中国科学：地球科学 SCIENTIA SINICA Terrae 2026 年 第 56 卷 第 5 期： 1924–1931
论 文
《中国科学》杂志社 SCIENCE CHINA PRESS

基于平方根变度量方法的三维弹性全波形反演及不确定性估计

刘前程[1*]，陈凌[1,2]

1. 中国科学院地质与地球物理研究所，岩石圈演化与环境演变国家重点实验室，北京 100029
2. 中国科学院大学地球与行星科学学院，北京 100049
* 通讯作者，E-mail：qliu@mail.iggcas.ac.cn

2025-07-30收稿，2025-12-21修回，2026-02-05接受，2026-04-20网络版发表
国家重点研发计划项目(2023YFF0803200)、中国科学院战略性先导科技专项项目(B类)(XDB0710000)和国家自然科学基金项目(42288201)资助

摘要 全波形反演(Full-Waveform Inversion，FWI)是一种高精度地球物理成像方法，在油气勘探、深部结构探测等领域具有重要应用价值。然而，在大规模三维问题中，与Hessian相关的不确定性估计长期以来一直是制约该方法的关键挑战。本文基于向量版本的平方根变度量(Square-Root Variable Metric，SRVM)算法，将其用于三维弹性FWI，每次迭代仅存储一条与模型同维度的SRVM向量以及一个SRVM标量。在完成基于SRVM的弹性FWI后，利用保存的SRVM向量与标量对逆Hessian矩阵进行采样，获得后验协方差。为便于后验分析与采样，进一步采用随机化奇异值分解(randomized Singular Value Decomposition，randomized SVD)对保存的SRVM向量与标量进行探测。由于三维问题涉及数百万量级的模型参数(在三维每个GLL点上同时定义V_p与V_s)，本文的三维SRVM弹性FWI及不确定性估计在Shaheen II超级计算平台上完成。结果表明，该方法能够在三维Marmousi模型中有效反演地下速度结构，并能准确刻画反演结果的不确定性，为未来大规模三维弹性FWI的实际应用提供重要的方法学支撑与技术参考。

关键词 三维，全波形反演，不确定性估计

1 引言

全波形反演通过最小化观测与模拟地震波形之间的差异，实现对地下物理参数(如P波速度V_p与S波速度V_s)的高精度反演，已成为地球物理勘探领域的核心技术(Tarantola，2005；Virieux和Operto，2009；姚刚和吴迪，2017；杨顶辉等，2025)。随着勘探目标拓展到复杂构造体(Borisov等，2018)以及深部地球层析成像(Tape等，2009；黄雪源等，2021；董兴朋等，2022；Cui等，2024)，能够更真实表征介质弹性性质的三维弹性FWI受到广泛关注(Guasch等，2012)。

然而，三维弹性FWI面临显著的计算与存储挑战。一方面，三维反演通常涉及多参数(如V_p与V_s)及更大规模的波动模拟，使计算代价迅速攀升(Tromp，2020)。另一方面，反演结果不确定性的评估同样困难(Fichtner和Leeuwen，2015；Zhu等，2016)。不确定性估计通常需要与Hessian相关的信息，但在三维大规模问题中，显式计算或存储Hessian(或其逆)在计算与内存上均难以承受(Tarantola，2005)。例如，若模型维数为n，存储Hessian的内存复杂度约为O(n^2)，对百万量级参数而言不可行。

为缓解该问题，研究者提出了多种近似策略，其中变度量(拟牛顿)算法是一类重要方法(Davidon，1991)。Davidon-Fletcher-Powell(DFP)算法(Fletcher和Powell，1963)通过迭代更新逆Hessian近似矩阵，避免显式求解Hessian。Liu等(2019)与Liu和Peter(2019)在变度量框架下提出了无矩阵的向量版本平方根变度量(SRVM)方法；Liu等(2022)也在BFGS框架下给出了类似思路。上述方法在二维算例中表现出良好效果，但其在三维更大规模

中文引用格式：刘前程, 陈凌. 2026. 基于平方根变度量方法的三维弹性全波形反演及不确定性估计. 中国科学: 地球科学, 56(5): 1924–1931, doi: 10.1360/N072025-0415
英文引用格式：Liu Q, Chen L. 2026. 3D square-root variable-metric-based elastic full-waveform inversion and uncertainty estimation. Science China Earth Sciences, 69(5): 1883–1890, https://doi.org/10.1007/s11430-025-1867-y

© 2026《中国科学》杂志社

问题中的适用性与扩展性仍需系统验证。

与二维FWI相比，三维FWI具有更为独特的复杂性(Peter等，2011)。三维模拟需要在x、y、z三个方向求解耦合波动方程，地震波与地下非均匀体之间的相互作用更复杂(Komatitsch和Tromp，2002a)，一些在二维中可忽略的效应在三维中会对反演精度产生关键影响(Komatitsch和Tromp，2002b)。此外，三维问题的数据与模型参数规模显著更大：例如，三维每轴100个网格点的模型包含约100万个参数，而二维同样面内分辨率仅约1万个参数(Komatitsch等，2002)。参数规模的数量级提升进一步加剧了计算与存储负担。因此，在三维基准测试与实际应用中，除了高效的优化算法，还需要在高性能计算(HPC)平台上进行计算流程与I/O的整体设计与优化。这包括对正演与伴随模拟进行合理调度，采用检查点或波场压缩策略控制内存占用，并通过并行I/O策略优化缓解I/O瓶颈，从而保障三维FWI的可扩展性。

本文旨在检验向量版本SRVM算法在三维大规模弹性FWI中的适用性，并实现反演结果的不确定性估计。我们首先回顾向量版本SRVM的基本思想，该算法每次迭代仅需存储一条与模型同维的向量及一个标量，因此适用于三维大规模问题。随后，我们利用迭代过程中存储的SRVM向量与标量对逆Hessian矩阵进行采样，并结合随机化SVD实现低维重建与后验分析。最后，我们在Shaheen II超级计算平台上对三维Marmousi模型开展弹性FWI及不确定性分析，以验证方法的有效性与实用性。

