中国科学: 地球科学 2023 年 第 53 卷 第 11 期: 2669 ~ 2681
SCIENTIA SINICA Terrae earthcn.scichina.com
《中国科学》杂志社 SCIENCE CHINA PRESS
论 文

饱和多孔层状介质弹性波衰减频散的应力依赖性

陈阜斌[1,2,3], 宗兆云[1,2*], 印兴耀[1,2], Alexey STOVAS[4]

1. 中国石油大学(华东)深层油气全国重点实验室, 青岛 266580;
2. 崂山实验室, 青岛 266580;
3. Centre for Exploration Geophysics, Curtin University, GPO Box U1987, Perth, WA 6845, Australia;
4. Department of Geoscience and Petroleum, Norwegian University of Science and Technology (NTNU), Trondheim 7031, Norway
* 通讯作者, E-mail: zongzhaoyun@upc.edu.cn

收稿日期: 2022-11-29; 收修改稿日期: 2023-06-30; 接受日期: 2023-07-19; 网络版发表日期: 2023-10-24
国家自然科学基金项目(批准号: 42174139、41974119、42030103)、崂山实验室科技创新项目(编号: LSKJ202203406)、中国国家留学基金委项目(编号: 202206450050)和中国石油大学(华东)研究生创新基金项目(编号: 23CX04003A)资助

摘要 地球内部大量地层具有饱和多孔层状(fluid-saturated porous layered, FSPL)结构, 其整体力学性质、微观孔隙结构及内部弹性波传播特征与初始地应力作用密切相关. 然而, 当前研究仍未提出有效岩石物理与地震波传播理论以表征初始应力对FSPL介质中波传播的影响. 根据孔隙声弹理论与各向异性弹性理论, 本研究提出了考虑初始应力作用的FSPL介质弹性波波动方程. 方程包含了Biot宏观波致流导致的弹性波能量衰减与耗散, 以解释弹性波频散衰减特征. Thomsen弹性各向异性参数用来表征介质层状骨架的各向异性强度. 对波动方程开展平面波分析, 推导出了快、慢纵波以及两类横波的速度表达式. 模拟结果显示, 弹性各向异性参数可以显著影响速度的应力依赖性, 垂向孔隙迂曲度与渗透率对快、慢纵波的速度以及对应的衰减峰具有明显作用, 但是对横波速度及衰减影响甚微. 当FSPL介质受到水平单轴应力作用时, 两个横波速度数值出现差异, 与水平应力方向一致的横波速度较大. 该现象表明水平应力诱发了除水平层理外额外的骨架各向异性. 另外, 理论预测的岩石速度与实验数据具有较好的一致性. 本研究提出的波传播方程与模拟结果有助于更好理解深层高压层状介质中地震波传播特征, 为深层页岩岩石物理、油气勘探以及地应力预测研究提供了新的理论认识.

关键词 饱和多孔层状(FSPL)介质, 初始应力作用, 孔隙声弹理论, 波动方程, 频散衰减

1 引言

地下广泛分布流体饱和多孔层状(fluid-saturated porous layered, FSPL)介质, 如油气充填的多孔页岩及众多包含水平层理的岩石(White等, 1975; Ursin和Stovas, 2006; 刘金霞等, 2012; Carcione, 2015; 刘海浩等, 2021). FSPL介质可以组成高质量烃源岩与油气储层(Johnson和Mase, 1984; Sharma, 2005; Yin和Chang, 2009; Carcione, 2015; Huang等, 2022). 研究FSPL介质的力学性质及其地震波传播机制有助于开展层状页岩储层属性的空间刻画. FSPL介质的骨架可以等效为具有垂直对称轴的横向各向同性(Transversely isotropic

中文引用格式: 陈阜斌, 宗兆云, 印兴耀, Stovas A. 2023. 饱和多孔层状介质弹性波衰减频散的应力依赖性. 中国科学: 地球科学, 53(11): 2669–2681, doi: 10.1360/SSTe-2022-0389
英文引用格式: Chen F, Zong Z, Yin X, Stovas A. 2023. Stress dependence of elastic wave dispersion and attenuation in fluid-saturated porous layered media. Science China Earth Sciences, 66(11): 2622–2634, https://doi.org/10.1007/s11430-022-1147-7

© 2023 《中国科学》杂志社

medium with a vertical symmetry axis, VTI)介质(董良国等, 1999; Carcione, 2015; Rubino等, 2016). 岩石的孔隙度、渗透率以及迂曲度是表征岩石微观物理特征的重要参数(Bernabé和Revil, 1995; 唐晓明, 2011; Chen等, 2017). FSPL介质的渗透率和迂曲度通常也表现出横向各向同性特征(Carcione, 2015; Cheng, 2016). 骨架与孔隙结构的双重各向异性为分析FSPL介质中波传播特征带来了极大挑战. 相关深入研究有助于地震学、地震工程及油气勘探领域的进一步发展(Rüger, 1997; Rubino等, 2016; Makhnenko和Podladchikov, 2018).

Biot(1956a, 1956b)开展了关于流体饱和多孔介质弹性波传播的开创性研究, 并提出了相关的应力应变本构关系与波动方程. 该孔隙弹性理论假设多孔介质的骨架是各向同性的, 所有孔隙具有相同的纵横比. 多孔介质的宏观非均质性导致黏滞性流体与岩石骨架之间的摩擦, 进而造成了波传播的能量耗散. 波的能量耗散在地震记录中通常表现为振幅衰减和速度频散. Biot理论预测饱和多孔各向同性介质中存在两个纵波(即快、慢纵波)以及一个横波, 并给出了相应的解析速度方程. Plona(1980)在水饱和烧结玻璃珠超声实验中观测到了慢纵波, 一定程度上验证了Biot理论. 这一实验发现驱动了一系列关于慢纵波的理论分析与实验研究(Chandler和Johnson, 1981; Bouzidi和Schmitt, 2009). 当前研究表明, 快、慢纵波分别对应孔隙流体与骨架同相与异相两种状态(Morency和Tromp, 2008; Wang等, 2021; Huang等, 2022). 关于孔隙弹性理论发展的详细综述见Carcione(2015)和Cheng(2016). 尽管Biot理论可以描述超声甚至更高频率下波的频散衰减特征, 但是无法准确描述较低频带(如测井、地震或者更低频带)下弹性波的传播规律(印兴耀等, 2015; 杨佳明等, 2021). 针对岩石局部非均质性引起的中观流体流动与微观喷射流而发展的频散机制可以较好地解决这个问题, 进一步完善了孔隙弹性理论(Dvorkin等, 1995; Pride和Berryman, 2003; Pride等, 2004; Gurevich等, 2010; 唐晓明, 2011; Zhang等, 2019; 杨佳明等, 2021). 近50年, 学者们发展了大量中观尺度的孔隙弹性模型, 如斑块饱和模型(White等, 1975; Dutta和Odé, 1979; Johnson, 2001)、精细分层模型(Gurevich和Lopatnikov, 1995; Gelinsky和Shapiro, 1997)以及双孔模型(Pride和Berryman, 2003; Ba等, 2011). Sun等(2015)对比了Biot-Rayleigh双孔模型(Ba等, 2011)以及White等(1975)和Johnson(2001)提出的两种斑状饱和模型, 并借助致密砂岩与石灰岩实测数据说明了Biot-Rayleigh模型在中-高含水饱和度条件下描述岩石纵波速度的优势.

各向异性孔隙弹性理论的概念由Biot(1962)最先提出. White等(1975)推导了考虑多孔层状介质间流体流动作用的纵波速度及衰减表达式, 并进一步提出了相关的低频近似方程. Hwankim等(1987)分析了水平各向同性未固结多孔饱和岩石中的波能量扩散现象, 同时利用一个富有创新性的实验确定了有效扩散矩阵中的两个分量. 之后, 在Biot理论的基础上学者们推导了各向异性多孔介质的应力应变本构方程, 并且根据该本构方程分析了FSPL介质中的地震波频散规律(Thompson和Willis, 1991; Sharma和Gogna, 1991). Carcione(1996)引入更多孔隙弹性参数拓展了Biot理论并模拟了FSPL介质中的波传播规律. 此外, Carcione(1996)详细调查了孔隙迂曲度与渗透率的各向异性特征对弹性波速度与衰减的影响. 为了解释初始应力对FSPL介质弹性波传播的作用, Sharma(2005)借助Biot(1963)提出的力学变形理论推导了考虑初始应力作用的FSPL介质中的波动方程. Rubino等(2016)在Biot力学变形理论(Biot, 1963)的基础上利用最小二乘方法提出了三种各向异性多孔介质的频率相关的等效弹性刚度矩阵, 并进一步表征了不同介质中的弹性波速度和衰减因子方程. 该研究涉及的三种饱和多孔介质的骨架为VTI介质、具有水平对称轴的横向各向同性介质(Transversely isotropic medium with a horizontal symmetry axis, HTI)以及具有倾斜对称轴的横向各向同性介质(Transversely isotropic medium with a tilted symmetry axis, TTI). 该理论被用于研究岩芯尺度下本征各向异性和流体压力扩散对声波频散的影响. Huang等(2022)进一步考虑岩石骨架的黏滞作用带来的能量衰减, 开展了VTI、HTI与TTI多孔介质的弹性波理论与数值模拟工作. 然而, 以上研究均未考虑多孔介质在初始应力作用下产生的静态变形(Liu等, 2021). 静态变形指近似匀速施加的力诱导岩石产生的变形, 其对应的岩石应变对时间的导数近似为零; 动态变形则指微小动态扰动(如远场地震波)诱导岩石产生的变形(Thurston和Brugger, 1964; Pao等, 1984; Liu等, 2021; Zong等, 2023).

