中国科学 E 辑：信息科学 2008 年 第 38 卷 第 12 期：2134 ~ 2149
www.scichina.com info.scichina.com
《中国科学》杂志社
SCIENCE IN CHINA PRESS

基于特征模型的再入飞行器自适应制导律设计

杨俊春*，胡军，倪茂林

北京控制工程研究所空间智能控制技术国家级重点实验室，北京 100080

* E-mail: yangjunchun@163.com

收稿日期: 2007-07-04; 接受日期: 2007-12-26

国家自然科学基金(批准号: 90405017, 60704014)和国家重点基础研究发展计划(批准号: 2002CB312205)资助项目

摘要 文中针对航天飞机类再入飞行器对参考阻力加速度曲线的跟踪问题，设计了基于特征模型的自适应制导律. 首先将线性定常系统的特征建模方法推广到单输入单输出线性时变系统，从而建立了再入飞行器的特征模型，然后对特征模型提出一种新的非线性微分黄金分割自适应控制律. 当特征模型的系数属于有界闭凸集，且系数的变化速率满足一定约束条件时，文中证明了非线性微分黄金分割自适应控制系统是一致渐近稳定的. 在特征模型的基础上，通过结合使用跟踪控制律、非线性微分黄金分割控制律和改进的逻辑积分控制律，设计了再入飞行器基于特征模型的自适应制导律. 它克服了反馈线性化方法要求精确获得对象模型的缺点. 仿真结果表明，文中设计的自适应制导律对参考阻力加速度曲线的跟踪性能明显优于反馈线性化方法.

关键词
特征模型
非线性微分黄金分割控制
逻辑积分控制
自适应制导
渐近稳定性
再入飞行器

再入飞行器的制导问题长期以来备受关注，针对不同的飞行器以及不同的再入任务和要求，其制导的目的不同，制导方法存在很大差别. 文献[1, 2]针对导弹和攻击地面固定目标的飞行器设计了制导律，尽管这些制导方法取得了很好的效果，却不适用于航天飞机这类飞行器的再入制导. 由于这类飞行器高速进入大气层，必须满足多种约束条件的限制，才能安全到达目的地. 这些约束条件构成了再入飞行走廊. 为了简化设计，通常在再入走廊内预先设计一条分段线性的阻力加速度-速度曲线，使之满足各种约束条件以及航程要求. 制导的目的就是控制飞行器跟踪预先设计的参考阻力加速度-速度曲线. 航天飞机[3]的再入制导采用线性反馈的方法，文献[4~6]采用非线性系统的反馈线性化方法，文献[7]定义一个辅助变量，然后采用

预测控制的方法. 这些方法的共同点都是通过完全抵消系统的非线性特性并选择合适的角频率和阻尼比, 使二阶误差动力学方程具有良好的性能. 由于系统本身具有强非线性和耦合的特点, 以及系统模型很难精确获得, 因此反馈线性化很难完全抵消系统的非线性特性, 从而导致控制器性能下降. 自适应控制能够适应对象参数变化, 但在系统过渡过程阶段很难使用, 为此文献[8]从工程应用的角度出发, 提出了一种全系数自适应控制方法. 随后, 针对控制系统设计中遇到的建模困难, 文献[9]提出一种新的建模方法——特征建模. 所谓特征建模[9], 就是结合被控对象的动力学特征和控制性能要求进行建模; 在同样输入控制作用下, 对象特征模型和实际对象在输出上是等价的(即在动态过程中能保持在允许的输出误差内, 在稳定情形下, 输出是相等的). 基于特征模型的全系数自适应控制为复杂系统的建模和控制提供了新的思路. 文献[10]将其应用到载人飞船的返回再入控制中, 取得了很好的效果.

本文针对航天飞机类再入飞行器对参考阻力加速度曲线的跟踪问题, 设计了基于特征模型的自适应制导律. 首先将线性定常系统的特征建模方法推广到单输入单输出线性时变系统, 从而建立了再入飞行器的特征模型, 然后对特征模型提出一种新的非线性微分黄金分割自适应控制律. 当特征模型的系数属于有界闭凸集时, 本文给出了非线性微分黄金分割自适应控制系统一致渐近稳定的充分条件, 即闭环系统的系数变化满足第 4 节约束条件(44)~(46). 在特征模型的基础上, 通过结合使用跟踪控制律、非线性微分黄金分割控制律和改进的逻辑积分控制律, 设计了再入飞行器基于特征模型的自适应制导律. 它克服了反馈线性化方法要求精确获得对象模型的缺点. 仿真结果表明, 在标称情形下, 以及存在气动模型误差和导航误差的情形下, 此自适应制导律均能使飞行器很好地跟踪参考阻力加速度曲线, 其最大跟踪误差均小于反馈线性化方法的跟踪误差.

1 阻力加速度的推导

再入飞行器纵平面内的运动方程为[11]

$$\dot{h} = v\sin\theta, \tag{1}$$

$$\dot{v} = -\rho(r)SC_D(\alpha,\mathrm{Ma})v^2/(2m) - g(r)\sin\theta, \tag{2}$$

$$\dot{\theta} = \rho(r)SC_L(\alpha,\mathrm{Ma})v\cos\sigma/(2m) - g(r)\cos\theta/v + v\cos\theta/r, \tag{3}$$

式中 h 为高度, v 为速度, θ 为飞行路径角, r 为飞行器质心到地心的距离, S 为飞行器的参考面积, m 为飞行器的质量, α 为攻角, σ 为倾斜角, Ma 为马赫数, $C_L(\alpha,\mathrm{Ma})$ 为升力系数, $C_D(\alpha,\mathrm{Ma})$ 为阻力系数, 它们是攻角 α 和马赫数 Ma 的函数, $\rho(r)$ 为大气密度, $g(r)$ 为重力加速度, 它们是 r 的函数. 为了书写方便, 本文后续部分将 $C_L(\alpha,\mathrm{Ma})$ 简写为 C_L, $C_D(\alpha,\mathrm{Ma})$ 简写为 C_D, $g(r)$ 简写为 g, $\rho(r)$ 简写为 ρ. 阻力加速度用 a_D 表示, 升力用 L 表示, 阻力用 D 表示, 升阻比为 $L/D = C_L/C_D$, 控制输入 u 为铅垂面内的升阻比. 各个物理量的表达式如下:

$$u = (L/D)_V = (L/D)\cos\sigma = (C_L/C_D)\cos\sigma, \tag{4}$$

$$h = r - R_0, \tag{5}$$

$$\rho = \rho_0 \mathrm{e}^{-h/h_s}, \quad (6)$$

$$a_D = \rho S C_D v^2/(2m), \quad (7)$$

$$g = R_0^2 g_0 / r^2, \quad (8)$$

式中 R_0 为地球平均半径，g_0 为标准海平面处的重力加速度，h_s 为一常数. 制导过程就是控制飞行器跟踪预先设计的参考阻力加速度曲线，因此将阻力加速度 a_D 作为系统输出. 把方程(2)和(3)中对应表达式(4)和(7)的部分替换为 u 和 a_D，可得

$$\dot{v} = -a_D - g\sin\theta, \quad (9)$$

$$\dot{\theta} = a_D u / v - g\cos\theta / v + v\cos\theta / r. \quad (10)$$

经推导得输入输出间的动力学关系为

$$\begin{aligned}\ddot{a}_D = {} & \frac{\dot{a}_D^2}{a_D} - 2\frac{a_D\dot{a}_D}{v} - \frac{2a_D^3}{v^2} + \frac{2a_D g^2}{v^2} - \frac{2a_D g}{r} - \frac{a_D v^2}{h_s r} + \frac{a_D g}{h_s} + \frac{a_D \ddot{C}_D}{C_D} - \frac{a_D \dot{C}_D^2}{C_D^2} \\ & + \sin^2\theta\left(-\frac{4a_D g^2}{v^2} + \frac{6a_D g}{r} + \frac{a_D v^2}{h_s r}\right) + \sin\theta\left(\frac{a_D^2}{h_s} - \frac{4a_D^2 g}{v^2}\right) + u\left(-\frac{2ga_D^2}{v^2} - \frac{a_D^2}{h_s}\right)\cos\theta. \end{aligned} \quad (11)$$