2 方法

2.1 弹性波全波形反演基本原理

弹性波FWI的目标是通过最小化观测数据与模拟数据之间的差异来反演地下介质的弹性参数(Tarantola，2005；Virieux和Operto，2009)。本文采用的数据失配函数定义为

$$\phi(\mathbf{m}) = \frac{1}{2}\left|\mathbf{d}_{\text{obs}} - \mathbf{d}_{\text{syn}}(\mathbf{m})\right|^2 \tag{1}$$

式中，$\mathbf{m}$为模型参数向量，$\mathbf{d}_{\text{obs}}$为观测数据，$\mathbf{d}_{\text{syn}}$为模型$\mathbf{m}$的模拟数据。模型参数通常按照迭代形式更新(Nocedal和Wright，2006)，直至失配函数收敛：

$$\mathbf{m}_{k+1} = \mathbf{m}_k - \alpha_k \mathbf{g}_k \tag{2}$$

式中，α_k为步长，$\mathbf{g}_k = \dfrac{\partial \phi}{\partial \mathbf{m}}$为在$\mathbf{m}_k$处的失配函数梯度。对大尺度模型而言，直接计算Fréchet导数(灵敏度核)难以实现。伴随方法(Tarantola，1987；Tromp等，2005)提供了高效途径：通过一次正演模拟与一次伴随模拟即可获得一阶导数。在本文不考虑衰减的情况下，波动方程满足自伴随性(Tromp等，2005)，因此无需自动微分(Sambridge等，2007；Vlasenko等，2016)即可求解伴随问题，在时间反演条件下可直接复用正演求解器。

弹性波数值模拟以线性弹性波动方程为控制方程，通过胡克定律耦合应力与应变场。三维问题对应三个空间方向上的三组耦合偏微分方程，可同时描述P波与S波的传播(Komatitsch等，2002)。正演问题在给定震源与模型参数条件下求解波动方程以生成合成地震记录(Komatitsch和Tromp，2002a)。伴随方法通过将接收点残差构造为伴随源，使伴随波场从接收点向震源方向反传，并与正演波场互相关计算梯度(Tromp等，2005)。这一过程避免显式构造Fréchet矩阵，使得三维大规模模型的梯度计算成为可能。

2.2 向量版本SRVM算法

SRVM算法源自DFP变度量算法，通过迭代更新逆Hessian的近似矩阵$\mathbf{B}_k$以提高收敛效率(Nocedal和Wright，2006)。DFP中$\mathbf{B}_{k+1}$的更新公式为

$$\mathbf{B}_{k+1} = \mathbf{B}_k - \frac{\mathbf{B}_k \Delta\mathbf{g}_k \Delta\mathbf{g}_k^{\mathrm{T}} \mathbf{B}_k}{\Delta\mathbf{g}_k^{\mathrm{T}} \mathbf{B}_k \Delta\mathbf{g}_k} + \frac{\Delta\mathbf{m}_k \Delta\mathbf{m}_k^{\mathrm{T}}}{\Delta\mathbf{g}_k^{\mathrm{T}} \Delta\mathbf{m}_k} \tag{3}$$

式中，$\mathbf{B} = \mathbf{H}^{-1}$表示逆Hessian，$\Delta\mathbf{g}_k = \mathbf{g}_{k+1} - \mathbf{g}_k$，$\Delta\mathbf{m}_k = \mathbf{m}_{k+1} - \mathbf{m}_k$。为保证$\mathbf{B}_k$正定(Tarantola，2005)，SRVM将$\mathbf{B}_k$表示为平方根分解$\mathbf{B}_k = \mathbf{S}_k \mathbf{S}_k^{\mathrm{T}}$，并通过更新$\mathbf{S}_k$实现迭代：

$$\mathbf{S}_{k+1}\mathbf{S}_{k+1}^{\mathrm{T}} = \mathbf{S}_k \left(\mathbf{I} - \left(\frac{1}{P_k}\right)\mathbf{S}_k^{\mathrm{T}} \mathbf{y}_k \mathbf{y}_k^{\mathrm{T}} \mathbf{S}_k\right)\mathbf{S}_k^{\mathrm{T}} \tag{4}$$

式中，$\mathbf{y}_k = \mu_k \mathbf{g}_k + \Delta\mathbf{g}_k$，$P_k$为中间变量，$\mu_k$为通过抛物线线搜索或Wolfe条件确定的参数(Nocedal和Wright，2006)。为实现无矩阵计算(对大规模三维HPC应用至关重要)(Tromp，2020)，本文采用向量版本SRVM，其计算步骤如下：

(1)初始化$k = 0$，给定初始模型$\mathbf{m}_0$与初始矩阵$\mathbf{S}_0$；

(2)计算梯度$\mathbf{g}_k$，并更新梯度差$\Delta\mathbf{g}_k = \mathbf{g}_{k+1} - \mathbf{g}_k$；

(3)计算$\mathbf{y}_k = \mu_k \mathbf{g}_k + \Delta\mathbf{g}_k$，并令$\mathbf{w}_k = \mathbf{S}_k^{\mathrm{T}} \mathbf{y}_k$；

(4)计算$P_k = \mathbf{w}_k^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\beta}_k \left(\boldsymbol{\beta}_k = \mathbf{S}_k^{\mathrm{T}} \Delta\mathbf{m}_k\right)$以及$Q_k = \mathbf{w}_k^{\mathrm{T}} \mathbf{w}_k$；

(5)计算缩放因子$v_k = \dfrac{1 - \sqrt{1 - \dfrac{Q_k}{P_k}}}{\dfrac{Q_k}{P_k}}$；

(6)更新$\mathbf{S}_{k+1} = \mathbf{S}_k \left(\mathbf{I} - \left(\dfrac{v_k}{P_k}\right)\mathbf{w}_k \mathbf{w}_k^{\mathrm{T}}\right)$；