声弹理论被广泛用于研究初始应力诱导的岩石静态变形对其宏观力学性质及弹性波传播的影响(Thurston和Brugger, 1964; Pao等, 1984; Degtyar和Rokhlin, 1998; Shapiro, 2017; Chen等, 2022a; Berjamin和De Pascalis, 2022). 该理论最先由Thurston和Brugger (1964)总结提出, 认为岩石颗粒的总位移由两部分组成: 一部分来自于无限小的弹性波扰动; 另一部分来自于初始应力诱导的静态变形. 与传统线性弹性理论仅保留势能函数一阶与二阶项不同, 声弹理论还保留了固体势能函数的三阶项(Winkler和McGowan, 2004; Chen等, 2022b). 在此假设下, 该理论引入了三阶弹性模量(Third-order elastic moduli, 3oEM)用以量化初始应力对各向同性固体材料中的纵横波速度的影响. Pao等(1984)总结了不同类别三阶弹性模量之间的转换关系. 声弹理论的最新综述进展详见Sripanich等(2021). Winkler和McGowan(2004)测量了不同初始应力下的干燥和含水岩石的纵横波速度, 并结合声弹理论中应力相关的纵横波速度方程预测了岩石的三阶弹性模量. 然而, 因为未考虑波致流体流动造成的速度频散, 声弹理论未能合理预测饱和岩石的三阶弹性模量, 因此不能合理预测饱和岩石弹性波速度的应力依赖性. 为了克服这一难题, 学者们结合Biot孔隙弹性理论与声弹理论中的势能函数发展了孔隙声弹理论, 用以描述饱和岩石中弹性波速度的应力依赖性(Grinfeld和Norris, 1996; Ba等, 2013). 然而, 该理论继承了声弹理论中初始应力与静态应变的线性关系, 导致其仅能描述有限应力下的弹性波速度, 无法合理描述大应力范围下的波传播规律(Fu和Fu, 2018; Fu等, 2020; Liu等, 2021). Fu和Fu(2018)利用半经验性的双孔模型在孔隙声弹理论中引入了软孔变形对波速的影响. 新模型预测的饱和岩石的波速与实测数据在高应力条件下有较好的吻合. 然而, 上述孔隙声弹理论尚未考虑饱和多孔介质初始变形对于最终波动方程的作用. Liu等(2021)根据声弹理论的基本假设, 即认为饱和多孔介质颗粒的位移由微小波动与初始静态变形共同组成, 推导了相关的波动方程, 方程包含了黏性流体流动导致的频散效应. 该研究不仅推导了考虑初始岩石变形的精确快、慢纵波以及横波速度, 并给出了三种波速度的简化表达式. 为表征深部高温高压介质地震波传播规律, Zong等(2023)结合声弹理论、热弹理论与Biot孔隙弹性理论提出了孔隙声热弹理论, 揭示了全局流体流动与热耗散对孔隙热弹介质中地震波频散衰减的作用机理.

根据当前提出的声弹理论、孔隙声弹理论和孔隙声热弹理论, 研究人员利用地震和测井资料较好地预测了饱和多孔各向同性介质中地应力及相关参数分布(Schmitt等, 2012; Zuo等, 2021; Chen等, 2023). 然而, 以上理论未考虑层状结构引起的各向异性影响, 仅适用于多孔各向同性介质, 难以准确描述地下广泛发育的FSPL介质的力学性质应力依赖性及波传播规律, 难以为含水平层理储层(如页岩储层)相关的实际工程应用提供有效指导.

本研究根据孔隙声弹理论以及各向异性弹性理论, 推导了初始应力作用下FSPL介质中的弹性波波动方程. 波动方程包含了Biot宏观流衰减机制, 用以解释波的频散衰减特征. 根据提出的波动方程, 利用平面波分析进一步推导了应力相关的纵横波速度及对应衰减因子的解析表达式. 之后, 利用推导的速度及衰减方程详细分析了初始应力(包括有效应力与孔隙压力)、Thomsen各向异性参数及各向异性孔隙参数(迂曲度与渗透率)对弹性波频散衰减的作用机理. 另外, 本文初步讨论了水平单轴初始应力引起的额外各向异性对横波分裂的影响. 最后, 利用两组岩芯实测数据验证提出的理论方程.

2　初始应力作用下FSPL介质弹性波波动方程

2.1　应变能函数

本征水平层理、水平分布的微裂缝以及压实作用会使多孔介质的骨架表现各向异性特征(Stovas和Alkhalifah, 2012; Carcione, 2015). VTI模型可以作为该类各向异性骨架的合理近似(Carcione, 2015). 假设FSPL介质的各向异性完全来源于骨架VTI结构, 那么该双相介质的应变能函数可以写为(Johnson和Mase, 1984; Grinfeld和Norris, 1996; Carcione, 2015; Liu等, 2021)

$$\begin{aligned} H=&\frac{1}{2}\mathbf{c}_{ijkl}\mathbf{E}_{ij}\mathbf{E}_{kl}+\frac{1}{6}\mathbf{c}_{ijklmn}\mathbf{E}_{ij}\mathbf{E}_{kl}\mathbf{E}_{mn}\\ &+\mathbf{C}_1\mathbf{E}_{11}\zeta+\mathbf{C}_2\mathbf{E}_{22}\zeta+\mathbf{C}_3\mathbf{E}_{33}\zeta+F\zeta^2\\ &+\gamma_1\zeta^3+\gamma_2\mathbf{E}^2\zeta+\gamma_3\mathbf{E}\zeta^2+\frac{1}{2}\gamma\left(\mathbf{E}^2-\mathbf{E}_{ij}^2\right)\zeta, \end{aligned} \tag{1}$$

其中, $\mathbf{E}_{ij}$是骨架的应变张量, ζ表示流体和骨架相对运动的有限应变(Ba等, 2013; Liu等, 2021), $\mathbf{c}_{ijkl}$和$\mathbf{c}_{ijklmn}$分

别是骨架的二阶等效刚度矩阵与三阶弹性模量张量. $\mathbf{E}=\mathbf{E}_{ij}\delta_{ij}$. 如果没有特殊说明, 本文中重复的下标字符表示求和运算. $\mathbf{E}_{11}$、$\mathbf{E}_{22}$和$\mathbf{E}_{33}$分别为沿坐标轴X_1、X_2和X_3的主应变, γ、γ_1、γ_2和γ_3是孔隙流体的三阶弹性模量. 其中, γ、γ_2和γ_3控制着流体与骨架的耦合程度(Liu等, 2021). $\mathbf{C}_1$、$\mathbf{C}_2$、$\mathbf{C}_3$和F是孔隙弹性参数. 对于FSPL介质, $\mathbf{C}_1=\mathbf{C}_2=\phi(\alpha_1-\phi)M'$, $\mathbf{C}_3=\phi(\alpha_3-\phi)M'$, $F=\phi^2M'$, 其中的变量在Voigt描述下为a_1=1–($\mathbf{c}_{11}$+$\mathbf{c}_{12}$+$\mathbf{c}_{13}$)/(3K_s), a_3=1–(2$\mathbf{c}_{13}$+$\mathbf{c}_{33}$)/(3K_s), M'=K_s[(1–K^*/K_s)–ϕ(1–K_s/K_f)]$^{-1}$, $K^*=(2\mathbf{c}_{11}+2\mathbf{c}_{12}+4\mathbf{c}_{13}+\mathbf{c}_{33})/9$(Carcione, 2015). $\mathbf{c}_{11}$、$\mathbf{c}_{12}$、$\mathbf{c}_{13}$和$\mathbf{c}_{33}$是Voigt规范下(即物理量下标变换: 11 → 1, 22 → 2, 33 → 3, 23 → 4, 13 → 5, 12 → 6)不受力VTI介质的等效刚度矩阵分量. ϕ是FSPL介质的孔隙度, K_s和K_f分别为基质和流体的体积模量. 对比经典线性孔隙弹性理论的应变能方程, FSPL介质的应变能方程H额外包含了应变的立方项. 立方项的保留引入了三阶弹性模量用以表征FSPL介质宏观弹性性质的应力依赖性.