方程(11)的详细推导过程省略. 因再入飞行中 θ 较小，可取[3] $\sin\theta \approx 0, \cos\theta \approx 1$，则

$$\ddot{a}_D = \frac{\dot{a}_D^2}{a_D} - 2\frac{a_D\dot{a}_D}{v} - \frac{2a_D^3}{v^2} + \frac{2a_D g^2}{v^2} - \frac{2a_D g}{r} - \frac{a_D v^2}{h_s r} + \frac{a_D g}{h_s} + \frac{a_D \ddot{C}_D}{C_D} - \frac{a_D \dot{C}_D^2}{C_D^2} + \left(-\frac{2ga_D^2}{v^2} - \frac{a_D^2}{h_s}\right)u. \quad (12)$$

2 阻力加速度的摄动方程

从方程(12)可以看出，输入输出之间的关系为非线性函数. 定义偏离参考轨道的小偏差量为 $\Delta\ddot{a}_D \triangleq \ddot{a}_D - \ddot{a}_{D_0}$，$\Delta\dot{a}_D \triangleq \dot{a}_D - \dot{a}_{D_0}$，$\Delta a_D \triangleq a_D - a_{D_0}$，$\Delta v \triangleq v - v_0$，$\Delta u \triangleq u - u_0$. 为了跟踪参考阻力加速度曲线，对方程(12)两边取变分得

$$\begin{aligned}\delta\ddot{a}_D = {} & \left(\frac{2\dot{a}_{D_0}}{a_{D_0}} - \frac{2a_{D_0}}{v_0}\right)\delta\dot{a}_D + \left[-\frac{\dot{a}_{D_0}^2}{a_{D_0}^2} - \frac{2\dot{a}_{D_0}}{v_0} - \frac{6a_{D_0}^2}{v_0^2} + \frac{2g^2}{v_0^2} - \frac{2g}{r_0} - \frac{v_0^2}{h_s r_0} + \frac{g}{h_s} + \frac{\ddot{C}_{D_0}}{C_{D_0}} - \frac{\dot{C}_{D_0}^2}{C_{D_0}^2}\right. \\ & \left. - \frac{4ga_{D_0}}{v_0^2}u_0 - \frac{2a_{D_0}}{h_s}u_0\right]\delta a_D + \left[\frac{4a_{D_0}^3}{v_0^3} - \frac{4a_{D_0}g^2}{v_0^3} - \frac{2a_{D_0}v_0}{h_s r_0} + \frac{2a_{D_0}\dot{a}_{D_0}}{v_0^2} + \frac{4ga_{D_0}^2}{v_0^3}u_0\right]\delta v \\ & + \frac{a_{D_0}}{C_{D_0}}\delta\ddot{C}_D - \frac{2a_{D_0}\dot{C}_{D_0}}{C_{D_0}^2}\delta\dot{C}_D + \left(\frac{2a_{D_0}\dot{C}_{D_0}^2}{C_{D_0}^3} - \frac{a_{D_0}\ddot{C}_{D_0}}{C_{D_0}^2}\right)\delta C_D + \left(-\frac{2g}{v_0^2} - \frac{1}{h_s}\right)a_{D_0}^2\delta u. \end{aligned} \quad (13)$$

式中，下标 0 表示各量对应于参考轨道的取值. 因 v 作为自变量，故 $\delta v = 0$. 再入飞行中，主要调节倾斜角，因此可取[3] $\delta\ddot{C}_D = 0$，$\delta\dot{C}_D = 0$，$\delta C_D = 0$. 由此则(13)式变为

$$\delta\ddot{a}_D=\left(\frac{2\dot{a}_{D_0}}{a_{D_0}}-\frac{2a_{D_0}}{v_0}\right)\delta\dot{a}_D+\left[-\frac{\dot{a}_{D_0}^2}{a_{D_0}^2}-\frac{2\dot{a}_{D_0}}{v_0}-\frac{6a_{D_0}^2}{v_0^2}+\frac{2g^2}{v_0^2}-\frac{2g}{r_0}-\frac{v_0^2}{h_s r_0}+\frac{g}{h_s}\right.$$
$$\left.+\frac{\ddot{C}_{D_0}}{C_{D_0}}-\frac{\dot{C}_{D_0}^2}{C_{D_0}^2}-\frac{4ga_{D_0}}{v_0^2}u_0-\frac{2a_{D_0}}{h_s}u_0\right]\delta a_D+\left(-\frac{2g}{v_0^2}-\frac{1}{h_s}\right)a_{D_0}^2\delta u. \tag{14}$$

由于 a_{D_0},v_0,r_0 随时间而变化，因此方程(14)可等价表示为如下时变线性系统

$$\delta\ddot{a}_D=a_1(t)\delta\dot{a}_D+a_0(t)\delta a_D+b(t)\delta u, \tag{15}$$

其中

$$a_1(t)=\frac{2\dot{a}_{D_0}}{a_{D_0}}-\frac{2a_{D_0}}{v_0}, \tag{16}$$

$$a_0(t)=-\frac{\dot{a}_{D_0}^2}{a_{D_0}^2}-\frac{2\dot{a}_{D_0}}{v_0}-\frac{6a_{D_0}^2}{v_0^2}+\frac{2g^2}{v_0^2}-\frac{2g}{r_0}-\frac{v_0^2}{h_s r_0}+\frac{g}{h_s}+\frac{\ddot{C}_{D_0}}{C_{D_0}}-\frac{\dot{C}_{D_0}^2}{C_{D_0}^2}-\frac{4ga_{D_0}}{v_0^2}u_0-\frac{2a_{D_0}}{h_s}u_0, \tag{17}$$

$$b(t)=\left(-\frac{2g}{v_0^2}-\frac{1}{h_s}\right)a_{D_0}^2. \tag{18}$$

3 特征模型的建立

为了得到方程(15)的特征模型，下面首先对形如方程(19)所示的单输入单输出线性时变系统进行特征建模，推导过程与文献[12]类似.

$$x^{(n)}=a_0(t)x+a_1(t)\dot{x}+\cdots+a_{n-1}(t)x^{(n-1)}+b(t)u(t). \tag{19}$$

假设方程(19)中的系数 $a_i(t),b(t)$ 均有界，$x(t)$ 及其各阶导数有界. 由方程(19)可得

$$\dot{x}=a_0(t)x+a_1(t)\dot{x}+\cdots+a_{n-1}(t)x^{(n-1)}-x^{(n)}+\dot{x}+b(t)u(t)$$
$$=a_0(t)x+b(t)u(t)+F\left(\dot{x},\ldots,x^{(n)}\right), \tag{20}$$

式中，$F(\dot{x},\ldots,x^{(n)})=a_1(t)\dot{x}+\cdots+a_{n-1}(t)x^{(n-1)}-x^{(n)}+\dot{x}$.