(7)重复上述步骤直至收敛(k从0到n)。

在弹性FWI中，搜索方向可写为$\mathbf{p}_{k+1}=-\mathbf{S}_{k+1}\mathbf{S}_{k+1}^{\mathrm{T}}\mathbf{g}_k$。该方向可通过对$\mathbf{g}_k$依次施加$\mathbf{S}_{k+1}^{\mathrm{T}}$与$\mathbf{S}_{k+1}$的两次矩阵-向量乘法获得，从而避免显式矩阵运算。与传统DFP需要存储$N\times N$的逆Hessian近似矩阵不同，SRVM仅需存储$N\times r$的矩阵$\mathbf{S}_k$(r为迭代次数，通常远小于N)(Liu等，2019；Liu和Peter，2019)。例如，对于包含100万参数、迭代40次的三维模型，存储开销可从约4 TB(单精度$\mathbf{B}_k$)降至约160 MB(对应$\mathbf{w}_k$)，减少约25000倍。同时，模型更新以向量运算为主，也进一步降低了计算代价。因此，向量版本SRVM每次迭代仅需存储一条与模型同维的向量与一个标量，适用于三维大规模弹性FWI。

2.3　基于随机化SVD的不确定性估计

反演结果的不确定性可由后验协方差或逆Hessian描述(Bui-Thanh等，2013；Liu等，2022)。利用SRVM迭代过程中保存的向量与标量，可对数据失配Hessian的逆进行采样并构建低维近似。为便于后验分析与采样，我们采用随机化奇异值分解(randomized SVD)对这些信息进行探测(Liberty等，2007；Halko等，2011)。具体步骤为：

(1)收集各次迭代保存的SRVM向量，构造矩阵$\mathbf{S}=[\mathbf{S}_0,\mathbf{S}_1,\cdots,\mathbf{S}_n]$；

(2)对$\mathbf{S}$进行随机化SVD，获得主导特征向量与特征值；

(3)利用特征向量$\mathbf{V}$与特征值$\mathbf{\Lambda}$重建逆Hessian的近似：

$$\mathbf{H}^{-1}=\mathbf{V}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^{\mathrm{T}} \tag{5}$$

(4)由后验协方差矩阵的对角元(不确定性图)刻画各参数的不确定性：

$$\mathbf{C}_M=\mathbf{C}_m^{1/2}\mathbf{H}^{-1}\mathbf{C}_m^{1/2}=\mathbf{C}_m^{1/2}\mathbf{V}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^{\mathrm{T}}\mathbf{C}_m^{1/2} \tag{6}$$

式中，$\mathbf{C}_m$为先验模型协方差矩阵，$\mathbf{C}_M$为后验模型协方差矩阵。在实际应用中，$\mathbf{C}_m$常取为对角矩阵。在式(6)的SVD表达下，提取$\mathbf{C}_M$的对角元较为直接：$\mathbf{V}$为“高而瘦”的矩阵，$\mathbf{\Lambda}$为小规模方阵。

需要指出的是，传统SVD对于规模为N的矩阵，其代价约为$O(Nr^2+r^3)$，r为目标秩，对三维大规模问题不可行。随机化SVD通过构造随机测试向量并在低维子空间内求解，可将代价降低至$O(Nrl+l^2r)$，其中l为随机向量数，$t<r$，$l=t+p(p=5-10)$(Halko等，2011)。注意$N\gg r$。附录A对比了SRVM与L-BFGS作为迭代优化方案的性能；附录B给出了SRVM融入反演流程并用于不确定性估计的总体框架。

3　实验设置

3.1　数值模型与观测系统

如图1所示，本文以三维Marmousi模型为测试算例。该模型由经典二维Marmousi模型改造并向侧向延拓得到(Brougois等，1990；Martin等，2006)，并被广泛用于FWI方法验证。模型空间范围($X-Y-Z$)为8400 m×1200 m×3000 m，划分为112×16×40($NX\times NY\times NZ$)个单元，单元尺寸为dX = dY = dZ = 75 m。本文反演参数为P波速度(V_p)与S波速度(V_s)。观测系统由布设在模型顶部边界的64个震源(Shots)与布设在模型底部边界的3841个接收器(Sensors)组成，主要记录透射波数据。本文采用谱元法(SEM)开展数值计算(Peter等，2011)。弹性模型总单元数为143360(71680×2)，对应总GLL点数为17920000(71680×2×125)。

三维Marmousi模型包含非均匀层系、断层以及速度异常等更接近实际的地质特征，用以模拟深海沉积盆地环境(Martin等，2006)。谱元法(Komatitsch和Tromp，2002b)通过Gauss-Lobatto-Legendre(GLL)积分点实现高精度积分(Komatitsch等，2002)。本文将约10 Hz作为有效最高反演频率。每个震源采用主频5 Hz的Ricker子波，接收器记录三分量质点速度，以同时捕获P波与S波信息。

3.2　计算平台与实验参数

数值模拟与反演在Shaheen II超级计算机上完成。计算资源方面，本文使用16个MPI节点(每节点32核)，总CPU时间为50176核时，迭代次数为40。存储系统方面，采用Lustre并行文件系统(Piernas等，2007)作为主要数据存储方案。Shaheen II的Lustre系统容量约17.2 PB，I/O吞

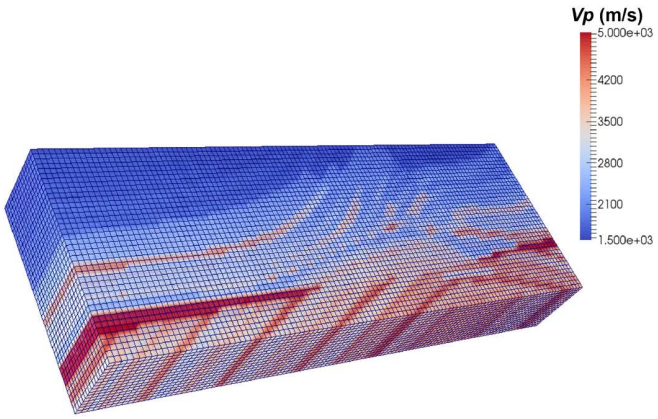

图 1　三维改造Marmousi模型及其由SPECFEM3D内置网格生成器生成的网格。单位为m/s。V_s模型与V_p模型共享相同网格与结构，但按0.67比例缩放。基于该弹性模型的模拟在Shaheen II超级计算平台上运行