2.2 动能方程

根据Carcione(2015), 定义宏观尺度上的介质颗粒速度为$v_i^{(x)}=\partial_t u_i^{(x)}$, $x=m,f$; 上标m和f分别表示固体骨架与孔隙流体. 宏观尺度上FSPL介质的动能方程T为

$$2T=\rho v_i^{(m)}v_i^{(m)}+2\rho_f v_i^{(m)}\dot{U}_i+\lambda_i\dot{U}_i\dot{U}_i, \tag{2}$$

其中, $U=\phi(u^{(f)}-u^{(m)})$为相对于骨架的流体流量. $\rho=(1-\phi)\rho_s+\phi\rho_f$, ρ_f是流体密度, ρ_s是固体基质密度. $\lambda_i=(\phi\rho_f-r_i)/\phi^2$是一个组合物理量, 没有具体物理意义, r_i为质量密度分量. 动能方程的详细推导过程见网络版附录A和B(http://earthcn.scichina.com).

2.3 耗散能函数

在经典的Boit孔隙弹性理论中, 波动诱导黏滞流体与骨架的相对流动导致了弹性波传播的能量耗散, 该过程可以用达西定律描述(Biot, 1956a, 1956b). 为了合理描述FSPL介质中的能量耗散, 本文应用多孔各向异性介质的广义达西定律(Carcione, 2015). 根据广义达西定律, FSPL介质的耗散能函数为

$$2D=\mathbf{b}_{ij}\left(v_i^{(m)}-v_i^{(f)}\right)\left(v_j^{(m)}-v_j^{(f)}\right)=\eta\mathbf{k}_{ij}^{-1}\dot{U}_i\dot{U}_j, \tag{3}$$

其中, $\mathbf{b}_{ij}$是摩擦系数矩阵, $\mathbf{k}_{ij}=\phi^2\eta b_{ij}^{-1}$是动态渗透率矩阵, η是流体黏度.

根据FSPL介质的层状结构, 各向异性渗透率$\mathbf{k}_{ij}$可以表示为对角矩阵k_i, 并且满足$k_1=k_2\neq k_3$. 类似地, 摩擦系数矩阵$\mathbf{b}_{ij}$可以退化为b_i, 满足$b_1=b_2\neq b_3$关系. 因此, 方程(3)中的耗散能函数可以简化为

$$2D=b_i\left(v_i^{(m)}-v_i^{(f)}\right)\left(v_i^{(m)}-v_i^{(f)}\right)=\eta k_i^{-1}\dot{U}_i\dot{U}_i, \tag{4}$$

其中, $b_i=\phi^2\eta k_i^{-1}$.

2.4 Lagrangian方程

基于哈密尔顿最小作用原理, Lagrangian方程建立了非保守系统中应变能、动能与耗散势能函数的量化关系, 可用于描述物体的运动过程(Achenbach, 1984). Lagrangian方程可以写为(Biot, 1962)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial T}{\partial\dot{u}_i^{(m)}}\right)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}X_j}\frac{\partial H}{\partial u_{i,j}^{(m)}},(i=1,\ 2,\ 3), \tag{5}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial T}{\partial\dot{U}_i}\right)+\frac{\partial D}{\partial\dot{U}_i}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}X_i}\frac{\partial H}{\partial U_{i,i}},(i=1,\ 2,\ 3), \tag{6}$$

这里, t表示时间, 下表中的逗号表示对相关方向求导, H为应变能函数(见方程(1)). 为简化方程、便于理解, 在后续内容中用u表示骨架颗粒位移, 以替换方程(5)中的$u^{(m)}$.

骨架、流体与骨架之间相对运动的Lagrangian应变为

$$E_{ij}=\frac{1}{2}\left(u_{i,j}+u_{j,i}+u_{k,i}u_{k,j}\right),(i,j=1,\ 2,\ 3) \tag{7}$$

和

$$\zeta=-\left(U_{i,i}+\frac{1}{2}U_{j,j}U_{k,k}\right). \tag{8}$$

结合方程(5)到(8), 可以导出

$$\rho\ddot{u}_i+\rho_f\ddot{U}_i=\left[\left(\delta_{ki}+u_{i,k}\right)\left(\partial H/\partial E_{kj}\right)\right]_{,j},(i=1,\ 2,\ 3), \tag{9}$$

$$\rho_f\ddot{u}_i+\tilde{\rho}_i\ddot{U}_i=-\left[\left(1+U_{k,k}\right)\left(\partial H/\partial\zeta\right)\right]_{,i},(i=1,\ 2,\ 3), \tag{10}$$

其中，$\tilde{\rho}_i=\left(\phi\rho_f-r_i\right)/\phi^2-\mathrm{j}\eta/\left(k_i\omega\right)$，$\omega$是角频率，满足$\omega=2\pi f$，$f$是波传播频率．j=$\sqrt{-1}$是虚数单位．方程(10)中$\tilde{\rho}_i\ddot{w}_i$的下标不表示求和运算．

本研究考虑弹性波波场叠加在受静态初始应力的FSPL介质上，FSPL介质因初始应力产生初始变形(形变)．因此，定义介质骨架总位移、流体与骨架相对流量的总位移得分别满足$\mathbf{u}^t=\mathbf{u}^s+\mathbf{u}^d$和$\mathbf{U}^t=\mathbf{U}^s+\mathbf{U}^d$(Pao等, 1984; Liu等, 2021; Chen等, 2022b)．$\mathbf{u}^s$和$\mathbf{U}^s$分别是初始应力诱导的骨架和流体相对流动的初始静态位移．$\mathbf{u}^d$和$\mathbf{U}^d$分别为弹性波场诱导的骨架和流体相对流动的动态位移．因为初始应力诱导的静态应变是均匀的，所以满足以下关系(Liu等, 2021; Chen等, 2022b)：

$$\frac{\partial u^s_{k,j}}{\partial X_j}=0,\frac{\partial U^s_{k,i}}{\partial X_i}=0,\frac{\partial u^s_{k,j}}{\partial t}=0,\frac{\partial U^s_{k,i}}{\partial t}=0. \tag{11}$$

另外，因为初始静态应变远大于弹性波诱导的动态应变，因此$u^s_{k,j}\gg u^d_{k,j}$, $U^s_{k,j}\gg U^d_{k,j}$.

将方程(1)、(2)和(4)代入方程(9)和(10)，并借助方程(11)，可以进一步得到

$$\begin{aligned}&\rho\ddot{u}_i^{\,d}+\rho_f\ddot{U}_i^{\,d}=\\&\mathbf{\Xi}_{ijkl}u^d_{k,lj}+\mathbf{\Omega}_{ij}U^d_{k,kj},(i=1,\,2,\,3),\end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned}&\rho_f\ddot{u}_i^{\,d}+\tilde{\rho}_i\ddot{U}_i^{\,d}=\\&\mathbf{\Lambda}_{kj}u^d_{k,ij}+\Upsilon U^d_{k,ik},(i=1,\,2,\,3),\end{aligned} \tag{13}$$

其中，

$$\begin{cases}\mathbf{\Xi}_{ijkl}=\mathbf{c}_{ijkl}+\mathbf{c}_{ijklmn}u^s_{m,n}-(2\gamma_2+\gamma)\zeta^s\delta_{if}\delta_{kl}+\gamma\zeta^s\delta_{ik}\delta_{lj}\\\qquad\qquad-C_k\zeta^s\delta_{it}\delta_{kj},\\\mathbf{\Omega}_{ij}=-\left(2\gamma_2e^s-2\gamma_3\zeta^s+\gamma e^s+\mathbf{C}_k\right)\delta_{ij}+(\gamma-\mathbf{C}_k)u^s_{i,j},\\\mathbf{\Lambda}_{kj}=-\left(2\gamma_2e^s+\gamma e^s+\mathbf{C}_k+\mathbf{C}_k\zeta^s\right)\delta_{kj}+\gamma u^s_{k,j},\\\Upsilon=4F\zeta^s+2F+6\gamma_1\zeta^s-\mathbf{C}_ke^s,\end{cases} \tag{14}$$

其中，e^s和ζ^s分别为初始应力导致骨架和流体产生的初始静态应变，e^s和ζ^s引入了初始应力对弹性波频散衰减的影响，具体求解方法见网络版附录C. $F=\phi^2M'$. 方程(12)和(13)是初始应力作用下FSPL介质上的弹性波扰动的波动方程，考虑了Biot衰减机制，可以用来描述FSPL介质中应力相关的弹性波传播特征.