方程(20)两边对时间求导得

$$\ddot{x}=\dot{a}_0(t)x+a_0(t)\dot{x}+\dot{b}(t)u(t)+b(t)\dot{u}(t)+\mathrm{d}F(\dot{x},\ldots,x^{(n)})/\mathrm{d}t. \tag{21}$$

对方程(20)两边进行差分得

$$\frac{x(k)-x(k-1)}{\Delta t}=a_0(k)x(k)+b(k)u(k)+F(k), \tag{22}$$

对方程(21)两边进行差分得

$$\frac{x(k+1)-2x(k)+x(k-1)}{\Delta t^2}=\frac{a_0(k)-a_0(k-1)}{\Delta t}x(k)+a_0(k)\frac{x(k)-x(k-1)}{\Delta t}$$
$$+\frac{b(k)-b(k-1)}{\Delta t}u(k)+b(k)\frac{u(k)-u(k-1)}{\Delta t}+\frac{F(k)-F(k-1)}{\Delta t}. \quad (23)$$

将方程(22)和(23)两边相加整理得

$$x(k+1)=\left[2+\left(a_0(k)-a_0(k-1)\right)\Delta t+a_0(k)\Delta t-\Delta t+a_0(k)\Delta t^2\right]x(k)$$
$$+\left[-1-a_0(k)\Delta t+\Delta t\right]x(k-1)+\left[\left(b(k)-b(k-1)\right)\Delta t+b(k)\Delta t+b(k)\Delta t^2\right]u(k)$$
$$+\left[-b(k)\Delta t\right]u(k-1)+F(k)\Delta t^2+\left[F(k)-F(k-1)\right]\Delta t. \quad (24)$$

令

$$f_1(k)=2+\left(a_0(k)-a_0(k-1)\right)\Delta t+a_0(k)\Delta t-\Delta t+a_0(k)\Delta t^2,$$
$$f_2(k)=-1-a_0(k)\Delta t+\Delta t,$$
$$g_0(k)=\left(b(k)-b(k-1)\right)\Delta t+b(k)\Delta t+b(k)\Delta t^2,$$
$$g_1(k)=-b(k)\Delta t,$$
$$W(k)=F(k)\Delta t^2+[F(k)-F(k-1)]\Delta t,$$

若要实现恒值控制, 在稳态时, 由于 $F(k)$ 是 x 的各阶导数的线性组合, 则 $F(k)=F(k-1)=0$, 因此 $W(k)=0$. 在动态过程中, 由于方程(19)中的各系数和 x 的各阶导数均有界, 则 $F(k)$ 和 $F(k-1)$ 有界, 于是, 可设 $|F(k)|<K$ (K 为正常数), 故 $|W(k)|\leqslant 2K\Delta t+K\Delta t^2$, 当 $\Delta t\to 0$ 时, $W(k)\to 0$, 因此 $W(k)$ 可看作动态过程中的建模误差. 由此可得到方程(19)的特征模型为

$$x(k+1)=f_1(k)x(k)+f_2(k)x(k-1)+g_0(k)u(k)+g_1(k)u(k-1). \quad (25)$$

由 $W(k)$ 的表达式可知, 采样周期越小, 则动态过程中的建模误差越小. 给定 $\varepsilon>0$, 取 $0<\Delta t<\delta$, $\delta=\min\{1,\varepsilon/(3K)\}$, 则

$$|W(k)|\leqslant 2K\Delta t+K\Delta t^2=(2K+K\Delta t)\Delta t<(2K+K)\varepsilon/(3K)=\varepsilon.$$

从以上推导过程可知, 当采样周期满足 $0<\Delta t<\delta$ 时, 特征模型的建模误差小于 ε, 因此, 特征模型与原系统是等价的, 即在相同的输入作用下, 特征模型的输出与实际对象的输出在稳态情形下相等, 在动态情形下误差保持在允许范围内, 故特征模型反映了系统的特性.

利用上述特征建模方法, 对方程(15)进行特征建模. 将方程(15)写为

$$\ddot{x}(t)=a_1(t)\dot{x}(t)+a_0(t)x(t)+b(t)u(t), \quad (26)$$

其中 $x(t)=\delta a_D(t)$. $a_1(t)$, $a_0(t)$, $b(t)$ 的表达式见(16)~(18)式. 方程(26)两边取差分得

$$\frac{x(k+1)-2x(k)+x(k-1)}{\Delta t^2}=a_1(k)\frac{x(k)-x(k-1)}{\Delta t}+a_0(k)x(k)+b(k)u(k), \quad (27)$$

对(27)式整理得

$$x(k+1)=\alpha_1(k)x(k)+\alpha_2(k)x(k-1)+\beta(k)u(k), \tag{28}$$

式中各系数表达式为

$$\alpha_1(k)=2+a_1(k)\Delta t+a_0(k)\Delta t^2,$$
$$\alpha_2(k)=-1-a_1(k)\Delta t,$$
$$\beta(k)=b(k)\Delta t^2.$$

由于在推导方程(14)时所做的简化处理, 以及其他因素的影响(如气动参数及其导数不能准确获得, 大气密度采用近似模型等), 按以上表达式计算的系数 $\alpha_1(k)$, $\alpha_2(k)$ 和 $\beta(k)$ 并不准确, 其不确定性可以通过对特征模型(28)系数的在线估计而得到补偿, 由此可见, 特征建模不需要精确知道对象的动力学模型.

特征模型(28)的系数具有如下特点:

1) $\alpha_i(k), i=1,2$, $\beta(k)$ 是慢时变的. 令

$$\Delta_1=\left|\frac{\alpha_i(k+1)-\alpha_i(k)}{\alpha_i(k)}\right|,\quad \Delta_2=\left|\frac{\beta(k+1)-\beta(k)}{\beta(k)}\right|,$$

则当 $\Delta t\to 0$ 时, $\Delta_1\to 0$, $\Delta_2\to 0$. 当采样周期 Δt 使 $\Delta_1<0.01\%$, $\Delta_2<0.01\%$ 时, 则可以认为系统是慢时变系统.

2) $\Delta t\to 0$ 时, $\alpha_1(k)\to 2$, $\alpha_2(k)\to -1$, 特征模型(28)的右端系数之和为 1. 由表达式(16)~(18)可知 $a_1(k), a_0(k), b(k)$ 是有界的, 因此

$$\lim_{\Delta t\to 0}\alpha_1(k)=\lim_{\Delta t\to 0}[2+a_1(k)\Delta t+a_0(k)\Delta t^2]=2,$$
$$\lim_{\Delta t\to 0}\alpha_2(k)=\lim_{\Delta t\to 0}[-1-a_1(k)\Delta t]=-1,$$
$$\lim_{\Delta t\to 0}[\alpha_1(k)+\alpha_2(k)+\beta(k)]=\lim_{\Delta t\to 0}[1+a_0(k)\Delta t^2+b(k)\Delta t^2]=1.$$

至此, 得到了再入飞行器以铅垂面内的升阻比为输入, 以阻力加速度为输出的特征模型(28).