吐量约500 GB/s，有助于缓解弹性FWI的I/O瓶颈。正演与伴随模拟基于SPECFEM3D实现(Peter等，2011)，反演流程由SeisFlows管理(Modrak和Tromp，2016)。时间步长dT=1.25×10^{-3} s，总时间步数NSTEP=6000。正演与伴随模拟的平均运行时间分别为4分36秒与11分52秒。两者差异主要源于伴随计算需要额外一次波场传播，同时伴随计算涉及更频繁的I/O操作。本试验共保存40条SRVM向量与40个SRVM标量。

Shaheen II位于KAUST，为Cray XC40超级计算机。其共6174个节点，每节点配备两颗Intel Haswell处理器(每颗16核)与128 GB DDR4内存。本文实验使用16个节点(共512核)，每节点承担约9000个SEM单元。为平衡计算负载，正演模拟与伴随模拟的运行时间配比配置为1:2。SeisFlows(Modrak和Tromp，2016)负责作业调度，自动提交正演与伴随模拟、梯度计算以及SRVM更新等任务。

4 结果与分析

4.1 FWI反演结果

图2自上而下分别给出了真实模型、初始模型以及反演得到的模型。为便于直接比较反演得到的V_p与V_s，本文对反演结果采用相同配色方案。图3A为收敛曲线。结果表明，初始模型由对真实模型进行高斯平滑得到，与真实模型差异显著。基于SRVM的弹性FWI能够较为准确地恢复断层与地层界面等速度结构细节，且与真实模型

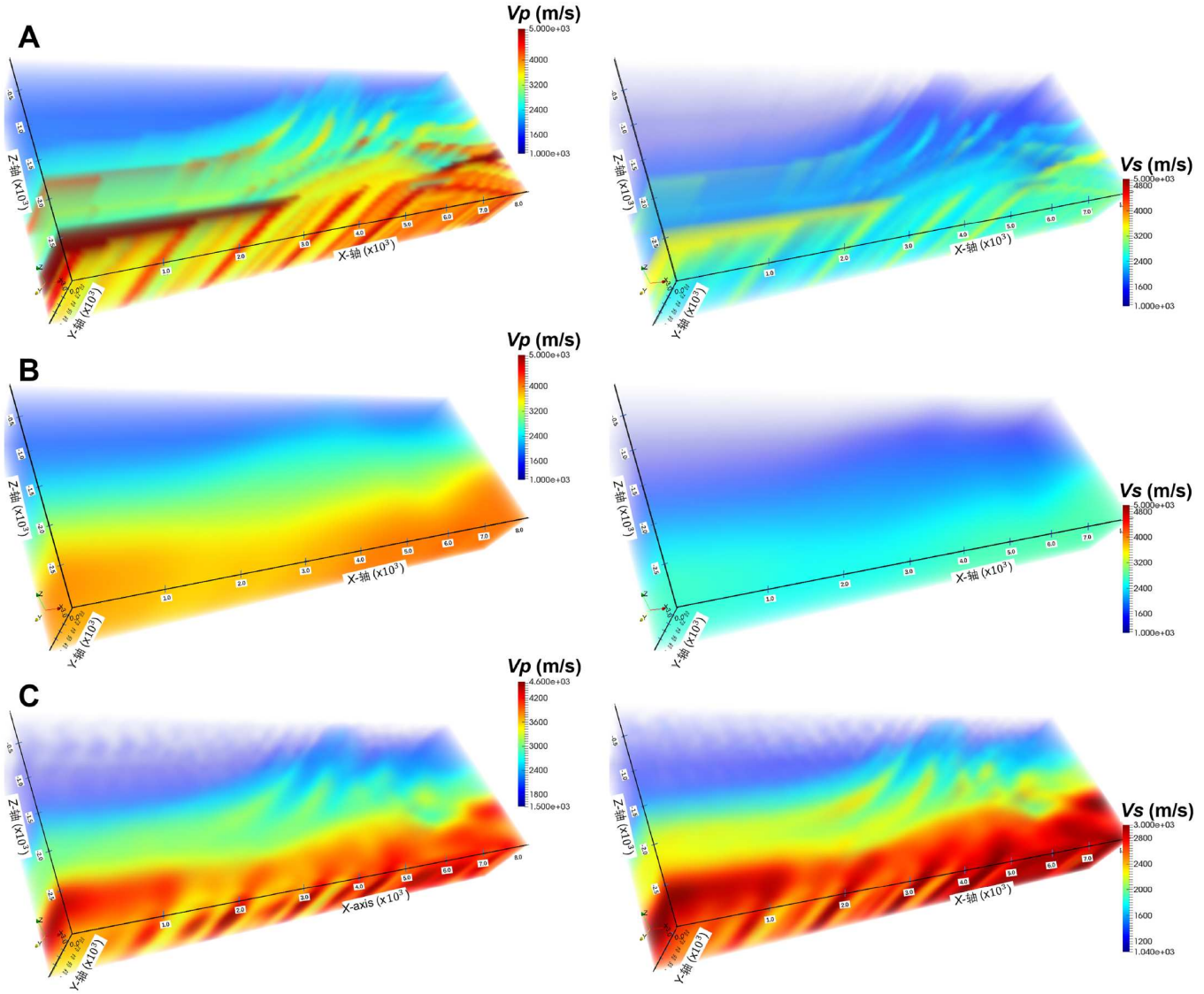

图2 三维Marmousi算例中，自上而下依次为：(A)真实模型、(B)初始模型与(C)反演得到的弹性模型。单位为m/s。为便于直接比较反演得到的V_p与V_s，本文对反演结果采用相同配色方案。由于V_s参数具有更好的数据灵敏度，V_s模型的约束强于V_p模型