3　平面波分析

为了保证所得结论的广泛适用性并且简化分析步骤，本文根据提出的波动方程与平面波位移方程分析初始应力作用下FSPL介质弹性波的频散衰减规律．骨架和流体相对流量的动态位移方程可以写为(Liu等, 2021; Chen等, 2022b)

$$\mathbf{u}^d=\mathbf{u}_0e^{\mathrm{j}\omega\left(\frac{\mathbf{n}_iX_i}{V}-t\right)},\mathbf{U}^d=\mathbf{U}_0e^{\mathrm{j}\omega\left(\frac{\mathbf{n}_iX_i}{V}-t\right)}, \tag{15}$$

式中$\mathbf{u}_0$和$\mathbf{U}_0$为平面波振幅，$\mathbf{n}$是波传播的方向矢量，v是波传播的相速度，t为时间．将方程(15)代入波动方程(12)和(13)推导出

$$\left(\mathbf{A}_{ik}-\rho V^2\delta_{ik}\right)u_{k0}+\left(\mathbf{B}_{ik}-\rho_fV^2\delta_{ik}\right)U_{k0}=0, \tag{16}$$

$$\left(\mathbf{A}'_{ik}-\rho_fV^2\delta_{ik}\right)u_{k0}+\left(\mathbf{B}'_{ik}-\tilde{\rho}_iV^2\delta_{ik}\right)U_{k0}=0, \tag{17}$$

其中，

$$\begin{aligned}&\mathbf{A}_{ik}=\mathbf{\Xi}_{ijkl}\mathbf{n}_l\mathbf{n}_j,\mathbf{B}_{ik}=\mathbf{\Omega}_{ij}\mathbf{n}_k\mathbf{n}_j,\\&\mathbf{A}'_{ik}=\mathbf{\Lambda}_{kj}\mathbf{n}_i\mathbf{n}_j,\mathbf{B}'_{ik}=\Upsilon\mathbf{n}_i\mathbf{n}_k.\end{aligned} \tag{18}$$

因为u_{k0}和U_{k0}有非零解，所以

$$\begin{vmatrix}\mathbf{A}_{ik}-\rho V^2\delta_{ik}&\mathbf{B}_{ik}-\rho_fV^2\delta_{ik}\\\mathbf{A}'_{ik}-\rho_fV^2\delta_{ik}&\mathbf{B}'_{ik}-\tilde{\rho}_iV^2\delta_{ik}\end{vmatrix}=0, \tag{19}$$

$(i,\,k=1,\,2,\,3)$.

为分析弹性波速度和衰减的应力依赖性，本文考虑沿垂直坐标轴X_3传播的平面波，其传播矢量为$\mathbf{n}=(0,0,1)$. 这种情况下，方程(16)和(17)可以简化为

$$\begin{aligned}&\left(\mathbf{\Xi}_{i3k3}-\rho V^2\delta_{ik}\right)\mathbf{u}_{k0}+\mathbf{\Omega}_{i3}\mathbf{U}_{30}\\&-\rho_fV^2\delta_{ik}\mathbf{U}_{k0}=0,(i=1,\,2,\,3)\end{aligned} \tag{20}$$

和

$$\begin{aligned}&\left(\mathbf{\Lambda}_{k3}-\rho_fV^2\delta_{ik}\right)\mathbf{u}_{k0}\\&+\Upsilon\mathbf{n}_i\mathbf{U}_{30}-\tilde{\rho}V^2\delta_{ik}\mathbf{U}_{k0}=0,(i=1,\,2,\,3).\end{aligned} \tag{21}$$

方程(20)和(21)中的$\mathbf{u}_{k0}$和$\mathbf{U}_{k0}$存在非零解，因此

$$\begin{vmatrix}\mathbf{\Xi}_{1313}-\rho V^2&0&0&-\rho_fV^2&0&0\\0&\mathbf{\Xi}_{2323}-\rho V^2&0&0&-\rho_fV^2&0\\0&0&\mathbf{\Xi}_{3333}-\rho V^2&0&0&\mathbf{\Omega}_{33}-\rho_fV^2\\-\rho_fV^2&0&0&-\tilde{\rho}_1V^2&0&0\\0&-\rho_fV^2&0&0&-\tilde{\rho}_1V^2&0\\0&0&\mathbf{\Lambda}_{33}-\rho_fV^2&0&0&\Upsilon-\tilde{\rho}_3V^2\end{vmatrix}=0. \tag{22}$$

进一步化简方程(22), 可以推导出应力相关的波传播的复速度, 为

$$V_{S1}=\sqrt{\Xi_{1313}/\left(\rho-\rho_f^2/\widetilde{\rho}_1\right)}, \tag{23}$$

$$V_{S2}=\sqrt{\Xi_{2323}/\left(\rho-\rho_f^2/\widetilde{\rho}_1\right)}, \tag{24}$$

$$V_{P1}=\sqrt{\left(-\mathbf{P}_2+\sqrt{\mathbf{P}_2^2-4\mathbf{P}_1\mathbf{P}_3}\right)/(2\mathbf{P}_1)}, \tag{25}$$

$$V_{P2}=\sqrt{\left(-\mathbf{P}_2-\sqrt{\mathbf{P}_2^2-4\mathbf{P}_1\mathbf{P}_3}\right)/(2\mathbf{P}_1)}, \tag{26}$$

其中, $\mathbf{P}_1=\rho_f^2-\rho\widetilde{\rho}_3$, $\mathbf{P}_2=\widetilde{\rho}_3\Xi_{3333}+\rho\Upsilon-\rho_f(\mathbf{\Omega}_{33}+\mathbf{\Lambda}_{33})$, $\mathbf{P}_3=\mathbf{\Lambda}_{33}\mathbf{\Omega}_{33}-\Upsilon\Xi_{3333}$. 系数$\Xi_{1313}$, Ξ_{2323}, Ξ_{3333}, $\mathbf{\Omega}_{33}$, $\mathbf{\Lambda}_{33}$和Υ的表达式见网络版附录D. V_{S1}, V_{S2}, V_{P1}和V_{P2}分别是快横波、第二类横波、快纵波以及慢纵波的复速度. 快横波速度主要与骨架性质相关, 第二类横波速度可以用来解释初始应力诱导的额外各向异性强度. 快纵波速度大小与骨架和流体的性质高度相关, 慢纵波由Biot衰减机制给出. 这四类波的相速度$\mathbf{V}_i$以及品质因子$\mathbf{Q}_i$可以由复速度求得:

$$\begin{cases}\mathbf{V}_i=\left[\mathrm{Re}\left(1/\mathbf{V}_i\right)\right]^{-1},\\ \mathbf{Q}_i=\dfrac{\mathrm{Re}(\mathbf{V}_i)}{\mathrm{Im}(\mathbf{V}_i)},\end{cases}\quad (i=\mathrm{S1},\ \mathrm{S2},\ \mathrm{P1},\ \mathrm{P2}), \tag{27}$$

式中的符号Re和Im分别表示相关物理量的实部和虚部. 本文利用品质因子的倒数$1/\mathbf{Q}_i$作为衰减因子, $1/\mathbf{Q}_i$越大, 波的衰减越显著. 至此, 根据方程(23)~(27)可分析初始应力、频率、孔隙弹性参数(如孔隙度、渗透率以及迂曲度)及骨架各向异性参数对弹性波频散衰减的影响.

4 模拟结果与讨论

根据Nur和Simmons(1969), Carcione等(2019)以及Liu等(2021)研究中给出的岩石数据, 本文设计了一个接近真实岩石的水饱和多孔层状(FSPL)介质, 用以模拟有效应力、孔隙弹性参数以及各向异性参数对弹性波传播的影响. 该FSPL介质的基本性质见表1. 因为FSPL介质具有层状结构, 因此一般来说介质的水平渗透率高于垂向渗透率, 即$k_1=k_2>k_3$.

图1展示了不同初始应力下FSPL介质(性质见表1)以及多孔各向同性介质(性质见表1, 各向异性参数均设置为0)中快、慢纵波和横波相速度随频率的变化特征. 据图所示, 垂直有效应力会显著增加快全频段快纵波以及横波的速度, 但是, 慢纵波速度在频率10^0Hz到10^6Hz之间对有效应力不敏感, 在频率10^6Hz到10^8Hz之间随着有效应力的增大而小幅减小. 根据Biot理论与声弹理论, 慢纵波在高频段的应力依赖性可能是因为岩石受力导致孔隙空间压缩, 在岩石受高压导致孔隙闭合这一极限情况下, 慢纵波将消失. 根据图1a、1c和1e, 各向异性(层状)岩石的快、慢纵波和横波速度对初始应力的依赖性高于多孔各向同性介质速度的应力依赖性(即速度随应力变化的斜率), 这是因为层状介质相较于各向同性介质更容易受力压缩, 导致其速度及弹性参数(如体积模量、剪切模量)受初始应力作用更显著(Shapiro, 2017). 关于波的衰减现象, 快纵波衰减系数($1/\mathbf{Q}_{\mathrm{P1}}$)受垂直有效应力的压制.

然而, 慢纵波和快横波的衰减系数($1/\mathbf{Q}_{\mathrm{P2}}$和$1/\mathbf{Q}_{\mathrm{S1}}$)基本不受垂直有效应力的影响. 此外, 在垂直有效应力下或者不受力的FSPL介质中, 两个横波速度始终一致, 这说明垂直有效应力并不会为FSPL介质诱发额外的各向异性, 这符合Rasolofosaon(1998)和Sarkar等(2003)描述的初始垂直应力与应力诱导各向异性的关系. 对比图1b、1d和1f, 可以发现快纵波的衰减特征频率大约在$10^{5.5}$Hz, 而横波的衰减特征频率低于快纵波特征频率, 大约为$10^{4.5}$Hz. 两者特征频率不一致的原因为FSPL介质渗透率和迂曲度的各向异性特征(即水平与垂向数值不相等). 对于多孔各向同性介质, 其快纵波与横波的特征频率一致.

