。通过分析可知，Halo 轨道的雅可比常数会影响转移可行区的范围和分布。随着雅可比常数值减小，

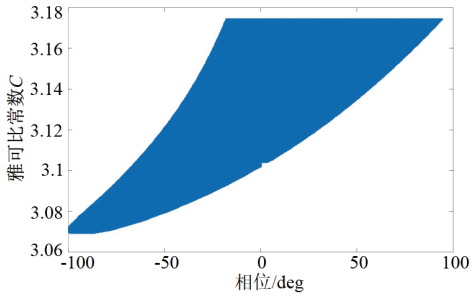


图 8　转移可行区域随雅可比常数变化关系图

Fig. 8　Relationship between the transfer feasible region and the Jacobi constant

表 1　转移可行区域随雅可比常数变化情况

Table 1　Variation of accessible regions with the Jacobi constant

雅可比常数	起始相位/deg	终止相位/deg	可行区域跨度/deg	可行区域占比/%
3.1743	-17.82	94.14	111.96	31.10
3.1528	-28.44	71.46	99.90	27.75
3.1383	-37.26	54.18	91.44	25.40
3.1233	-48.06	34.2	82.26	22.85
3.1147	-55.26	21.24	76.50	21.25
3.1070	-62.28	8.46	70.74	19.65

可行区域的范围逐渐缩小。

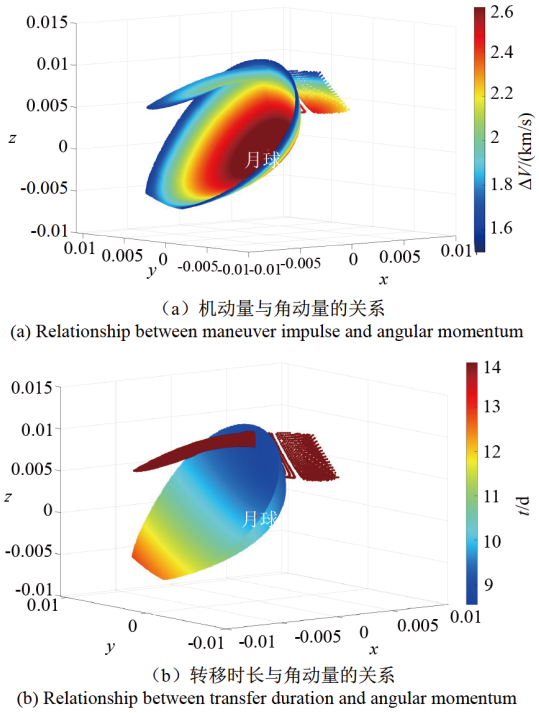
进一步计算各参数轨道对应的可行区域的区间范围，如表 1 所示。随着雅可比常数减小，可行区域逐渐向相位减小的方向移动，并且跨度逐渐减小。

3.2　近月空间的可达域

3.2.1　抵达至近月空间的角动量

图 9 展示了所有 Halo 轨道可转移相位点处的瞬时角动量矢量分布。各角动量矢量的矢端对应空间中的离散点位，其空间包络共同构成连续曲面。其中，散点坐标代表对应时刻角动量矢端的空间位置，散点颜色用以标识速度增量大小或轨道转移时长。

结合图 9 中角动量矢量的空间指向与参数特征，可得到如下规律：该可达域在三维空间内包含 2 类区域。一类为主要可达区域，空间分布呈类球面曲面，该区域的速度增量ΔV呈现“边缘低、中心高”的分布规律，越靠近月球（中心区域），ΔV越大；同时，该区域对应的转移时长从上到下逐渐增加，均在 9~13 d 范围内。此类轨道族满足首次接近月球时即进入 200 km 高度球。另一类为形态不规则的分散子区域，其在空间中与主区域存在局部相交，该子区域的ΔV数值波动显



（a）机动量与角动量的关系

(a) Relationship between maneuver impulse and angular momentum

（b）转移时长与角动量的关系

(b) Relationship between transfer duration and angular momentum

图 9　角动量在近月空间中的分布

Fig. 9　Distribution of angular momentum in the near-lunar space

著，且对应的转移时长整体偏长，此类轨道经多次绕过月球后进入 200 km 高度球。本文的研究主要针对主区域的特性展开。

3.2.2　轨道倾角的可达范围

图 10 为雅可比常数在 3.0696~3.1743范围内所有轨道可达域的集合，其中，同一雅可比常数轨道的可达域用黑色曲线标注；为使展示更加直观，图 11 和图 12给出了其中 6 个雅可比常数值对应的 Halo 轨道的可达域。从图中可以发现，雅可比常数与近月轨道倾角的可达区间具有较强的关联：当雅可比常数大于 3.1469 时（对应图 10 红色