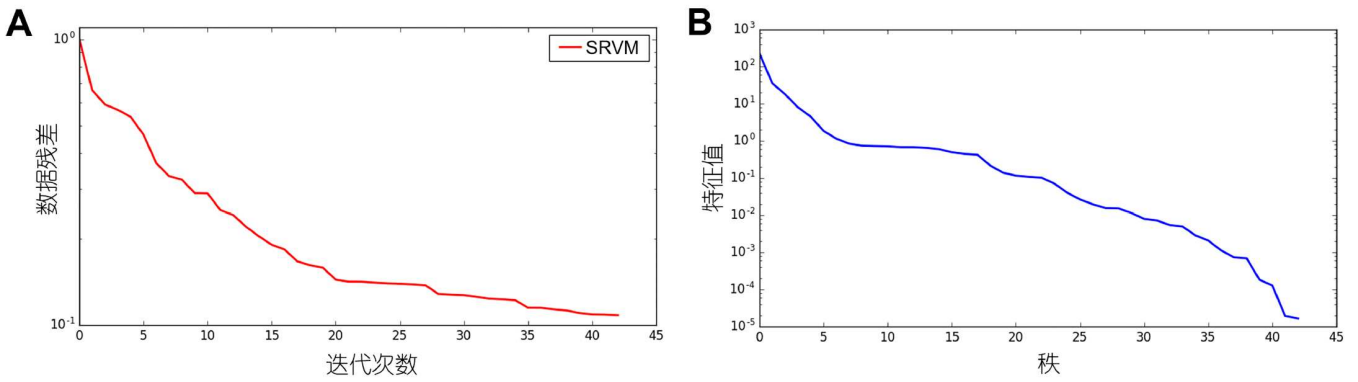

图 3　（A）图2所示三维弹性FWI的收敛曲线；（B）对应的逆Hessian特征值。特征阶数与迭代次数相对应。由SRVM向量构建的随机化SVD采样矩阵所能恢复的最大秩等于迭代次数，因此保留的特征阶数不应超过构建子空间所用的迭代次数。相关特征向量见后续图示

高度一致。V_p与V_s的反演精度总体一致，验证了该方法在多参数反演中的有效性。同时，本文算例中V_s的恢复效果优于V_p。

反演改进最显著的区域位于浅部(小于1000 m)及中深部(1000–2000 m)层段，这些区域具有更好的射线覆盖。在z=1500 m处，反演模型解析出了宽约300 m的断层带，速度对比约500 m/s，且其几何形态与真实模型一致。这表明SRVM能够有效处理强速度梯度引入的非线性效应，这是三维弹性FWI的常见难点之一。

4.2　不确定性估计结果

采用随机化SVD对逆Hessian进行特征分解，可得到其特征值(图3B)、主要特征向量(图4和图5)以及相应的后验协方差。图4展示了第1、3、5阶特征向量，图5展示了第10、20、40阶特征向量，其中后两组图的显示比例为前者的1/5。由于本文仅关注数据失配Hessian的逆，V_p与V_s的特征向量为无量纲。结果表明，低阶特征向量主要反映大尺度结构的不确定性，空间分布范围更广；高阶特征向量主要反映小尺度结构的不确定性，空间分布更为集中。随阶次增加，特征值减小，说明低阶模态对总体不确定性贡献更大。

图6为由后验协方差矩阵对角元平方根得到的不确定性图，数值越大表示该位置参数反演的不确定性越高。需要说明的是，本文主要讨论无量纲不确定性图，强调式(6)中$\mathbf{H}^{-1}$项对后验的贡献，并将先验协方差矩阵视为常数对角矩阵。结果显示，浅部不确定性较低，深部以及构造复杂区域不确定性较高，主要受数据灵敏度降低与覆盖不足影响。V_p与V_s的不确定性分布趋势总体一致，同时V_s的不确定性整体小于V_p。这反映了弹性FWI通常对剪切波速度更为敏感，因此对V_s的约束相对更强(Virieux和Operto，2009)。此外，第1阶特征向量与主要速度结构具有相关性，而第40阶特征向量更多表现为噪声。深部区域(大于2000 m)的不确定性约为浅部的3–5倍，这与波场在深部的几何扩散衰减及覆盖不足相一致。

5　讨论

5.1　方法优势

在计算效率与存储开销方面，向量版本SRVM每次迭代仅需存储一条与模型同维的向量与一个标量；与需要显式存储(逆)Hessian的传统方法相比，内存需求可降低多个数量级(具体取决于参数规模与迭代次数，模型参数越多，效果越显著)，从而使三维大规模弹性FWI成为可能。结合随机化SVD，可利用保存的SRVM向量与标量重建逆Hessian，实现反演结果的不确定性估计。在Shaheen II平台上的试验表明，该方法能够处理数百万量级参数的三维局部尺度弹性FWI(例如，143360个弹性单元对应的离散参数)。

与其他不确定性估计方法相比，例如马尔可夫链蒙特卡洛(MCMC)方法(Martin等，2012)或集合方法(Thurin等，2019)，本文方法具有显著优势。MCMC往往需要成千上万次正演模拟，对三维问题而言计算上难以承受；集合方法在高维情形下也容易受到维数灾难影响。相对而言，SRVM不确定性估计对总FWI运行时间的额外开销很小(小于1%)，具有较强的工程可用性。同时，在SPECFEM3D框架中运行时间随参数规模近似线性增长(Peter等，2011)，也支持其面向区域尺度的可扩展性。