为厘清FSPL介质渗透率和迂曲度的各向异性特征对弹性波频散衰减特征的影响, 本文首先绘制了无外加应力情况下FSPL介质(见表1)在不同垂向迂曲度(ℓ_3为1.5与2.9)下的纵波频散衰减模拟结果, 如图2所示. 据上文分析结果及横波速度方程(23)和(24), 横波频散衰减的主要影响因素为水平渗透率与迂曲度, 垂向渗透率的改变不会影响其频散特征, 因此未展示其相应图鉴. 据图2所示, 随着垂向迂曲度增大, 高频(>10^6Hz)快、慢纵波速度显著降低, 而中低频快、慢纵波速度几乎不受垂向迂曲度影响. 同时, 增大的垂向迂曲度降低了快、慢纵波衰减峰对应的特征频率. 在10^4Hz到10^8Hz频率范围内, 衰减因子也随垂向迂曲度的增大而减小. 迂曲度表示了岩石孔隙结构的复杂

表 1　FSPL介质基本性质

参数	数值	参数	数值
孔隙度ϕ	0.1	各向异性参数$\delta^{(H)}$	0.1
迂曲度分量$\ell_1 = \ell_2$	3.7	骨架3oEM, $\mathbf{c}_{111}$	631GPa
迂曲度分量ℓ_3	2.9	骨架3oEM, $\mathbf{c}_{112}$	−921GPa
渗透率分量$k_1 = k_2$	100md	骨架3oEM, $\mathbf{c}_{113}$	−4924GPa
渗透率分量k_3	10md	骨架3oEM, $\mathbf{c}_{123}$	−608GPa
基质体积模量K_s	25.5GPa	骨架3oEM, $\mathbf{c}_{133}$	−1056GPa
骨架体积模量K_m	18.08GPa	骨架3oEM, $\mathbf{c}_{144}$	−4025GPa
剪切模量μ_m	13.29GPa	骨架3oEM, $\mathbf{c}_{155}$	−16050GPa
纵波模量M_m	38.8GPa	骨架3oEM, $\mathbf{c}_{222}$	3525GPa
基质密度ρ_s	2760kg m^{-3}	骨架3oEM, $\mathbf{c}_{333}$	−13056GPa
水体积模量K_f	2.25GPa	骨架3oEM, $\mathbf{c}_{344}$	−5200GPa
密度ρ_f	1000kg m^{-3}	流体3oEM, γ	−1800GPa
黏度η	0.001Pa s	流体3oEM, γ_1	1.93GPa
各向异性参数$\varepsilon^{(H)}$	0.1	流体3oEM, γ_2	2100GPa
各向异性参数$\gamma^{(H)}$	0.1	流体3oEM, γ_3	4400GPa

程度, 在其他条件不变的条件下, 岩石孔隙结构越复杂(即迂曲度越大) (Carcione, 2015), 弹性波通过岩石的阻碍越强, 致使其速度降低.

此外, 本文对无应力情况下FSPL介质(见表1)在不同垂向渗透率(k_3为100md和10md)下的频散衰减开展模拟, 如图3所示. 模拟结果显示, 快、慢纵波的高频(>$10^{7.5}$Hz)与低频(<10^3Hz)速度几乎与垂向渗透率的改变无关, 快、慢纵波的衰减峰值大小也未受渗透率改变的影响. 但是, 增大的垂向渗透率使快、慢纵波的衰减特征频率向低频移动, 渗透率与Biot衰减特征频率的反比关系由方程$\omega_c = \eta\phi / \left(k_3 \rho_f\right)$给出(Biot, 1956a, 1956b).

前述模拟中对FSPL介质施加的上覆有效应力(见图1)会显著改变骨架的各向异性参数大小, 但是不会改变骨架的层状结构, 即受垂直应力作用的层状介质仍然保持水平各向同性特征, 其中的两个横波速度大小仍保持一致(Rasolofosaon, 1998; Sarkar等, 2003; Shapiro, 2017). 图4展示了水平单轴应力σ_{22}作用下FSPL介质(见表1)的横波速度与衰减因子的特征. 可以发现, 水平应力诱导了额外的骨架各向异性, 致使两个横波速度大小出现差异. 两类横波之间的速度差异程度可以用来衡量水平单轴应力的强度. 然而, 横波衰减因子对水平单轴应力并不敏感. 相关研究表明施加的水平应力会使岩石表现出类似于HTI介质的各向异性特征(Johnson和Rasolofosaon, 1996; Sarkar等, 2003; Chen等, 2022b), 因此, 受水平单轴应力σ_{22}作用的FSPL介质的骨架可能表现出正交各向异性特征, 有待后续分析与验证.

图5展示了提出的新模型与Liu各向同性模型(Liu等, 2021)预测的岩石样品快纵波、横波速度与实测数据的对比. 图5a所示岩样Shale A受三轴加载作用, 实测数据来自Dewhurst和Siggins(2006). 图5b所示岩样Rock B的数据由Fu和Fu(2018)在固定围压、改变孔隙压力的条件下测得. 两块岩样的相关弹性参数如表2所示. 表中三阶弹性模量(3oEM)是根据实验数据由最小二乘算法求得. 预测结果与实测数据均显示, 快纵波与横波速度随三轴应力的增大而增大, 随着孔隙压力的增大而减小(在图5a中, 围压固定为65MPa, 所以孔隙压力增大表示有效应力减小). 对比新模型与Liu模型的预测结果, 可以发现, 新模型(公式中三个各向异性