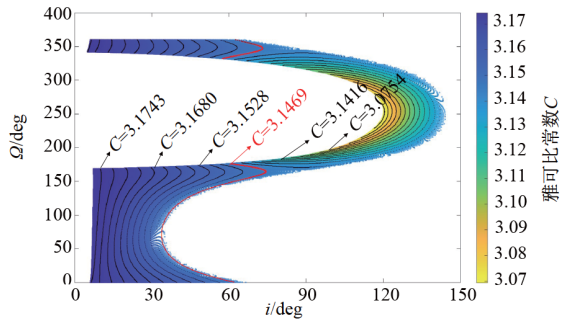


图 10　Halo轨道族对近月空间的可达域

Fig. 10　Reachable domain of the Halo orbit family in the lunar vicinity

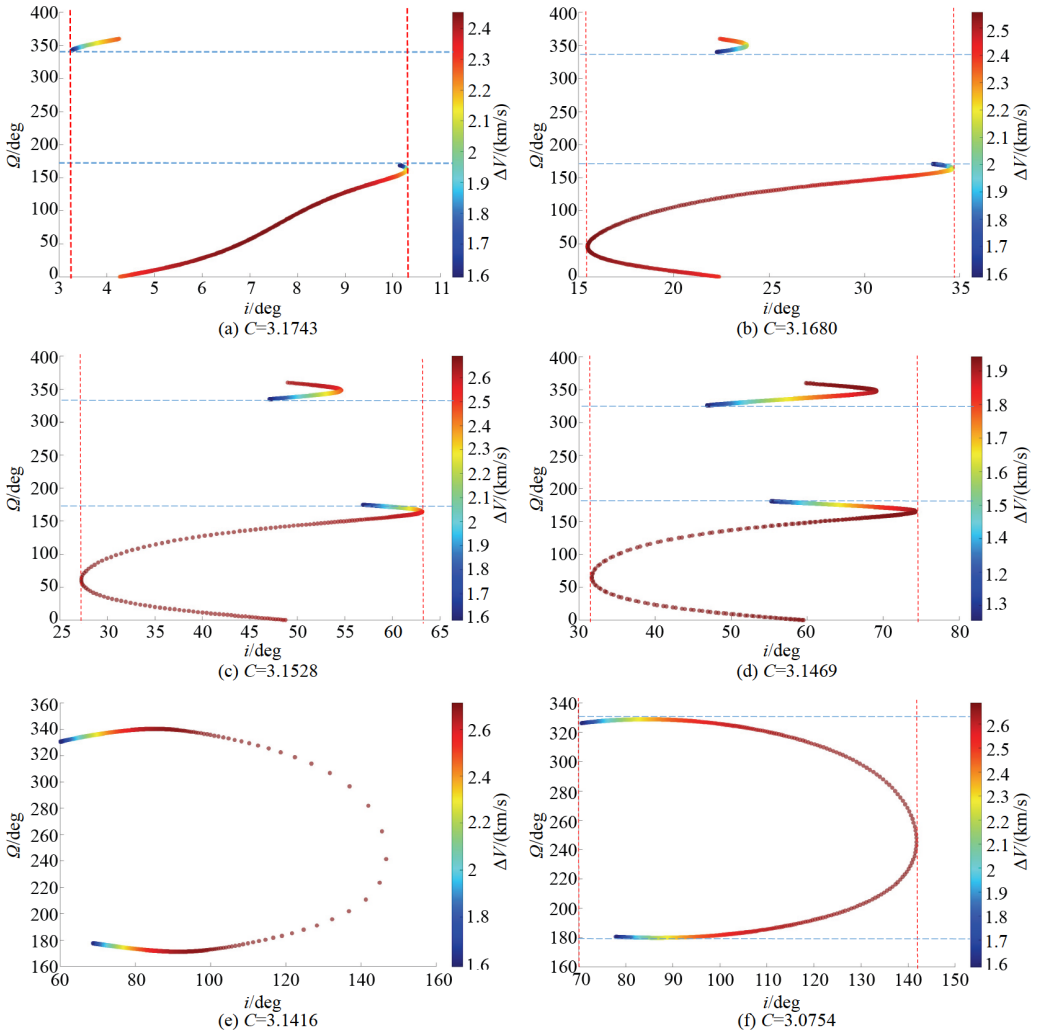


图 11 可达区域（近月轨道倾角、升交点经度）与速度增量随雅可比常数变化关系图

Fig. 11 Relationship between reachable regions (lunar orbit inclination, longitude of the ascending node) and velocity increment versus Jacobi constant variation