为了验证特征模型(28)与系统(14)的输入输出等价关系, 分别取输入信号为单位阶跃 $u(t)=1$ 和正弦信号 $u=\sin(0.1\pi t)$ 进行仿真. 特征模型(28)的输出为 $y_c(k)=x(k)$, 系统(14)的输出为 $y_m(t)=\delta a_D(t)$. 取采样周期为 $\Delta t=0.1\,\mathrm{s}$, 仿真持续时间为标称轨道的再入时间. 特征模型(28)的输出与系统(14)在采样时刻的输出之差为 $e(k)=y_c(k)-y_m(k)$. 当 $u(t)=1$ 时, 最大误差为 $e_{\max}=9.6\times 10^{-5}$; 当 $u=\sin(0.1\pi t)$ 时, $e_{\max}=1.1\times 10^{-5}$. 因此, 特征模型与原模型输入输出在一定误差范围内是一致的.

4 非线性微分黄金分割自适应控制及其稳定性分析

考虑到飞行器再入时速度很快, 当跟踪的参考阻力加速度斜率突然改变时, 必然出现过冲现象. 如果增大微分项的系数, 就能加大系统的阻尼比, 使跟踪过程快速收敛. 本文针对再入飞行器跟踪分段线性阻力加速度—速度曲线的这种特点, 构造了一种非线性微分黄金分割

自适应控制律

$$u_L(k)=-\left[\left(L_1\hat{\alpha}_1(k)+L_2\hat{\alpha}_2(k)\right)x(k)-G\left(x(k)\right)\left(x(k)-x(k-1)\right)\right]/\hat{\beta}(k), \tag{29}$$

其中 $L_1=0.382$，$L_2=0.618$ 为黄金分割系数；$G(x(k))$ 是关于 $x(k)$ 的非线性函数；$\hat{\alpha}_1(k)$，$\hat{\alpha}_2(k)$ 和 $\hat{\beta}(k)$ 为特征模型(28)中对应系数的估计值，系数估计采用如下梯度投影算法:

$$\hat{\theta}^*(k)=\hat{\theta}(k-1)+\frac{\lambda_1\phi(k-1)}{\lambda_2+\phi^{\mathrm{T}}(k-1)\phi(k-1)}\left[x(k)-\phi^{\mathrm{T}}(k-1)\hat{\theta}(k-1)\right], \tag{30}$$

$$\hat{\theta}(k)=\pi\left[\hat{\theta}^*(k)\right]. \tag{31}$$

其中 $\hat{\theta}(k-1)=[\hat{\alpha}_1(k-1)\quad \hat{\alpha}_2(k-1)\quad \hat{\beta}(k-1)]^{\mathrm{T}}$，$\phi(k-1)=[x(k-1)\quad x(k-2)\quad u(k-1)]^{\mathrm{T}}$，$\lambda_1$，$\lambda_2$ 为正常数，且 $0<\lambda_1<1$，$\lambda_2>0$，$\pi(x)$ 表示 x 到有界闭凸集 D 上的正交投影，D 与离散化方法和采样周期有关.

令 $k_p=\left[L_1\hat{\alpha}_1(k)+L_2\hat{\alpha}_2(k)\right]/\hat{\beta}(k)$，$k_d=-L_2\hat{\alpha}_2(k)/\hat{\beta}(k)$，$K_D\left(k,x(k)\right)=-G\left(x(k)\right)/\hat{\beta}(k)$，则非线性微分黄金分割自适应控制律(29)可表示为

$$u_L(k)=-\left[k_p x(k)+K_D\left(k,x(k)\right)\left(x(k)-x(k-1)\right)\right]. \tag{32}$$

微分系数 $K_D\left(k,x(k)\right)$ 的大小不仅与 k_d 有关，而且会随着 $|x(k)|$ 的变化而变化. 值得注意的是，本文设计的非线性微分黄金分割自适应控制律(29)与文献[13]中的非线性黄金分割自适应控制律不同，文献[13]是针对不同对象进行恒值跟踪时具有不同过渡过程而设计的，它并不能满足高速再入飞行器跟踪具有突变斜率的阻力加速度的要求.

由特征模型(28)、参数估计算法(30)和(31)以及非线性微分黄金分割自适应控制律(29)组成的闭环系统可以写为如下形式

$$x(k+1)+f_1\left(k,x(k)\right)x(k)+f_2\left(k,x(k)\right)x(k-1)=0, \tag{33}$$

其中

$$f_1\left(k,x(k)\right)=-\alpha_1(k)+\left[L_1\hat{\alpha}_1(k)+L_2\hat{\alpha}_2(k)-G\left(x(k)\right)\right]\beta(k)/\hat{\beta}(k), \tag{34}$$

$$f_2\left(k,x(k)\right)=-\alpha_2(k)+G\left(x(k)\right)\beta(k)/\hat{\beta}(k). \tag{35}$$

将闭环系统(33)写为如下形式

$$X(k+1)=A\left(k+1,X(k+1)\right)X(k), \tag{36}$$

其中

$$A\left(k+1,X(k+1)\right)=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -f_2\left(k+1,x(k+1)\right) & -f_1\left(k+1,x(k+1)\right)\end{bmatrix},$$

$$X(k)=\left[x(k)\quad x(k+1)\right]^{\mathrm{T}}.$$

为了书写方便，下文中直接以时变参数 $f_1(k)$ 代替 $f_1\left(k,x(k)\right)$，$f_2(k)$ 代替 $f_2\left(k,x(k)\right)$，$A(k)$

代替 $A(k,X(k))$.

为了证明闭环系统(33)的稳定性, 下面首先给出几个引理.

引理 1[13] 非线性时变系统(33), 在以原点为平衡位置处一致渐近稳定的充分条件为: 对于给定的一个一致有界且正定的矩阵 $P(k,X(k))$, 即存在常数 $m_1>0$ 和 $M_1>0$, 使 $P(k,X(k))$ 满足

$$m_1 I \leqslant P(k,X(k)) \leqslant M_1 I. \tag{37}$$

由

$$A^{\mathrm{T}}(k+1,X(k+1))P(k+1,X(k+1))A(k+1,X(k+1))-P(k,X(k))=-Q(k,X(k)) \tag{38}$$

确定的 $Q(k,X(k))$ 是一致有界且正定的矩阵, 即存在常数 $m_2>0$ 和 $M_2>0$, 使 $Q(k,X(k))$ 满足

$$m_2 I \leqslant Q(k,X(k)) \leqslant M_2 I, \tag{39}$$

其中 I 为相应维数的单位阵.

引理 2 设 $B(k)=(b_{ij}(k))$ 为 n 阶实对称矩阵, 若 $B(k)$ 的各阶顺序主子式均有界且大于正常数, 那么, $B(k)$ 是一致有界且正定的矩阵, 即存在 $m>0$, $M>0$, 使 $mI \leqslant B(k) \leqslant MI$ 成立.

证略.

引理 3[14] 设 $M_2(k)\in\mathbb{R}$, 且 $0<M_2(k)\leqslant M$, M 为正常数, 关于 $Z(k)$ 的二次三项式

$$N(k)=-M_2(k)Z^2(k)+M_1(k)Z(k)+M_0(k) \tag{40}$$

的判别式为

$$\Delta(k)=M_1^2(k)+4M_2(k)M_0(k), \tag{41}$$

则

a) 当 $\Delta(k)>0$, 且 $Z(k)$ 满足

$$\frac{M_1(k)-\sqrt{\Delta(k)}}{2M_2(k)}<Z(k)<\frac{M_1(k)+\sqrt{\Delta(k)}}{2M_2(k)} \tag{42}$$

时, $N(k)>0$.

b) 当 $\Delta(k)>\varepsilon>0$, 且 $Z(k)$ 满足

$$\frac{M_1(k)-\sqrt{\Delta(k)-\varepsilon}}{2M_2(k)}<Z(k)<\frac{M_1(k)+\sqrt{\Delta(k)-\varepsilon}}{2M_2(k)} \tag{43}$$

时, $N(k)>\varepsilon/(4M)$.