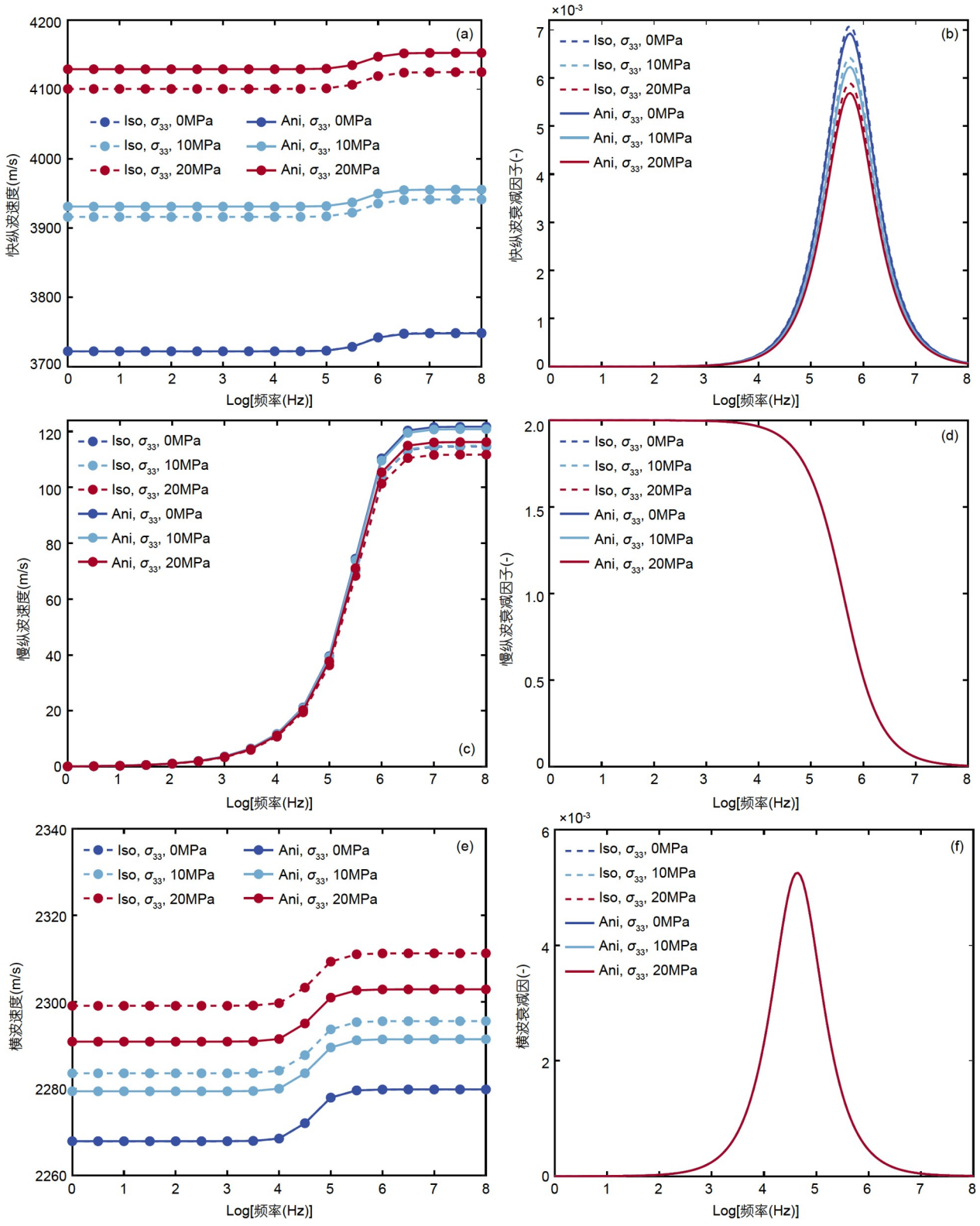

图 1　初始应力下饱和多孔介质中波速度((a), (c), (e))与衰减因子((b), (d), (f))随频率的变化

实线和虚线分别表示饱和各向同性介质和FSPL介质中波速和衰减

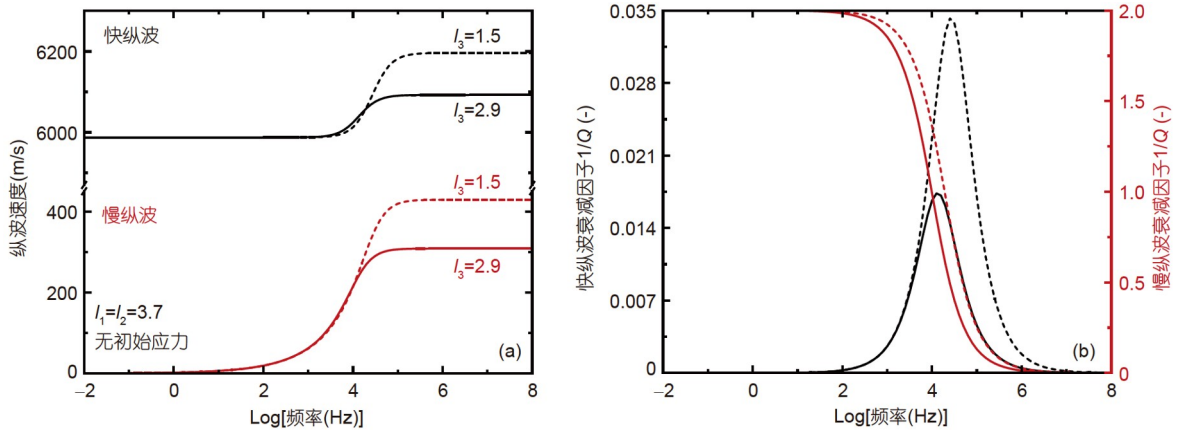

图 2　无应力作用下具有不同垂向迂曲度ℓ_3的FSPL介质纵波速度(a)与衰减因子1/Q (b)随频率的变化

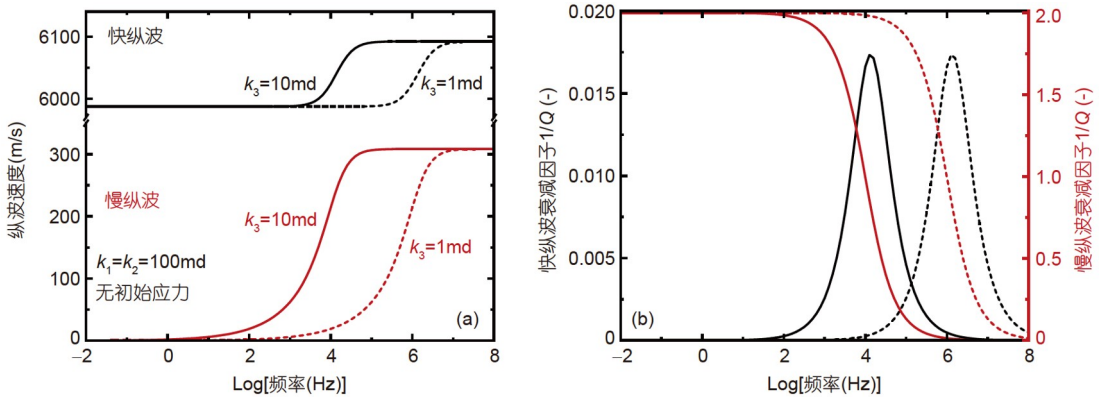

图 3　无应力作用下具有不同垂向渗透率的FSPL介质纵波速度(a)与衰减因子1/Q (b)随频率的变化

参数设为0)和Liu模型对于各向同性岩石速度的预测结果一致(见图5a); 新模型预测的各向异性岩石速度比Liu模型预测结果更接近实测数据, 尤其在高应力范围下(见图5b). 这说明本研究面向FSPL介质提出的新模型具有更好的适用性, 为Liu模型的拓展. 新模型的预测结果与实测数据具有良好的一致性, 初步验证了提出的模型.

从微观孔隙结构视角看, 增大的有效应力使岩石孔隙不断闭合, 导致岩石压缩性不断降低, 弹性波速度和岩石弹性模量逐渐增大(David和Zimmerman, 2012; Yin等, 2017). Walsh(1965)提出的孔隙结构模型假设岩石所有孔隙具有相同纵横比. David和Zimmerman(2012)考虑实际岩石的复杂孔隙结构, 在Walsh模型基础上提出了新的孔隙结构模型. 新模型认为岩石孔隙由不可压缩的硬孔和可压缩的软孔组成, 其中软孔孔隙纵横比服从一定的分布规律. 与孔隙结构理论重点关注初始应力对岩石孔隙结构(如孔隙度和孔隙纵横比)的作用不同, 本文提出的岩石物理模型利用三阶弹性模量表征岩石整体力学性质的应力依赖性, 从而忽略了岩石孔隙结构随应力的变化. 因此, 虽然本文提出的模型在描述FSPL介质整体力学性质应力依赖性上具有优势, 但难以准确描述与孔隙结构相关的现象. 在后续研究中, Walsh模型、David-Zimmerman模型或其他相关孔隙结构模型可以用来完善本研究提出的岩石物理模型, 以更加合理精细地描述FSPL介质的弹性波传播特征. 另外, 本研究提出的模型仅考虑了全局波致流机制(即Biot机制)对波频散衰减的影响, 可以合理描述超声频段下波传播特征, 然而该机制严重低估了低频段(如测井、地震频段)波频散衰减影响. 此外, 本研究通过考虑岩石骨架的层状VTI结构, 渗透率以及迂曲度的各向异性以分析FSPL介质中的弹性波频散衰减特征, 未考虑经典周期层状模型(White等,