分界线左侧区域），轨道可达轨道倾角均小于90°，而随着雅可比常数的减小，该可达范围快速扩大；当雅可比常数小于 3.1469 时（对应图 10 红色分界线右侧区域），倾角可达区间逐步从低倾角范围向高倾角范围演化，在 60°~140°区间形成连续分布的高倾角可达域。这一特征表明，低雅可比常数的 Halo 轨道更适合于向高倾角近月轨道的转移任务，而高雅可比常数的 Halo 轨道则更适合于向低倾角近月轨道的转移任务。由此可见，Halo 轨道族能够适配近月轨道倾角的差异化任务需求。

3.2.3 升交点经度的分布特征

升交点经度的可达域随雅可比常数的变化呈现规律性演化。高雅可比常数（3.1469~3.1528）时，升交点经度主要集中在 0°~180°和 330°~360°；当雅可比常数降至 3.1337~3.1383 时，升交点经度演化至 180°~330°。因此，就升交点经度而言，Halo 轨道族可以满足全部区域可达。

综上所述，L1 Halo 轨道可以实现近月空间大部分区域的转移，可以根据目标轨道参数选取对应雅可比常数的轨道。

3.3 速度增量与转移时长的优化策略

由图 11 和图 13（a）可以看出，L1 Halo 轨道至近月轨道的流形转移速度增量范围为 1.5~2.7 km/s，其大小受转移相位影响显著，而极值受雅可比常数影响较小；由图 12 和图 13（b）可知，转移时长则与雅可比常数密切相关，雅可比常数越小，转移时间越长，且基本不受转移相位影响。其主要原因是，雅可比常数较小的 Halo 轨道稳定性更高，航天器需要更长时间沿不变流