对闭环系统(33)的稳定性, 有如下定理:

定理 1 对于参数未知的线性时变对象(28), 其参数属于已知的有界闭凸集 D, 参数估计

算法(30), (31), 且设$0<\beta(k)/\hat{\beta}(k)\leqslant 2$, $\left|G(x(k))\right|<M$, M 为正常数, 以及非线性微分黄金分割自适应控制律(29)组成的闭环系统(33)在以原点为平衡位置处一致渐近稳定的充分条件为:

1) $f_1(k)$ 的变化率满足

$$\frac{N_1(k)}{2}-\sqrt{q_{11}(k)q_{22}(k)-\bar{\delta}}<-\varepsilon_1\Delta f_1(k)<\frac{N_1(k)}{2}+\sqrt{q_{11}(k)q_{22}(k)-\bar{\delta}}. \tag{44}$$

2) $f_1^2(k)$ 和 $f_2^2(k)$ 的变化率满足

$$\Delta(f_1^2(k))<-f_2^2(k+1)+(1+2\varepsilon_1-\delta_2)f_1^2(k+1)-f_1^4(k+1)+\delta_2-\delta_1-\delta_{22}, \tag{45}$$

$$\Delta(f_2^2(k))<(1-\delta_2)f_2^2(k+1)-f_1^2(k+1)f_2^2(k+1)+\delta_1-\delta_{11}, \tag{46}$$

其中, $0<\delta_1<\delta_2$, $0<\delta_{11}$, $0<\delta_{22}$, $0<\bar{\delta}<\delta_{11}\delta_{22}$, $0<\varepsilon_1<\delta_1/(\sqrt{3}M_1)$, M_1 为 $\left|f_1(k)\right|$ 的上界, $\Delta f_1(k)=f_1(k+1)-f_1(k)$, $\Delta f_2(k)=f_2(k+1)-f_2(k)$, $\Delta(f_1^2(k))=f_1^2(k+1)-f_1^2(k)$, $\Delta(f_2^2(k))=f_2^2(k+1)-f_2^2(k)$.

$$N_1(k)=-2p_{12}(k+1)-2[p_{12}(k+1)f_2(k+1)-p_{22}(k+1)f_1(k+1)f_2(k+1)], \tag{47}$$

$$\begin{cases} p_{11}(k)=f_2^2(k)+\delta_1, \\ p_{12}(k)=\varepsilon_1 f_1(k), \\ p_{22}(k)=f_1^2(k)+\delta_2, \end{cases} \tag{48}$$

$$\begin{cases} q_{11}(k)=p_{11}(k)-p_{22}(k+1)f_2^2(k+1), \\ q_{12}(k)=p_{12}(k)+p_{12}(k+1)f_2(k+1)-p_{22}(k+1)f_1(k+1)f_2(k+1), \\ q_{22}(k)=p_{22}(k)-p_{11}(k+1)+2p_{12}(k+1)f_1(k+1)-p_{22}(k+1)f_1^2(k+1). \end{cases} \tag{49}$$

证明 对闭环系统(33), 选取 Lyapunov 函数为

$$V(k)=X^{\mathrm{T}}(k)P(k)X(k).$$

考虑方程(36), 则

$$\Delta V(k)=-X^{\mathrm{T}}(k)\left[P(k)-A^{\mathrm{T}}(k+1)P(k+1)A(k+1)\right]X(k), \tag{50}$$

根据引理 1, $Q(k)$ 可表示为

$$Q(k)=P(k)-A^{\mathrm{T}}(k+1)P(k+1)A(k+1), \tag{51}$$

其中

$$P(k)=\begin{bmatrix} p_{11}(k) & p_{12}(k) \\ p_{12}(k) & p_{22}(k) \end{bmatrix}. \tag{52}$$

$p_{11}(k)$, $p_{22}(k)$, $p_{12}(k)$ 按 (48) 式取值.

由(51)式计算得

$$Q(k)=\begin{bmatrix} q_{11}(k) & q_{12}(k) \\ q_{12}(k) & q_{22}(k) \end{bmatrix}. \tag{53}$$

$q_{11}(k)$，$q_{22}(k)$，$q_{12}(k)$的表达式如 (49) 式所示. 由于系数$\alpha_1(k)$，$\alpha_2(k)$，$\beta(k)$属于已知的有界闭凸集D，参数估计算法(30), (31)使$\hat{\alpha}_1(k)$，$\hat{\alpha}_2(k)$，$\hat{\beta}(k)$也属于有界闭凸集D，根据假设条件$0<\beta(k)/\hat{\beta}(k)\leqslant 2$[15]和$\left|G(x(k))\right|<M$，则由表达式(34), (35)可知，$f_1(k)$和$f_2(k)$有界，即存在$M_1>0$，$M_2>0$，使

$$\left|f_1(k)\right|<M_1,\ \left|f_2(k)\right|<M_2. \tag{54}$$

由于$f_1(k)$和$f_2(k)$均有界，由(48)式可知$P(k)$的各元素均有界，由(49)式可知$Q(k)$的各元素均有界.

第 1 步: 证明$P(k)$是一致有界且正定的矩阵.

$P(k)$的一阶顺序主子式

$$M_{P_1}=p_{11}(k)=f_2^2(k)+\delta_1>\delta_1; \tag{55}$$

$P(k)$的二阶顺序主子式

$$M_{P_2}=p_{11}(k)p_{22}(k)-p_{12}^2(k)=\left(f_2^2(k)+\delta_1\right)\left(f_1^2(k)+\delta_2\right)-\varepsilon_1^2 f_1^2(k)>\delta_1^2-\delta_1^2/3. \tag{56}$$

根据(55)和(56)式，矩阵$P(k)$的一阶顺序主子式M_{P_1}和二阶顺序主子式M_{P_2}均大于正的小常数. 由于$P(k)$的各元素均有界，则M_{P_1}和M_{P_2}有界. 根据引理 2 可以判定$P(k)$是一致有界且正定的矩阵.

第 2 步: 证明$Q(k)$是一致有界且正定的矩阵.

$$q_{11}(k)=-\Delta\left(f_2^2(k)\right)+(1-\delta_2)f_2^2(k+1)-f_1^2(k+1)f_2^2(k+1)+\delta_1, \tag{57}$$

由(46)式可得$q_{11}(k)>\delta_{11}$.

$$q_{22}(k)=-\Delta\left(f_1^2(k)\right)-f_2^2(k+1)+(1+2\varepsilon_1-\delta_2)f_1^2(k+1)-f_1^4(k+1)+\delta_2-\delta_1, \tag{58}$$

由(45)式可得$q_{22}(k)>\delta_{22}$.