5.2　局限性与未来工作

本文研究基于三维Marmousi合成模型。未来需要进一步扩展到三维区域尺度模型与实际地震数据，以检验

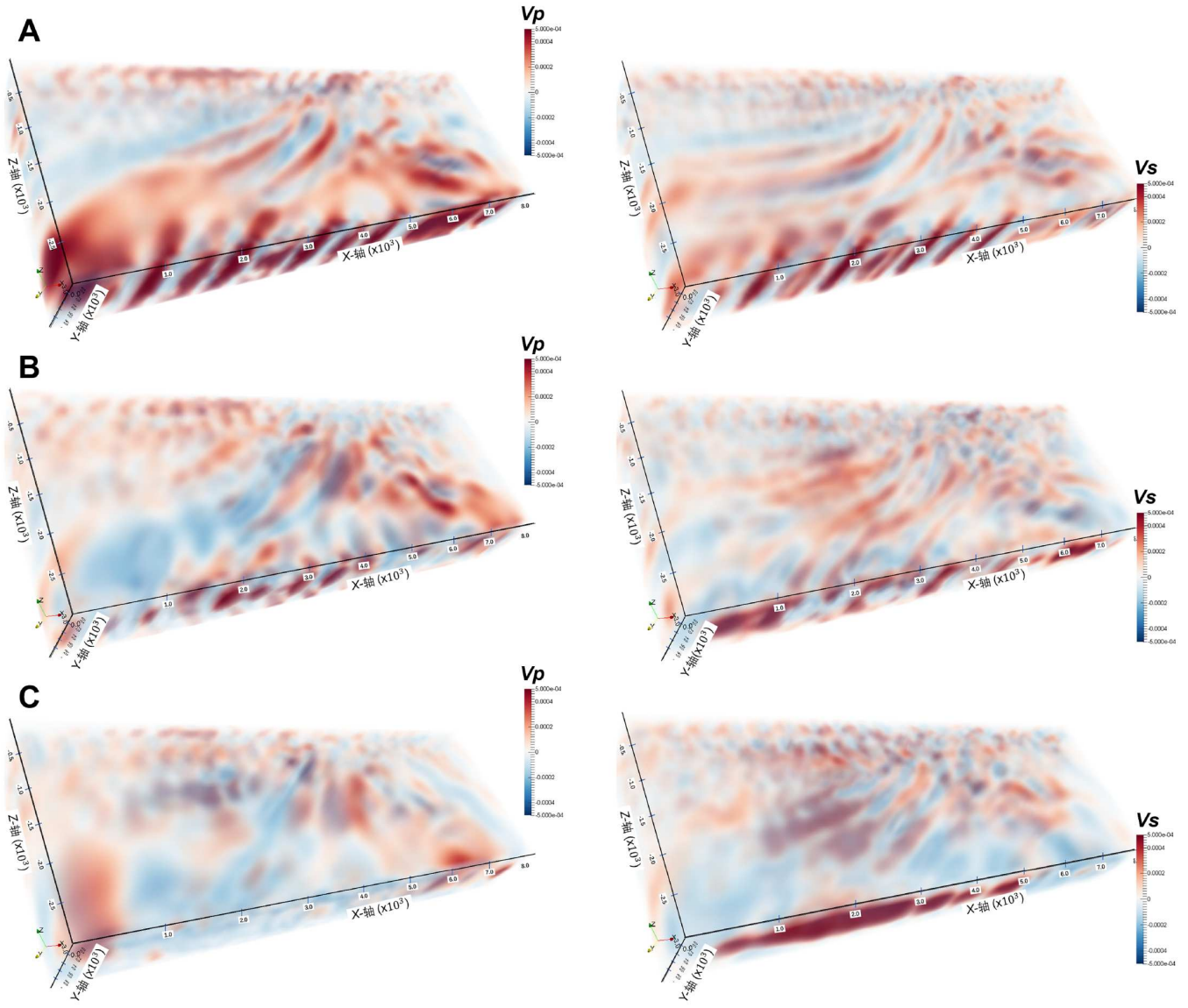

图4　自上而下分别给出随机化SVD计算得到的逆Hessian的(A)第1、(B)第3、(C)第5阶主要特征向量示例。由于本文仅关注数据失配Hessian的逆，V_p与V_s的特征向量为无量纲

方法在更复杂真实地质条件下的表现。本文流程也可与多尺度反演策略结合，以进一步提升深部结构成像精度(Tromp，2020；杨顶辉等，2025)。

当前工作主要局限在于采用无噪声合成数据且波动模拟未考虑衰减。真实地震数据包含噪声与多路径传播等效应，可能降低收敛性并影响不确定性估计。未来可将噪声正则化引入失配函数，并将波动方程扩展为黏弹性形式以考虑衰减(Virieux和Operto，2009)。此外，更大尺度区域模型将需要域分解与动态负载均衡等策略以适配更大规模参数。进一步引入基于Hessian近似的预条件技术(Liu等，2022)也有望加速深部低灵敏度区域的收敛。

6　结论

本文提出并实现了一种适用于三维大规模弹性FWI及不确定性估计的向量版本SRVM方法。通过理论推导、数值试验与超级计算平台验证，主要结论如下：向量版本SRVM通过每次迭代仅存储一条与模型同维的向量，有效降低内存需求，成功应用于涉及数百万参数的三维局部尺度弹性FWI。结合随机化SVD，可利用保存的SRVM向量与标量高效重建逆Hessian，实现反演结果的不确定性估计，并揭示不同尺度结构的不确定性特征。三维Marmousi试验表明，反演模型与真实模型一致性良好，不确定性图能够准确反映反演可靠性的空间分布，验证了方法有效性。本研究为大规模三维弹性FWI的实际应