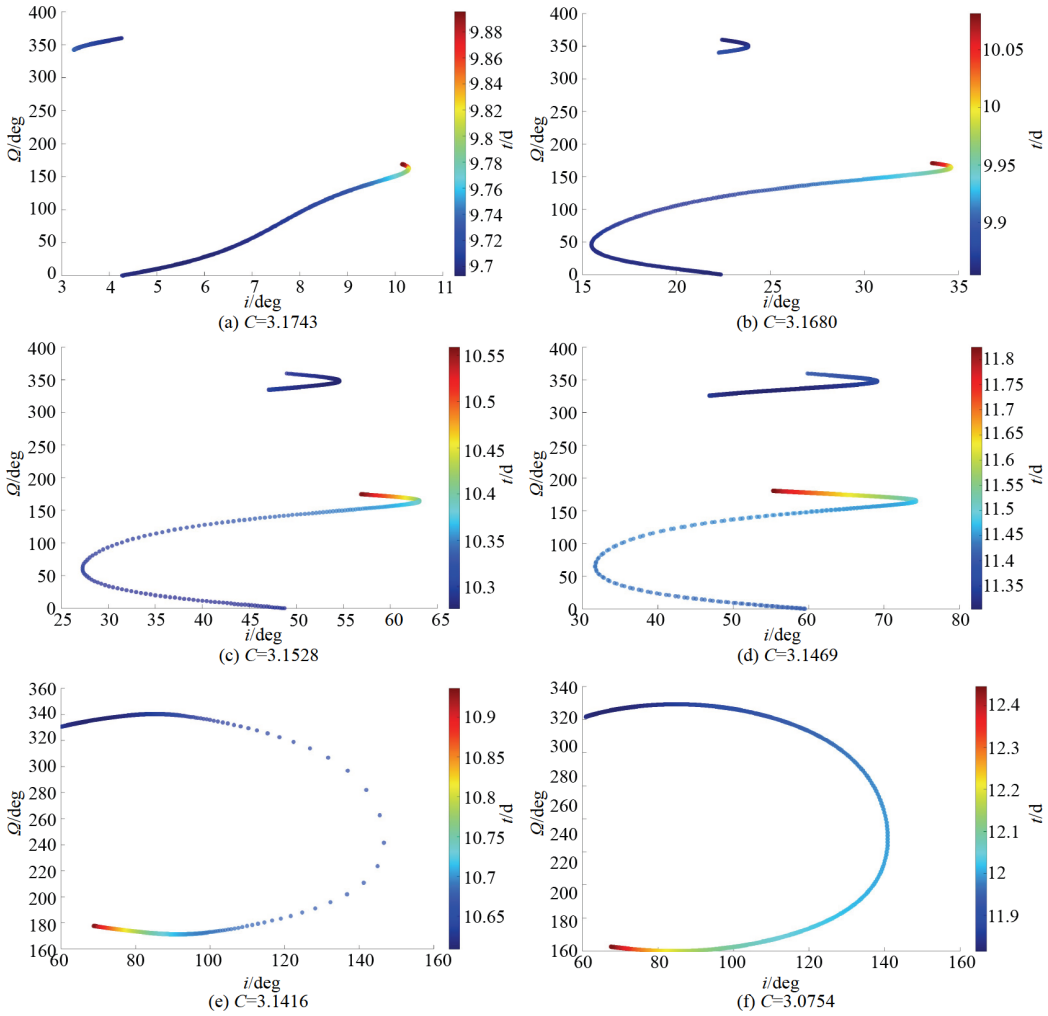


图 12　可达区域（近月轨道倾角、升交点经度）和转移时长随雅可比常数变化关系图

Fig. 12　Relationship between reachable regions (lunar orbit inclination, longitude of the ascending node), transfer duration, and Jacobi constant variation

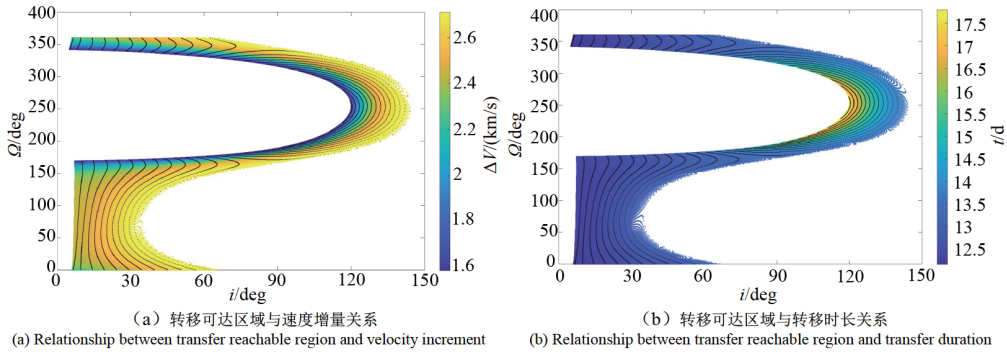


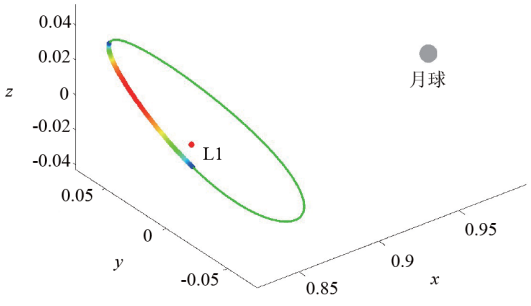
图 13　转移可达区域与转移代价关系

Fig. 13　Relationship between transfer reachable region and transfer cost

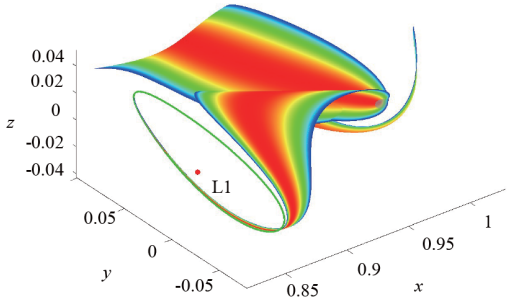
形脱离原轨道。

此外，对比图 13（a）与图 13（b）可见，无论雅可比常数取值如何，最小速度增量均出现在可行域两端，而最小转移时长仅出现在可行域一端。以 $C=3.1528$ 的 Halo 轨道为例，最小速度增量对应的轨道参数（轨道倾角、升交点经度）组合为（56°，174°）与（47°，334°），可行域中部的速度增量整体处于较高水平。对于转移时长，其最大值与最小值分别位于可行域两侧且呈单调变化趋势；转移时长最大值对应参数组合（56°，