$Q(k)$的一阶顺序主子式

$$M_{Q_1}=q_{11}(k)>\delta_{11}; \tag{59}$$

$Q(k)$的二阶顺序主子式

$$M_{Q_2}=-\left[p_{12}(k)-p_{12}(k+1)\right]^2+N_1(k)\left[p_{12}(k)-p_{12}(k+1)\right]+N_0(k). \tag{60}$$

其中

$$N_1(k)=-2p_{12}(k+1)-2\left[p_{12}(k+1)f_2(k+1)-p_{22}(k+1)f_1(k+1)f_2(k+1)\right], \tag{61}$$

$$N_0(k)=p_{12}^2(k+1)+N_1(k)p_{12}(k+1)-[p_{12}(k+1)f_2(k+1)$$
$$-p_{22}(k+1)f_1(k+1)f_2(k+1)]^2+q_{11}(k)q_{22}(k). \tag{62}$$

令 $M(k)=1$, $B(k+1)=p_{12}(k+1)$, $F(k)=0$, $D(k)=q_{11}(k)q_{22}(k)$, $C(k+1)=p_{12}(k+1)f_2(k+1)$ $-p_{22}(k+1)f_1(k+1)f_2(k+1)$, 则

$$N_0(k)=M(k)B^2(k+1)+N_1(k)B(k+1)-M(k)C^2(k+1)+F(k)C(k+1)+D(k), \tag{63}$$
$$N_1(k)=-2M(k)B(k+1)-2M(k)C(k+1)+F(k). \tag{64}$$

二次多项式 $-M(k)[p_{12}(k)-p_{12}(k+1)]^2+N_1(k)[p_{12}(k)-p_{12}(k+1)]+N_0(k)$ 的判别式为

$$\Delta(k)=N_1^2(k)+4M(k)N_0(k)=F^2(k)+4M(k)D(k)=4q_{11}(k)q_{22}(k)>4\delta_{11}\delta_{22}, \tag{65}$$

取 $\varepsilon=4\bar{\delta}$, $0<\bar{\delta}<\delta_{11}\delta_{22}$, 则 $\Delta(k)>\varepsilon$.

$$\frac{N_1(k)-\sqrt{\Delta(k)-\varepsilon}}{2M(k)}<p_{12}(k)-p_{12}(k+1)<\frac{N_1(k)+\sqrt{\Delta(k)-\varepsilon}}{2M(k)}, \tag{66}$$

$$\frac{N_1(k)}{2}-\sqrt{q_{11}(k)q_{22}(k)-\bar{\delta}}<-\varepsilon_1\Delta f_1(k)<\frac{N_1(k)}{2}+\sqrt{q_{11}(k)q_{22}(k)-\bar{\delta}}. \tag{67}$$

当(66)式成立, 即(67)式成立时, 由引理 3(b)知

$$M_{Q_2}>\varepsilon/(4M)=\bar{\delta}. \tag{68}$$

根据(59)和(68)式, 矩阵 $Q(k)$ 的一阶顺序主子式 M_{Q_1} 和二阶顺序主子式 M_{Q_2} 均大于正的小常数. 由于 $Q(k)$ 的各元素均有界, 则 M_{Q_1} 和 M_{Q_2} 有界. 根据引理 2 可以判定 $Q(k)$ 是一致有界且正定的矩阵.

综上所述, 当 $f_1(k)$ 的变化率满足(44)式, $f_1^2(k)$ 和 $f_2^2(k)$ 的变化率满足(45), (46)式, 可以找到一个一致有界且正定的矩阵 $P(k)$, 使得由 (51) 式确定的 $Q(k)$ 也是一致有界且正定的矩阵, 根据引理 1 可以判断闭环系统(33)在以原点为平衡位置处一致渐近稳定.

注 1 定理 1 中的条件 $0<\beta(k)/\hat{\beta}(k)\leqslant 2$ 隐含了 $\beta(k)\neq 0$, 已知 $\beta(k)$ 属于有界闭凸集 D, 则 $\beta(k)\in[\beta_{\min},\beta_{\max}]$, 那么区间 $[\beta_{\min},\beta_{\max}]$ 不包括 0, 投影算法(30), (31)使 $\hat{\beta}(k)\in[\beta_{\min},\beta_{\max}]$, 从而解决了估计值 $\hat{\beta}(k)$ 接近零的问题.

5 自适应制导律设计

由(12)式可得当飞行器沿着参考轨道飞行时所需的跟踪控制量为

$$u_0(k)=\frac{-\ddot{a}_{D_0}+\dfrac{\dot{a}_{D_0}^2}{a_{D_0}}-2\dfrac{a_{D_0}\dot{a}_{D_0}}{v_0}-\dfrac{2a_{D_0}^3}{v_0^2}+\dfrac{2a_{D_0}g^2}{v_0^2}-\dfrac{2a_{D_0}g}{r_0}-\dfrac{a_{D_0}v_0^2}{h_s r_0}+\dfrac{a_{D_0}g}{h_s}+\dfrac{a_{D_0}\ddot{C}_{D_0}}{C_{D_0}}-\dfrac{a_{D_0}\dot{C}_{D_0}^2}{C_{D_0}^2}}{\dfrac{2ga_{D_0}^2}{v_0^2}+\dfrac{a_{D_0}^2}{h_s}}. \tag{69}$$

由于飞行器以高超声速进入地球大气层, 其惯性很大, 在跟踪分段线性的阻力加速度-速度曲线时, 为了进一步减小跟踪误差, 在参考阻力加速度曲线的斜率发生突变的邻域内, 即斜率发生突变的前后一段时间内, 加入逻辑积分控制. 考虑到再入过程中速度变化很快, 本文对逻辑积分进行改进. 为了减小以前误差对现在时刻的影响, 逻辑积分中仅取最近 N 步的误差之和, 即

$$\begin{aligned}
&u_{li}^{*}(k)=-k_{li}\sum_{i=k-N}^{k}x(i),\\
&u_{li}(k)=\begin{cases}u_{li}^{*}(k), & v_1-\Delta v_b\leqslant v\leqslant v_1+\Delta v_a,\\ 0, & \text{其他},\end{cases}\\
&k_{li}=\begin{cases}k_{li}^{+}, & x(k)\big[x(k)-x(k-1)\big]>0,\\ k_{li}^{-}, & x(k)\big[x(k)-x(k-1)\big]<0,\end{cases}\\
&k_{li}^{+}\geqslant k_{li}^{-}\geqslant 0,\quad \Delta v_a>0,\quad \Delta v_b>0.
\end{aligned}\tag{70}$$

v_1 表示参考阻力加速度曲线在第一个转折点处的速度. 式中 N, Δv_a, Δv_b 的取值需要考虑飞行器的特性以及参考阻力加速度曲线的具体形状.

综合(29), (69)和(70)式, 可得跟踪参考阻力加速度的自适应制导律为

$$u(k)=u_0(k)+u_L(k)+u_{li}(k),\tag{71}$$

由于 u 表示铅垂面内的升阻比, 根据(4)式可得倾斜角

$$\sigma=\cos^{-1}\left[\frac{(L/D)_V}{(L/D)}\right]=\cos^{-1}\left[\frac{u}{(L/D)}\right],\tag{72}$$

式中 (L/D) 表示实际升阻比. 由于倾斜角受到上、下界的限制 $\sigma\in[\underline{\sigma},\bar{\sigma}]$, 故 $u(k)$ 也应受到相应的限制 $u(k)\in[\underline{u}(k),\bar{u}(k)]$.