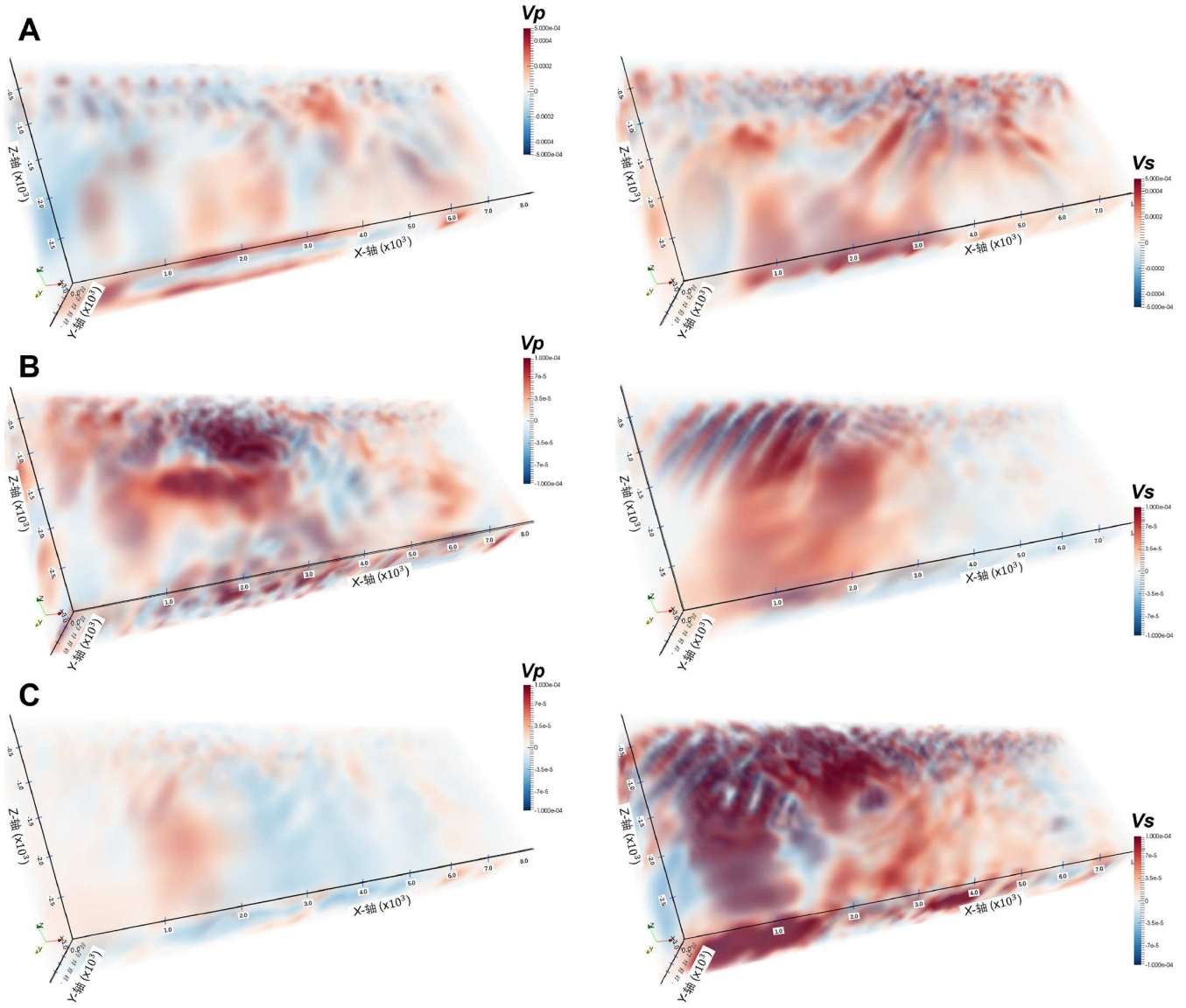

图 5　自上而下分别给出随机化SVD计算得到的逆Hessian的(A)第10、(B)第20、(C)第40阶主要特征向量示例。其中后两组图的显示比例为其他图的1/5。由于本文仅关注数据失配Hessian的逆，V_p与V_s的特征向量为无量纲

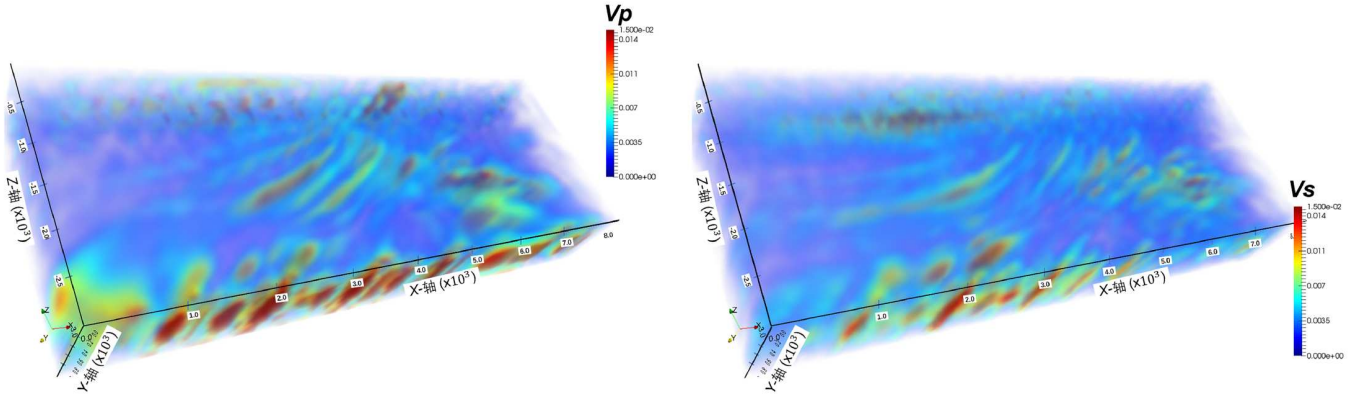

图 6　由后验协方差矩阵对角元得到的不确定性图。本文仅关注数据失配Hessian的逆(即式(6)中的$\mathbf{H}^{-1}$项)，因此V_p与V_s不确定性图为无量纲。V_s模型的不确定性小于V_p，反映弹性FWI通常对剪切波速度比对压缩波速度更敏感，从而对V_s的约束更强(Virieux和Operto，2009)