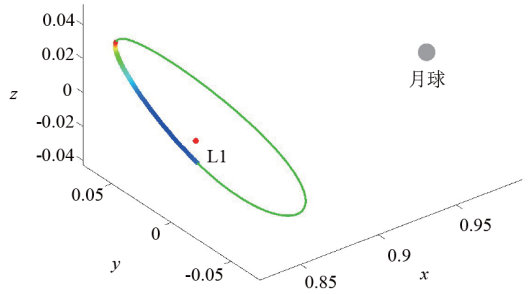
174°），最小值对应（47°，334°），它们与最小速度增量所在位置重合。转移轨迹如图 14 所示。



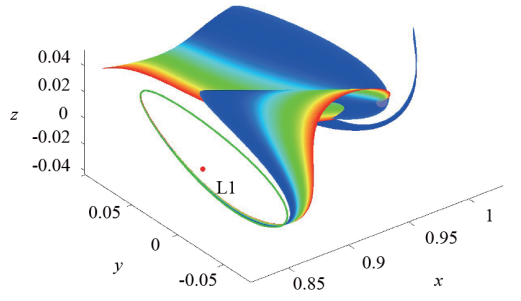
（a）转移起始区域与速度增量关系
(a) Relationship between transfer initiation region and velocity increment



（b）转移轨迹与速度增量关系
(b) Relationship between transfer trajectory and velocity increment



（c）转移起始区域与转移时间关系
(c) Relationship between transfer initiation region and transfer duration



（d）转移轨迹与转移时长关系
(d) Relationship between transfer trajectory and transfer duration

图 14 转移区域与转移代价关系以及转移轨道族
Fig. 14 Relationship between transfer region and transfer cost, as well as transfer orbit family

4 结论

针对运行在地月 L1 点 Halo 轨道的航天器对近月空间可达能力评估需求，本文提出了基于流形的航天器 Halo 轨道向近月空间的可达区域计算方法，分析了基于流形转移的 Halo 轨道族对近月 200 km 高度空间的可达能力，重点分析了Halo 轨道的雅可比常数和出发相位对入轨倾角、升交点经度以及机动增量、转移时长等转移代价的关系，结论如下：

1）依据流形转移方式，本文提出了粗遍历和精密采样相结合的方式，高效全面计算转移方案以及航天器的可达区域。结果表明，Halo 轨道族可对近月区域实现大范围覆盖，轨道倾角在 4°~140°，升交点经度在 0°~360°。但单条 Halo 轨道覆盖范围有限，高雅可比常数对低倾角近月轨道覆盖性能较好，低雅可比常数对高倾角近月轨道覆盖性能较好。

2）在机动代价方面，航天器采用流形转移策略时，速度增量普遍处于 1.5~2.7 km/s 范围内，转移时长为 12~18 d。航天器轨道参数与转移时长关联性较强，转移相位与速度增量亦存在显著关联，单个轨道转移代价最小的方案位于可行域的一侧。

本文结果可为地月 L1 点 Halo 轨道服务航天器轨道参数的设定提供参考，并可应用于航天器机动规划快速决策中。

参考文献（References）

[1] 中国科学院，国家航天局，中国载人航天工程办公室. 国家空间科学中长期发展规划（2024—2050年）[J]. 中国军转民，2024（23）：6-7.
Chinese Academy of Sciences，China National Space Administration，China Manned Space Engineering Office. National medium-and long-term development plan of space science（2024-2050）[J]. Defence Industry Conversion in China，2024，（23）：6-7（in Chinese）.

[2] 高启滨，张洪礼，韩潮. 基于地月L1点的载人登月飞行方案分析[J]. 载人航天，2014，20（6）：562-568.
Gao Q B，Zhang H L，Han C. Flight scheme of manned lunar landing mission based on the first earth-lunar Lagrangian point（L1）[J]. Manned Spaceflight，2014，20（6）：562-568（in Chinese）.

[3] 乔琛远，杨乐平. 地月L1点低能转移轨道设计与优化[J]. 系统工程与电子技术，2024，46（10）：3519-3527.
Qiao C Y，Yang L P. Design and optimization of Earth-Moon L1 low-energy transfer orbit[J]. Systems Engineering and Electronics，2024，46（10）：3519-3527（in Chinese）.

[4] Kodukula. Generating a Trajectory From Sun-Earth L1 to L4 via Reinforcement Learning[D]. Boulder：University of Colorado

Boulder，2025.

[5] Han H Y，Dang Z H. Orbital Blocking Game Near Earth-Moon L1 Libration Point[J]. Space：Science & Technology，2023（3）：102.