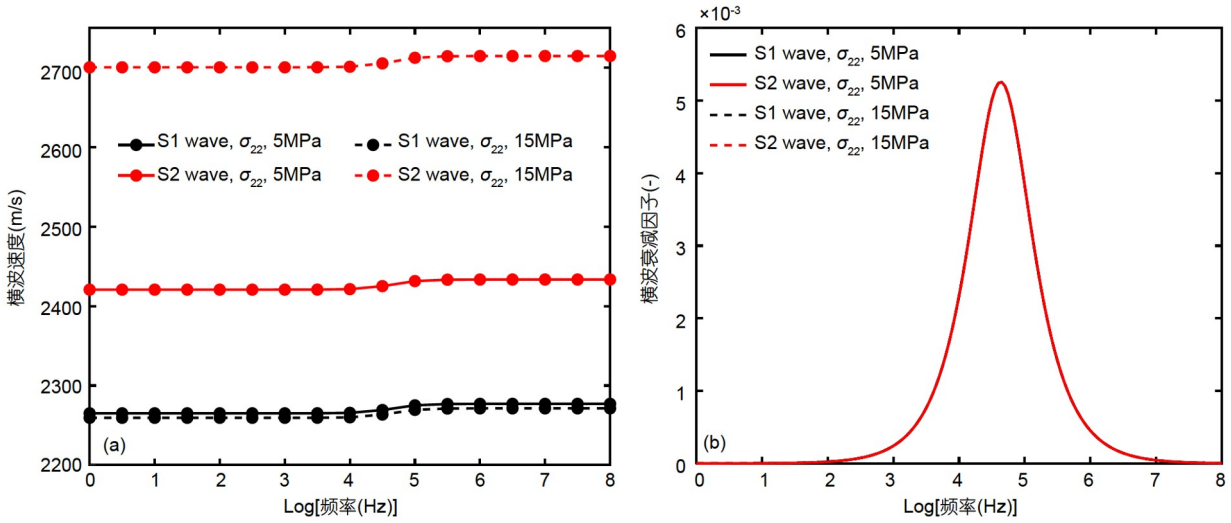

图 4　水平单轴应力σ_{22}作用下FSPL介质横波速度(a)与衰减因子(b)随频率的变化

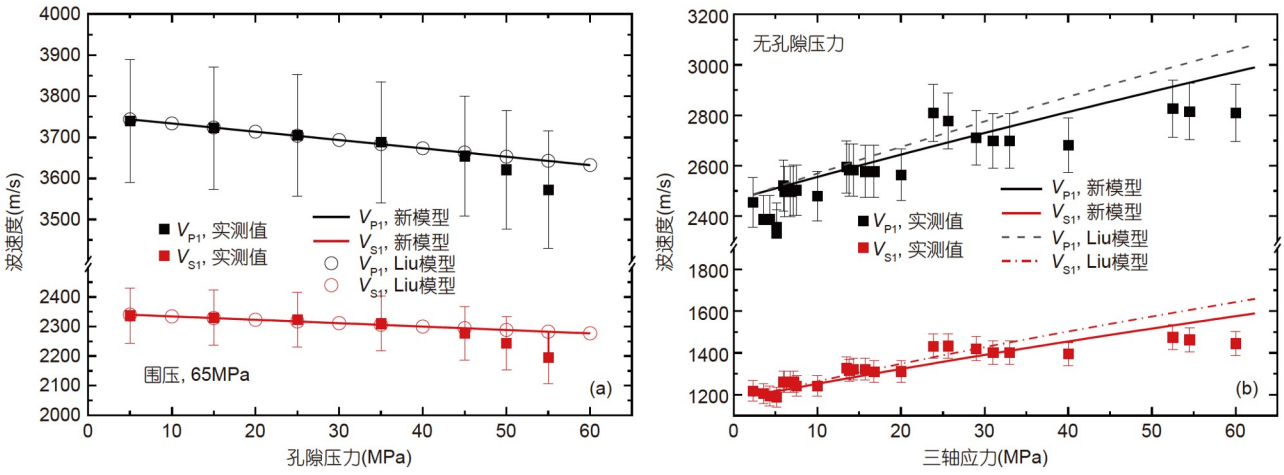

图 5　快纵波速度V_{P1}与横波速度V_{S1}的预测结果与实测数据对比

(a)为Rock B岩样0.6MHz的快纵波速度与0.3MHz的横波速度; (b)为Rock A岩样0.8MHz的快纵波速度与0.3MHz的横波速度. 图中误差棒对应4%误差

1975; Johnson, 2001)中的层间流体流动的影响. 因此, 后续研究可以在本研究基础上进一步结合中观波致流、喷射流机制以描述FSPL介质中弹性波在地震、测井甚至更低频段下的传播机制. 本研究聚焦了饱和层状VTI介质弹性波传播特征的应力依赖性, 可以为饱和HTI介质以及饱和正交各向异性介质的相关研究提供一定理论基础. 本文提出的模型与数值分析对于深层高压环境下地震波传播理论发展与层状储层勘探具有一定指示意义, 但在实际应用过程中需要对其进行合理简化.

5　结论

本研究基于孔隙声弹理论与各向异性弹性理论提出了初始应力作用下的流体饱和多孔层状(FSPL)介质的弹性波波动方程. 进而对波动方程进行平面波分析, 推导了受力FSPL介质中的快慢纵波、横波速度的解析表达式. 速度表达式中的初始静态应变矩阵与初始应力的关系也被给出, 用以刻画波速的应力依赖性. 模拟结果详细展示了初始应力、孔隙迂曲度、渗透率以及骨架各向异性对弹性波频散衰减的作用. 结果显

表 2　饱和岩石的基本性质

参数	Shale A	Rock B	参数	Rock A	Rock B
孔隙度ϕ	0.17	0.197	各向异性参数$\delta^{(H)}$	0.05	0
迂曲度分量$\ell_1=\ell_2$	2.9	2.8	骨架3oEM, $\mathbf{c}_{111}$	−1831GPa	837GPa
迂曲度分量ℓ_3	2.1	2.8	骨架3oEM, $\mathbf{c}_{112}$	−1400GPa	−921GPa
渗透率分量$k_1=k_2$	1nD	43.5mD	骨架3oEM, $\mathbf{c}_{113}$	−1002GPa	−4924GPa
渗透率分量k_3	0.1nD	43.5mD	骨架3oEM, $\mathbf{c}_{123}$	270GPa	608GPa
基质体积模量K_s	15GPa	37GPa	骨架3oEM, $\mathbf{c}_{133}$	−2090GPa	5680GPa
骨架体积模量K_m	8.69GPa	15.22GPa	骨架3oEM, $\mathbf{c}_{144}$	349GPa	−4025GPa
剪切模量μ_m	2.9GPa	12.41GPa	骨架3oEM, $\mathbf{c}_{155}$	−2008GPa	11605GPa
纵波模量M_m	12.56GPa	31.77GPa	骨架3oEM, $\mathbf{c}_{222}$	−2993GPa	3426GPa
基质密度ρ_s	2200kg m^{-3}	2270kg m^{-3}	骨架3oEM, $\mathbf{c}_{333}$	−386GPa	−12056GPa
水体积模量K_f	2.25GPa	2.25GPa	骨架3oEM, $\mathbf{c}_{344}$	−141GPa	−8200GPa
密度ρ_f	1000kg m^{-3}	1000kg m^{-3}	流体3oEM, γ	180GPa	180GPa
黏度η	0.001Pa s	0.00106Pa s	流体3oEM, γ_1	1.93GPa	1.93GPa
各向异性参数$\varepsilon^{(H)}$	0.296	0	流体3oEM, γ_2	−430GPa	−430GPa
各向异性参数$\gamma^{(H)}$	0.55	0	流体3oEM, γ_3	−110GPa	−110GPa

示, 初始应力显著影响了快、慢纵波和横波速度大小以及快纵波的衰减因子, 但是几乎不会改变慢纵波与横波的衰减因子. 逐渐增加的垂向迂曲度会降低快慢纵波的高频速度, 并且降低两者的衰减峰特征频率. 垂向渗透率的增加也会降低快慢纵波的衰减特征频率. 然而, 横波频散衰减与水平迂曲度及渗透率高度相关, 对垂向迂曲度与渗透率并不敏感. 此外, 研究发现, 骨架各向异性强度会显著影响FSPL介质波速的应力依赖性. 本文研究内容可为深层高压环境下地震波传播与相关实际工程应用提供新的理论认识.

参考文献

董良国, 李国治, 杨泉荣, 魏建新, 周正仁. 1999. 横向各向同性介质中弹性波的物理模拟. 石油物探, (1): 76–85

刘海浩, 丁拼搏, 李向阳. 2021. 含水平缝薄互层储层地震响应特征物理模拟. 地球物理学报, 64: 2927–2940

刘金霞, 崔志文, 李刚, 吕伟国, 王克协. 2012. 横向各向同性地层(VTI)井孔声弹效应对弯曲波的影响. 地球物理学报, 55: 3485–3492

唐晓明. 2011. 含孔隙、裂隙介质弹性波动的统一理论——Biot理论的推广. 中国科学: 地球科学, 41: 784–795

杨佳明, 杨顶辉, 韩宏伟, 邱凌云, 程远锋. 2021. 包含Biot机制和分数阶黏弹性机制的波传播模型. 中国科学: 地球科学, 51: 339–352

印兴耀, 宗兆云, 吴国忱. 2015. 岩石物理驱动下地震流体识别研究. 中国科学: 地球科学, 45: 8–21

Achenbach J D. 1984. Wave Propagation in Elastic Solids. Amsterdam: North Holland Publishing Co

Ba J, Carcione J M, Cao H, Yao F, Du Q. 2013. Poro-acoustoelasticity of fluid-saturated rocks. Geophys Prospecting, 61: 599–612

Ba J, Carcione J M, Nie J X. 2011. Biot-Rayleigh theory of wave propagation in double-porosity media. J Geophys Res, 116: B06202

Berjamin H, De Pascalis R. 2022. Acoustoelastic analysis of soft viscoelastic solids with application to pre-stressed phononic crystals. Int J Solids Struct, 241: 111529

Bernabé Y, Revil A. 1995. Pore-scale heterogeneity, energy dissipation and the transport properties of rocks. Geophys Res Lett, 22: 1529–1532

Biot M A. 1956a. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. II. Higher frequency range. J Acoust Soc Am, 28: 179–191

Biot M A. 1956b. Thermoelasticity and irreversible thermodynamics. J Appl Phys, 27: 240–253

Biot M A. 1962. Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media. J Appl Phys, 33: 1482–1498

Biot M A. 1963. Theory of stability and consolidation of a porous medium under initial stress. J Math Mech, 12: 521–544

Bouzidi Y, Schmitt D R. 2009. Measurement of the speed and attenuation of the Biot slow wave using a large ultrasonic transmitter. J Geophys Res, 114: B08201

Carcione J M, Cavallini F, Wang E, Ba J, Fu L Y. 2019. Physics and simulation of wave propagation in linear thermoporoelastic media. J Geophys Res-Solid Earth, 124: 8147–8166

Carcione J M. 1996. Wave propagation in anisotropic, saturated porous media: Plane-wave theory and numerical simulation. J Acoust Soc Am, 99: 2655–2666

Carcione J M. 2015. Wave fields in real media: Wave propagation in anisotropic, anelastic, porous and electromagnetic media, 3rd ed. Handbook of Geophysical Exploration. Amsterdam: Elsevier Ltd

Chandler R N, Johnson D L. 1981. The equivalence of quasistatic flow in fluid-saturated porous media and Biot's slow wave in the limit of zero frequency. J Appl Phys, 52: 3391–3395

Chen F B, Zong Z Y, Yin X Y, Feng Y W. 2022a. Accurate formulae for P-wave reflectivity and transmissivity for a non-welded contact interface with the effect of *in situ* vertical stress. Geophys J Int, 229: 311–327