用提供关键技术支撑，有望在区域地质调查、油气资源勘探等领域发挥重要作用。

致谢 感谢执行主编、责任编委以及两位匿名审稿人提出的建设性意见与建议，显著提升了本文质量。

补充材料 补充材料为作者提供的原始数据，作者对其学术质量和内容负责，详见网络版(http://earthcn.scichina.com)。

参考文献

董兴朋, 杨顶辉, 祝贺君, 等. 2022. 保几何特性的全波形层析成像及其在龙门山地区的应用. 中国科学: 地球科学, 52: 450–461

黄雪源, 杨顶辉, 童平, 等. 2021. 首都圈地壳结构的拟波形层析成像研究. 中国科学: 地球科学, 51: 103–119

杨顶辉, 董兴朋, 黄建东, 等. 2025. 高分辨率全波形地震成像研究——进展、挑战与展望. 中国科学: 地球科学, 55: 319–347

姚刚, 吴迪. 2017. 反射波全波形反演. 中国科学: 地球科学, 47: 1220–1232

Borisov D, Modrak R, Gao F, et al. 2018. 3D elastic full-waveform inversion of surface waves in the presence of irregular topography using an envelope-based misfit function. Geophysics, 83: R1–R11

Brougois A, Bourget M, Lailly P, et al. 1990. Marmousi, model and data. In: EAEG Workshop-Practical Aspects of Seismic Data Inversion. Berlin: European Association of Geoscientists & Engineers

Bui-Thanh T, Ghattas O, Martin J, et al. 2013. A computational framework for infinite-dimensional Bayesian inverse problems part I: The linearized case, with application to global seismic inversion. SIAM J Sci Comput, 35: A2494–A2523

Cui C, Lei W, Liu Q, et al. 2024. GLAD-M35: A joint P and S global tomographic model with uncertainty quantification. Geophys J Int, 239: 478–502

Davidon W C. 1991. Variable metric method for minimization. SIAM J Optim, 1: 1–17

Fichtner A, Leeuwen T. 2015. Resolution analysis by random probing. J Geophys Res Solid Earth, 120: 5549–5573

Fletcher R, Powell M J D. 1963. A rapidly convergent descent method for minimization. Comput J, 6: 163–168

Guasch L, Warner M, Nangoo T, et al. 2012. Elastic 3D full-waveform inversion. In: SEG International Exposition and Annual Meeting. Houston: SEG

Halko N, Martinsson P, Tropp J. 2011. Finding structure with randomness: Probabilistic algorithms for constructing approximate matrix decompositions. SIAM Rev, 53: 217–288

Komatitsch D, Tromp J. 2002a. Spectral-element simulations of global seismic wave propagation—I. Validation. Geophys J Int, 149: 390–412

Komatitsch D, Tromp J. 2002b. Spectral-element simulations of global seismic wave propagation—II. Three-dimensional models, oceans, rotation and self-gravitation. Geophys J Int, 150: 303–318

Komatitsch D, Ritsema J, Tromp J. 2002. The spectral-element method, Beowulf computing, and global seismology. Science, 298: 1737–1742

Liberty E, Woolfe F, Martinsson P, et al. 2007. Randomized algorithms for the low-rank approximation of matrices. Proc Natl Acad Sci, 104: 20167–20172

Liu Q, Peter D, Tape C. 2019. Square-root variable metric based elastic full-waveform inversion—Part 1: Theory and validation. Geophys J Int, 218: 1121–1135

Liu Q, Peter D. 2019. Square-root variable metric based elastic full-waveform inversion—Part 2: Uncertainty estimation. Geophys J Int, 218: 1100–1120

Liu Q, Beller S, Lei W, et al. 2022. Pre-conditioned BFGS-based uncertainty quantification in elastic full-waveform inversion. Geophys J Int, 228: 796–815

Martin G S, Wiley R, Marfurt K J. 2006. Marmousi2: An elastic upgrade for Marmousi. Leading Edge, 25: 156–166

Martin J, Wilcox L C, Burstedde C, et al. 2012. A stochastic Newton MCMC method for large-scale statistical inverse problems with application to seismic inversion. SIAM J Sci Comput, 34: A1460–A1487

Modrak R, Tromp J. 2016. Seismic waveform inversion best practices: Regional, global and exploration test cases. Geophys J Int, 206: 1864–1889

Nocedal J, Wright S. 2006. Numerical Optimization. 2nd ed. Berlin: Springer-Verlag

Peter D, Komatitsch D, Luo Y, et al. 2011. Forward and adjoint simulations of seismic wave propagation on fully unstructured hexahedral meshes. Geophys J Int, 186: 721–739

Piernas J, Nieplocha J, Felix EJ. 2007. Evaluation of active storage strategies for the Lustre parallel file system. In: Proceedings of the 2007 ACM/IEEE Conference on Supercomputing. Reno: IEEE. 1–10

Sambridge M, Rickwood P, Rawlinson N, et al. 2007. Automatic differentiation in geophysical inverse problems. Geophys J Int, 170: 1–8

Tape C, Liu Q, Maggi A, et al. 2009. Adjoint tomography of the Southern California crust. Science, 325: 988–992

Tarantola A. 1987. Inversion of travel times and seismic waveforms. In: Nolet G, ed. Seismic Tomography: With Applications in Global Seismology and Exploration Geophysics. Dordrecht: Springer. 135–157

Tarantola A. 2005. Inverse problem theory and methods for model parameter estimation. In: Society for industrial and applied mathematics. Portland: SIAM

Thurin J, Brossier R, Métivier L. 2019. Ensemble-based uncertainty estimation in full waveform inversion. Geophys J Int, 219: ggz384

Tromp J. 2020. Seismic wavefield imaging of Earth's interior across scales. Nat Rev Earth Environ, 1: 40–53

Tromp J, Tape C, Liu Q. 2005. Seismic tomography, adjoint methods, time reversal and banana-doughnut kernels. Geophys J Int, 160: 195–216

Virieux J, Operto S. 2009. An overview of full-waveform inversion in exploration geophysics. Geophysics, 74: WCC1–WCC26

Vlasenko A V, Köhl A, Stammer D. 2016. The efficiency of geophysical adjoint codes generated by automatic differentiation tools. Comput Phys Commun, 199: 22–28

Zhu H, Li S, Fomel S, et al. 2016. A Bayesian approach to estimate uncertainty for full-waveform inversion using a priori information from depth migration. Geophysics, 81: R307–R323

（责任编委：袁怀玉）