6 仿真算例

考虑一再入飞行器, 其动力学由方程(1)~(3)描述. 仿真时取采样周期为 $\Delta t=0.1\,\mathrm{s}$, 飞行器的各参数取为[16]

$$\begin{aligned}
&m=104305\,\mathrm{kg},\ S=391.22\,\mathrm{m}^2,\\
&C_L=-0.041065+0.016292\alpha+0.00026024\alpha^2,\\
&C_D=0.080505-0.03026C_L+0.86495C_L^2.
\end{aligned}$$

制导的目的是使飞行器跟踪如图 1 所示的分段线性的参考阻力加速度-速度曲线. 图 1 中的阻力加速度-速度曲线位于由最大加热率、最大过载、最大动压和平衡滑翔条件所限定的再入走廊内. 需要注意的是, 图 1 中阻力加速度是速度的函数, 飞行器的再入是一个减速过程.

6.1 跟踪控制律+非线性微分黄金分割控制律

取跟踪控制律(69)和非线性微分黄金分割自适应控制律(29), 即

$$u(k)=u_0(k)+u_L(k), \tag{73}$$

再利用(72)式可算出对应的倾斜角 σ，将其作用于质点运动方程(1)~(3)，即可得到实际的飞行轨道. 图 2 给出了飞行器在制导律(73)作用下对参考阻力加速度-速度曲线的跟踪情形，实线表示实际阻力加速度，虚线表示参考阻力加速度，图 3 给出了跟踪误差随时间的变化曲线. 从图中可看出，除了在第一个转折点附近跟踪有超调外，整个跟踪过程比较理想. 定理 1 中合理的选取满足要求的小常数 δ_1，δ_2，δ_{11}，δ_{22}，$\bar{\delta}$ 和 ε_1，仿真中记录 $f_1(k)$，$f_1^2(k)$ 和 $f_2^2(k)$ 的变化率. 结果表明，在再入飞行的绝大部分时间内，条件(44)~(46)满足.

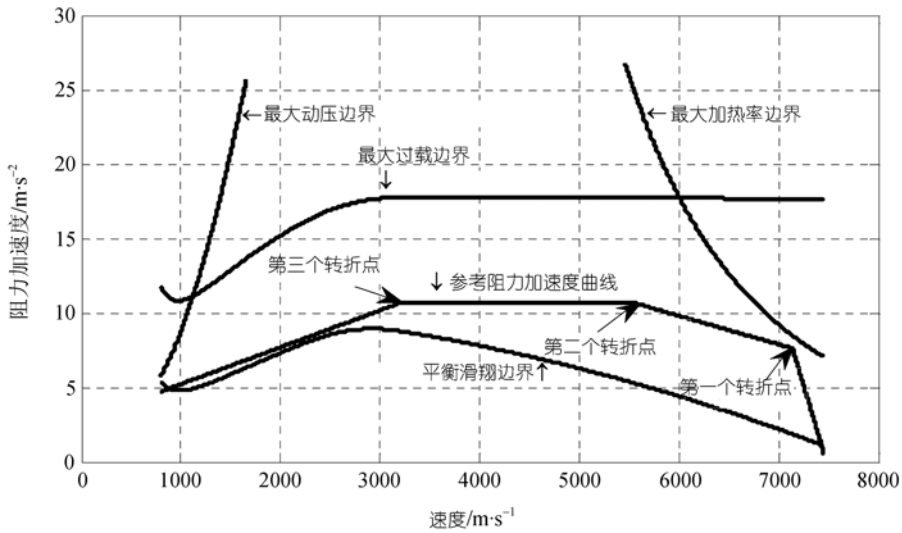


图 1　位于再入走廊内的参考阻力加速度-速度曲线

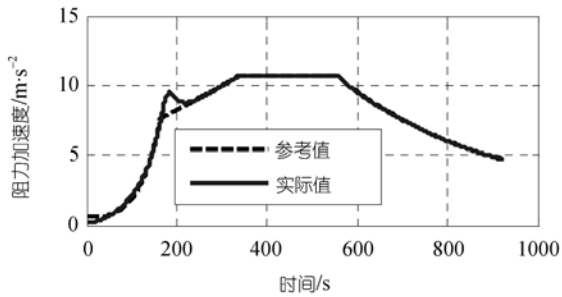


图 2　自适应制导律取(73)式时对参考阻力加速度的跟踪曲线

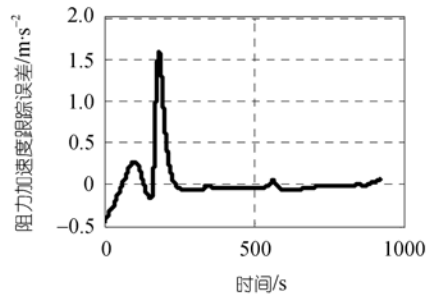


图 3　自适应制导律取式(73)时的跟踪误差曲线

6.2　跟踪控制律+非线性微分黄金分割控制律+逻辑积分控制律

为了进一步减小第一个转折点附近的跟踪误差，加入逻辑积分控制律. 考虑到再入过程中速度变化很快，因此，逻辑积分中仅取最近 N 步的误差之和. 自适应制导律按(71)式计算，

相应的倾斜角按(72)式计算. 图 4 给出了飞行器对参考阻力加速度-速度曲线的跟踪情形, 图 5 给出了对应的误差变化曲线. 可以看出, 加入逻辑积分以后, 在第一个转折点处的跟踪误差得到明显改善, 最大跟踪误差为 $|\Delta a_D| = 0.52\ \mathrm{m/s^2}$. 图 6 给出了倾斜角随时间的变化曲线.