Chen F B, Zong Z Y, Yin X Y. 2022b. Acoustothermoelasticity for joint effects of stress and thermal fields on wave dispersion and attenuation. J Geophys Res-Solid Earth, 127: e2021JB023671

Chen F B, Zong Z Y, Yin X Y. 2023. Monitoring the change in horizontal stress with multi-wave time-lapse seismic response based on nonlinear elasticity theory. Pet Sci, 20: 815–826

Chen M, Li M, Bernabé Y, Zhao J Z, Zhang L H, Zhang Z Y, Tang Y B, Xiao W L. 2017. Effective pressure law for the intrinsic formation factor in low permeability sandstones. J Geophys Res-Solid Earth, 122: 8709–8723

Cheng A H D. 2016. Porochemoelasticity. In: Hassanizadeh S M, Bear J, eds. Theory and Applications of Transport in Porous Media, vol. 27. Switzerland: Springer International Publishing

David E C, Zimmerman R W. 2012. Pore structure model for elastic wave velocities in fluid-saturated sandstones. J Geophys Res, 117: B07210

Degtyar A D, Rokhlin S I. 1998. Stress effect on boundary conditions and elastic wave propagation through an interface between anisotropic media. J Acoust Soc Am, 104: 1992–2003

Dewhurst D N, Siggins A F. 2006. Impact of fabric, microcracks and stress field on shale anisotropy. Geophys J Int, 165: 135–148

Dutta N C, Odé H. 1979. Attenuation and dispersion of compressional waves in fluid-filled porous rocks with partial gas saturation (White model)—Part II: Results. Geophysics, 44: 1789–1805

Dvorkin J, Mavko G, Nur A. 1995. Squirt flow in fully saturated rocks. Geophysics, 60: 97–107

Fu B Y, Fu L Y. 2018. Poro-acoustoelasticity with compliant pores for fluid-saturated rocks. Geophysics, 83: WC1–WC14

Fu L Y, Fu B Y, Sun W, Han T, Liu J. 2020. Elastic wave propagation and scattering in prestressed porous rocks. Sci China Earth Sci, 63: 1309–1329

Gelinsky S, Shapiro S A. 1997. Poroelastic Backus averaging for anisotropic layered fluid- and gas-saturated sediments. Geophysics, 62: 1867–1878

Grinfeld M A, Norris A N. 1996. Acoustoelasticity theory and applications for fluid-saturated porous media. J Acoust Soc Am, 100: 1368–1374

Gurevich B, Lopatnikov S L. 1995. Velocity and attenuation of elastic waves in finely layered porous rocks. Geophys J Int, 121: 933–947

Gurevich B, Makarynska D, de Paula O B, Pervukhina M. 2010. A simple model for squirt-flow dispersion and attenuation in fluid-saturated granular rocks. Geophysics, 75: N109–N120

Huang X, Greenhalgh S, Han L, Liu X. 2022. Generalized effective Biot theory and seismic wave propagation in anisotropic, poroviscoelastic media. J Geophys Res-Solid Earth, 127: E2021JB023590

Hwankim J, Albertoochoa J, Whitaker S. 1987. Diffusion in anisotropic porous media. Transp Porous Media, 2: 327–356

Johnson D L. 2001. Theory of frequency dependent acoustics in patchy-saturated porous media. J Acoust Soc Am, 110: 682–694

Johnson G C, Mase G T. 1984. Acoustoelasticity in transversely isotropic materials. J Acoust Soc Am, 75: 1741–1747

Johnson P A, Rasolofosaon P N J. 1996. Nonlinear elasticity and stress-induced anisotropy in rock. J Geophys Res, 101: 3113–3124

Liu J X, Cui Z W, Sevostianov I. 2021. Effect of stresses on wave propagation in fluid-saturated porous media. Int J Eng Sci, 167: 103519

Makhnenko R Y, Podladchikov Y Y. 2018. Experimental poroviscoelasticity of common sedimentary rocks. J Geophys Res-Solid Earth, 123: 7586–7603

Morency C, Tromp J. 2008. Spectral-element simulations of wave propagation in porous media. Geophys J Int, 175: 301–345

Nur A, Simmons G. 1969. Stress-induced velocity anisotropy in rock: An experimental study. J Geophys Res, 74: 6667–6674

Pao Y H, Sachse W, Fukuoka H. 1984. Acoustoelasticity and ultrasonic measurement of residual stress. Physical Acoustics. London: Academic Press, Inc. (London) Ltd

Plona T J. 1980. Observation of a second bulk compressional wave in a porous medium at ultrasonic frequencies. Appl Phys Lett, 36: 259–261

Pride S R, Berryman J G, Harris J M. 2004. Seismic attenuation due to wave-induced flow. J Geophys Res, 109: B01201

Pride S R, Berryman J G. 2003. Linear dynamics of double-porosity dual-permeability materials. I. Governing equations and acoustic attenuation. Phys Rev E, 68: 036603

Rasolofosaon P. 1998. Stress-induced seismic anisotropic revisited. Rev Inst Fr Pét, 53: 679–692

Rubino J G, Caspari E, Müller T M, Milani M, Barbosa N D, Holliger K. 2016. Numerical upscaling in 2-D heterogeneous poroelastic rocks: Anisotropic attenuation and dispersion of seismic waves. J Geophys Res-Solid Earth, 121: 6698–6721

Rüger A. 1997. P-wave reflection coefficients for transversely isotropic models with vertical and horizontal axis of symmetry. Geophysics, 62: 713–722

Sarkar D, Bakulin A, Kranz R L. 2003. Anisotropic inversion of seismic data for stressed media: Theory and a physical modeling study on Berea Sandstone. Geophysics, 68: 1–15

Schmitt D R, Currie C A, Zhang L. 2012. Crustal stress determination from boreholes and rock cores: Fundamental principles. Tectonophysics, 580: 1–26

Shapiro S A. 2017. Stress impact on elastic anisotropy of triclinic porous and fractured rocks. J Geophys Res-Solid Earth, 122: 2034–2053

Sharma M D, Gogna M L. 1991. Wave propagation in anisotropic liquid-saturated porous solids. J Acoust Soc Am, 90: 1068–1073

Sharma M D. 2005. Effect of initial stress on the propagation of plane waves in a general anisotropic poroelastic medium. J Geophys Res, 110: B11307

Sripanich Y, Vasconcelos I, Tromp J, Trampert J. 2021. Stress-dependent elasticity and wave propagation—New insights and connections. Geophysics, 86: W47–W64

Stovas A, Alkhalifah T. 2012. A new traveltime approximation for TI media. Geophysics, 77: C37–C42

Sun W T, Ba J, Müller T M, Carcione J M, Cao H. 2015. Comparison of P-wave attenuation models of wave-induced flow. Geophys Prospecting, 63: 378–390

Thompson M, Willis J R. 1991. A reformation of the equations of anisotropic poroelasticity. J Appl Mech, 58: 612–616

Thomsen L. 1986. Weak elastic anisotropy. Geophysics, 51: 1954–1966

Thurston R N, Brugger K. 1964. Third-order elastic constants and the velocity of small amplitude elastic waves in homogeneously stressed media. Phys Rev, 133: A1604–A1610

Ursin B, Stovas A. 2006. Traveltime approximations for a layered transversely isotropic medium. Geophysics, 71: D23–D33

Walsh J B. 1965. The effect of cracks on the compressibility of rock. J Geophys Res, 70: 381–389

Wang E J, Carcione J M, Cavallini F, Botelho M, Ba J. 2021. Generalized thermo-poroelasticity equations and wave simulation. Surv Geophys, 42: 133–157

White J E, Mihailova N, Lyakhovitsky F. 1975. Low-frequency seismic waves in fluid-saturated layered rocks. J Acoust Soc Am, 57: S30

White J E, Mikhaylova N G, Lyakhovitskiy F M. 1975. Computed seismic speeds and attenuation in rocks with partial gas saturation. Geophysics, 40: 224–232

Winkler K W, McGowan L. 2004. Nonlinear acoustoelastic constants of dry and saturated rocks. J Geophys Res, 109: B10204

Yin H, Zhao J, Tang G, Zhao L, Ma X, Wang S. 2017. Pressure and fluid effect on frequency-dependent elastic moduli in fully saturated tight sandstone. J Geophys Res-Solid Earth, 122: 8925–8942

Yin Z Y, Chang C S. 2009. Microstructural modelling of stress-dependent behaviour of clay. Int J Solids Struct, 46: 1373–1388

Zhang B Y, Yang D H, Cheng Y F, Zhang Y Y. 2019. A unified poroviscoelastic model with mesoscopic and microscopic heterogeneities. Sci Bull, 64: 1246–1254

Zong Z Y, Chen F B, Yin X Y, Li K. 2023. Effect of stress on wave propagation in fluid-saturated porous thermoelastic media. Surv Geophys, 44: 425–462

Zuo P, Liu Y, Fan Z. 2021. Modeling of acoustoelastic borehole waves subjected to tectonic stress with formation anisotropy and borehole deviation. Geophysics, 87: D1–D19

(责任编委: 徐涛)