[6] Mitchell，Colton D. Dynamical Flow Characteristics in Response to a Maneuver in the L1 or L2 Earth-Moon Region[D]. West Lafayette：Purdue University，2023.

[7] Swenson T，Lo M，Anderson B D，et al. The topology of transport through planar Lyapunov orbits[C]//2018 Space Flight Mechanics Meeting. Kissimmee，Florida. Reston，Virginia：AIAA，2018：1692.

[8] Haapala A F. Trajectory Design in the Spatial Circular Restricted Three-body Problem Exploiting Higher-dimensional Poincaré Maps[D]. West Lafayette：Purdue University，2014.

[9] Haapala A F，Howell K C. Representations of higher-dimensional Poincaré maps with applications to spacecraft trajectory design[J]. Acta Astronautica，2014，96：23-41.

[10] 李雪华，和兴锁，宋明，等. 基于不变流形的一种节能轨道设计[J]. 西北工业大学学报，2011（3）：390-393.
Li X H，He X S，Song M，et al. An energy-efficient trajectory design based on invariant manifold[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University，2011（3）：390-393（in Chinese）.

[11] Rausch R R. Earth to Halo Orbit Transfer Trajectories[D]. West Lafayette：Purdue University，2005.

[12] Jain D，Howell K. Leveraging quasi-periodic orbits to design transfers in the circular restricted three-body problem[C]//AIAA SciTech Forum and Exposition，Orlando，FL：AIAA，2024：0841.

[13] Oshima K. The use of vertical instability of L1 and L2 planar Lyapunov orbits for transfers from near rectilinear halo orbits to planar distant retrograde orbits in the Earth–Moon system[J]. Celestial Mechanics & Dynamical Astronomy，2019，131（3）：14.

[14] Jin Y，Xu B. Three-maneuver transfers from the cislunar L2 Halo orbits to low lunar orbits[J]. Advances in Space Research，2022，69（2）：989-999.

[15] 张汉清，李言俊. 地月三体问题下L1-地球低能转移轨道设计[J]. 哈尔滨工业大学学报，2011，43（5）：84-88.
Zhang H Q，Li Y J. Design of L1-Earth low energy transfer trajectory in Earth-Moon three-body problem [J]. Journal of Harbin Institute of Technology，2011，43（5）：84-88（in Chinese）.

[16] 雷汉伦. 平动点、不变流形及低能轨道[D]. 南京：南京大学，2015.
Lei H L. Translation Point，Invariant Manifold and Low Energy Orbit [D]. Nanjing：Nanjing University，2015（in Chinese）.

[17] Fossà A，Bucchioni G，Blazquez E，et al. Two and three impulses phasing strategy with a spacecraft orbiting on an Earth-Moon NRHO[J]. Acta Astronautica，2022，198：669-679.

[18] Giordana B，Stephanie L，Vaujour T，et al. Phasing with near rectilinear Halo orbits：Design and comparison[J]. Advances in Space Research，2023，71（5）：2449-2466.

[19] 安诗宇. 基于不变流形的日地L1任务轨道设计与控制[D]. 哈尔滨：哈尔滨工业大学，2022.
An S Y. Orbit Design and Control for Sun-Earth L1 Mission Based on Invariant Manifolds[D]. Harbin：Harbin Institute of Technology，2022（in Chinese）.

[20] 贺波勇，曹鹏飞，李海阳，等，载人登月转移轨道可达域分析与任务规划[M]. 北京：国防工业出版社，2023：182-184.
He B Y，Cao P F，Li H Y，et al. Analysis of Reachability Domain and Mission Planning for Manned Lunar Landing Transfer Orbits[M]. Beijing：National Defense Industry Press，2023：182-184（in Chinese）.

[21] 丁长海.航天器轨道力学理论与方法（第2版）[M]. 北京：国防工业出版社，2025：485-494.
Ding C H. Theory and Methods of Spacecraft Orbital Mechanics（2nd Edition）[M]. Beijing：National Defense Industry Press，2025：485-494（in Chinese）.

[22] 高永飞.以地月空间站为空间港的载人月球探测轨道问题研究[D]. 长沙：国防科技大学，2019.
Gao Y F. Research on Orbital Problems of Manned Lunar Exploration Using Earth-Moon Space Station as a Spaceport[D]. Changsha：National University of Defense Technology，2019（in Chinese）.

（责任编辑：高慧）