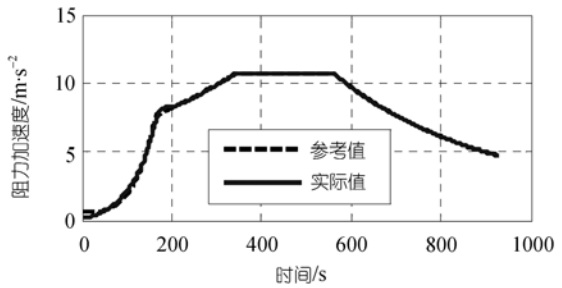


图 4 加入逻辑积分控制律后对参考阻力加速度的跟踪曲线

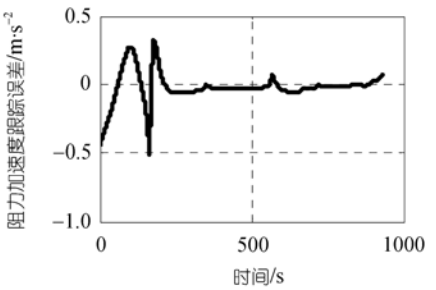


图 5 加入逻辑积分控制律后的跟踪误差曲线

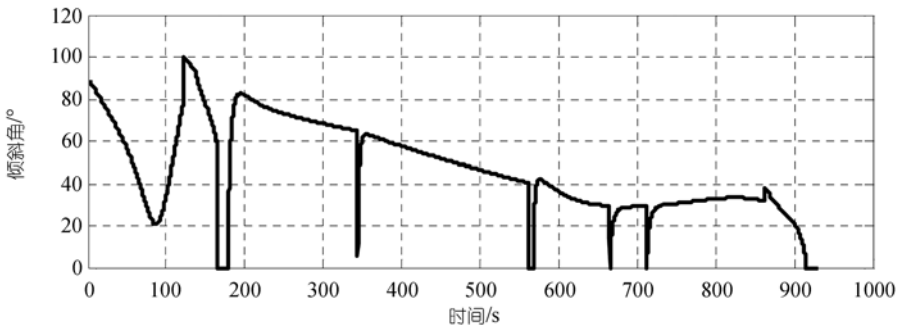


图 6 倾斜角随时间的变化曲线

6.3 与反馈线性化方法的比较

自适应制导律按(71)式计算, 反馈线性化方法参见文献[3, 5~7, 16]. 分别对标称情形、阻力系数变化–40%的情形和存在时变导航误差的情形下, 对 2 种方法进行仿真研究. 仿真中取惯性导航系统引起的高度变化率误差为[16] $\delta\dot{h} = 5\mathrm{e}^{0.005t}$. 从图 7~9 可以看出, 3 种情形下自适应制导方法均优于反馈线性化方法. 由于反馈线性化方法通过完全抵消系统的非线性特性来设计控制律, 当系统存在模型误差时, 非线性不能完全抵消从而导致控制性能下降; 而本文设计的基于特征模型的自适应制导律通过在线估计特征模型的参数来设计控制律, 因此即使存在较大的模型误差, 仍然能获得较好的跟踪性能, 如图 8 所示. 由于反馈线性化制导律中使用了阻力加速度的导数项[16], 而此项中包含高度变化率, 因此导航系统引起的高度变化率误差对系统有较大影响, 本文的自适应制导方法因没有使用阻力加速度的导数项而避免了此问题. 从图 9 可以看出, 导航误差中的高度变化率误差对自适应制导方法的影响很小, 而对反馈线性化方法则引起了较大的跟踪误差.

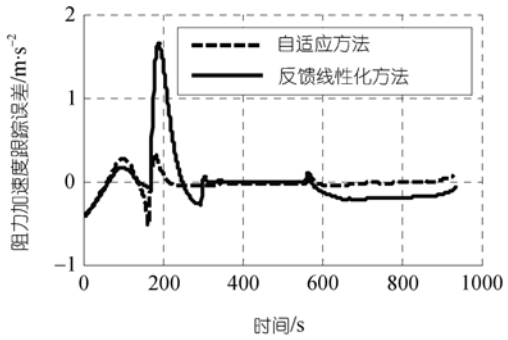


图 7　标称情形下，自适应方法和反馈线性化方法对参考阻力加速度的跟踪误差曲线

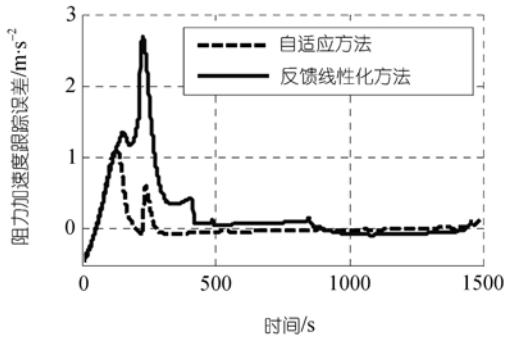


图 8　阻力系数变化 –40%情形下，自适应方法和反馈线性化方法对参考阻力加速度的跟踪误差曲线

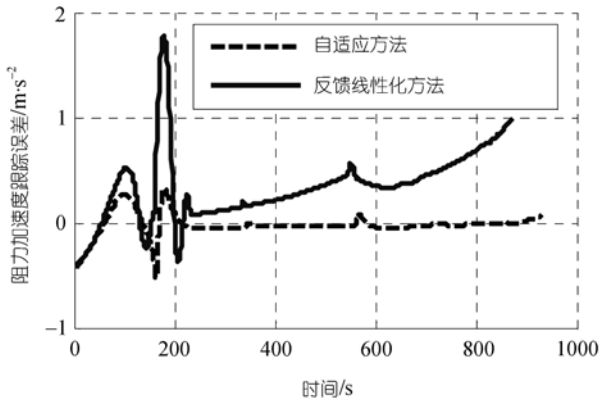


图 9　存在导航误差情形下，自适应方法和反馈线性化方法对参考阻力加速度的跟踪误差曲线

7　结论

本文推导了再入飞行器的特征模型，提出一种新的非线性微分黄金分割自适应控制律. 对于采用二阶时变差分方程描述的特征模型，当其参数属于有界闭凸集时，得到了非线性微分黄金分割自适应控制系统一致渐近稳定的充分条件，即对参数变化速率的约束条件. 通过结合使用跟踪控制律、非线性微分黄金分割控制律和改进的逻辑积分控制律，设计了再入飞行器基于特征模型的自适应制导律. 本文所提出的非线性微分黄金分割控制通过加大微分项的系数从而增大系统的阻尼比，使系统跟踪快速稳定. 逻辑积分的引入进一步减小了在阻力加速度斜率发生突变时的跟踪误差. 仿真算例中，在再入飞行的绝大部分时间内，定理 1 的条件(44)~(46)满足. 从仿真结果可以看出，在跟踪控制律，非线性微分黄金分割控制律和逻辑积分控制律所构成的自适应制导律作用下，系统对阻力加速度的跟踪性能明显优于反馈线性化方法. 同时，本文所提出的将非线性微分黄金分割控制律与改进的逻辑积分控制律相结合的控制方法对于跟踪其他快变且斜率具有突变性的问题具有借鉴意义.

致谢 感谢吴宏鑫院士的指导, 感谢国家自然科学基金 90405017 和国家重点基础研究发展计划 2002CB312205 课题组的全体成员.

参考文献

1 佘文学, 周凤岐, 周军. 非线性变结构制导律. 宇航学报, 2003, 24(6): 638—641
2 郭建国, 水尊师, 周凤岐, 等. 再入飞行器的终端角度约束制导律设计. 弹箭与制导学报, 2006, 26(2): 1081—1083
3 Harpold J, Graves C. Shuttle entry guidance. J Astronaut Sci, 1979, 27(3): 239—268
4 Leavitt J, Saraf A, Chen D T, et al. Performance of evolved acceleration guidance logic for entry(EAGLE). AIAA Technical Report 2002-4456. 2002
5 Yang X L, Mease K D. Entry guidance and trajectory tracking error analysis. J Astronaut, 2004, 25(3): 283—288
6 Mease K D, Kremer J P. Shuttle entry guidance revisited. AIAA Technical Reprot 92-4450. 1992
7 Lu P, Hanson J M. Entry guidance for the X-33 vehicle. J Spacecraft Rockets, 1998, 35(3): 342—349 [DOI]
8 吴宏鑫. 全系数自适应控制理论及其应用. 北京: 国防工业出版社, 1990. 7—9
9 Wu H X, Liu Y W, Liu Z H, et al. Characteristic modeling and the control of flexible structure. Sci China Ser F-Inf Sci, 2001, 44(4): 278—291
10 胡军. 载人飞船全系数自适应再入升力控制. 宇航学报, 1998, 19(1): 8—12
11 王希季. 航天器进入与返回技术. 北京: 宇航出版社, 1991. 44—45
12 孙多青, 吴宏鑫. 多变量线性时变系统的特征模型及自适应模糊控制方法. 宇航学报, 2005, 26(6): 677—692
13 吴宏鑫, 王颖, 解永春. 非线性黄金分割自适应控制. 宇航学报, 2002, 23(6): 1—8
14 孙多青, 吴宏鑫. 四阶时变离散系统的一致渐近稳定性. 控制理论与应用, 2006, 23(6): 845—852
15 解永春, 吴宏鑫. 黄金分割在自适应鲁棒控制器设计中的应用. 自动化学报, 1992, 18(2): 177—185
16 Lu P. Entry guidance and trajectory control for reusable launch vehicles. AIAA Technical Reprot 96-3700. 1996